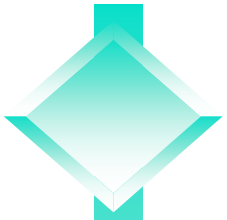
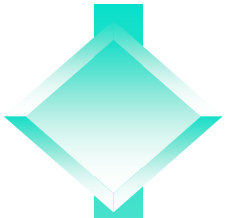


UNIVERSITÉ PARIS SORBONNE PARIS IV

Cours n°10
Algorithmique du texte I



Sommaire

Bibliographie

M. Crochemore, C. Hancart, T. Leroq, Algorithms on Strings, Cambridge University Press**, 2007.**

D. Gusfield, Algorithms on Strings, Trees, and Sequences, Cambridge University Press**, 1997.**

A. Apostolico, Z. Galil, Pattern Matching Algorithms, Oxford University Press Inc**, 1997.**

S.-S. Skiena, The Algorithm Design Manual (Hardcover), Springer, **2008**.

Sites

www.cs.helsinki.fi/u/ukkonen/

www.cs.helsinki.fi/group/suds

Arbre littéral (ou trie)

Définition

Arbre dont les arcs sont valués avec des symboles (e.g., caractères Unicode),

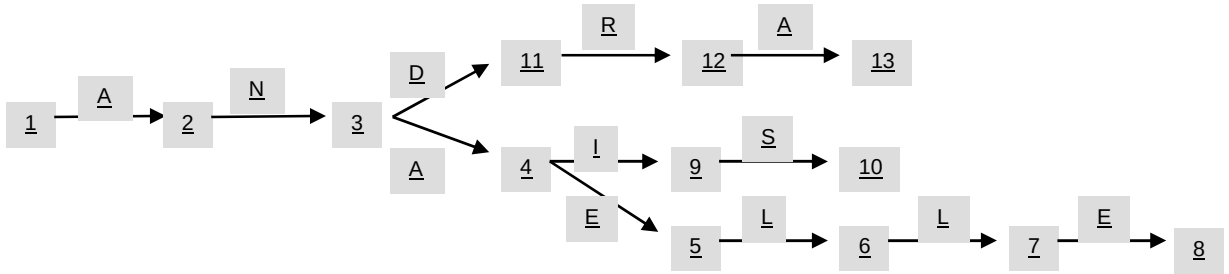
Symboles différents entre les fils d'un même sommet

Valuation d'un chemin

Mot correspondant à la concaténation des valuations des arcs du chemin

Mots d'un arbre littéral

Ensemble des valuations des chemins partant de la racine et arrivant à un sommet terminal



Arbre littéral de *ANAELLE*, *ANAIS* et *ANDREA*

Arbre littéral des suffixes

Soit A_w arbre littéral du mot w

Suffixes d'un mot w

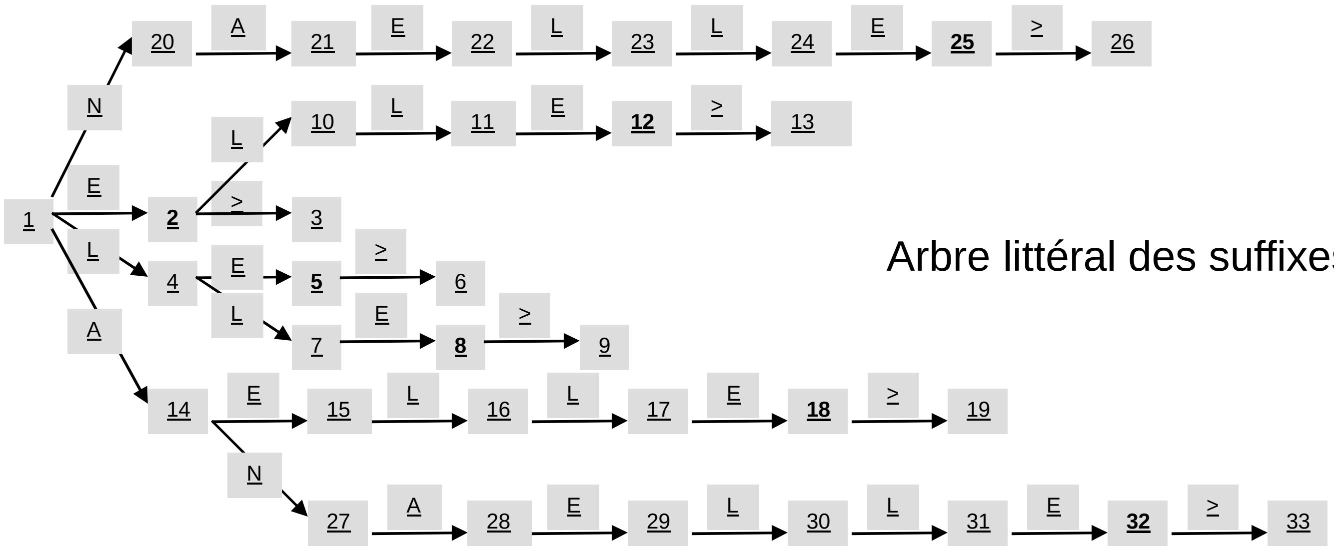
Ensemble des valuations des chemins de Aw arrivant à un sommet terminal

Préfixes d'un mot w

Ensemble des valuations des chemins de Aw partant de la racine

Arbre littéral des suffixes

Arbre littéral dont les mots sont les suffixes d'un mot w



Arbre littéral des suffixes de *ANAELLE*

Arbre des suffixes

Structure compressée de l'arbre littéral des suffixes

Soit un W un mot de taille n (e.g., les pages d'un site web)

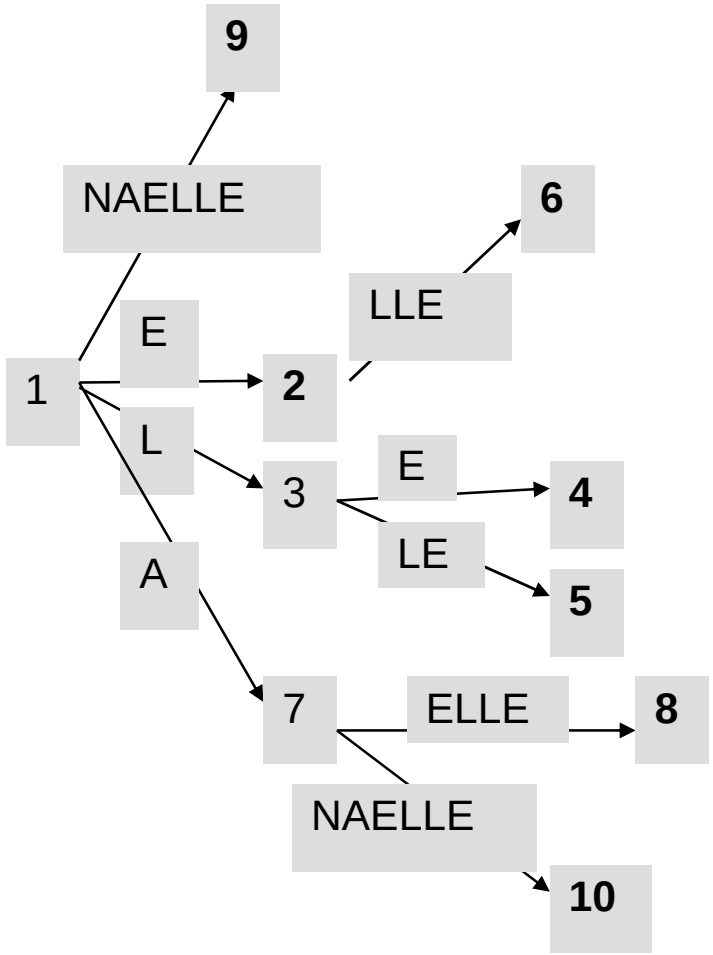
Cardinal(arbre littéral des suffixes de W) = n^2

Cardinal(arbre des suffixes de W) est en O(n) (<= 20 n)

Historique

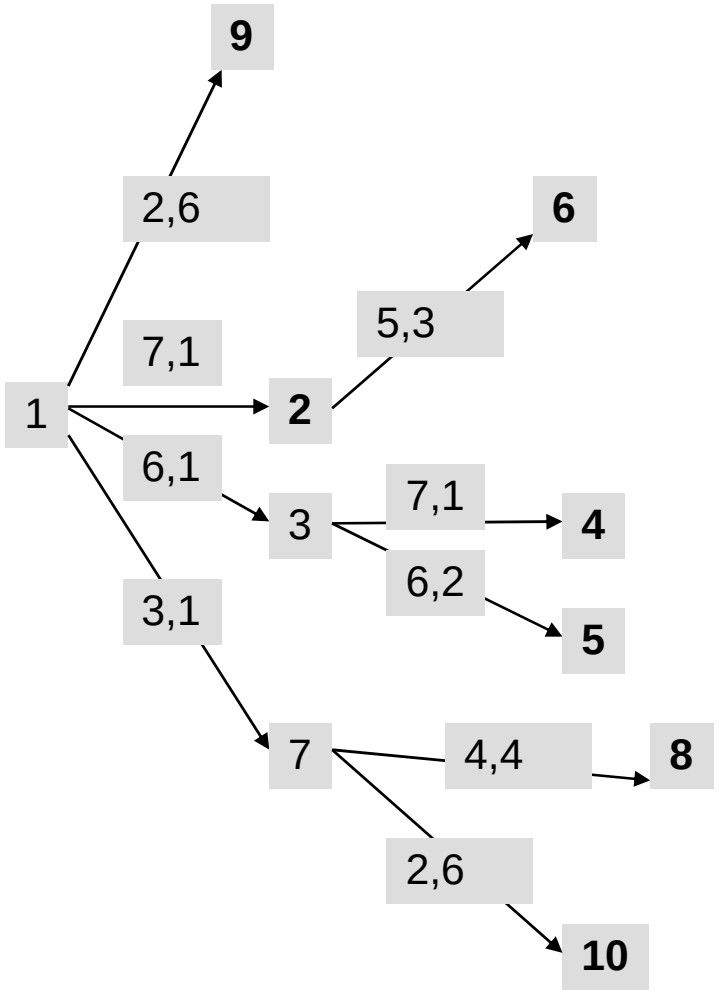
1973 Wiener	Premier algorithme de construction en un temps linéaire et une mémoire quadratique (algorithme de l'année 1973)
1976 McCreight	Algorithme off-line de construction en un temps linéaire et une mémoire linéaire
1992 Ukkonen	Algorithme on-line (temps réel) de construction en un temps linéaire et une mémoire linéaire
1999 Kurtz	Réduction de la mémoire nécessaire
2007 Sadakane	Réduction de la mémoire nécessaire

Arbre des suffixes du mot ANAELLE



Arbre des suffixes compacté du mot ANAELLE

Remplacement des sous-mots par deux entiers (début, taille)



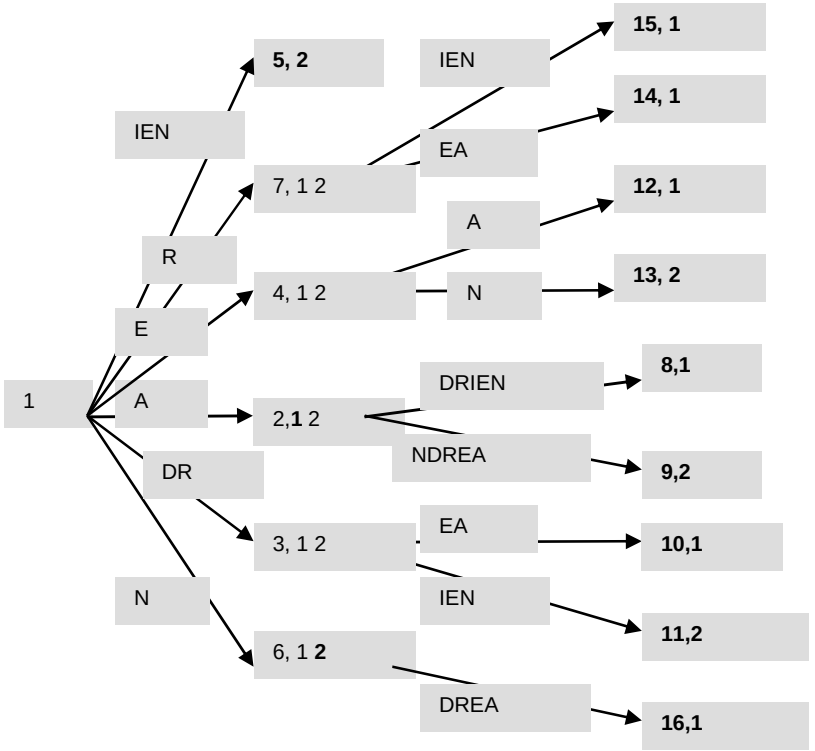
Arbre généralisé des suffixes

Arbre des suffixes pour un ensemble de mots (W1, W2, ..)

Variante de l'algorithme de construction,
Représentation compressée avec 3 entiers (débit, taille, numéro du mot)

Suffixes des mots ADRIEN et ANDREA

A (1)
ADRIEN(2)
ANDREA(1)
DREA(1)
DRIEN(2)
EA (1)
EN(2)
IEN(2)
N (2)
NDREA(1)
REA (1)
RIEN(2)



Recherche exacte de mots - Complexité

Recherche de S dans W (longueur (S) = m, longueur (W) = n)

(1) Algorithme naïf

```
i := 0;
1 :         j := 0;
            tant que S[j] =W[i+j] et j < m et (i+j) < n
            j  := j +1 ;
fin tant que
si j = m le motif est trouvé enregistrer la position trouvée (i)
sinon si i = n la recherche est terminée
                        sinon incrémenter i et aller à l'étape 1 :
```

Complexité en O(m * n)

(2) Algorithme KMP (Knuth-Morris-Pratt) 1975

Complexité en O(m + n)

(3) Algorithme arbre de suffixes

Complexité en O(m)

Exemple sur la recherche google « Sorbonne »

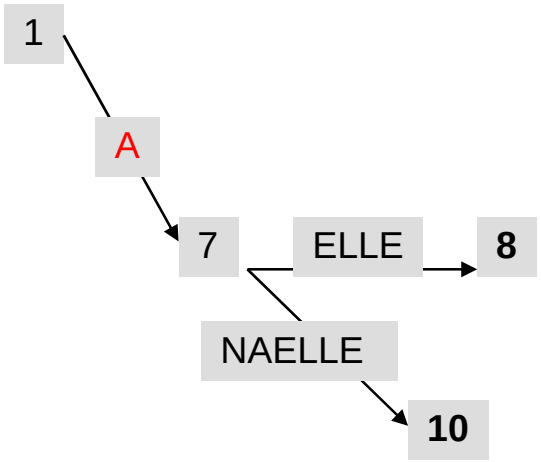
m = 8

n = 2 000 000 000 000 000 (2 millions de milliards de caractères)

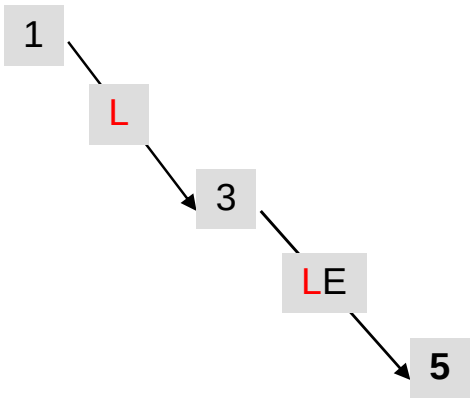
Recherche exacte de mots - Algorithme

Recherche de S dans W

Soit A_W l'arbre des suffixes correspondant à W
Recherche d'un sommet x de A_W où S est une sous-chaîne de la valuation du chemin de la racine à x
Si x n'existe pas alors il n'y a aucune occurrence de S dans W
Si x existe, il y a autant d'occurrences de S que de feuilles au sous-arbre x
Recherche des positions des occurrences de S en remontant des feuilles



2 Occurrences de A



1 Occurrence de LL

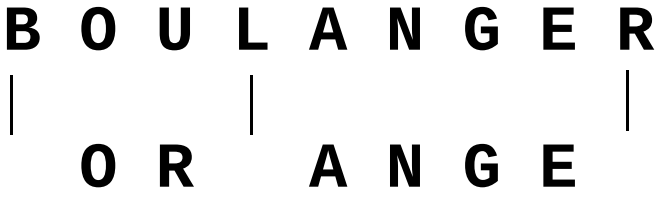
Recherche approchée de mots

Recherche de S dans W avec k modifications au maximum

Temps de recherche linéaire par rapport à la taille du mot cherché S et au nombre de modifications (k)

Trois types de modifications (distance de Levenshtein)

Suppression d'un caractère	c -> ϵ
Insertion d'un caractère	ϵ -> c
Substitution d'un caractère	c_1 -> c_2

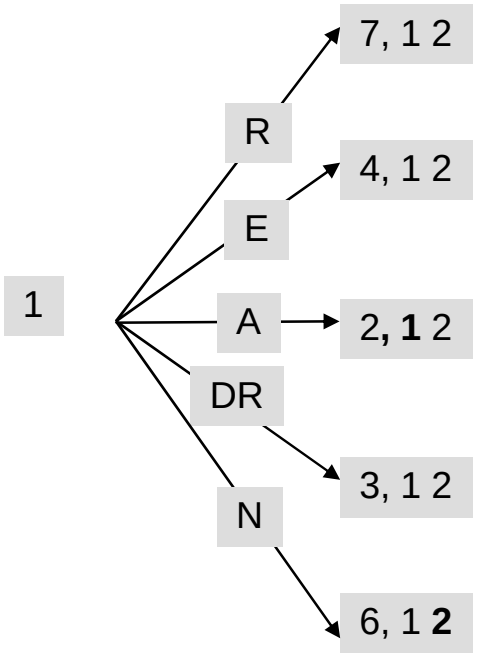


Programmation dynamique entre S et l'arbre de suffixes

Recherche de facteurs communs entre mots

Recherche des facteurs communs entre les mots W1, W2, .

Suite de caractères présent dans plusieurs mots.
Construction de l'arbre généralisé des suffixes de ces mots
Extraction du sous-arbre comprenant les sommets étiqueté avec tous les mots
Parcours en profondeur du sous-arbre



Sous-arbre des facteurs communs entre *ANDREA et ADRIEN*

Plus long facteur commun : DR

Recherche des plagiats

Autres applications en temps linéaire

Recherche du plus long sous-mot de W apparaissant au moins q fois

Recherche des occurrences les plus fréquentes des sous-mots de W

Recherche de séquences cycliques de sous-mots de W

Parcours de l'arbre de suffixes,

Applications importantes en génomique, en musicologie, et en linguistique computationnelle

Projet Succint Data Structure (SuDS)/cst

Implémentation d'un arbre de suffixe compressé

Arbre de suffixes d'un génome humain sur 8.8 GB,

Librairie en C++

Construction de l'arbre de suffixes

SSTree (uchar *W, ulong n, bool deletetext, unsigned samplerate, io_action IOaction, const char *filename)

W pointeur sur le texte
n taille du texte.
deletetext destruction du texte après construction (non par défaut)
samplerate Taux de compression pour les vecteurs de suffixes (non par défaut)
io_action lecture ou écriture sur fichier de l'arbre de suffixes (non par défaut)
filename Nom du fichier (rien par défaut)

Bibliothèques de fonctions membres (1)

Parcours dans l'arbre de suffixes

ulong **root** ()	**Nœud racine**
bool **isleaf** (ulong **v**)	**Est-ce que le nœud v est une feuille**
ulong **child** (ulong **v**, uchar **c**)	**Fils de v commençant par le caractère c**
ulong **firstChild** (ulong **v**)	**Premier fils de v**
ulong **sibling** (ulong **v**)	**Prochain frère de v**
ulong **parent** (ulong **v**)	**Parent de v**
ulong **depth** (ulong **v**)	**Profondeur du nœud v (en caractères)**
ulong **nodeDepth** (ulong **v**)	**Profondeur du nœud v (en noeuds)**

…

Accès au texte

uchar **edge** (ulong **v**, ulong **i**)	**$i^{ème}$ caractère du noeud v**
uchar* **edge** (ulong **v**)	**chaîne de caractères du noeud v**
uchar* **pathlabel** (ulong **v**)	**chaîne de caractères de la racine au noeud v**

Bibliothèques de fonctions membres et de fonctions (2)

Affichage de l'arbre des suffixes

void **PrintTree** (ulong **v**, int **d**)

Affichage des chaînes de caractères associées aux noeuds à partir du noeud v sur une profondeur d

Recherche dans l'arbre des suffixes

ulong **search** (uchar ***M**, ulong **m**)

Noeud correspondant à la recherche du mot M de taille m dans l'arbre de suffixes (0 en cas d'échec)

Recherche du plus long facteur commun entre deux mots A et B

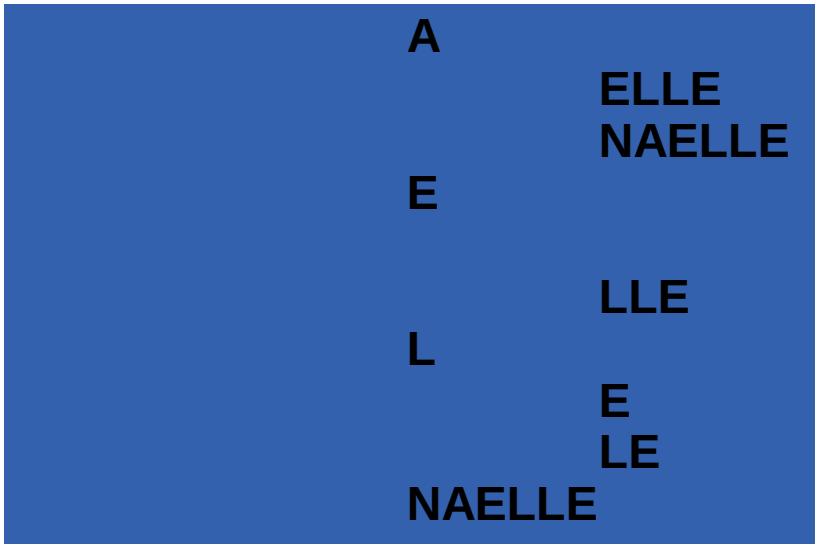
string **lcss** (string **A**, string **B**)

testConstruction.cpp

Construction et affichage de l'arbre des suffixes

```
cout << "lecture au clavier du mot" << endl;
string A; cin >> A;
SSTree *sst = new SSTree((uchar*)(A.c_str()), A.size()+1);

// Affichage de l'arbre de suffixes
 sst->PrintTree(sst->root(), 0);
```



Arbre des suffixes de ANAELLE

testSearch.cpp

Recherche d'un mot dans l'arbre de suffixes

```
int main() {
string A; char c;
ifstream fs("livres/adolphe.txt");
while (!fs.eof()) { fs.get(c); A += c;}
fs.close();
SSTree *sst = new SSTree((uchar*)(A.c_str()), A.size()+1);
cout << "lecture au clavier du mot" << endl;
string B; cin >> B;
ulong i =  sst->search((uchar*)(B.c_str()), B.size());
cout << "le numéro du noeud est " << i << endl;
cout << "il correspond au texte " << sst->pathlabel(i) << endl;
ulong d = sst->textpos(i);
cout << "dont la position est " << d << endl;
}
```

```
lecture au clavier du mot
Adolphe
le numéro du noeud est 103340
il correspond au texte Adolphe
dont la position est 30590
```

testLCSS.cpp

Calcul du plus long facteur commun

```
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <string>
#include "SuDS/SSTree.h"
#include "SuDS/Tools.h"

using namespace std;

int main() {
string A, B; char c;
ifstream fs1("livres/candide.txt");
while (!fs1.eof()) { fs1.get(c); A += c;}
fs1.close();
ifstream fs2("livres/l'histoire de l'archiduc albert.txt");
while (!fs2.eof()) { fs2.get(c); B += c;}
fs2.close();

cout << "le plus long facteur commun est " << lcss(A,B) << "\n\n";
}
```

Mémoire utilisée : 12 Mo

le plus long facteur commun entre les deux livres est

« ils se mirent tous à genoux »