概率论练习题二

一、填空题

1．设 X_1, X_2, X_3, X_4 相互独立且服从相同分布 $N(\mu,\sigma^2)$, 则

$\overline{X}=\dfrac{X_1+X_2+X_3+X_4}{4}\sim$____________.

2．在区间 $[0,1]$ 上随机地取两个数，则两数之和大于 $\dfrac{1}{3}$ 的概率为_______

3．设随机变量 X 在 $[0,6]$ 上服从均匀分布， 则关于 x 一元二次方程

$4x^2+4Xx+X+2=0$ 有实根的概率为______

4. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，X 的概率密度函数为是 $f_X(x)=\begin{cases} e^{-x}, & x>0 \\ 0, & x\le 0 \end{cases}$，$Y$

服从[2,4]上的均匀分布，则(X,Y)的联合概率密度函数为_______________.

5. 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=Ae^{-|x|},-\infty<x<\infty$，则系数 $A=$_______.

6．设随机变量 X 的分布函数为：$F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0 \\ Ax^2, & 0<x\le 1, \\ 1, & x>1 \end{cases}$ 则 $A=$________.

7. 设离散型随机变量 $X\sim B(2,p), Y\sim B(3,p)$，若 $P\{X\ge 1\}=\dfrac{5}{9}$，则 $P\{Y\ge 1\}=$____.

8． 设离散型随机变量 X 服从泊松分布， 且 $P\{X=1\}=P\{X=2\}$, 则

$P\{X=4\}=$______.

9. 设 X 的概率密度函数为 $f(x)=\dfrac{1}{2}e^{-|x|},-\infty<x<\infty$，则 X 的分布函数 $F(x)=$____.

10．随机变量 X 的概率密度 $f(x)=\begin{cases} ax^3, & 0\le x\le 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$，则 $a=$______.

11．随机变量 X 的概率分布为

X	0	1
P	$9c^2-c$	$3-8c$

，则 $c=$____.

12．设随机变量 $X\sim N(1,2^2)$，$\Phi(0.5)=0.6915$, 则事件 $\{0\le X<2\}$ 的概率为____.

13．设二维随机变量 (X,Y) 的联合分布函数为

$$F(x,y)=\begin{cases}1-3^{-x}-3^{-y}+3^{-(x+y)}, & x\geq 0, y\geq 0\\ 0, & 其他\end{cases},$$

则二维随机变量(X,Y)的联合概率密度为____________.

14．设连续随机变量的密度函数为$f(x)$，则随机变量$Y=3e^{X}$的概率密度函数为________.

15．设随机变量X和Y均服从$N\sim(0,1)$分布，且X与Y相互独立，则(X,Y)的联合概率密度函数为______________________.

二、解答题

1．设X的概率密度为$f_X(x)=\dfrac{1}{\pi(1+x^2)},(-\infty<x<\infty)$，求$Y=1-\sqrt[3]{X}$ 的密度$f_Y(y)$.

2．设袋中有 10 个球，其中 3 白 7 黑，随机任取 3 个，随机变量X表示取到的白球数, 试求：
(1)、随机变量X的分布律；　　　(2)、数学期望 E（X）。

3．某种型号的器件的寿命X（以小时计）具有以下的概率密度

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1000}{x^2}, & x>1000\\ 0, & 其它\end{cases},$$

现有一大批此种器件（设各器件损坏与否相互独立)，任取 4 只，问其中至少有一只寿命大于 2000 小时的概率是多少？

4．设X的概率密度为$f(x)=\begin{cases}\dfrac{3}{8}x^2, & 0<x<2,\\ 0\ , & 其他.\end{cases}$

试求：（1）X的分布函数；　　（2）数学期望$E(X^2)$

5．设随机变量X服从正态分布$N\left(0,1\right)$，求随机变量函数$Y=X^2$的密度函数。

6．设随机变量(X,Y)的联合概率密度函数为$f(x,y)=\begin{cases}6xe^{-3y}, & 0\leq x\leq 1, y>0\\ 0, & 其他\end{cases},$

试求(1)关于X的边缘密度函数；(2) $P\{X>0.5,Y>1\}$.

7．设(X,Y)的联合分布律为

X \ Y	-1	1	2
1	0.2	0.1	0.1
2	0.3	0.2	0.1

试求：ρ_{XY} 并讨论独立性和相关性。

8．设二维随机变量(X,Y)的联合密度函数 $f(x,y)=\begin{cases}6x, & 0<x<y<1\\ 0, & 其\ 他\end{cases}$，求

（1）X,Y 的边缘密度函数；（2）(X,Y) 的联合分布函数；（3）$P(X+Y\le 1)$.

9．设随机变量 X 与 Y 相互独立，其概率密度分别为

$$f_X(x)=\begin{cases}1, & 0\le x\le 1\\ 0, & 其他\end{cases},\qquad f_Y(y)=\begin{cases}e^{-y}, & y>0\\ 0, & 其他\end{cases}.$$

求随机变量 $Z=X+Y$ 的概率密度.

10．设二维随机变量(X,Y)的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}A(x+y)^2, & |x|\le 1,|y|\le 1\\ 0, & 其他\end{cases}$$

求（1）A 的值；(2)关于 X 的边缘概率密度函数；（3）$P\{X<3,Y\le\frac{1}{2}\}$.

11．设 $P\{X=0\}=P\{Y=0\}=P\{X=1\}=P\{Y=1\}=\frac{1}{2}$，两个随机变量 X，Y 是相互独立且同分布，求随机变量 $Z_1=\max(X,Y),Z_2=X+Y$ 的分布律.

12．一辆飞机场的交通车送 20 名乘客到 9 个站，假设每名乘客都等可能地在任一站下车，且他们下车与否相互独立，又知交通车只在有人下车时才停车，求该交通车停车次数的数学期望。