



Ngôn ngữ lập trình C++

BÀI TẬP ÔN THI HSG TỈNH 2021



1☀. Ước chung lớn nhất trong đoạn

Cho hai số nguyên dương a và b và hai số nguyên n, m . Hãy tìm số nguyên dương x thỏa mãn:

- x là ước chung của a và b .
- $n \leq x \leq m$
- x có giá trị lớn nhất.

Dữ liệu cho trong file GcdSeg.Inp gồm:

- Dòng 1 ghi hai số nguyên dương a và b .
- Dòng 2 ghi hai số nguyên dương n, m .

Kết quả ghi trong file GcdSeg.Out là số x tìm được. Nếu không có số x thỏa mãn thì ghi -1.

Ví dụ:

GcdSeg.Inp	GcdSeg.Out
12 18	3
1 4	

Giới hạn:

- $1 \leq a, b \leq 10^{12}$;
- $1 \leq n \leq m \leq 10^{12}$.



2☀. Cưa máy

Một hàng cây gồm n cây đánh số từ 1 tới n , cây thứ i có chiều cao h_i . Người ta muốn khai thác gỗ từ những cây này bằng một máy cưa. Máy cưa vận hành như sau: Trước hết phải thiết lập một độ cao Δ cho lưỡi cưa, sau đó di chuyển máy cưa qua hàng cây. Mỗi khi máy cưa đi qua cây độ cao $h > \Delta$ thì cây đó bị cưa còn lại chiều cao Δ và người ta lấy được $h - \Delta$ mét gỗ từ cây này. Dĩ nhiên những cây có độ cao $\leq \Delta$ không bị cưa và người ta không lấy được gỗ từ những cây đó.

Yêu cầu: Cho dãy số nguyên dương m_1, m_2, \dots, m_k . Với mỗi giá trị m_j , tìm số nguyên Δ_j lớn nhất sao cho nếu đặt độ cao của lưỡi cưa là Δ_j thì tổng số mét gỗ khai thác được không ít hơn m_j ($j = 1, 2, \dots, k$).

Dữ liệu: Vào từ file văn bản SAW.INP như sau:

- Dòng 1 chứa hai số nguyên dương $n, k \leq 10^5$.
- Dòng 2 chứa n số nguyên dương h_1, h_2, \dots, h_n ($h_i \leq 10^9$)
- Dòng 3 chứa k số nguyên dương m_1, m_2, \dots, m_k ($m_i \leq h_1 + h_2 + \dots + h_n$)

Kết quả: Ghi ra file văn bản SAW.OUT một dòng k số nguyên $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_k$ tìm được.

Các số trên một dòng của input/output files được/phải ghi cách nhau ít nhất một dấu cách

Ví dụ

SAW.INP	SAW.OUT
4 2	15 16
20 15 10 17	
7 4	

**Giải thích:**

- Nếu đặt độ cao lưỡi cưa là 15, ta khai thác được 7m gỗ: 5 mét từ cây 1 và 2 mét từ cây 4;
- Nếu đặt độ cao lưỡi cưa là 16, ta khai thác được 5m gỗ: 4 mét từ cây 1 và 1 mét từ cây 4.

**3☀. Dãy con tăng dài nhất**

Cho dãy số nguyên A gồm n số hạng a_1, a_2, \dots, a_n . Ta gọi một dãy con của dãy A là dãy được tạo thành khi xóa đi (hoặc không xóa) một số các số hạng của dãy A , các số hạng còn lại vẫn giữ nguyên vị trí. Như vậy một dãy con của dãy A sẽ có dạng: $a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_k}$ trong đó $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n$. Số số hạng của dãy được gọi là độ dài của dãy.

Yêu cầu: Tìm dãy con tăng dài nhất của A , tức là tìm dãy con $a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_k}$ sao cho:

- $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n$.
- $a_{i_1} < a_{i_2} < \dots < a_{i_k}$.
- k đạt giá trị lớn nhất.

Dữ liệu cho trong file DAYTANG.INP gồm:

- Dòng đầu ghi số nguyên dương n ($n \leq 2000$).
- Dòng sau ghi n số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n ($|a_i| \leq 10^9$).

Kết quả ghi ra file DAYTANG.OUT gồm:

- Dòng đầu ghi số số hạng trong dãy con tăng dài nhất, tức là đưa ra k .
- Dòng thứ hai ghi các chỉ số của các số hạng trong dãy con tăng dài nhất, tức là đưa ra các chỉ số i_1, i_2, \dots, i_k .

Ví dụ:

DAYTANG.INP	DAYTANG.OUT
6	4
1 2 1 6 7 1	1 2 4 5

**4☀. Cặp lệch của hai dãy số nguyên**

Cho hai dãy số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n và b_1, b_2, \dots, b_n . Cặp chỉ số (i, j) được gọi là cặp lệch của hai dãy số $\{a_i\}$ và $\{b_i\}$ nếu thỏa mãn:

- $1 \leq i < j \leq n$
- $a_i + a_j > b_i + b_j$.

Yêu cầu: Đếm xem có bao nhiêu cặp (i, j) thỏa mãn.

Dữ liệu cho trong file PairAB.Inp gồm:

- Dòng đầu ghi số nguyên dương n ($n \leq 2 \times 10^5$).
- Dòng thứ 2 ghi n số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n ($|a_i| \leq 10^9$).
- Dòng thứ 3 ghi n số nguyên b_1, b_2, \dots, b_n ($|b_i| \leq 10^9$).

Kết quả ghi trong file PairAB.Out là số cặp (i, j) thỏa mãn.

Ví dụ:



PairAB.Inp	PairAB.Out
5	7
4 8 2 6 2	
4 5 4 1 3	