第一章

1.5 一质点沿 x 轴作直线运动，t 时刻的坐标为 $x = 4.5t^2 - 2t^3$ (SI) ．试求：

(1) 第 2 秒内的平均速度；(2)第 2 秒末的瞬时速度； (3) 第 2 秒内的路程．

解：(1) $\overline{v} = \Delta x / \Delta t = -0.5$ m/s

(2) $v = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t = 9t - 6t^2$

$v(2) = -6$ m/s

(3) 由 $v = 9t - 6t^2$ 可得：当 t<1.5s 时，v>0；当 t>1.5s 时，v<0.

所以 $S = |x(1.5) - x(1)| + |x(2) - x(1.5)| = 2.25$ m

1.8 一石头从空中由静止下落，由于空气阻力，石头并非作自由落体运动。现已知加速度 a=A-Bv，式中 A、B 为常量。试求石头的速度随时间的变化关系。

解：根据加速度 $a = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = A - Bv$

可得 $\dfrac{\mathrm{d}v}{A - Bv} = dt$

由初始条件，两边定积分 $\int_0^v \dfrac{\mathrm{d}v}{A - Bv} = \int_0^t dt$

可得 $v = \dfrac{A}{B}(1 - e^{-Bt})$

1.9 质点沿 x 轴运动，其加速度和位置的关系为 $a = 2 + 6x^2$，a 的单位为 $\mathrm{m \cdot s^{-2}}$，x 的单位为 m. 质点在 $x = 0$ 处，速度为 $10\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$，试求质点在任何坐标处的速度值．

解： ∵ $a = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}$

分离变量： $v\mathrm{d}v = adx = (2 + 6x^2)\mathrm{d}x$

两边积分得

$$\frac{1}{2}v^2 = 2x + 2x^3 + c$$

由题知，$x = 0$ 时，$v_0 = 10$，∴ $c = 50$

∴ $v = 2\sqrt{x^3 + x + 25}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

1.11 一质点沿半径为 1 m 的圆周运动，运动方程为 $\theta = 2 + 3t^3$，式中 θ 以弧度计，t 以秒计，求：(1) $t = 2$ s 时，质点的切向和法向加速度；(2)当加速度的方向和半径成45°角时，其角位移是多少?

解： $\omega = \dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = 9t^2, \alpha = \dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = 18t$

(1) $t = 2$ s 时， $a_\tau = R\alpha = 1 \times 18 \times 2 = 36\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$

$$a_n = R\omega^2 = 1\times(9\times 2^2)^2 = 1296\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

(2) 当加速度方向与半径成 45° 角时，有 $\tan 45^\circ = \dfrac{a_\tau}{a_n} = 1$

即 $R\omega^2 = R\alpha$ 亦即 $(9t^2)^2 = 18t$

则解得 $t^3 = \dfrac{2}{9}$

于是角位移为 $\theta = 2 + 3t^3 = 2 + 3\times\dfrac{2}{9} = 2.67\mathrm{rad}$

1.12 质点沿半径为 R 的圆周按 $s = v_0 t - \dfrac{1}{2}bt^2$ 的规律运动，式中 s 为质点离圆周上某点的弧长，，求：(1) t 时刻质点的加速度；(2) t 为何值时，加速度在数值上等于 b .

解：（1） $v = \dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = v_0 - bt$

$$a_\tau = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -b$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(v_0 - bt)^2}{R}$$

则 $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{b^2 + \dfrac{(v_0 - bt)^4}{R^2}}$

加速度与半径的夹角为 $\varphi = \arctan\dfrac{a_\tau}{a_n} = \dfrac{-Rb}{(v_0 - bt)^2}$

(2) 由题意应有 $a = b = \sqrt{b^2 + \dfrac{(v_0 - bt)^4}{R^2}}$

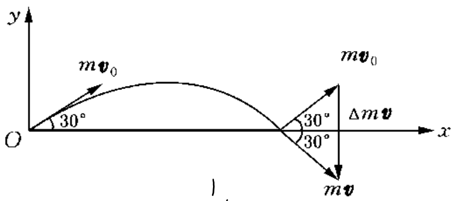
即 $b^2 = b^2 + \dfrac{(v_0 - bt)^4}{R^2}, \Rightarrow (v_0 - bt)^4 = 0$

$\therefore$ 当 $t = \dfrac{v_0}{b}$ 时， $a = b$

第二章

2.5 一质量为 m 的质点以与地的仰角 θ=30°的初速 $\vec{v}_0$ 从地面抛出，若忽略空气阻力，求质点落地时相对抛射时的动量的增量 .

解： 依题意作出示意图如题 2.7 图



题 2.7 图

在忽略空气阻力情况下，抛体落地瞬时的末速度大小与初速度大小相同，与轨道相切斜向下,

而抛物线具有对 y 轴对称性，故末速度与 x 轴夹角亦为30°，则动量的增量为

$$\Delta\vec{p}=m\vec{v}-m\vec{v}_0$$

由矢量图知，动量增量大小为$\left|m\vec{v}_0\right|$，方向竖直向下．

2.8 一颗子弹由枪口射出时速率为$v_0\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$，当子弹在枪筒内被加速时，它所受的合力为 $F=(a-bt)\mathrm{N}$(a,b 为常数)，其中t以秒为单位：(1)假设子弹运行到枪口处合力刚好为零，试计算子弹走完枪筒全长所需时间；(2)求子弹所受的冲量；(3)求子弹的质量．

解：(1)由题意，子弹到枪口时，有

$$F=(a-bt)=0\text{，得 }t=\frac{a}{b}$$

(2)子弹所受的冲量

$$I=\int_0^t(a-bt)\mathrm{d}t=at-\frac{1}{2}bt^2$$

将$t=\dfrac{a}{b}$代入，得

$$I=\frac{a^2}{2b}$$

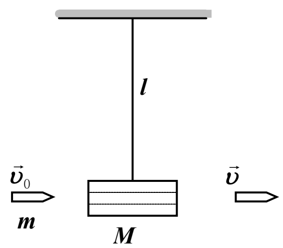
(3)由动量定理可求得子弹的质量

$$m=\frac{I}{v_0}=\frac{a^2}{2bv_0}$$

2.9 质量为 $M=1.5$ kg 的物体，用一根长为 $l=1.25$ m 的细绳悬挂在天花板上，如图所示．今有一质量为 $m=10$ g 的子弹以$\upsilon_0=500$ m/s 的水平速度射穿物体，刚穿出物体时子弹的速度大小$\upsilon=30$ m/s，设穿透时间极短．求：

(1) 子弹刚穿出时绳中张力的大小；

(2) 子弹在穿透过程中所受的冲量．



题 2.11 图

解：(1) 因穿透时间极短，故可认为物体未离开平衡位置．因此,作用于子弹、物体系统上的外力均在竖直方向，故系统在水平方向动量守恒．令子弹穿出时物体的水平速度为υ'

有　　$m\upsilon_0=m\upsilon+M\upsilon'$

$\upsilon'=m(\upsilon_0-\upsilon)/M=3.13$ m/s

$$T = Mg + Mv^2/l = 26.5\ \text{N}$$

(2) $f\Delta t = mv - mv_0 = -4.7\ \text{N}\cdot\text{s}$ （设 $\vec{v}_0$ 方向为正方向）

负号表示冲量方向与 $\vec{v}_0$ 方向相反．

2.11 设 $\vec{F}_{合} = 7\vec{i} - 6\vec{j}\text{N}$ ．(1) 当一质点从原点运动到 $\vec{r} = -3\vec{i} + 4\vec{j} + 16\vec{k}\text{m}$ 时，求(1) $\vec{F}$ 所作的功；(2)如果质点到 r 处时需0.6s，试求平均功率；(3)如果质点的质量为1kg，试求动能的变化．

解：(1)由题知，$\vec{F}_{合}$ 为恒力，

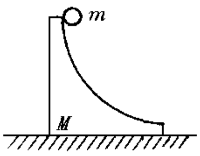
$$\therefore \quad W_{合} = \vec{F}\cdot\vec{r} = (7\vec{i} - 6\vec{j})\cdot(-3\vec{i} + 4\vec{j} + 16\vec{k})$$

$$= -21 - 24 = -45\ \text{J}$$

(2) $$\overline{P} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{45}{0.6} = 75\ \text{w}$$

(3)由动能定理，$\Delta E_k = W = -45\ \text{J}$

2.16 质量为 M 的大木块具有半径为 R 的四分之一弧形槽，如题2.18图所示．质量为 m 的小立方体从曲面的顶端滑下，大木块放在光滑水平面上，二者都作无摩擦的运动，而且都从静止开始，求小木块脱离大木块时的速度．



题 2.18 图

解： m 从 M 上下滑的过程中，机械能守恒，以 m ，M ，地球为系统，以最低点为重力势能零点，则有

$$mgR = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2$$

又下滑过程，动量守恒，以 m 、M 为系统，则在 m 脱离 M 瞬间，水平方向有

$$mv - MV = 0$$

联立以上两式，得

$$v = \sqrt{\frac{2MgR}{m+M}}$$

第三章

3.3 半径为 30cm 的飞轮，从静止开始以 $0.5\text{rad}\cdot\text{s}^{-2}$ 的角加速度作匀角加速转动，则飞轮边缘上一点在飞轮转过 240°时的切向加速度和法向加速度分别为多少？

解： 由题可知转的角度为 $\Delta\theta = 2\pi\dfrac{240}{360} = \dfrac{4}{3}\pi rad$

又 $\Delta\theta = \dfrac{1}{2}\alpha t^2 = \dfrac{1}{2}\times 0.5t^2 = \dfrac{4}{3}\pi$

由上式得 $t^2=\frac{16}{3}\pi$

则飞轮边缘上一点的切向加速度为 $a_\tau=\alpha R=0.5\times0.3=0.15rad\cdot s^{-2}$

法向加速度为 $a_n=\omega^2R=\alpha^2t^2R=0.5^2\times\frac{16}{3}\pi\times0.3=1.256rad\cdot s^{-2}$

3.6 有一半径为 R 的水平圆转台，可绕通过其中心的竖直固定光滑轴转动，转动惯量为 J，开始时转台以匀角速度 ω_0转动，此时有一质量为 m 的人站在转台中心，随后人沿半径向外跑去，当人到达转台边缘时，转台的角速度为多少？

解：把转台和人作为一系统，人沿半径向外跑去过程中，外力对中心轴的力矩为零，所以系统对轴的角动量守恒。即有

$$J\omega_0=(J+mR^2)\omega$$

所以当人到达转台边缘时，转台的角速度为 $\omega=\frac{J}{J+mR^2}\omega_0$

3.9 计算题3.9图所示系统中物体的加速度．设滑轮为质量均匀分布的圆柱体，其质量为M，半径为r，在绳与轮缘的摩擦力作用下旋转，忽略桌面与物体间的摩擦，设$m_1=50$ kg，$m_2=200$ kg，M＝15 kg，$r=0.1$ m

解：分别以m_1，m_2滑轮为研究对象，受力图如图(b)所示．对m_1，m_2运用牛顿定律，有

$$m_2g-T_2=m_2a \qquad ①$$

$$T_1=m_1a \qquad ②$$

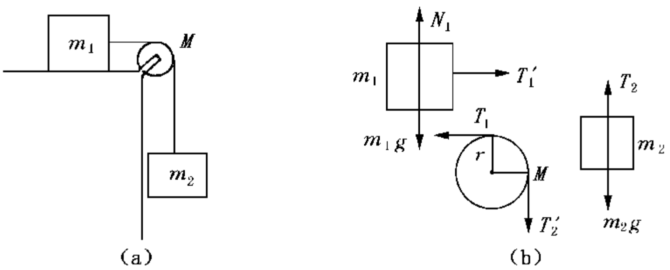
对滑轮运用转动定律，有

$$T_2r-T_1r=(\frac{1}{2}Mr^2)\beta \qquad ③$$

又， $$a=r\beta \qquad ④$$

联立以上 4 个方程，得

$$a=\frac{m_2g}{m_1+m_2+\frac{M}{2}}=\frac{200\times9.8}{5+200+\frac{15}{2}}=7.6 \quad \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

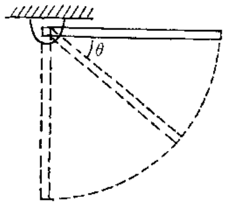


题 3.9(a)图　　题 3.9(b)图

3.10 如题3.10图所示，一匀质细杆质量为m，长为l，可绕过一端O的水平轴自由转动，杆于水平位置由静止开始摆下．求：

(1)初始时刻的角加速度；

(2) 杆转过θ角时的角速度.



题 3. 10 图

解：(1) 由转动定律，有

$$mg\frac{1}{2}l=(\frac{1}{3}ml^2)\beta$$

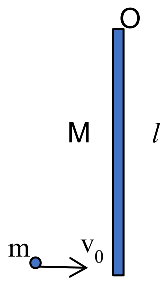
∴ $$\beta=\frac{3g}{2l}$$

(2) 由机械能守恒定律，有

$$mg\frac{l}{2}\sin\theta=\frac{1}{2}(\frac{1}{3}ml^2)\omega^2$$

∴ $$\omega=\sqrt{\frac{3g\sin\theta}{l}}$$

3.11 如题3. 11图所示，质量为M，长为l的均匀直棒，可绕垂直于棒一端的水平轴O无摩擦地转动，它原来静止在平衡位置上．现有一质量为m速度为v_0的弹性小球飞来，正好在棒的下端与棒垂直地相撞．设这碰撞为弹性碰撞，试计算碰撞后小球的速度和直棒获得的初角速度。



题 3. 11 图

解：　设棒经小球碰撞后得到的初角速度为ω，而小球的速度变为v，按题意，小球和棒作弹性碰撞，所以碰撞时遵从角动量守恒定律和机械能守恒定律，可列式：

$$mv_0l=J\omega+mvl \qquad ①$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}J\omega^2+\frac{1}{2}mv^2 \qquad ②$$

上两式中$J=\frac{1}{3}Ml^2$

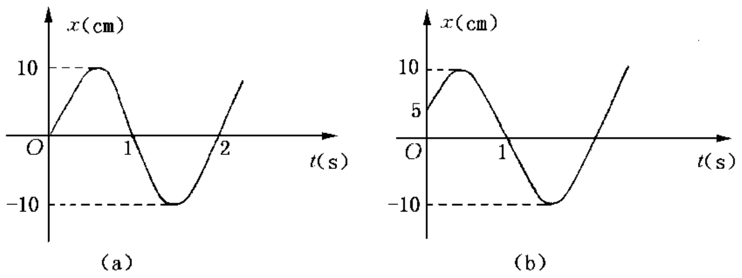
联立①②式，可得

$$v=\frac{3m-M}{3m+M}v_0$$

$$\omega=\frac{6mv_0}{(3m+M)l}$$

第四章

4.7　题4.7图为两个谐振动的 $x-t$ 曲线，试分别写出其谐振动方程．



习题4.7图

解：由题4.7图(a)，$\because t=0$ 时，$x_0=0, v_0>0, \therefore \phi_0=\frac{3}{2}\pi$，又，$A=10\mathrm{cm}, T=2\mathrm{s}$

即 $$\omega=\frac{2\pi}{T}=\pi \quad \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$$

故 $$x_a=0.1\cos(\pi t+\frac{3}{2}\pi)\mathrm{m}$$

由题4.7图(b) $\because t=0$ 时，$x_0=\frac{A}{2}, v_0>0, \therefore \phi_0=\frac{5\pi}{3}$

$t_1=1$时，$x_1=0, v_1<0, \therefore \phi_1=2\pi+\frac{\pi}{2}$

又 $$\phi_1=\omega\times 1+\frac{5}{3}\pi=\frac{5}{2}\pi$$

$\therefore$ $$\omega=\frac{5}{6}\pi$$

故 $$x_b=0.1\cos(\frac{5}{6}\pi t+\frac{5\pi}{3})m$$

4.11 已知波源在原点的一列平面简谐波，波动方程为 $y=A\cos(Bt-Cx)$，其中 A，B，C 为正值恒量．求：

(1)波的振幅、波速、频率、周期与波长；

(2)写出传播方向上距离波源为 l 处一点的振动方程；

(3)任一时刻，在波的传播方向上相距为 d 的两点的位相差．

解：(1)已知平面简谐波的波动方程

$$y=A\cos(Bt-Cx)\quad (x\geq 0)$$

将上式与波动方程的标准形式

$$y=A\cos(2\pi\upsilon t-2\pi\frac{x}{\lambda})$$

比较，可知：

波振幅为 A，频率 $\upsilon=\frac{B}{2\pi}$，

波长 $\lambda=\dfrac{2\pi}{C}$，波速 $u=\lambda\upsilon=\dfrac{B}{C}$，

波动周期 $T=\dfrac{1}{\upsilon}=\dfrac{2\pi}{B}$.

(2)将 $x=l$ 代入波动方程即可得到该点的振动方程

$$y=A\cos(Bt-Cl)$$

(3)因任一时刻 t 同一波线上两点之间的位相差为

$$\Delta\phi=\frac{2\pi}{\lambda}(x_2-x_1)$$

将 $x_2-x_1=d$，及 $\lambda=\dfrac{2\pi}{C}$ 代入上式，即得

$$\Delta\phi=Cd.$$

4.15 如题4.15图所示，已知 t=0时和 t=0.5s时的波形曲线分别为图中曲线(a)和(b)，波沿 x 轴正向传播，试根据图中绘出的条件求：

(1)波动方程；

(2) P 点的振动方程.

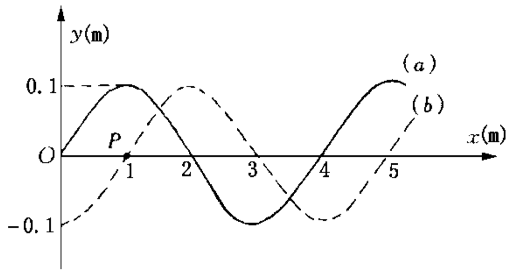
解：(1)由题4.15图可知，$A=0.1$ m，$\lambda=4$ m，又，$t=0$ 时，$y_0=0,v_0<0$，$\therefore\ \phi_0=\dfrac{\pi}{2}$，而 $u=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}=\dfrac{1}{0.5}=2\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$，$\upsilon=\dfrac{u}{\lambda}=\dfrac{2}{4}=0.5$ Hz，$\therefore\ \omega=2\pi\upsilon=\pi$

故波动方程为

$$y=0.1\cos[\pi(t-\frac{x}{2})+\frac{\pi}{2}]\ \mathrm{m}$$

(2)将 $x_P=1$ m 代入上式，即得 P 点振动方程为

$$y=0.1\cos[(\pi t-\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2})]=0.1\cos\pi t\quad \mathrm{m}$$



习题 4.15 图

4.17 如题4.17图所示，有一平面简谐波在空间传播，已知P点的振动方程为 $y_P=A\cos(\omega t+\varphi_0)$.

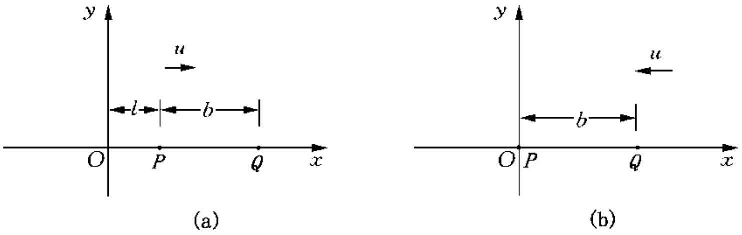
(1)分别就图中给出的两种坐标写出其波动方程；

(2)写出距 P 点距离为 b 的 Q 点的振动方程.

解：(1)如题 4.17 图(a)，则波动方程为

$$y = A\cos[\omega(t + \frac{l}{u} - \frac{x}{u}) + \varphi_0]$$

如图(b)，则波动方程为



习题 4. 17 图

$$y = A\cos[\omega(t + \frac{x}{u}) + \varphi_0]$$

(2) 如题 4. 17 图(a)，则 Q 点的振动方程为

$$y_Q = A\cos[\omega(t - \frac{b}{u}) + \varphi_0]$$

如题 4. 17 图(b)，则 Q 点的振动方程为

$$y_Q = A\cos[\omega(t + \frac{b}{u}) + \varphi_0]$$

第五章

5.3 容器中储有氧气，其压强为 P=0.1MPa(即 1atm)温度为 27℃□求 (1) 单位体积中的分子数 n；(2) 氧分子的质量 m；(3) 气体密度 ρ.

解：(1)由气体状态方程 $p = nkT$ 得

$$n = \frac{p}{kT} = \frac{0.1 \times 1.013 \times 10^5}{1.38 \times 10^{-23} \times 300} = 2.45 \times 10^{24}\ \mathrm{m^{-3}}$$

(2)氧分子的质量

$$m = \frac{M_{\mathrm{mol}}}{N_0} = \frac{0.032}{6.02 \times 10^{23}} = 5.32 \times 10^{26}\ \ \mathrm{Kg}$$

(3)由气体状态方程 $pV = \frac{M}{M_{\mathrm{mol}}}RT$ 得

$$\rho = \frac{M_{\mathrm{mol}}p}{RT} = \frac{0.032 \times 0.1 \times 1.013 \times 10^5}{8.31 \times 300} = 0.13\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$$

5.4 有一水银气压计，当水银柱为 0.76m 高时，管顶离水银柱液面 0.12m，管的截面积为 $2.0\times10^{-4}\mathrm{m}^2$,当有少量氦(He)混入水银管内顶部，水银柱高下降为 0.6m，此时温度为 27℃，试计算有多少质量氦气在管顶(He 的摩尔质量为 0.004kg/mol)?

解：由理想气体状态方程 $pV = \frac{M}{M_{\mathrm{mol}}}RT$ 得

$$M = M_{\text{mol}}\frac{pV}{RT}$$

汞的重度 $d_{Hg} = 1.33\times 10^5\ \text{N}\cdot\text{m}^{-3}$

氦气的压强 $p = (0.76-0.60)\times d_{\text{Hg}}$

氦气的体积 $V = (0.88-0.60)\times 2.0\times 10^{-4}\ \text{m}^3$

$$M = 0.004\times\frac{(0.76-0.60)\times d_{\text{Hg}}\times(0.28\times 2.0\times 10^{-4})}{8.31\times(273+27)} = 1.91\times 10^{-6}\ \text{Kg}$$

5.8 容积 $V=1\ \text{m}^3$ 的容器内混有 $N_1 = 1.0\times10^{25}$ 个氢气分子和 $N_2 = 4.0\times10^{25}$ 个氧气分子，混合气体的温度为 400 K，求：

(1) 气体分子的平动动能总和．

(2) 混合气体的压强．

解：(1) $\overline{w} = \frac{3}{2}kT = 8.28\times 10^{-21}$ J

$$E_K = N\overline{w} = \left(N_1 + N_2\right)\frac{3}{2}kT = 4.14\times 10^5\ \text{J}$$

(2) $p = nkT = 2.76\times10^5$ Pa

5.11 1mol 氢气，在温度为 27℃时，它的平动动能、转动动能和内能各是多少?

解：理想气体分子的能量 $E = v\frac{i}{2}RT$

平动动能 t=3 $E_t = \frac{3}{2}\times 8.31\times 300 = 3739.5$ J

转动动能 r=2 $E_r = \frac{2}{2}\times 8.31\times 300 = 2493$ J

内能 i=5 $E_i = \frac{5}{2}\times 8.31\times 300 = 6232.5$ J

第六章

6.5 1mol 单原子理想气体从 300K 加热到 350K，问在下列两过程中吸收了多少热量?增加了多少内能?对外做了多少功?

(1) 容积保持不变;

(2) 压力保持不变。

解：(1) 等体过程

由热力学第一定律得 $Q = \Delta E$

吸热 $$Q = \Delta E = vC_V(T_2 - T_1) = v\frac{i}{2}R(T_2 - T_1)$$

$$Q = \Delta E = \frac{3}{2}\times 8.31\times(350-300) = 623.25\ \text{J}$$

对外作功 $W = 0$

(2) 等压过程

$$Q = \nu C_{\rm p}(T_2 - T_1) = \nu \frac{i+2}{2} R(T_2 - T_1)$$

吸热 $$Q = \frac{5}{2} \times 8.31 \times (350 - 300) = 1038.75 \text{ J}$$

$$\Delta E = \nu C_{\rm V}(T_2 - T_1)$$

内能增加 $\Delta E = \frac{3}{2} \times 8.31 \times (350 - 300) = 623.25$ J

对外作功 $A = Q - \Delta E = 1038.75 - 623.5 = 415.5$ J

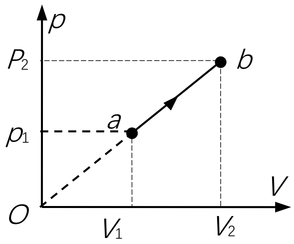
6.6 如题 6.6 图所示，1 mol 双原子分子理想气体从状态 $a(p_1, V_1)$ 沿直线变化到状态 $b(p_2, V_2)$，试求：

(1)气体的内能增量．

(2)气体对外界所作的功．

(3)气体吸收的热量．

(4)此过程的摩尔热容．



题 6.6 图

解：(1) $\Delta E = C_V(T_2 - T_1) = \frac{5}{2}(p_2 V_2 - p_1 V_1)$

(2) $W = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)$，

W 为梯形面积，根据相似三角形有 $p_1 V_2 = p_2 V_1$，则

$$W = \frac{1}{2}(p_2 V_2 - p_1 V_1)\ .$$

(3) $Q = \Delta E + W = 3(p_2 V_2 - p_1 V_1)$．

(4) 以上计算对于 $A \to B$ 过程中任一微小状态变化均成立，故过程中 $\Delta Q = 3\Delta(pV)$．

由状态方程得 $\Delta(pV) = R\Delta T$,

故 $\Delta Q = 3R\Delta T$,

摩尔热容 $C = \Delta Q / \Delta T = 3R$．

6.7 将 1 mol 理想气体等压加热，使其温度升高 72 K，传给它的热量等于 1.60×10^3 J，求：

(1) 气体所作的功 W;

(2) 气体内能的增量 ΔE；

(3) 比热容比 γ．

解：(1) $W = p\Delta V = R\Delta T = 598$ J

(2) $\Delta E = Q - W = 1.00 \times 10^3$ J

(3) $$C_p = \frac{Q}{\Delta T} = 22.2 \quad \text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$C_V = C_p - R = 13.9 \quad \text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = 1.6$$

6. 10 一台类卡诺热机工作在 480 K 和 300 K 的热源之间. 假设热机每吸收 1kcal 的热量后实际产生的机械能为 1. 2kJ. 比较此热机的实际效率与理论上最大的效率.

解：(1) 最大的效率　$\eta_0 = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{300}{480} = 37.5\%$

实际效率　$\eta = \frac{W_{输出}}{W_{输入}} = \frac{1.2}{1 \times 4.18} 28.7\%$

实际效率为最大的效率的 3/4

6.11 一台致冷系数为 5 的冰箱，外界对它做功 3.6 MJ(1kWh)后，能将多少千克 0℃的水变成 0℃的冰块?(1kg 0℃度的水变成 0℃冰放热 80kcal)

解.致冷系数为 $e = \frac{Q_2}{W_{静}}$

$Q_2 = eW_{静} = 5 \times 3.6 \times 10^6 J = m \times 80 \times 10^3 \times 4.18$

得　m=53.8kg

第七章

7.6 长l=15.0cm 的直导线AB上均匀地分布着线密度λ=5.0x10^{-9}C·m^{-1} 的正电荷．试求：(1)在导线的延长线上与导线B端相距a_1=5.0cm处P点的场强；(2)在导线的垂直平分线上与导线中点相距d_2=5.0cm 处Q点的场强．

解：　如题 7.6 图所示

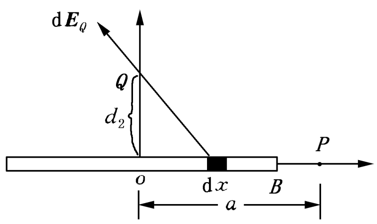
(1) 在带电直线上取线元$\mathrm{d}x$，其上电量$\mathrm{d}q$在P点产生场强为

$$\mathrm{d}E_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda \mathrm{d}x}{(a-x)^2}$$

$$E_P = \int \mathrm{d}E_P = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{\mathrm{d}x}{(a-x)^2}$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{a-\frac{l}{2}} - \frac{1}{a+\frac{l}{2}}\right]$$

$$= \frac{\lambda l}{\pi\varepsilon_0(4a^2 - l^2)}$$



题 7.6 图

用$l = 15$ cm，$\lambda = 5.0 \times 10^{-9}$ C·m^{-1}，$a = 12.5$ cm代入得

$$E_P = 6.74 \times 10^2\ \mathrm{N \cdot C^{-1}}\quad 方向水平向右$$

(2) 同理　　$\mathrm{d}E_Q = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda \mathrm{d}x}{x^2 + \mathrm{d}_2^2}$　方向如题 7.6 图所示

由于对称性$\int_l \mathrm{d}E_{Qx} = 0$，即 $\vec{E}_Q$ 只有 y 分量，

∵

$$\mathrm{d}E_{Qy} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda \mathrm{d}x}{x^2 + \mathrm{d}_2^2}\frac{\mathrm{d}^2}{\sqrt{x^2 + \mathrm{d}_2^2}}$$

$$E_{Qy} = \int_l \mathrm{d}E_{Qy} = \frac{\mathrm{d}_2\lambda}{4\pi\varepsilon_2}\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}\frac{\mathrm{d}x}{(x^2 + \mathrm{d}_2^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$= \frac{\lambda l}{2\pi\varepsilon_0\sqrt{l^2 + 4\mathrm{d}_2^2}}$$

以 $\lambda = 5.0\times10^{-9}\ \mathrm{C\cdot cm^{-1}}$， $l = 15\ \mathrm{cm}$，$\mathrm{d}_2 = 5\ \mathrm{cm}$ 代入得

$E_Q = E_{Qy} = 14.96\times10^2\ \mathrm{N\cdot C^{-1}}$，方向沿 y 轴正向

7.8　均匀带电球壳内半径6cm，外半径10cm，电荷体密度为$2\times10^{-5}\ \mathrm{C\cdot m^{-3}}$求距球心5cm，8cm ，12cm 各点的场强．

解：高斯定理$\oint_s \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{\sum q}{\varepsilon_0}$，$E4\pi r^2 = \frac{\sum q}{\varepsilon_0}$

当 $r = 5\ \mathrm{cm}$ 时，$\sum q = 0$，$\vec{E} = 0$

$r = 8\ \mathrm{cm}$ 时，$\sum q = p\frac{4\pi}{3}(r^3 - r_{内}^3)$

∴　　$E = \frac{\rho\frac{4\pi}{3}\left(r^3 - r_{内}^2\right)}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \approx 3.48\times10^4\ \mathrm{N\cdot C^{-1}}$，　方向沿半径向外.

$r = 12\ \mathrm{cm}$ 时，$\sum q = \rho\frac{4\pi}{3}(r_{外}^3 - r_{内}^3)$

∴　$E = \frac{\rho\frac{4\pi}{3}\left({r_{外}}^3 - r_{内}^3\right)}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \approx 4.10\times10^4\ \ \mathrm{N\cdot C^{-1}}$　沿半径向外.

7.9 半径为 R_1 和 R_2（$R_2 > R_1$）的两无限长同轴圆柱面，单位长度上分别带有电量 λ 和$-\lambda$，试求：(1) $r < R_1$；(2) $R_1 < r < R_2$；(3) $r > R_2$ 处各点的场强．

解：高斯定理$\oint_s \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{\sum q}{\varepsilon_0}$

取同轴圆柱形高斯面，侧面积 $S=2\pi rl$

则 $$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=E2\pi rl$$

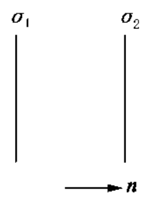
对(1) $r<R_1 \quad \sum q=0, E=0$

(2) $R_1<r<R_2 \quad \sum q=l\lambda$

∴ $E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$ 沿径向向外

(3) $r>R_2 \quad \sum q=0$

∴ $E=0$



题 7.10 图

7.10 两个无限大的平行平面都均匀带电，电荷的面密度分别为σ_1和σ_2，试求空间各处场强．

解： 如题 7.10 图示，两带电平面均匀带电，电荷面密度分别为σ_1与σ_2，

两面间， $\vec{E}=\dfrac{1}{2\varepsilon_0}(\sigma_1-\sigma_2)\vec{n}$

σ_1面外， $\vec{E}=-\dfrac{1}{2\varepsilon_0}(\sigma_1+\sigma_2)\vec{n}$

σ_2面外， $\vec{E}=\dfrac{1}{2\varepsilon_0}(\sigma_1+\sigma_2)\vec{n}$

$\vec{n}$：垂直于两平面由σ_1面指为σ_2面.

7.11 电荷q均匀分布在长为2L细杆上，求在杆外延长线上与杆端距离为a的P点的电势（设无穷远处为电势零点）。

解：假设单位长度上的电量为λ，任取一电荷元电量为$dq=\lambda dx$

则在P点的电势为

$$du = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0(a+L-x)}$$

则整个导体棒在P点的电势

$$u = \int_{-L}^{L} \frac{\lambda dx}{4\pi\varepsilon_0(a+L-x)} = \frac{q}{8\pi\varepsilon_0 L}\ln\frac{2L+a}{a}$$

7.12 如题7.12图所示，四个点电荷$q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = 1.25\times10^{-8}C$，分别放置在正方形的四个顶点上，各顶点到正方形中心O点的距离为 $r = 5\times10^{-2}m$.

求：（1）中心O点的电势；

（2）若把试验电荷$q = 1.0\times10^{-9}C$从无穷远处移到中心O点，电场力所做的功。

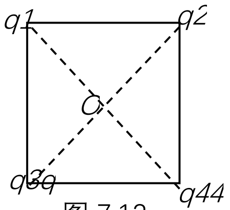


图 7.12

(1)点电荷q1单独存在时,O点的电势为 $u_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r}$

根据电势叠加原理，四个点电荷同时存在时，O点的电势为

$$u_o = 4u_1 = 4\times8.99\times10^9\times\frac{1.25\times10^{-8}}{5\times10^{-2}} = 8.99\times10^2 V$$

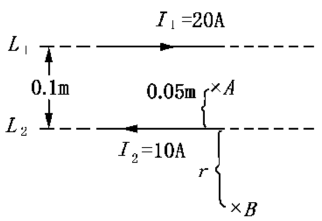
(2)根据电势差的定义，有$W_{\infty O} = q_0(u_\infty - u_O)$

选取无穷远处为电势零点$W_{\infty O} = q_0(u_\infty - u_O) = -8.99\times10^{-7}J$

电场力做负功，说明实际需要外力克服电场力做功。

第八章

8.7 在真空中，有两根互相平行的无限长直导线L_1和L_2，相距0.1m，通有方向相反的电流，I_1=20A，I_2=10A，如题8.7图所示．A，B两点与导线在同一平面内．这两点与导线L_2的距离均为5.0cm．试求A，B两点处的磁感应强度，以及磁感应强度为零的点的位置．



题 8. 7 图

解：如题 8. 7 图所示，$\vec{B}_A$ 方向垂直纸面向里

$$B_A=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi(0.1-0.05)}+\frac{\mu_0 I_2}{2\pi\times 0.05}=1.2\times 10^{-4}\ \text{T}$$

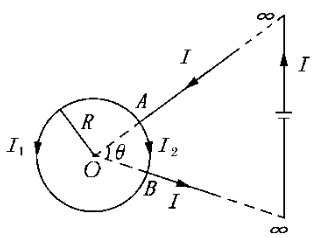
$\vec{B}_B$ 方向垂直纸面向外

$$B_B=-\frac{\mu_0 I_1}{2\pi(0.1+0.05)}+\frac{\mu_0 I_2}{2\pi\times 0.05}=-1.33\times 10^{-5}\ \text{T}$$

(2) 设 $\vec{B}=0$ 在 L_2 外侧距离 L_2 为 r 处

则 $$\frac{\mu_0 I}{2\pi(r+0.1)}-\frac{\mu I_2}{2\pi r}=0$$

解得 $$r=0.1\quad \text{m}$$



题 8. 8 图

8.8 如题8.8图所示，两根导线沿半径方向引向铁环上的 A，B 两点，并在很远处与电源相连．已知圆环的粗细均匀，求环中心 O 的磁感应强度．

解： 如题 8. 8 图所示，圆心 O 点磁场由直电流 $A\infty$ 和 $B\infty$ 及两段圆弧上电流 I_1 与 I_2 所产生，但 $A\infty$ 和 $B\infty$ 在 O 点产生的磁场为零。且

$$\frac{I_1}{I_2}=\frac{\text{电阻}R_2}{\text{电阻}R_1}=\frac{\theta}{2\pi-\theta}.$$

I_1 产生 $\vec{B}_1$ 方向 $\perp$ 纸面向外

$$B_1=\frac{\mu_0 I_1}{2R}\frac{(2\pi-\theta)}{2\pi},$$

I_2 产生 $\vec{B}_2$ 方向 $\perp$ 纸面向里

$$B_2=\frac{\mu_0 I_2}{2R}\frac{\theta}{2\pi}$$

∴ $$\frac{B_1}{B_2}=\frac{I_1(2\pi-\theta)}{I_2\theta}=1$$

有 $$\vec{B}_0=\vec{B}_1+\vec{B}_2=0$$

8.10 题8.10图中所示是一根很长的长直圆管形导体的横截面，内、外半径分别为a，b，导体内载有沿轴线方向的电流I，且I均匀地分布在管的横截面上．设导体的磁导率$\mu\approx\mu_0$，试证明导体内部各点$(a<r<b)$ 的磁感应强度的大小由下式给出：

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi(b^2-a^2)}\frac{r^2-a^2}{r}$$

解：取闭合回路$l=2\pi r$ $(a<r<b)$

则 $$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l}=B2\pi r$$

$$\sum I=(\pi r^2-\pi a^2)\frac{I}{\pi b^2-\pi a^2}$$

∴ $$B=\frac{\mu_0 I(r^2-a^2)}{2\pi r(b^2-a^2)}$$

8.11 一根很长的同轴电缆，由一导体圆柱(半径为a)和一同轴的导体圆管(内、外半径分别为b，c)构成，如题8.11图所示．使用时，电流I从一导体流去，从另一导体流回．设电流都是均匀地分布在导体的横截面上，求：(1)导体圆柱内($r<a$)，(2)两导体之间($a<r<b$)，(3)导体圆筒内($b<r<c$)以及(4)电缆外($r>c$)各点处磁感应强度的大小

解： $$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\sum I$$

(1) $r<a$ $\qquad B2\pi r=\mu_0\frac{Ir^2}{R^2}$

$$B=\frac{\mu_0 Ir}{2\pi R^2}$$

(2) $a<r<b$ $\qquad B2\pi r=\mu_0 I$

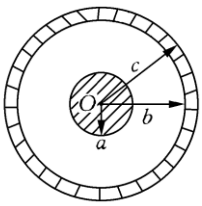
$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

(3) $b<r<c \qquad B2\pi r=-\mu_0 I\frac{r^2-b^2}{c^2-b^2}+\mu_0 I$

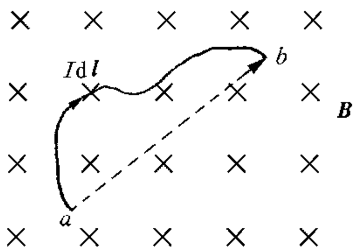
$$B=\frac{\mu_0 I(c^2-r^2)}{2\pi r(c^2-b^2)}$$

(4) $r>c \qquad B2\pi r=0$

$$B=0$$



题 8.11 图



题 8.12 图

8.13 如题8.13图所示，在长直导线 AB 内通以电流 I_1=20A，在矩形线圈 $CDEF$ 中通有电流 I_2 =10 A，AB 与线圈共面，且 CD，EF 都与 AB 平行．已知 a=9.0cm, b=20.0cm, d=1.0 cm，求：

(1)导线 AB 的磁场对矩形线圈每边所作用的力；

(2)矩形线圈所受合力和合力矩．

解：(1) $\bar{F}_{CD}$ 方向垂直 CD 向左，大小

$$F_{CD}=I_2 b\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}=8.0\times10^{-4}\quad \text{N}$$

同理 $\bar{F}_{FE}$ 方向垂直 FE 向右，大小

$$F_{FE}=I_2 b\frac{\mu_0 I_1}{2\pi(d+a)}=8.0\times10^{-5}\quad \text{N}$$

$\bar{F}_{CF}$ 方向垂直 CF 向上，大小为

$$F_{CF}=\int_d^{d+a}\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}\mathrm{d}r=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\ln\frac{d+a}{d}=9.2\times10^{-5}\quad \text{N}$$

$\bar{F}_{ED}$ 方向垂直 ED 向下，大小为

$$F_{ED}=F_{CF}=9.2\times10^{-5}\quad \text{N}$$

(2) 合力 $\vec{F}=\vec{F}_{CD}+\vec{F}_{FE}+\vec{F}_{CF}+\vec{F}_{ED}$ 方向向左，大小为

$$F=7.2\times10^{-4}\ \mathrm{N}$$

合力矩 $\vec{M}=\vec{P}_m\times\vec{B}$

∵　线圈与导线共面

∴　$$\vec{P}_m // \vec{B}$$

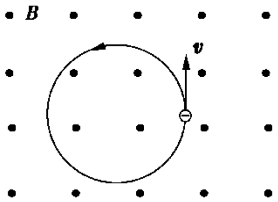
$\vec{M}=0$.

8.16 电子在 B=70×10^{-4}T 的匀强磁场中作圆周运动，圆周半径 r=3.0cm．已知 $\vec{B}$ 垂直于纸面向外，某时刻电子在 A 点，速度 $\vec{v}$ 向上，如题8.16图．

(1) 试画出这电子运动的轨道；

(2) 求这电子速度 $\vec{v}$ 的大小；

(3) 求这电子的动能 E_k ．



题 8. 16 图

解：(1) 轨迹如图

(2) ∵　$$evB=m\frac{v^2}{r}$$

∴　$$v=\frac{eBr}{m}=3.7\times10^{7}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

(3)　$$E_{\mathrm{K}}=\frac{1}{2}mv^2=6.2\times10^{-16}\ \ \mathrm{J}$$

第九章

9.3 在磁感应强度 B 为 0.4T 的均匀磁场中放置一圆形回路，回路平面与 B 垂直，回路的面积与时间的关系为：S=5t^2+3(cm^2)，求 t=2s 时回路中感应电动势的大小？

解：根据法拉第电磁感应定律得

$$|\varepsilon| = \left|-\frac{d\Phi_m}{dt}\right| = B\left|\frac{dS}{dt}\right| = 10Bt^2$$

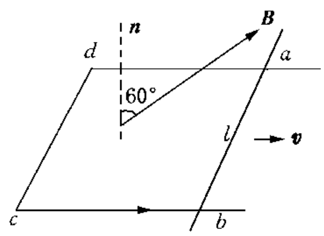
$$|\varepsilon| = 8\times10^{-4}V$$

9.7 长度为 l 的金属杆 ab 以速率v在导电轨道 $abcd$ 上平行移动．已知导轨处于均匀磁场 $\vec{B}$ 中，$\vec{B}$ 的方向与回路的法线成60°角(如题9.7图所示)，$\vec{B}$ 的大小为 $B=kt$（k 为正常）．设 t=0时杆位于 cd 处，求：任一时刻 t 导线回路中感应电动势的大小和方向．

解：
$$\Phi_m = \int \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = Blvt\cos 60° = kt^2 lv\frac{1}{2} = \frac{1}{2}klvt^2$$

∴
$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t} = -klvt$$

即沿 $abcd$ 方向顺时针方向．



题 9.7 图

第十章

10.3 在杨氏双缝实验中，双缝间距 d =0.20mm，缝屏间距 D =1.0m，试求：

(1) 若第二级明条纹离屏中心的距离为6.0mm，计算此单色光的波长；

(2) 相邻两明条纹间的距离．

解：(1) 由 $x_{明} = \frac{D}{d}k\lambda$ 知，$6.0 = \frac{1\times10^3}{0.2}\times 2\lambda$，

∴
$$\lambda = 0.6\times10^{-3}\ \text{mm} = 6000\ \mathring{\mathrm{A}}$$

(2)
$$\Delta x = \frac{D}{d}\lambda = \frac{1\times10^3}{0.2}\times 0.6\times10^{-3} = 3\ \ \text{mm}$$

10.5 在折射率n_1=1.52的镜头表面涂有一层折射率n_2=1.38的MgF_2增透膜，如果此膜适用于波长λ=5500 $\mathring{A}$ 的光，问膜的厚度应取何值?

解：设光垂直入射增透膜，欲透射增强，则膜上、下两表面反射光应满足干涉相消条件，即

$$2n_2e=(k+\frac{1}{2})\lambda\ (k=0,1,2,\cdots)$$

∴
$$e=\frac{(k+\frac{1}{2})\lambda}{2n_2}=\frac{k\lambda}{2n_2}+\frac{\lambda}{4n_2}$$

$$=\frac{5500}{2\times1.38}k+\frac{5500}{4\times1.38}=(1993k+996)\ \mathring{A}$$

令$k=0$，得膜的最薄厚度为$996\ \mathring{A}$.

当k为其他整数倍时，也都满足要求.

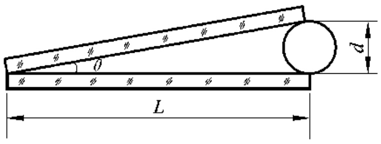
10.6 如题10.6图，波长为6800 $\mathring{A}$ 的平行光垂直照射到L =0.12m长的两块玻璃片上，两玻璃片一边相互接触，另一边被直径d =0.048mm的细钢丝隔开．求:

(1) 两玻璃片间的夹角$\theta=$?

(2) 相邻两明条纹间空气膜的厚度差是多少?

(3) 相邻两暗条纹的间距是多少?

(4) 在这0.12 m内呈现多少条明条纹?



题10.6图

解：(1)由图知，$L\sin\theta=d$，即$L\theta=d$

故 $\theta=\frac{d}{L}=\frac{0.048}{0.12\times10^3}=4.0\times10^{-4}$(弧度)

(2)相邻两明条纹空气膜厚度差为$\Delta e=\frac{\lambda}{2}=3.4\times10^{-7}$ m

(3)相邻两暗纹间距$l=\frac{\lambda}{2\theta}=\frac{6800\times10^{-10}}{2\times4.0\times10^{-4}}=850\times10^{-6}\ \text{m}=0.85\ \ \text{mm}$

(4) $\Delta N=\frac{L}{l}\approx141$条

10.12 试指出当衍射光栅的光栅常数为下述三种情况时，哪些级次的衍射明条纹缺级?(1) a+b=2a;(2)a+b=3a;(3)a+b=4a.

解：由光栅明纹条件和单缝衍射暗纹条件同时满足时，出现缺级．即

$$\begin{cases}(a+b)\sin\varphi=\pm k\lambda & (k=0,1,2,\cdots)\\ a\sin\varphi=\pm k'\lambda & (k'=1,2\cdots)\end{cases}$$

可知，当$k=\dfrac{a+b}{a}k'$时明纹缺级.

(1) $a+b=2a$ 时，$k=2,4,6,\cdots$偶数级缺级；

(2) $a+b=3a$ 时，$k=3,6,9,\cdots$级次缺级；

(3) $a+b=4a$，$k=4,8,12,\cdots$级次缺级.

10.13 一单色平行光垂直照射一单缝，若其第三级明条纹位置正好与6000 $\mathring{A}$ 的单色平行光的第二级明条纹位置重合，求前一种单色光的波长 .

解：单缝衍射的明纹公式为

$$a\sin\varphi=(2k+1)\ \frac{\lambda}{2}$$

当$\lambda=6000\ \mathring{A}$时，$k=2$

$\lambda=\lambda_x$时，$k=3$

重合时φ角相同，所以有

$$a\sin\varphi=(2\times2+1)\frac{6000}{2}=(2\times3+1)\ \frac{\lambda_x}{2}$$

得

$$\lambda_x=\frac{5}{7}\times6000=4286\ \mathring{A}$$

10.18 投射到起偏器的自然光强度为I_0，开始时，起偏器和检偏器的透光轴方向平行．然后使检偏器绕入射光的传播方向转过 30°，45°，60°，试分别求出在上述三种情况下，透过检偏器后光的强度是I_0的几倍?

解：由马吕斯定律有

$$I_1=\frac{I_0}{2}\cos^2 30^\circ=\frac{3}{8}I_0$$

$$I_2=\frac{I_0}{2}\cos^2 45^\circ=\frac{1}{4}I_0$$

$$I_3=\frac{I_0}{2}\cos^2 60^\circ=\frac{1}{8}I_0$$

所以透过检偏器后光的强度分别是I_0的$\frac{3}{8}$，$\frac{1}{4}$，$\frac{1}{8}$倍.

10.21 一束自然光从空气入射到折射率为 1.40 的液体表面上，其反射光是完全偏振光 .试求：(1)入射角等于多少?(2)折射角为多少?

解：(1)　$\tan i_0=\dfrac{1.40}{1}, \therefore i_0=54^\circ 28'$

(2)　$\gamma=90^\circ-i_0=35^\circ 32'$

第十二章

12.5 从铝中移出一个电子需要 4.2eV 的能量，今有波长为 200nm 的光投射到铝表面．试问：(1)由此发射出来的光电子的最大动能是多少?(2)遏止电势差为多大?(3)铝的截止(红限)波长有多大?

解：(1)已知逸出功 $A=4.2\ \mathrm{eV}$，据光电效应公式　$h\nu=\dfrac{1}{2}m\upsilon_m^2+A$

则光电子最大动能：

$$E_{\mathrm{k\,max}}=\frac{1}{2}m\upsilon_m^2=h\nu-A=\frac{hc}{\lambda}-A$$

$$=\frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{2000\times10^{-10}}-4.2\times1.6\times10^{-19}=3.23\times10^{-19}\ \mathrm{J}=2.0\ \mathrm{eV}$$

(2) 由实验可知　$eU_a=E_{\mathrm{k\,max}}=\dfrac{1}{2}m\upsilon^2{}_{\mathrm{m}}$

得遏止电势差　$U_a=\dfrac{3.23\times10^{-19}}{1.6\times10^{-19}}=2.0\ \mathrm{V}$

(3)红限频率 ν_0，　$h\nu_0=A$, 又 $\nu_0=\dfrac{c}{\lambda_0}$

截止波长　$\lambda_0=\dfrac{hc}{A}=\dfrac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{4.2\times1.60\times10^{-19}}=2.96\times10^{-7}\ \mathrm{m}=296\ nm$