Laboratorio di fisica 2 Mod.A

Porcone tuo & Malghese della malga

Settembre 2023

1 Argomenti

- Corrente continua, Kirchoff, partitori (S.27 C.C), misura corrente/DDP e impatto dello strumento sul circuito (argomenti della prima relazione - prima parte).
- Circuito equivalente di Thevenin (S.49 c.c), resistenza in uscita, impedenza di sorgente, impedenza in ingresso.
- Corrente alternata: metodo simbolico, funzione di trasferimento, diagramma di Bode, ampiezza e fase, impedenza complessa.
- Impedenza equivalente in circuito con diversi elementi, impedenza in ingresso/uscita, misura impedenza con oscilloscopio (calcolo correnti da misure di tensione).
- Filtri: RC, RL passa basso e passa alto (funzione di trasferimento), impedenza in ingresso/uscita, tensione (corrente).
- Circuiti RC, RL nel dominio di tempo, carica/scarica [risposta onda quadra].
- Filtri RLC, frequenze di risonanza, larghezza risonanza.
- Misura di R, L, C (seconda relazione).
- Uso dell'ICE e del DMM
- Uso dell'oscilloscopio, impedenza di ingresso (R_{OSC} e C_{OSC} e la loro misura sperimentale) e il suo impatto sul circuito, impostazioni del trigger, misura ampiezza e fase.
- Uso semplice del PC per analisi dati.

2 Leggi di Kirchoff

1) **Legge dei nodi :** In condizioni stazionarie, la somma delle correnti che confluiscono in un nodo è nulla; l'analisi del circuito deciderà se la corrente sia di segno positivo o negativo.

$$\frac{dq}{dt} = \sum_n i_n = 0$$

2) **Legge delle maglie :**

- La differenza di potenziale intorno a qualsiasi percorso chiuso (maglia) è nulla.
- La forza elettrostatica è conservativa, la circuitazione è nulla .

$$\oint \vec{E} d\vec{s} = \sum_n V_n = 0$$

Per fare andare un circuito ho quindi bisogno d forza aggiuntiva, un campo elettrico non può spingere in ogni direzione: mi serve un **generatore F.E.M.** che tenga la d.d.p. costante.

3 Misura della corrente

Idealmente l'amperometro ha resistenza nulla (senza provocare caduta di potenziale), mentre un voltmetro infinita (senza provocare divisione della corrrente). Il primo, infatti, completa il circuito mentre il secondo, idealmente, non ne fa parte. Se lo analizziamo nella versione reale abbiamo che in realtà l'amperometro ha una resistenza, seppur minima, andando quindi ad alterare la d.d.p.; viceversa il voltmetro ha una resistenza finita, seppur molto alta, che "ruba" una piccola parte di corrente, andando ad alterare la corrente in quel tratto.

4 Partitore resistivo

Partiziona la caduta di potenziale ai capi di R_1 ed R_2, utile a creare una corrente di lavoro/carico. Abbiamo quindi un generatore ε e due resistenze in serie R_1 e R_2, dove ΔV è misurata ai capi di R_2.

$$\varepsilon = i(R_1 + R_2) \quad i = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2} \quad \Delta V = iR_2$$

$$\Delta V = \varepsilon \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Se colleghiamo un carico, quindi una resistenza in parallelo a R_2, andremo a creare una diminuzione di ΔV per una resistenza efficacie minore.

$$\varepsilon = iR_1 + i_2 R_2 \quad i = i_2 + i_L \quad i_2 = \frac{\varepsilon - i_L R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\Delta V = i_2 R_2 = \frac{\varepsilon R_2}{R_1 + R_2} - \frac{i_L R_2 R_1}{R_1 + R_2}$$

Il partitore può essere una buona pila solo nel caso che i_L e/o $R_1||R_2$ piccoli. Alternativamente potremmo scrivere

$$\varepsilon = iR_1 + iR_{EFF}$$

5 Circuito equivalente di Thevenin

- Data una rete qualsiasi di resistori, generatori F.E.M. e sorgenti di corrente;
- Dati due terminali di questa rete fra i quali viene collegata una "rete di utenza" che assorbe corrente i_L:

La relazione fra ΔV e la corrente erogata nella rete di utenza come quella per un generatore F.E.M. efficace (V_{EQ}) in serie con una resistenza efficace R_{EQ}:

$$\Delta V = V_{EQ} - i_L R_{EQ}$$

Il modello funziona per la linearità della legge di Ohm e il principio di sovrapposizione.

$$\Delta V = \sum_n \alpha_n \varepsilon_n + \sum_m \beta_m i_m + \lambda i_L = V_{EQ} - R_{EQ}$$

Sperimentalmente possiamo misurare ΔV e i_L per trovare V_{EQ} e R_{EQ}.

- Per $V_{EQ} \neq 0$ consideriamo il circuito come una sorgente f.e.m. reale o generatore f.e.m.
  - R_{EQ} chiamato R_{OUT} è la resistenza in uscita
  - Può fare lavoro (attivo)
- Per $V_{EQ} = 0$ ci riferiamo al circuito come un carico
  - R_{EQ} chiamato R_{IN} è la resistenza in uscita
  - Non può fare lavoro (passivo)

$$\Delta V = V_{GEN} \frac{R_{IN}}{R_{IN} + R_{OUT}} \qquad i = \frac{V_{GEN}}{R_{IN} + R_{OUT}} \qquad P_{DISS} = V_{GEN}^2 \frac{R_{OUT}}{(R_{IN} + R_{OUT})^2}$$

6 Corrente alternata - Condensatori

Per una variazione di carica lenta, avremo la seguente formula :

$$q(t) = C\Delta V(t) \qquad \frac{dq(t)}{dt} = i = C\frac{d\Delta V(t)}{dt}$$

Inoltre, chiamando ΔV la d.d.p. ai capi del condensatore possiamo scrivere che

$$\varepsilon - RC\frac{d\Delta V}{dt} - \Delta V = 0$$

così che avremo

$$\Delta V(t) = \varepsilon(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

dove $RC = \tau$ e di conseguenza

$$i = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

In un circuito con resistenza e condensatore (a corrente costante)

$$P_{GEN} = \varepsilon \cdot i(t) = \frac{\varepsilon^2}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad P_R = i^2 R = \frac{\varepsilon^2}{R} e^{-\frac{2t}{\tau}} \quad W_{GEN} = C\varepsilon^2 \quad U_R = \frac{C\varepsilon^2}{2} \quad U_C = \frac{C\varepsilon^2}{2} \quad W_{GEN} = U_R + U_C$$

Ricordare l'esperienza in laboratorio della carica e scarica del condensatore.

7 Filtro passa basso

E' un circuito composto da 3 componenti: generatore, R, C. La d.d.p. la misuro da dopo la resistenza (quindi fino a massa), si chiama così quindi per il fatto che riesco a misurare la d.d.p. solo a frequenze basse in quanto con frequenze alte il condensatore si comporta come corto e non ha caduta di potenziale.

$$V_{IN}(t) - iR - V_{OUT}(t) = 0 \qquad i = C\frac{dV_{OUT}}{dt} \qquad \tau = RC$$

Considerando $V_{IN}(t)$ sinuisoidale $= V_{IN}cos(\omega t)$ avremo soluzione del tipo $V_{OUT}(t) = V_{OUT}cos(\omega t + \Phi)$ e troviamo:

$$V_{OUT} = \frac{V_{IN}}{[1 + (\omega\tau)^2]^{\frac{1}{2}}}$$

e quindi

$$V_{OUT}(t) = \frac{V_{IN}}{[1 + (\omega\tau)^2]^{\frac{1}{2}}}cos(\omega t + \Phi)$$

N.B. $V_{OUT}(t)$ rappresenta la sinusoide, mentre V_{OUT} rappresenta l'ampiezza della sinusoide.

- Bassa frequenza

$$\omega \ll 1 \quad V_{OUT}(t) \approx V_{IN}(1 - \frac{1}{2}(\omega\tau)^2)cos(\omega t + \Phi)$$

- Alta frequenza

$$\omega \gg 1 \quad V_{OUT}(t) \approx \frac{V_{IN}}{\omega\tau}cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

Con $\Phi = 90°$ Possiamo fare considerazioni con i valori complessi

$$V_{IN}(t) = Re(\tilde{V}_{IN}e^{j\omega t})$$

Dove parte reale di $\tilde{V}_{IN}$ crea soluzione reale per $\tilde{V}_{OUT}$ e stesso con parte immaginaria.

$$\tilde{V}_{IN}e^{j\omega t} - \tau\frac{d}{dt}[\tilde{V}_{OUT}e^{j\omega t}] - \tilde{V}_{OUT}(t) = 0$$

Avremo come soluzioni

$$\tilde{V}_{OUT} = \tilde{V}_{IN}\frac{\frac{1}{j\omega C}}{\frac{1}{j\omega C} + R} \qquad \tilde{i} = \frac{\tilde{V}_{IN}}{\frac{1}{j\omega C} + R}$$

dove la prima sembra la formula per un partitore con resistenza R e $(j\omega C)^{-1}$

8 Metodo simbolico: Impedenza

$$i(t) = Re(\tilde{i}e^{j\omega t}) \qquad \Delta V(t) = Re[\tilde{V}]$$

e $\tilde{V} = \tilde{i} \cdot Z(\omega)$, dove Z è impedenza del componenete, generalmente è un complesso che dipende dalla frequenza:

- Impedenza resistore : $Z_R = R$
- Impedenza Condensatore

$$i = C\frac{d\Delta V}{dt} = C\frac{d}{dt}Re(\tilde{V}e^{j\omega t}) \Longrightarrow \tilde{i} = j\omega C\tilde{V} \Longleftarrow Re(\tilde{i}e^{j\omega t}) \qquad Z_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{\omega C}e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

9 Thevenin con corrente alternata

$$\tilde{V}_{OUT} = \tilde{V}_{EQ} - \tilde{Z}_{OUT}\tilde{i}_L$$

Ampiezze complesse governate da un sistema di equazioni lineari. Possiamo vedere un filtro passa basso coe un circuito equivalente con

$$Z_{EQ} = R||\frac{1}{j\omega C} \qquad \tilde{V}_{OUT} = \tilde{V}_{EQ}\frac{Z_L}{Z_L + Z_{OUT}}$$

10 Filtri passa alto e passa basso

Adesso analizzeremo i filtri RC passa alto e passa basso. L'ideale è partire sempre dalle leggi di Kirchoff e dalla formula del partitore resistivo con le impedenze (reali o immaginarie). Queste formule valgono per qualsiasi componente lineare. Per esempio per un passa basso:

$$V_{IN}cos(\omega t) - RC\frac{dV_{OUT}}{dt} - V_{OUT} = 0 \qquad \tilde{V}_{IN} = \tilde{i}(Z_R + Z_C) \qquad \tilde{V}_{OUT} = \tilde{V}_{IN}\frac{Z_C}{Z_C + Z_R} = \frac{\tilde{V}_{IN}}{1 + j\omega RC}$$

Funzione di trasferimento : questa formula vale per sistemi lineare.

$$H(\omega) = \frac{\tilde{V}_{OUT}(\omega)}{\tilde{V}_{IN}(\omega)} = |H|e^{j\Phi}$$

- **Filtro RC passa basso :** Il circuito è composto da 2 componenti in quest'ordine: resistenza e condensatore. In questa tipologia di circuito (filtro) si misura sempre la d.d.p. ai capi del secondo elemento, o comunque dal secondo elemento in poi. Il funzionamento del filtro passa basso fa in modo che si riescano a misurare d.d.p. soltanto a frequenze basse sfruttando il fatto che a frequenze alte il condensatore diventa un cortocircuito, senza quindi caduta di potenziale, andando ad eliminare i segnali che sono a frequenze troppo alte.

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega\tau} = \frac{1}{1 + j\left(\frac{f}{f_{3dB}}\right)} \qquad |H(\omega)| = \frac{1}{[1 + (\omega\tau)^2]^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{f}{f_{3dB}}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}}$$

$$f_{3dB} = \frac{1}{2\pi\tau} \qquad tan(\Phi) = -\omega\tau = -\frac{f}{f_{3dB}}$$

- **Filtro RC passa alto :** Il circuito, al contrario di quello precedente, vede posto il condensatore prima della resistenza, sfruttando sempre l'impedenza del condensatore. Misurando quindi la d.d.p. dalla resistenza in poi avremo dei valori soltanto a frequenze alte, ovvero dove il condensatore non fa (tanta) impedenza, andando ad eliminare i segnali con frequenze tanto basse.

$$H(\omega) = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} = \frac{j\frac{f}{f_{3dB}}}{1 + j\frac{f}{f_{3dB}}} = \frac{\omega\tau}{[1 + (\omega\tau)^2]^{\frac{1}{2}}}e^{j(\frac{\pi}{2} - tan^{-1}(\omega\tau))}$$

11 Circuiti RC come derivatori ed integratori

- **Passa alto :**
$$V_{OUT}(t) = iR = RC\frac{d}{dt}[V_{IN}(t) - V_{OUT}(t)]$$
Se V_{IN} cambia abbastanza lentamente avremo
$$V_{OUT} \ll V_{IN} \qquad V_{OUT}(t) \approx \tau\frac{dV_{IN}}{dt}$$
Con metodo simbolico : $\tilde{V}_{OUT} \approx j\omega\tau\tilde{V}_{IN}$ con segnali dominanti da frequenze $f\tau \ll 1$. In poche parole nei filtri passa alto a frequenze basse V_{OUT} è trascurabile e rimane solo la derivata di V_{IN}, portandoci a chiamarlo **Derivatore**.

- **Passa basso :** Allo stesso modo avremo :
$$V_{OUT}(t) = \frac{q}{C} = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(t')dt' = \frac{1}{RC}\int_{-\infty}^{t}[V_{IN}(t') - V_{OUT}(t')]dt'$$
Quindi a frequenze alte, il condensatore non ha tempo per caricarsi e avremo
$$V_{OUT} \ll V_{IN} \qquad V_{OUT} \approx \frac{1}{RC}\int_{-\infty}^{t} V_{IN}(t')dt'$$
Con metodo simbolico : $\tilde{V}_{OUT} = \frac{\tilde{V}_{IN}}{1+j\omega\tau} \approx \frac{V_{IN}}{j\omega\tau}$ con $f\tau \gg 1$. Come prima, andando a frequenze alte V_{OUT} sarà trascurabile portandoci a trascurarlo e lasciando solo l'integrale di V_{IN}, portandoci a chiamarlo **Integratore**.

12 Perchè li usiamo?

L'importanza dei filtri sta nella sperimentazione. La tecnica di sperimentazione è quella di sondare n-volte al secondo il segnale in arrivo e poi farne una curva. Tuttavia esistono sempre interferenze e segnali spuri che vanno a contaminare i nostri dati, e qui sta la grande importanza dei filtri che fa in modo che segnali diversi da quelli del nostro interesse non passino e non creino segnali di interferenza.

13 Autoinduttanza

Colleghiamo una pila ad un solenoide ed aggiungiamo una resistenza per limitare la corrente. Se accendiamo dovremmo trovare in ogni istante $i(t) = \frac{\varepsilon}{R}$, ma troviamo in realtà
$$i(t) = \frac{\varepsilon}{R}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$
Abbiamo un ritardo di τ nell'arrivare a regime e $\tau \propto \frac{1}{R}$ di modo che $R\tau = cost \equiv L$.

- **Leggi delle maglie :**

$$\varepsilon - \Delta V_L - iR = 0 \quad i(t) = \frac{\varepsilon}{R}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad \Delta V_L = \varepsilon - iR = \varepsilon e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Avremo allora

$$\frac{di}{dt} = \frac{\varepsilon}{R\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \Delta V_L = R\tau\frac{di}{dt} = L\frac{di}{dt}$$

Quindi d.d.p. ai capi del solenoide è proporzionale al cambiamento della corrente, dovuto da inerzia magnetica. Quindi l'energia immagazzinata dal campo magnetico : $U_{SOL} = \frac{L}{2}i(t)^2$. Deriva dalla Terza equazione di Maxwell $\vec{\nabla} \times \vec{E} = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ e quindi $\oint \vec{E}d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$; ovvero cambiamento di flusso magnetico provoca cambiamento di campo elettrico e quindi corrente. La f.e.m. indotta si oppone al cambiamento di corrente, infatti abbiamo

$$\varepsilon = -L\frac{di}{dt} \qquad \Phi_B = Li \qquad L \propto N^2$$

- **Impedenza :**

$$\Delta V = L\frac{di}{dt} \Longrightarrow V = L\frac{d}{dt}Re(\tilde{i}e^{j\omega t}) = Re(Lj\omega\tilde{i}e^{j\omega t}) = Re(\tilde{V}e^{j\omega t})$$

$$\tilde{V} = \tilde{i}j\omega L \longrightarrow Z_L = j\omega L = \omega L \times e^{i\frac{\pi}{2}}$$

- **Filtro passa basso RL a f.e.m. costante :**

$$\varepsilon - L\frac{di}{dt} - iR = 0 \qquad \frac{di}{i - \frac{\varepsilon}{R}} = \frac{dt}{\frac{L}{R}} \qquad \tau = \frac{L}{R}$$

Immaginiamo onda quadra, quando l'onda si spegne doremmo avere $\Delta V_L = L\frac{di}{dt} = -\infty$. Analizzando la maglia avremo quindi $-L\frac{di}{dt} - iR = 0 \quad \frac{di}{i} = -\frac{dt}{\frac{L}{R}}$ ottenendo $i(t) = \frac{\varepsilon}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$

- **Misura di L :** Abbiamo costruito un circuito L-R con oscilloscopio in parallelo a R, realisticamente L possiede anche una resistenza parassita e troviamo una resistenza in sorgente. TRASCURANDO C_{OSC} *e* $C_L(parassita)$ AVREMO, a frequenze basse

$$V_{OUT}(t) = V_0\frac{R}{R_{GEN} + R_L + R}e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad \tau = \frac{L}{R_{GEN} + R_L + R}$$

- **Filtro passa basso corrente alternata**(V_{OUT} misurato dopo L) :

$$\tilde{V}_{IN} = \tilde{i}(Z_L + Z_R) \quad \tilde{V}_{OUT} = \tilde{i}Z_R \quad \tilde{i} = \frac{\tilde{V}_{IN}}{Z_L + Z_R} \quad \tilde{V}_{OUT} = \tilde{V}_{IN}\frac{Z_R}{Z_L + Z_R} = \tilde{V}_{IN}\frac{R}{R + j\omega L}$$

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega\tau} \qquad \tau = \frac{L}{R} \qquad f_{3dB} = \frac{R}{2\pi L}$$

E' un circuito passa basso perchèl'induttanza fa impedenza sulle alte frequenze. La funzione di trasferimento è identica a quella di un passa basso RC, ma ovviamente i circuiti non sono identici, basti analizzare le impedenze ($R||j\omega L$ e $R||\frac{1}{j\omega C}$)

- **Filtro passa alto RL**(V_{OUT} misurato dopo L) :

$$\tilde{V}_{IN} = \tilde{i}(Z_L + Z_R) \quad \tilde{V}_{OUT} = \tilde{i}Z_L \quad \tilde{i} = \frac{\tilde{V}_{IN}}{Z_L + Z_R}\tilde{V}_{OUT} = \tilde{V}_{IN}\frac{Z_L}{Z_L + Z_R} = \tilde{V}_{IN}\frac{j\omega L}{j\omega L + R}$$

$$H(\omega) = \frac{j\omega\tau}{1 + j\omega\tau} \qquad \tau = \frac{L}{R}$$

Il discorso è analogo ai casi analizzati precedentemente.

- **LC in parallelo :**
Impedenza :

$$\frac{1}{Z_{LC}} = \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_C} = \frac{1}{j\omega L} + j\omega C = \frac{1}{j\omega L}(1 - \omega^2 LC)$$

$$Z_{LC} = \frac{j\omega L}{1 - \omega^2 LC}$$

Si trova lo stesso risultato sommando le correnti. **Frequenza di risonanza :**

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

A questa frequenza le impedenze sono uguali e opposte, e le correnti i_L e i_C si elidono. Andando quindi ad isolare la maglia L / C in parallelo verrebbe a crearsi un oscillatore armonico in quanto abbiamo conservazione di carica e legge delle maglie.

$$\Delta V = \frac{q_C}{C} = L\frac{di_L}{dt} \qquad \frac{dq_C}{dt} = i_C = LC\frac{d^2 i}{dt^2} \qquad \frac{d^2 i}{dt^2} = -\omega_0^2 i$$

N.B. si poteva trovare lo stesso risultato con la conservazione dell'energia.

- **Filtro passa banda RLC :** Molto simile ai precedenti, solamente che essendo L e C in parallelo ed avendo impedenze che scalano in maniera opposta, ci sarà un filtro passa alto e un filtro passa basso assieme. Possiamo analizzarlo come un partitore tra LC ed R. V_{OUT} è misurata al parallelo di L e C per cui raggiunge il massimo quando le impedenze si annullano.

$$H(\omega) = \frac{Z_{LC}}{R + Z_{LC}} = \frac{\frac{j\omega L}{1-\omega^2 LC}}{R + \frac{j\omega L}{1-\omega^2 LC}} = \frac{j\omega\frac{L}{R}}{1 - \omega^2 LC + j\omega\frac{L}{R}} = \frac{j\frac{\omega}{\omega_0 Q}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\frac{\omega}{\omega_0 Q}}$$

dove $\omega_0^2 \equiv \frac{1}{LC}$ e introduciamo il fattore di merito $Q \equiv \omega_0\tau_{RC} = \left(\frac{\tau_{RC}}{\tau_{RL}}\right)^{\frac{1}{2}} = R\sqrt{\frac{C}{L}}$

  - A risonanza $\quad \omega = \omega_0 \qquad H(\omega_0) = 1$
  - A bassa frequenza, passa alto RL $\quad \omega < \omega_0 \qquad H(\omega) \longrightarrow \frac{j\omega\tau_{RL}}{1+j\omega\tau_{RL}}$
  - Ad alta frequenza, passa basso RC $\quad \omega > \omega_0 \qquad H(\omega) \longrightarrow \frac{1}{1+j\omega\tau_{RC}}$

La larghezza della banda dipende dal fattore di merito e quindi da R : $Q \ll 1$ banda larga $Q \gg 1$ banda stretta.

Induttore reale :dobbiamo tener conto sia della resistenza parassita che della capacità parassita :

- A frequenze basse è un induttanza in serie con resistore
- A frequenze alte è un condensatore auto-risonante quando L - C uguale e opposta
- Impedenza limitata a risonanza da R_L

sulle slide ci sono le equazioni differenziali di tutto per un analisi analitica ed un'analogia con la meccanica classica.

14 Filtro risonante

Il circuito preso in questione vede R,L e C tutte in serie. Abbiamo :

$$V_{IN}(t) - iR - L\frac{di}{dt} - \frac{q}{C} = 0 \qquad L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = V_{IN}(t)$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \qquad \tau_{LR} = \frac{L}{R} \qquad \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{\tau_{LR}}\frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{V_{IN}(t)}{L}$$

è un oscillatore armonico forzato. In corrente alternata avremo

$$Z_{LC} = j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j\omega C}(1 - \omega^2 LC)$$

ΔV_L e ΔV_C sono sfasate di 180° per cui a risonanza si sommano a 0.

- Se misuriamo V_{OUT} ai capo di C otterremo un filtro simile al passa banda, con un amplificazione del segnale a risonanza ed un passa basso con $f > f_0$:

$$H(\omega) = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\frac{\omega}{Q\omega_0}} \quad \text{con} \quad Q = \omega_0 \tau = \omega_0 \frac{L}{R}$$

- Se misuriamo V_{OUT} ai capi di LC in serie avremo un filtro **reiezione di banda**, a risonanza $\Delta V_{OUT} = 0$, e serve ad attenuare un rumore ad una specifica frequenza, infatti se si osserva il grafico di bode notiamo un valore costante che va a (quasi) zero alla frequenza di risonanza. E' usato per esempio nella rete elettrica a 50Hz.

$$H(\omega) = \frac{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\frac{\omega}{Q\omega_0}}$$

  - Contando la resistenza parassita R_L diventa

$$H(\omega) = \frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\omega R_L C}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\omega(R + R_L)C}$$

  - Analizzando invece il modello con l'oscilloscopio avremo una risonanza in più oltre a quella della serie.

15 Trasduttori

Un trasduttore converte una qualche quantità fisica in un segnale elettronico, le classi di trasduttori più usate convertono in cambio di impedenza, in altri casi possono direttamente generare d.d.p..

- **Misura di elemento passivo con ponte di Wheatstone**
  In poche parole creiamo due partitori in parallelo e calcoliamo la differenza fra l'uscita dei due. A sx Vediamo la resistenza R_R e R_X, a dx R_1 e R_2.

$$\Delta V \equiv V_{IN}\left[\frac{R_X}{R_R+R_X}-\frac{R_2}{R_1+R_2}\right]=V_{IN}\left[\frac{-R_R}{R_R+R_X}+\frac{R_1}{R_1+R_2}\right]$$

  La condizione di bilanciamento è $\Delta V = 0$ e $R_{X0} = R_R\frac{R_2}{R_1}$. Tipicamente R_R è la resistenza standard di riferimento mentre di R_1 e R_2 sappiamo il sapporto (es. trimmer). In generale consideriamo il ponte sbilanciato di una piccola impedenza $\delta Z_X \ll R_{X0}$, $Z_X = R_{X0} + \delta Z_X$

$$\Delta\tilde{V} = \tilde{V}_{IN}\left[\frac{-R_R}{R_R+R_{X0}+\delta Z_X}+\frac{R_1}{R_1+R_2}\right]=...=\tilde{V}_{IN}\frac{R_R}{(R_R+R_X0)^2}\delta Z_X$$

$$Z_X = R_{X0}+\frac{\Delta\tilde{V}_{OUT}}{\tilde{V}_{IN}\frac{R_R}{R_R+R_{X0}}}$$

- **Altri esempi di trasduttori**
  Esistono sensori capacitivi di posizione che sfruttano i condensatori oppure molto usato l'estensiometro, strumento che modifica la sua resistenza in base alla lunghezza dello strato sul quale è montato. Quest'ultimo l'abbiamo usato in ponte di Wheatstone per la misura della forza di Lorentz.

16 Diodo raddrizzatore : modello di Shocley

$$i(V) = i_0(e^{\frac{V}{\eta V_T}}-1) \qquad V_T = \frac{k_BT}{e}$$

In questo modello η è il fattore di non idealità, che tipicamente è = 2 nei diodi Si, mentre i_0 è "reverse saturation current" ed è fortemente dipendente da T. Come possiamo allora notare la corrente in funzione del voltaggio in un diodo, secondo il motello di Shocley, non ha un andamento lineare, bensì esponenziale. Idealmente, per $V > 0$ dovrebbe essere un corto circuito, mentre per $V < 0$ un circuito aperto, quindi uno strumento che seleziona la direzione della corrente senza però influenzarla. Ovviamente possiamo sfruttare l'espansione di Taylor per linearizzare il tutto

$$V(i) \approx V_0 + (i-i_0)r \quad \text{dove} \quad r(i_0) = \frac{1}{\frac{\partial i}{\partial V}|_{i=i_0}}$$

"r" si chiama resistenza dinamica.

Prendiamo ora in considerazione un circuito con batteria, diodo e resistenza. Avremo :

$$\varepsilon - V_0(i) - iR = 0 \qquad i = \frac{\varepsilon - V_0(i)}{R}$$

- Con modello ideale abbiamo che

$$i > 0 \longrightarrow V_D = 0 \quad i \approx \frac{\varepsilon}{R}$$

- Con modello "V_{ON}" avremo

$$i > 0 \longrightarrow V_D = V_{ON} \quad i \approx \frac{\varepsilon - V_{ON}}{R}$$

che quindi dà una caduta di potenziale fissa maggiore di zero al diodo.

Alla fine la soluzione della corrente la si trova nell'intersezione tra la retta $i = \frac{\varepsilon - V_D(i)}{R}$, che si chiama linea di carico, e la curva $i - V$ del diodo.

Se introduciamo un generatore d'onda sinusoidale avremo una rettificazione quando $V < 0$ e un segnale in uscita dal diodo leggermente più basso.

N.B. la differenza tra V_{IN} e V_{OUT} cambia sia al variare di R che al variare di i.

- **Raddrizzatore di picco**
Ipotizziamo un circuito con diodo e condensatore con un segnale tipo $V_{IN} = V_0 sin(2\pi ft)$. Quello che succede è che al primo picco il condensatore sarà carico al massimo arrivando a $V_{OUT} = V_0$ andando a scaricare per mezzo ciclo quando l'onda è negativa e quindi il circuito aperto. Andando ad introdurre l'oscilloscopio per le misure avremo che $V_{OUT} < V_0$ in quanto avremo un parte ddi corrente che entra nell'oscilloscopio e va a chiudere il circuito.

- **Ponte di Graetz**
Scrivo il titolo per completezza ma non ho intenzione di descriverlo, è proprio brutto.

17 Diodo Zener

Questo tipo di diodo ha polarizzazione doppia, una V_{RB} molto stabile e riproducibile (V_{Z0}), una curva i-V molto ripida attorno a V_{Z0} e serve a stabilizzare una f.e.m. attorno allo "zener voltage" V_{Z0}. Generalmente viene garantito :

1- Un punto nella curva i-V : V_{Z0} per una corrente inversa i_{Z0}.

2- Che la resistenza dinamica $r_Z(i_{Z0})$ dello zener sia inferiiore ad un certo valore. Avere una resistenza dinamica piccola significa una curva quasi verticale, ovvero grandi cambiamenti di corrente ci danno piccole variazioni di voltaggio ai capi.

Analizzando le equazioni delle maglie avremo, con generatore, zener e resistenza :

$$V_0 - iR - V_Z(i) = 0$$

Il diodo zener è usato anche con circuiti equivalenti con piccole correnti di carico.

Dopodichè c'è una grande digressione su come si costruiscono i semi-conduttori, come funzionano e cazzate varie con tanti bei disegnini, l'abbiamo fatto in fisica.

18 Elettrostatica della giunzione P-N

La giunzione P/N sono fondamentali per la costruzione di tanstissime cose. La materia è divisa in **conduttori** e **isolanti** che fanno passare o meno la corrente elettrica; questo succede per la quantità di elettroni che possono muoversi. Infine esistono i **semiconduttori**: a $T = 0\,K$ sono ottimi isolanti, a $T \neq 0\,K$ sono dei cattivi conduttori. Abbiamo come ultima cosa bonus....i **superconduttori** che hanno resistenza $= 0$ ed esistono soltanto sotto ad una certa temperatura critica.

Teoria a bande dei solidi:

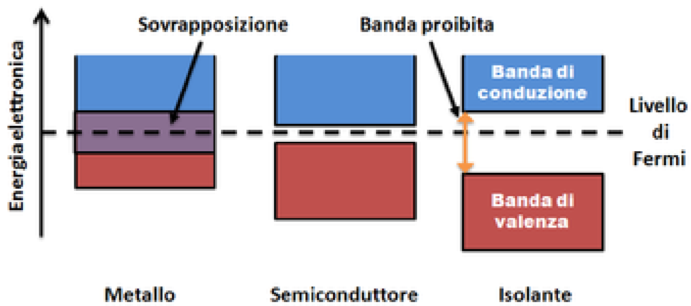

Figure 1: Schema dei livelli energetici elettronici

Come si può notare in figura gli elettroni possono esistere soltanto su bande di energia ben definite; l'elettrone ovviamente si può muovere in questi livelli di energia a patto che siano liberi. Se l'ultima banda a più alta energia è occupata allora ho un conduttore; i metalli generalmente hanno l'ultima banda parzialmente occupata. Sui semi conduttori a $T = 0\,K$ ho una banda completamente occupata e quelle dopo vuote, quindi elettroni imballati; per cui, dato che il gap proibito è piccolo basta una piccola oscillazione termica per far saltare degli elettroni alla banda successiva. Chiameremo quell'ultima banda di conduzione. Nei semiconduttori le bande proibite $\approx 1\,eV$. Però...avrò uno stato libero nella prima banda di valenza, allora gli elettroni sotto campo elettrico si spostano a tappare il buco e creano una conduzione di carica.

OSS Il moto di tappatura del buco mi crea una corrente, e il movimento del buco (che chiameremo lacuna) è approssimabile a quello di una corrente positiva.

- **Semiconduttore tipo P:** si muovono le lacune
- **Semiconduttore tipo N:** si muovono le cariche

Operazzione di drogaggio/doping: L'operazione di drogaggio è l'inserimento di una impurità all'interno di un legame di silici. Nel primo passaggio immetto il Gallio che mi da 3 elettroni da condividere (quando me ne servirebbero 4), quindi un elettrone dalla banda di valenza viene preso per formare un legame creando una lacuna che si muove e trasforma il tutto nel mio semiconduttore di tipo P. Inoltre vediamo che il gallio è circondato da cariche negative e si comporta come uno ione negativo (per stabilizzare il legame). Questa è la parte P della giunzione.

Se invece mettiamo un atomo di Arsenico, che ha 5 elettroni liberi, avrò una carica libera (un elettrone) di trasporto, aumento quindi la densità di carica di conduzione (anzichè di lacune). Il nostro atomo di Arsenico diventa uno ione positivo.

Gli atomi come il Gallio di chiamano **accettori** mentre quelli come l'arsenico si chiamano **donori**.

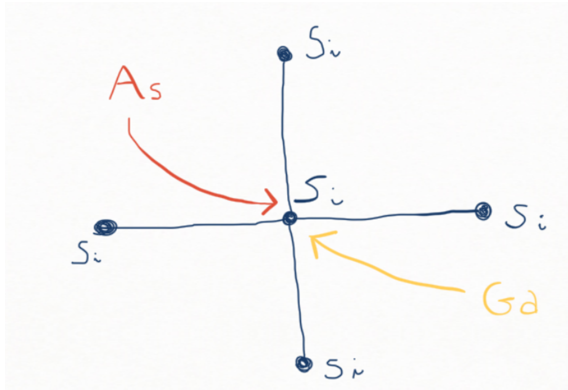

Figure 2: Drogaggio del silicio, per conduttore P (Gallio) e conduttore di tipo N (Arsenico)

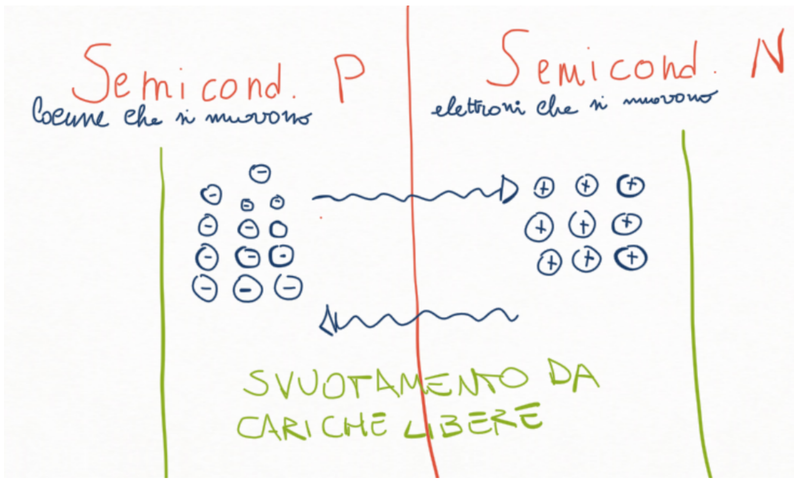

Figure 3: Giunzione P/N

I nostri elettroni vanno a riempire le lacune creando uno svuotamento di carica e una **zona svuotata da cariche libere**. Rimangono soltanto i silici drogati e di conseguenza gli ioni positivi e negativi; analizziamo.

Approssimazioni

- La zona svuotata è a cassetta, uniforme.
- Problema 2-Dimensionale
- Siamo in equilibrio (usiamo elettrostatica)

Quanto è larga la zona svuotata? Chiamiamo $-x_p$ l'espansione a sinistra e x_n la larghezza a desta; inoltre chiamiamo N_A il numero degli accettori e N_D il numero di donori. Avremo allora:

$$\rho_n = e\,N_D \quad \rho_P = -eN_A \Longrightarrow |Q_n| = |Q_P| \quad Q_n + Q_P = 0$$

Ora chiamiamo con A l'area della regione di svuotamento :

$$-x_P AeN_A + AeN_D x_n = 0 \Longrightarrow x_P N_A = x_n N_D$$

Il campo elettrico nell'area parte da 0 in $-x_P$, arriva fino a un minimo (massimo modulo), per poi tornare a 0 in x_n, sempre linearmente. Per quanto riguarda il potenziale, questo è una barriera contro al moto degli elettroni (a lacune) dall'altra parte della giunzione. Se abbasso la differenza di potenziale ho più cariche che passano da una parte all'altra.

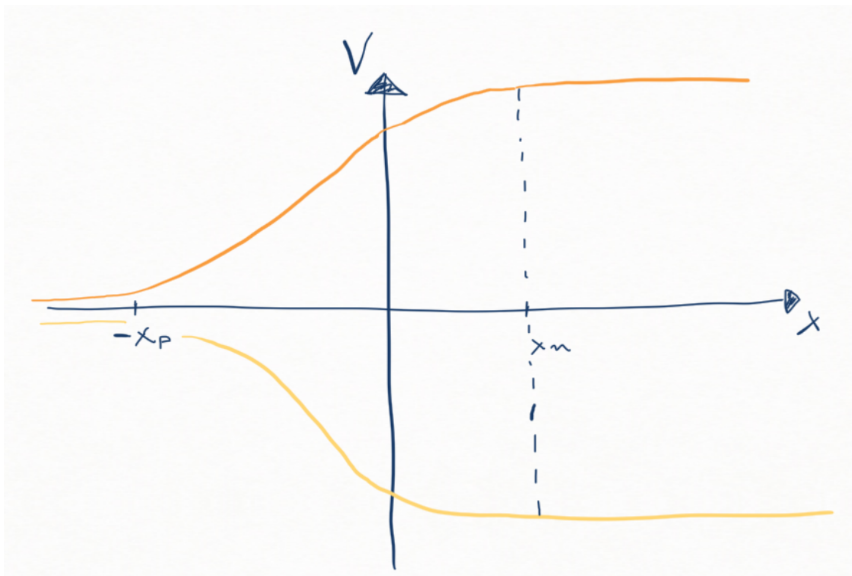

Figure 4: Potenziale della giunzione P/N

19 Transistor

Andiamo ad analizzare il BJT in versione NPN, ovvero "bipolar junction transistor" dove collettore ed emettitore sono di tipo N e base di tipo P. In questo tipo di transistor abbiamo corrente che entra da collettore e base ed esce da emettitore. Avremo quindi 3 potenziali (V_C, V_B, V_E) e 3 correnti (i_C, i_B, i_E) che dipendono solo da:

$$V_{BE} \equiv V_B - V_E \quad \text{e} \quad V_{CE} \equiv V_C - V_E$$

Per conservazione di corrente avremo $i_C + i_B = i_E$.
Esistono 3 regimi di operazione :

- **Interdizione :** $i_B = 0$, avviene per $V_{BE} < 0$.
- **Saturazione :** $V_{CE} \approx 0$ ($i_C, i_B > 0$).
  La giunzione CE diventa corto circuito con una corrente massima chiamata corrente di saturazione ($i_C = i_{SAT}$).

- **Regime attivo/lineare :** $i_B > 0$ $V_{CE} > 0.2V$.
  In questo regime troveremo $i_C = \beta i_B$ $i_C \in [0\,,\, i_{SAT}]$.

N.B. si può usare in una sola polarizzazione, non puoi intercambiare collettore ed emettitore.
Adesso usiamo il ”modello ordine 0”.

- Per B_{BE} in polarizzazione diretta (i_B, $V_{BE} > 0$) abbiamo conduzione diodo (modello V_{ON}).
- Per $V_{CE} > 0 - 0.2V$ non siamo in saturazione.
- $V_{BE} \approx 0.6V$ $i_C = \beta i_B$.

Commenti sul transistor

- Una piccola corrente i_B comanda una grande corrente i_C, quindi un segnale debole alla base ne può comandare uno grande in un carico ”grande”.
- i_C è quasi indipendente da V_{CE}; si può usare V_{BE} per programmare una sorgente di corrente.
- E' importante $\beta \gg 1$ più che il suo valore preciso. Per $\beta \gg 1$ abbiamo $i_E \approx i_C$.
- L'equazione di Shocley non è fondamentale; approssimativamente $V_{BE} \approx 0.6V$ spiega la dinamica, i limiti del circuito.

20 Interruttore BJT

In questo circuito abbiamo: un generatore a corrente costante $+V_{CC}$, poi la maglia si divide e da un lato va in R_B e poi alla base del transistor, dall'altro in R_C e al collettore. Abbiamo 3 equazioni:

$$V_{CC} - i_C R_C - V_{CE} = 0 \qquad V_{CC} - i_B R_B - V_{BE} = 0 \qquad i_B + i_C = i_E$$

Da qua otteniamo :

1 - Calcolo di $i_{SAT}\,(V_{CE} = 0)$: $i_{SAT} = \frac{V_{CC}}{R_C}$

2 - Calcolo di i_B : $i_B = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_B} \approx \frac{V_{CC} - 0.6V}{R_B}$

3 - Calcolo di i_C : $i_C \approx \beta i_B \approx \beta \frac{V_{CC} - 0.6V}{R_B}$

Potenze dissipate :

- nel carico, con il massimo a $i_C = i_{SAT}$ $\quad P_L = i_L^2 R_L$
- nel transistor $P_{BJT} \approx V_{CE} i_C = (V_{CC} - i_C R_L) i_C = \frac{V_{CC}^2}{R_L}(1 - \frac{i_C}{i_{SAT}})\frac{i_C}{i_{SAT}}$

Gli interruttori BJT sono tipicamente usati in saturazione: accende grande corrente con piccolo segnale, inoltre apre molte porte per accensioni da remoto ed elettronica digitale. Noi li useremo a regime attivo.

21 Emitter follower

Per introdurre l'idea del circuito vediamo un transistor che in uscita ha una resistenza R_L. Dal collettore abbiamo una $+V_{CC}$ costante mentre dalla base un segnale V_{IN}. Se prendiamo in considerazione piccoli segnali e misuriamo V_{OUT} da subito dopo l'emettitore (prima di R_L) avremo:

$$\delta V_B \approx \delta V_E \Longrightarrow \delta V_{IN} \approx \delta V_{OUT} \qquad G = \frac{\delta V_{OUT}}{\delta V_{IN}} \approx 1$$

- **Impedenza in entrata :** Se cerchiamo che impedenza "vede" il segnale in ingresso alla base troviamo :

$$\delta i_{IN} = \delta i_B = \frac{\delta i_E}{\beta+1} = \frac{\delta V_E}{(\beta+1)R_E} \approx \frac{\delta V_E}{(\beta+1)R_E} \qquad Z_{IN} \equiv \frac{\delta V_{IN}}{\delta i_{IN}} = (\beta+1)R_L$$

  quindi una piccola corrente alla base vede un'impedenza β-volte più grande. Possiamo quindi vedere il circuito, visto dalla base, come un singola resistenza, senza transistor, di valore $\beta+1$ volte quello di R_L.

- **Impedenza in uscita :** per questa invece avremo :

$$\delta V_{OUT} \approx \delta V_{IN} = \delta V_S - Z_S \delta i_{IN} \approx \delta V_S - \frac{Z_S}{\beta+1}\delta i_L$$

$$Z_{OUT} \equiv -\frac{\delta V_{OUT}}{\delta i_L} \approx \frac{Z_S}{\beta}$$

  dove Z_S è l'impedenza trovata prima del transistor. Quindi in questo caso il circuito che vede il generatore è una resistenza di $\frac{Z_S}{\beta}$ che va direttamente a V_{OUT}.

Quindi l'emitter follower serve per adottare l'impedenza di sorgente al carico; una sua variante è usata nei sistemi di amplificazione audio.
L'emitter follower funziona solo con corrente continua o in alternata con accoppiamento a continua per mantenere la polarizzazione diretta.

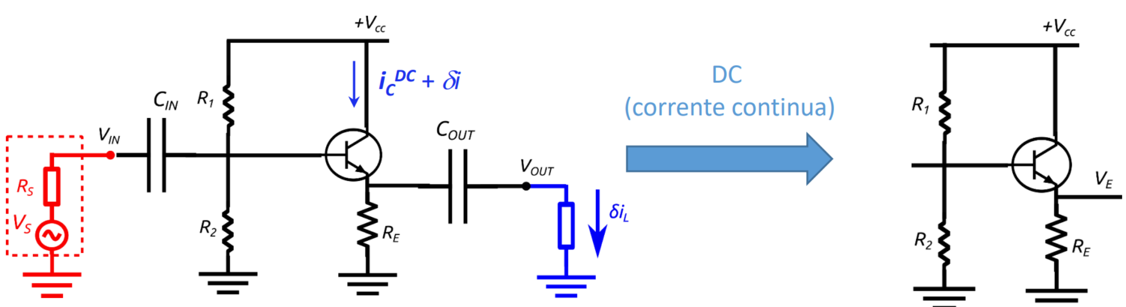

Figure 5: Emittere follower in accoppiamento

- **Punti di lavoro :**
Idea sarebbe avere dei punti (valori) fissi a corrente costante. Abbiamo un partitore R_1/R_2 che fissa V_B^{DC} (idealmente $\approx \frac{V_{CC}}{2} + 0.6V$) che fissa $V_E^{DC} \approx \frac{V_{CC}}{2}$ o $i_C^{DC} \approx \frac{V_{CC}}{2R_E} \approx \frac{i_C^{SAT}}{2}$ che è chiamata corrente quiescente. C_{IN} crea un passa alto con $G \approx 1$ per $f \gg f_{3dB}$ mentre C_{OUT} crea un passa alto in uscita per togliere segnale DC. Per avere questi valori aggiustiamo il rapporto R_1/R_2 (tipicamente trimmer) misurando V_E^{DC}. Trascurando poi la corrente di carcio ed introducendo il segnale in alternata avremo : $i_{SAT} \approx \frac{V_{CC}}{R_E}$ e $i_C \approx i_C^{DC} + \delta i sin(\omega t)$. A saturazione avremo unn troncamento del segnale in uscita. C_{IN} crea un passa alto con impedenza Z_{IN} con una banda che inizia da f_{3dB}, dove Z_{IN} si ricava dal circuito equivalente che vede le resistenze poste in parallelo, quindi: $Z_{IN} = R_1||R_2||\beta(R_E||R_L)$.

$$\delta\tilde{V}_{IN} \approx \delta\tilde{V}_B \qquad Z_{IN} \equiv \frac{\delta\tilde{V}_{IN}}{\delta\tilde{i}_{IN}} \approx R_1||R_2 \qquad f_{3dB} \approx \frac{1}{2\pi Z_{IN} C_{IN}}$$

Il circuito equivalente in uscita sarà invece :

$$V_{OUT} \approx G_0 V_S \frac{Z_{IN}^0}{Z_{IN}^0 + R_S} - \delta i_L Z_{OUT} \quad \text{per} \quad f_{3dB} \gg \frac{1}{2\pi C_{IN}(R_1||R_2||\beta R_E}$$

Ricapitolando :

- Guadagno a circuito aperto

$$G_0 \approx \frac{(\beta+1)R_E}{(\beta+1)R_E + r_e} \approx 1$$

- Impedenza in ingresso a circuito aperto

$$Z_{IN} = R_1||R_2||\beta(R_E + r_e) \approx R_1||R_2$$

- Impedenza in uscita

$$Z_{OUT} \approx R_E||[r_e + \frac{R_1||R_2||R_S}{\beta}] \approx r_e + \frac{R_S}{\beta}$$

N.B. r_e è la resistenza del transistor e vale

$$r_e = \frac{25\Omega}{\frac{i_C}{1\text{mA}}}$$

- **Limiti emitter follower :**

  – Ci serve $R_1||R_2 \ll \beta R_E$ per fissare in modo stabile V_B^{DC}, i_C^{DC}.
  – Spreca impedenzza elevata "intrinseca" $\beta R_E||R_L$ con la rete di polarizzazione.
  – Si può eliminare il partitore in ingresso usando un secondo alimentatore negativo ad emettitore : polarizza il BJT anche col segnale a media nulla oltre che eliminare la rete di polarizzazione.
  – C'è un grande spreco di potenza che risulta in un problema termico del circuito: la dissipazione del transistor è massimo senza segnale (quindi con corrente quiescente), mentre P_{MAX} del carico è una piccola frazione della dissipazione della corrente quiescente.

22 Amplificatore ad amettitore comune

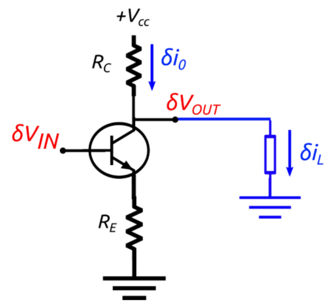

Figure 6: Amplificatoread emettitore comune

In questo modello vediamo che V_{OUT} la prendiamo sul collettore prima del transistor ma dopo R_C, l'analisi semplice è:

$$V_{OUT} = V_{CC} - i_0 R_C \longrightarrow \delta V_{OUT} = -\delta i_0 R_C \quad V_B - V_{BE} = V_E \quad \delta V_{IN} \approx \delta V_E \approx \delta i_0 R_E$$

$$\delta V_{OUT} = -\delta i_0 R_C \approx -\delta i_E R_C \approx -\frac{\delta V_E R_C}{R_E} \approx -\delta V_{IN} \frac{R_C}{R_E} \quad G_{NOM} \equiv \frac{\delta V_{OUT}}{\delta V_{IN}} \approx \frac{R_C}{R_E}$$

Ricordiamo che $V_{BE} = 0.6V$ è un'approssimazione, infatti cambiando V_{IN} cambia anche i_C e V_{BE}, per cui se includiamo anche quest'ultima avremo :

$$\delta V_{OUT} = -\delta i_0 R_C \approx -\delta V_{IN} \frac{R_C}{R_E \frac{\beta+1}{\beta} + r_e} \equiv G_0 \delta V_{IN} \qquad G_0 \approx \frac{R_C}{R_E + r_e} \approx G_{NOM} \frac{R_E}{R_E + r_e}$$

Andando a considerare che $i_0 = i_C + i_L$ e usando le leggi delle maglie avremo che i_C è in funzione solo (quasi) di V_{BE}, indipendentemente da i_L e vediamo che l'impedenza in uscita $Z_{OUT} = R_C$, mostrandoci come, vista dal collettore il transistor sia una sorgente di corrente. Il circuito equivalente in questo caso è

$$\delta V_{OUT} \approx G_0 \delta V_{IN} - \delta i_L Z_{OUT} \qquad G_0 \approx G_{NOM} \frac{R_E}{R_E + r_e}$$

23 Amplificatore ad emettitore comune con AC

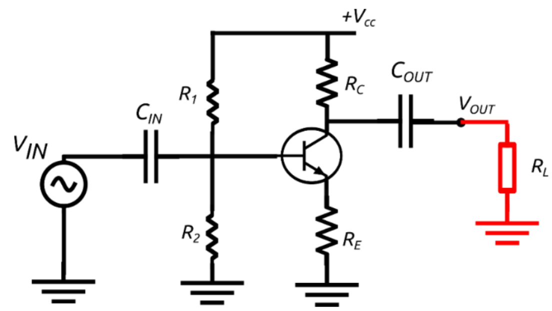

Figure 7: Amplificatore ad emettitore comune con accoppiamento AC

Teniamo la rete di polarizzazione per fissare i punti di lavoro e tenere attivo il BJT con V_{IN} a media nulla.

$$i_C^{DC} \approx \frac{i_{SAT}}{2} \quad V_C^{DC} \approx \frac{V_{CC}}{2} \quad V_E^{DC} \approx \frac{V_{CC}}{2G_{NOM}} \quad V_B^{DC} \approx \frac{V_{CC}}{2G_{NOM}} + 0.6V$$

In laboratorio si tende ad aggiustare solo R_1/R_2 per avere $V_C^{DC} = \frac{V_{CC}}{2}$ e si sceglie $R_1||R_2 \ll \beta R_E$ (di un fattore 10) per avere punti di lavoro stabili e fissare $Z_{IN} \approx R_2$. Per evitare "clipping" o non linearità scegliamo i nostri parametri su misura : R_E su G_{NOM}, C_{IN} e C_{OUT} per fissare frequenza minima, scegliamo l'ordine di grandezza di R_2 e i_C^{DC}.

24 Sorgente di corrente BJT

Nel circuito è caratterizzata da due cerchi parzialmente sovrapposti in parallelo con una resistenza R_S :

- idealmente $R_S \to \infty$
- corrente indipendente dal carico e quindi dalla caduta di potenziale
- idealmente la sorgente ti da una d.d.p. necessaria a una qualsiasi i_0.

Se scriviamo V_L la caduta di potenziale ai capi di R_S avremo che la corrente che va al carico è $i_L = i_0 - \frac{V_L}{R_S}$; una pila in serie con grande resistenza funge da sorgente di corrente...oppure usiamo un BJT! Usando quindi il circuito precedente 6 potremo programmare una corrente i_L :

$$i_L \approx i_C \approx i_E \frac{\beta}{\beta+1} \approx \left(\frac{V_E}{R_E}\right)\frac{\beta}{\beta+1} \approx \left(\frac{V_B - 0.6V}{R_E}\right)\frac{\beta}{\beta+1} \approx \frac{V_E}{R_E}$$

in questa analisi i_C è indipendente da R_L. Funziona per qualsiasi carcico purchè non vada in saturazione, dipende da β e V_{BE} e si aggiusta R_1/R_2 misurando i_L.

$$i_{SAT} = \frac{V_{CC}}{R_E + R_L} \qquad R_L < \frac{V_{CC}}{i_0} - R_E \qquad R_E < \frac{V_{CC}}{i_0}$$

Inoltre per compatibilità con grande intervallo di R_L conviene limitare R_E che non va però tenuta troppo bassa per poter massimizzare R_S con BJT reale (effetto Early in cui i_C varia con V_{BE}). Un buon compromesso è :

$$R_E = \frac{V_{CC}}{2i_0} \quad \text{fornisce} \quad i_L \approx i_L \approx i_0 \quad \text{per} \quad R_L \in [0, R_E]$$

Nel caso si usi una corrente alternata è rilevante anche tenera in considerazione una componente capacitiva, sempre in parallelo con R_S.

25 Amplificatore differenziale

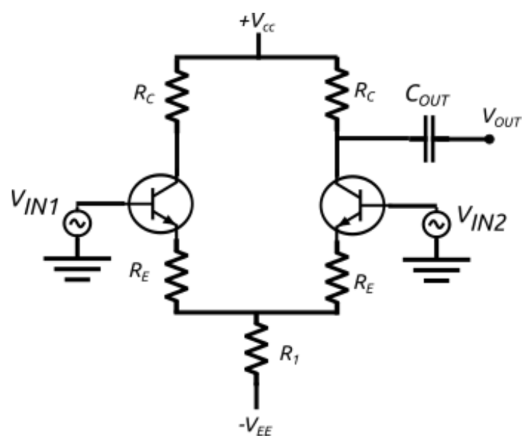

Figure 8: Amplificatore differenziale

E' un circuito che riesce ad isolare una piccola differenza fra due grandi segnali, noi usiamo il modello "long-tailed pair" :

- $R_1 \gg R_E$
- R_C/R_E fissa il guadagno differenziale
- R_C/R_1 fissa il guadagno a modo comune
- miglioreremo con una sorgente di corrente al posto di R_1

Avendo due correnti quiescenti i_0 che arrivano ai transistor avremo $2i_0$ in R_1 e quindi :

$$i_0 \approx i_2 \approx i_1 \approx \frac{V_{EE} - 0.6V}{R_E + 2R_1} \approx \frac{V_{EE} - 0.6V}{2R_1}$$

Dopo una serie di lunghi calcoli e analisi delle maglie con il segnale V_{IN1} e V_{IN2} attivi che danno rispettivamente contributo di $\frac{\Delta i}{2}$ e $-\frac{\Delta i}{2}$, troviamo

$$\delta V_{OUT} \approx \frac{R_C}{2(r_e + R_E)}\delta(\Delta V) - \frac{R_C}{r_e + R_E + 2R_1}\delta\bar{V}$$

$$G_\Delta \approx \frac{R_C}{2(r_e + R_E)} \qquad G_{CM} \approx -\frac{R_C}{r_e + R_E + 2R_1} \approx -\frac{R_C}{2R_1}$$

che con sorgente di corrente diventa (cambia solo modo comune) :

$$G_{CM} = -\frac{R_C}{2R_S}$$

- **Impedenza in ingresso**

$$\Delta i = \frac{\Delta V}{r_e + R_E} \qquad Z_{IN(\Delta)} \equiv \frac{\delta(\Delta V)}{\delta i_B} \approx \beta \frac{\Delta V}{\frac{\Delta i}{2}} \approx 2\beta(R_E + r_e)$$

  E' importante per la calibrazione con segnali di grande impedenza, similmente

$$Z_{IN(CM)} \approx \beta R_S$$

- **Impedenza in uscita**
  L'analisi è uguale all'amplificatore emettitore comune :

$$Z_{OUT} \approx R_C$$

  è impoertante per il carico dello strumento di misura. Il circuito equivalente sarà quindi un generatore alternata con un lato a terra, poi $Z_{OUT} = R_C$ che andrà nel C_{OUT} e poi nel carico (per noi tendenzialmente oscilloscopio).

26 Domande dell'esame

- Parlare dell'esperienza su Faraday, l'uso dell'amplificatore, la scelta dei guadagni e la Zin e Zout del circuito ricevente.

- L'esperienza di faraday si basa sull'uso delle leggi dell'induzione elettromagnetica di due bobine conduttrici. Abbiamo usato due circuiti diversi, uno collegato ad un generatore di corrente alternata e ad una prima bobina, mentre il secondo circuito partiva con la seconda bobina che, dalla variazione di flusso di campo magnetico dovuta dalla prima, genera una corrente che scorre nel secondo circuito. Il secondo circuito è invece costituito da un amplificatore differenziale nella configurazione "long-tailed pair" che appunto serve ad amplificare il segnale in ingresso. I guadagni sono sempre fissati dalle resistenze usate, in dettaglio il guadagno differenziale è $G_\Delta \approx \frac{R_C}{2(r_e+R_E)}$ mentre il guadagno a modo comune, utilizzando una sorgente di corrente BJT va molto vicino a zero. Possiamo inoltre approssimare il circuito ricevente, con Thevenin, ad un generatore di alternata, in serie con un induttanza che si collega al nostro Z_{IN}: $\tilde{V}_R = j\omega M_{RS} - j\omega L_R$ ed è la d.d.p. ai capi di Z_{IN} e possiamo riscriverla come un partitore
$$V_R = \varepsilon_R \frac{Z_{IN}}{Z_{IN} + j\omega L} \approx \varepsilon$$
andando a notare come l'autoinduttanza della bobina conti ben poco. Il valore dell'impedenza è $Z_{IN} = 2\beta(r_e+R_E)$. Per quanto riguarda l'impedenza in uscita è ovviamente e costantemente $Z_{OUT} \approx R_C$.

- Perché in configurazione "guadagno differenziale" mettiamo uno degli ingressi a terra?

- Bisogna mettere le basi a terra per fare in modo che il transistor non vada in interdizione, ovvero la fase in cui $V_{BE} < 0$ e $i_B = 0$.

- A frequenza nota e priva di errore, dati i parametri A e B delle curve corrente sorgente e voltaggio (supposto puramente indotto), con le loro incertezze (piccole), cosa domina l'errore sulla misura (singola, a scopo informativo, pigliando un tempo a caso e i relativi dati insomma) del coefficiente di mutua induzione e come lo calcoleresti (propagazione degli errori sistematici dell'oscilloscopio).

- Ad alta frequenza l'errore più rilevante è quello dell'oscilloscopio sulla calibrazionne verticale di circa 1%, mentre a basse frequenze abbiamo un rumore dovuto dalla posizione e caratteristiche dei singoli fili: infatti per questo abbiamo effettuato una calibrazione con la bobina ricevente staccata dal circuito per vedere quanto valeva il segnale nel secondo circuito.

- Che tipo di effetti passa alto/ passa basso ci sono nel guadagno dell'amplificatore differenziale?

- In questo tipo di circuito sono sempre presenti effetti di tipo passa basso, ma non so ancora spiegare perchè.

- Dimostrare con valori numerici che il coefficiente di autoinduttanza è trascurabile rispetto a quello di mutua induttanza.

- Come scritto nella risposta precedente:
$$V_R = \varepsilon_R \frac{Z_{IN}}{Z_{IN} + j\omega L} \approx \varepsilon$$

dove

$$Z_{IN} = 2\beta(r_e + R_E)$$

Oppure sostituendo i valori numerici delle esperienze con le varie formule di induttanza e autoinduttanza.

- Amplificatore a emettitore comune: mi ha dato un disegno con dei dati (Vc, Vb, Rc, Re) e mi ha fatto calcolare:
  – la corrente in c, la corrente di saturazione;
  - questa corrente la trovi usando le leggi delle maglie: sappiamo che la saturazione comporta una $V_{CE} \approx 0$ e $i_C = i_E - i_B \approx i_E$ per cui basta sostituire i valori nelle equazioni.
  – Era in saturazione: qual è la condizione di lavoro ideale e come arrivarci;
  - la condizione di lavoro ideale è $i_C = \frac{i_{SAT}}{2}$ e ci si può arrivare cambiando V_B.
  – Oltre a fissare il guadagno, quando costruisco l'amplificatore fisso la corrente quiescente in c. Perché? (La corrente in c determina $R_C \longrightarrow Z_{OUT}$, abbiamo poi fatto un discorso sul circuito equivalente di thevenin e sull'importanza di Zout piccola rispetto al carico).
  - Sappiamo che il guadagno è fissato dal rapporto R_C/R_E e la corrente i_C dipende ovviamente anche dalla resistenza $R_C = Z_{OUT}$.
  – come posso fare ad aumentare il guadagno senza toccare le resistenze?
  - Per fare questo uso un condensatore bypass (a doppia polarizzazione che permette alla corrente di evitare la resistenza R_E andando a scaricare come a corto circuito; il guadagno diventa quindi

    $$G = \frac{R_C}{r_e}$$

    Se invece si vuole mettere una resistenza prima del bypass nuovamente il guadagno cambia prendendo in considerazione soltanto la resistenza posta prima del bypass.

- Amplificatore differenziale:
  – Parlare in generale del Vout di un amplificatore differenziale (come si può scrivere, definizione di segnale differenziale e segnale a modo comune);
  - Il V_{OUT} si scrive come la somma dei segnali a modo comune (la caduta di potenziale della corrente in DC) e del segnale differenziale (ovvero quello in entrate dal generatore): l'equazione semplice è

    $$\delta V_{OUT} = \frac{\delta(\Delta i)}{2} R_C - \delta i_0 R_C$$

    che con qualche calcolo in più diventa :

    $$\delta V_{OUT} \approx \frac{R_C}{2(r_e + R_E)}\delta(\Delta V) - \frac{R_C}{r_e + R_E + 2R_1}\delta\bar{V}$$

    $$G_\Delta \approx \frac{R_C}{2(r_e + R_E)} \qquad G_{CM} \approx -\frac{R_C}{r_e + R_E + 2R_1} \approx -\frac{R_C}{2R_1}$$

dove le due parti sono il segnale differenziale ed il segnale a modo comune. Più in generale il segnale a modo comune rappresente il segnale che passa uguale su entrambi i rami dell'amplificatore, mentre il segnale differenziale è quello che crea la differenza tra i due rami.

– Circuito Rc passa basso amplificato da un amplificatore differenziale: come ricavarsi tau del circuito, nel caso di frequenze abbastanza elevate, avendo a disposizione un oscilloscopio (ti scrivi Vout = H Vin - approssimi la funzione di trasferimento del passabasso usando Taylor- e vai a sostituire nell'espressione di Vout per l'ampli differenziale; poi nel modo comune trascuri il termine immaginario; concludi prendendo la parte immaginaria dei membri dell'equazione);

– Discussione sulla Zin dell'ampli differenziale (se prima la prendi infinita e poi finita, cosa cambia?).

- L'impedenza in ingresso di un amplificatore differenziale ha due formule distinte, se usiamo segnale differenziale o a modo comune:

$$Z_{IN(\Delta)} \equiv \frac{\delta(\Delta V)}{\delta i_B} \approx \beta \frac{\Delta V}{\frac{\Delta i}{2}} \approx 2\beta(R_E + r_e) \qquad Z_{IN} \approx \beta R_S$$

• Amplificatore emettitore comune: guadagno, condensatore bypass e che condizioni per fare le approssimazioni, a che valore costante tende il guadagno? (Slide 54 degli appunti amplificatori), legame tra R_C e r_e.

- Il guadagno con condensatore bypass va a tagliare fuori la resistenza successiva all'emettitore, portandoci quindi a considerare solamente la resistenza del transistor

$$G = \frac{R_C}{r_e}$$

• Impedenza di un elemento, fasori, differenza di fase;

- L'impedenza di un elemento può essere vista come vettori nel piano immaginario, con quindi una componente reale ed una immaginaria nella forma

$$\tilde{C}(t) = Ce^{j\omega t} \qquad C(t) = Ccos(\omega t + \Phi) = Re[\tilde{C}e^{j\Phi}e^{j\omega t}] = Re[\tilde{C}e^{j\omega t}]$$

Per cui la differenza di fase non è altro che la differenza del punto di inizio del movimento di un vettore rispetto ad un altro, oppure istantaneamente è la differenza di angolo di rotazione rispetto all'asse reale di due vettori. Potendoli considerare vettori ovviamente possiamo considerare la loro somma/sottrazione come quella di due vettori (sempre nel piano complesso). In generale i fasori possono essere usati anche per altre grandezze come l'intensità di corrente o il voltaggio, andando a vedere queste grandezze (quando per esempio uso corrente alternata) con un ampiezza costante ma con parte reale ed immaginaria variabili, di cui noi misuriamo soltanto la parte reale. Questo procedimento ci è utile quando per esempio andiamo a calcolare funzioni di trasferimento di amplificatori.

• Guadagno di un emettitore comune con carico (G_0 * partitore tra Z_{OUT} e Z_L); data Z_L di massimo 1 kOhm e un'attenuazione sul guadagno di massimo 0.9, che corrente scorre?

- In questo circuito abbiamo che il guadagno è

$$G_0 = G_{NOM} \frac{R_E}{R_E + r_e}$$

per cui se contiamo che $r_e = \frac{25\Omega}{\frac{i}{1mA}}$ possiamo sostituire in formula e ottenere quello che ci interessa (non sono sicuro sia così).

- Emitter follower con generatore attaccato alla base, con valori numerici: il transistor va in saturazione?

- Difficile rispondere senza i dati, in ogni caso la corrente di saturazione è, non contando una resistenza prima del collettore:

$$i_{SAT} = \frac{V_{CC}}{R_E}$$

In linea generale bisogna scrivere le equazioni delle maglie e porre $V_{CE} = 0$ avendo quindi nel nostro caso :

$$V_{CC} - V_{CE} - i_E R_E = 0 \qquad i_{SAT} = \frac{V_{CC}}{R_E}$$

- Faraday: Zeff, circuito equivalente della ricevente, collegamento con l'ampli differenziale, Vout dell'amplificatore e quando è rilevante l'oscilloscopio (cioè se $\omega \cdot R_C * C_{OSC} \ll 1$).

- Abbiamo visto in una risposta precedente che il circuito ricevente si può riscrivere come una sorgente ε_R collegata in serie ad un' induttanza e ad una impedenza in ignresso Z_{IN} dove noi chiameremo V_{IN} la d.d.p. ai capi dell'impedenza: si viene quindi a creare un partitore tra induttanza e impedenza di cui possiamo (e ho scritto) scrivere la formula e in cui

$$Z_{IN} = 2\beta(R_E + r_e)$$

Invece l'impedenza efficacie la troviamo con:

$$Z_{EFF} = \frac{\tilde{\varepsilon}_R}{\tilde{i}_S} = \frac{\tilde{V}_{OUT}}{\tilde{V}_S} \frac{R_{LIM}}{G_{DIFF}}$$

dove: $\tilde{V}_{OUT} = \tilde{\varepsilon}_R G_{DIFF}$ per il fatto che amplifica il segnale che arriva in entrata alla base, che è ε_R, mentre ho semplicemente riscritto $\tilde{i}_S = \frac{\tilde{V}_S}{R_{LIM}}$ da come è fatto il circuito sorgente. Dopodichè abbiamo riscritto i voltaggi come fit del tipo $V(\omega) = A + B\omega$ e fatto tutto il resto. Ricordiamo anche con gli accenni di fisica che

$$\varepsilon_R = -\frac{di_S}{dt} M_{RS} = -\frac{d\Phi_R}{dt} \qquad \tilde{\varepsilon}_R = -j\omega\tilde{\Phi} = -j\omega M_{RS}\tilde{i}_S$$

$$Z_{EFF} \equiv \frac{\tilde{\varepsilon}_R}{\tilde{i}_S} = j\omega M_{RS}$$

- Amp. differenziale, perchè colleghiamo una base a massa? (perchè se no il transistor è in interdizione) Perchè vogliamo Vc = Vcc/2 e non 0, in DC? (Perchè mettendo gli input a massa, Ve è fissato a -0.6 V)

- La base a massa ci permette di lavorare con il transistor che altrimenti andrebbe in interdizione perdendone l'uso. Per l'altra domanda credo la risposta sia che con gli input a massa abbiamo $V_E = -0.6V$, ma non capisco bene che vuol dire.

- Doppio passa basso, calcolo della funzione di trasferimento e limite in cui coincide con il prodotto delle funzioni dei due stadi; poi il valore del rapporto H(2f)/H(f) per alte frequenze (risultato un quarto); poi ha chiesto l'emettitore comune (guadagno impedenze in ingresso/uscita, resistenza dinamica e qualche domanda sulle cose fatte in lab in quell'esperienza e la scelta delle varie componenti + qualche domandina random)

- Il doppio passa basso è un circuito con, in serie, due passa basso, ovvero resistenza in parallelo con condensatore, seguita da una resistenza in parallelo col condensatore. Per scrivere la funzione di trasferimento dobbiamo trovare il voltaggio in uscita perima del carico che farei come somma dei voltaggi in uscita dai due filtri:

$$V_{OUT1} = V_{IN}\frac{Z_{C1}}{R_1 + Z_{C1}} \quad V_{OUT2} = V_{OUT1}\frac{Z_{C2}}{R_2 + Z_{C2}} \quad V_{OUT} = V_{IN}\frac{Z_{C1}}{R_1 + Z_{C1}}\left(\frac{2Z_{C2} + R_2}{Z_{C2} + R_2}\right)$$

  Per la funzione di trasferimento basta dividere il V_{OUT} per il V_{IN} e sostituire l'impedenza del condensatore con il suo valore complesso dipendente dalla frequenza. Su emettitore comune ho speso gia tante parole:

$$Z_{IN} = (\beta + 1)R_E \qquad Z_{OUT} = R_C$$

  . La resistenza dinamica è legata ai diodi, che hanno una resistenza che varia al variare della corrente (proprio come il transistor).

- Faraday, introduzione teorica (la fisica che ci sta dietro), alcune applicazioni con l'amplificatore differenziale (cos'è ΔV e V medio, passa basso con l'oscilloscopio...)

- Introduzione teorica gia stata fatta mille volte, mentre ΔV è la differenza fra i voltaggi (i segnali) nei due bracci, e $\bar{V}$ è la media dei voltaggi in ingresso nei due bracci, faccio riferimento alla figura 8.

- Amplificatore differenziale, calcolare la corrente quiescente e i guadagni. Poi ha chiesto di calcolare Z_out (e quindi anche il teorema di Thevenin), e il guadagno effettivo con l'oscilloscopio collegato.

- La corrente quiescente è fissata da V_CC, infatti avremo per ogni braccio:

$$-0.6V - i_0R_E - 2i_0R_1 + V_{EE} = 0 \Longrightarrow i_0 = \frac{V_{EE} - 0.6V}{R_E + 2R_1}$$

  con un guadagno a modo comune di $G = -\frac{R_C}{2R_1}$ e guadagno differenziale $G = \frac{R_C}{r_e + R_E}$

- Wheatstone (le domande che ha fatto erano un po' strane quindi scriverò anche le risposte):

  – descrizione generale del ponte di wheatstone e calcolo di deltaV, discussione del bilanciamento del ponte (sia con Gcm = 0 che con Gcm non trascurabile);

- Non so bene cosa voglia dire con guadagno a modo comune in un ponte di Wheatstone. La descrizione è abbastanza semplice, abbiamo due partitori in parallelo e voglio sapere qual è la differenza di potenziale tra le due partizioni: le resistenze del primo partitore le chiamo R_R e R_X mentre quelle del secondo partitore le chiamo R_1 e R_2. La condizione di bilanciamento, ovvero con la differenza tra i due partitori uguale a zero, è ovviamente con le formula delle due partizioni uguagliate, quindi:

$$\frac{R_X}{R_R + R_X} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

  Generalmente usiamo il ponte di Wheatstone per calibrare o trovare delle resistenze incognite (R_X) tramite quella formula, che va in realtà corretta: quello che facciamo è chiamare la nostra impedenza $Z_X = R_X + \delta Z_X$, che andando a sostituire all'interno della formula della differenza di potenziale fra i partitori diventa:

$$\Delta V = V_{IN}[\frac{-R_R}{R_X + \delta Z_X + R_R} + \frac{R_1}{R_1 + R_2}] = V_{IN}\frac{R_R}{(R_R + R_X)^2}\delta Z_X \Longrightarrow Z_X = R_X + \frac{\Delta V}{V_{IN} + \frac{R_R}{(R_R+R_X)^2}}$$

  – come varia deltaV a variazioni di capacità Cx, mi sono dovuto ricavare il formulone da zero (esercizio 9 del syllabus, ci sono da quello che so almeno 3 metodi per ricavare quella formula, weber preferisce l'espansione di taylor);
  – se aggiungo una capacità Cx posso bilanciare il ponte agendo solamente su R1 e R2? (la risposta è no perchè dalla formula di deltaV per cambiamenti di Cx si vede che sostituendo Rx = Rr * R2 / R1 non si riesce ad annullare deltaV, una spiegazione fisica approssimativa è che V1 e V2 non sono perfettamente in fase e quindi una loro "combinazione lineare non può dare somma nulla);
  – ho a disposizione Vin e Vout sull'oscilloscopio, come faccio a sapere se lo sbilanciamento è dovuto a una resistenza o a una capacità (basta guardare la fase tra Vin e Vout);
  – adesso hai solo Vout picco-picco (quindi niente Vin e misure di fase), come fai a sapere se lo sbilanciamento è dato da una resistenza o da una capacità? (qui si può rispondere in due modi: 1)giochi con R1 e R2 e se non riesci a bilanciare il ponte hai una capacità (corretta, ma non era la risposta che voleva) oppure 2) se Vout cambia al cambiare della frequenza lo sbilanciamento è capacitivo (nella formula compare un fattore w)).
  – partitore tra Zin e Zout, scrivergli la formula di Zin e Zout.

- Sorgente di corrente BJT: come faccio a scegliere la resistenza da mettere nella base affinché il transistor sia in regime di saturazione (supponendo di conoscere il fattore beta)?; Impedenza in ingresso all'amplificatore differenziale; Come influisce sulle misure dell'esperienza di Faraday l'impedenza in ingresso dell'amplificatore?

- Solitamente in una sorgente di corrente BJT si usa un partitore resistivo alla base che mi controlla V_B e di conseguenza anche V_E che mi controlla la corrente di carico:

$$i_L \approx i_C \approx i_E\frac{\beta}{\beta + 1} \approx \frac{V_B - 0.6}{R_E}\frac{\beta}{\beta + 1} \approx \frac{V_E}{R_E}$$

  . L'impedenza in ingresso di un amplificatore differenziale invece è $Z_{IN} = 2(R_E + r_e)$, l'influenza che ha con le misure è che essa crea un partitore con l'impedenza della bobina ricevente, infatti possiamo vedere il circuito come: un generatore ideale di corrente alternata in serie con una bobina, in serie con l'impedenza in ingresso del circuito:

$$\tilde{\varepsilon}_R - j\omega L\tilde{i}_R - \tilde{V}_R = 0$$

- Come si calcolano gli errori del coefficiente M_{rs} di induzione mutua considerando solo che il V_{OUT} misurato avesse errore, e il resto fosse noto senza incertezza,considerando $V_{OUT} = Asin(\omega t) + Bsin(\omega t)$ avendo $\sigma A = \sigma$. Mi ha fatto disegnare un circuito passa basso con un tao molto piccolo collegato ad un amplificatore differenziale ($V_{IN} = V1$ e $V_{OUT} = V2$) appunto per riuscire ad avere una misura del tao. Mi ha fatto scrivere a cosa è uguale il Vout (complesso) dell'amplificatore differenziale: $V_{OUT} = G_{DIFF}(\Delta V) + G_{CM}\bar{V}$ dove si scrive $V_1 = H(\omega)V2$. Domanda finale come si può capire se effettivamente stiamo misurando il tao? Dalla formula completa si evince che ci deve essere una proporzionalità fra V_OUT e la frequenza.

- Amplificatore ad emettitore comune, guadagno nominale, guadagno in presenza di un carico, banda di valenza dell'amplificatore in caso di un carico capacitivo (essenzialmente sostituendo Z_L con l'impedenza del condensatore si ottiene un filtro passa basso e da questo tiri fuori f_{3dB}). Come la corrente quiescente modifica la banda di valenza, poi quanto vale Z_{IN} e infine r (la resistenza tra V_{BE}).

- In un amplificatore ad emettitore comune il guadagno nominale è dato dal rapporto tra δV_{OUT} e δV_{IN} che non è altro che il rapporto tra la resistenza al collettore e quella all'emettitore. Il guadagno in presenza di un carico non dovrebbe variare in quanto abbiamo visto che i_C è indipendente da i_L. Se invece il carico è un condensatore avremo ovviamente un filtro passa basso che creerà una banda di valenza su cui agisce il circuito, per estrapolare tau, e quindi la frequenza di taglio, basta trovare la resistenza R_C che può essere trovata dalla formula della corrente quiescente (posta a $\frac{i_{SAT}}{2} = \frac{V_{CC}}{2R_C}$). Per quanto riguarda

$$Z_{IN} = \frac{\delta V_{IN}}{\delta i_{IN}} = \frac{\delta V_E}{\frac{\delta i_E}{\beta}} = \frac{R_E \delta i_E}{\frac{\delta i_E}{\beta}} = \beta R_E$$

- Comunque le domande che mi ha fatto Bill sono state :
  - Voglio una sorgente di corrente BJT che faccia scorrere $50mA$ in un carico di resistenza $< 50\Omega$. Come la costruisco?
  - Innanzitutto partiamo con lo scrivere la formula principale che è $i_L \approx \frac{V_E}{R_E}$ dove V_E è gestito dal paritore posto in base. Inoltre abbiamo la formula della corrente di saturazione che è $i_{SAT} = \frac{V_{CC}}{R_L+R_E}$ che ci porta a dire $R_L < \frac{V_{CC}}{i_0} - R_E$.
  - Poi mi ha chiesto come faccio a stabilizzare i_0 se il generatore V_{CC} ha delle fluttuazioni : la risposta sostituire il partitore della rete di polarizzazione con un partitore con diodo zener. Le sue domande erano tipo "se Vcc varia di 10%, di quanto varia i_0?" (in entrambi i casi)
  - Poi alla fine mi ha chiesto "se voglio rendere il più possibile indipendente dal carico la corrente, mi conviene aumentare o diminuire R_E"? (bisogna aumentare, basta guardare l'espressione di R_S trovata con effetto early), e poi mi ha chiesto se posso aumentarlo quanto voglio oppure ho altri limiti (in questo caso invece entra in gioco la volontà di un ampio spettro di valori di R_L).

- Se ho un ponte di wheatstone (solo resistivo), che attacco ad un amplificatore differenziale. Quanto vale l'impedenza in uscita? Poi ha chiesto con un amplificatore reale cosa succede al δV_{OUT} [$\delta V_{OUT} = G_{\Delta} z \Delta V$]. Poi ha chiesto come calcolare R_0 partendo da V_{OUT} e come calcolarne l'incertezza [utilizza i fasori]. (26 nelle relazioni e 29 nel pratico per questo domanda ciotta)