第一章 向量与坐标

§1.2 向量的加法

研制者：吴炳烨

高等教育出版社
高等教育电子音像出版社

§1.2 向量的加法

§1.2 向量的加法

教学内容: 向量的加法与减法

§1.2 向量的加法

教学内容: 向量的加法与减法

教学目的: 掌握向量加法与减法的概念及运算规律

§1.2 向量的加法

教学内容: 向量的加法与减法

教学目的: 掌握向量加法与减法的概念及运算规律

教学重难点: 向量加法的多边形法则

向量的加法

向量的加法

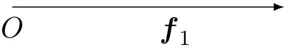
实例

向量的加法

☞ **实例** 作用于同一点 O 的两个不共线的力 $\boldsymbol{f}_1, \boldsymbol{f}_2$ 所产生的合力 $\boldsymbol{f}$ (平行四边形法则).

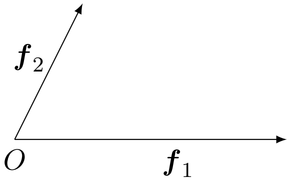
向量的加法

☞ **实例** 作用于同一点 O 的两个不共线的力 $\boldsymbol{f}_1, \boldsymbol{f}_2$ 所产生的合力 $\boldsymbol{f}$ (平行四边形法则).



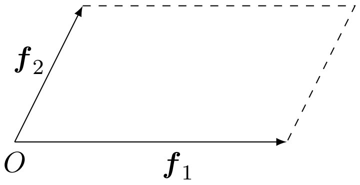
❐ 向量的加法

☞ **实例** 作用于同一点 O 的两个不共线的力 $\boldsymbol{f}_1, \boldsymbol{f}_2$ 所产生的合力 $\boldsymbol{f}$ (平行四边形法则).



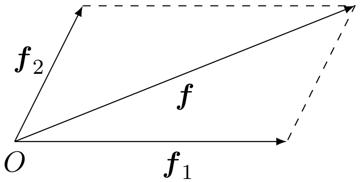
向量的加法

☞ **实例** 作用于同一点 O 的两个不共线的力 $\boldsymbol{f}_1, \boldsymbol{f}_2$ 所产生的合力 $\boldsymbol{f}$ (平行四边形法则).



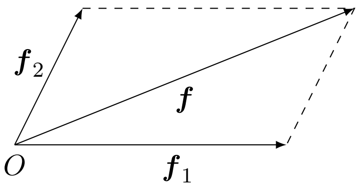
❒ 向量的加法

☞ **实例** 作用于同一点 O 的两个不共线的力 $\boldsymbol{f}_1, \boldsymbol{f}_2$ 所产生的合力 $\boldsymbol{f}$ (平行四边形法则).



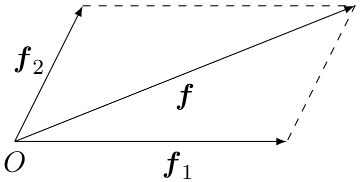
❒ 向量的加法

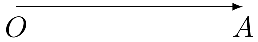
☞ **实例** 作用于同一点 O 的两个不共线的力 $\boldsymbol{f}_1, \boldsymbol{f}_2$ 所产生的合力 $\boldsymbol{f}$ (平行四边形法则). 两个位移 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{AB}$ 的合成位移 $\overrightarrow{OB}$ (三角形法则).



向量的加法

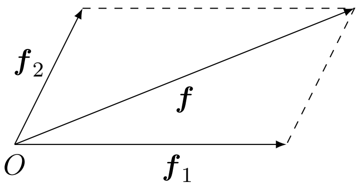
☞ **实例** 作用于同一点 O 的两个不共线的力 $\boldsymbol{f}_1, \boldsymbol{f}_2$ 所产生的合力 $\boldsymbol{f}$ (平行四边形法则). 两个位移 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{AB}$ 的合成位移 $\overrightarrow{OB}$ (三角形法则).

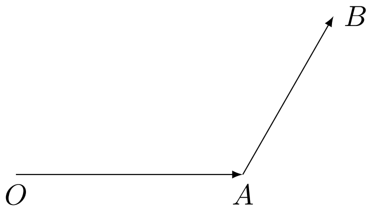




❒ 向量的加法

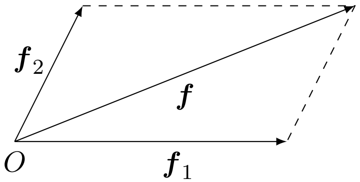
☞ **实例** 作用于同一点 O 的两个不共线的力 $\boldsymbol{f}_1, \boldsymbol{f}_2$ 所产生的合力 $\boldsymbol{f}$ (平行四边形法则). 两个位移 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{AB}$ 的合成位移 $\overrightarrow{OB}$ (三角形法则).

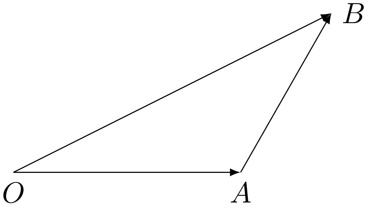




向量的加法

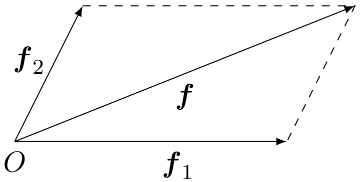
☞ **实例** 作用于同一点 O 的两个不共线的力 $\boldsymbol{f}_1, \boldsymbol{f}_2$ 所产生的合力 $\boldsymbol{f}$ (平行四边形法则). 两个位移 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{AB}$ 的合成位移 $\overrightarrow{OB}$ (三角形法则).

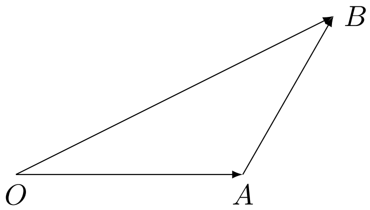




向量的加法

☞ **实例** 作用于同一点 O 的两个不共线的力 $\boldsymbol{f}_1, \boldsymbol{f}_2$ 所产生的合力 $\boldsymbol{f}$ (平行四边形法则). 两个位移 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{AB}$ 的合成位移 $\overrightarrow{OB}$ (三角形法则).

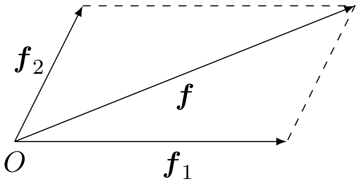


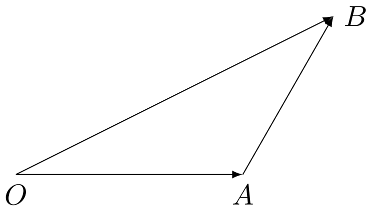


二者关系: 在自由向量的意义下, 两向量合成的平行四边形法则可归结为三角形法则.

向量的加法

☞ **实例** 作用于同一点 O 的两个不共线的力 $\boldsymbol{f}_1, \boldsymbol{f}_2$ 所产生的合力 $\boldsymbol{f}$ (平行四边形法则). 两个位移 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{AB}$ 的合成位移 $\overrightarrow{OB}$ (三角形法则).



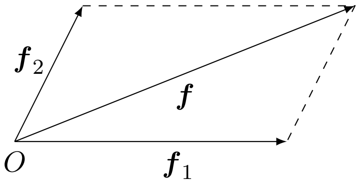


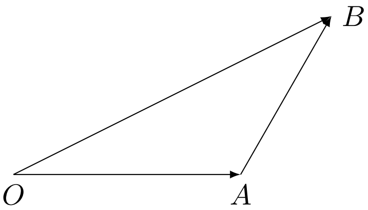
二者关系: 在自由向量的意义下, 两向量合成的平行四边形法则可归结为三角形法则.

☞ **加法的概念(三角形法则)**

向量的加法

☞ **实例** 作用于同一点 O 的两个不共线的力 $\boldsymbol{f}_1, \boldsymbol{f}_2$ 所产生的合力 $\boldsymbol{f}$ (平行四边形法则). 两个位移 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{AB}$ 的合成位移 $\overrightarrow{OB}$ (三角形法则).



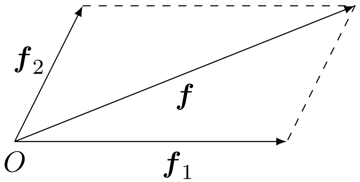


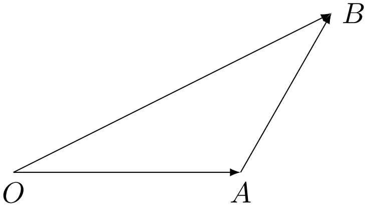
二者关系: 在自由向量的意义下, 两向量合成的平行四边形法则可归结为三角形法则.

☞ **加法的概念(三角形法则)** 给定向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$, 以空间一点 O 为始点作 $\overrightarrow{OA} = \boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{b}$, 则折线 OAB 中 $\overrightarrow{OB} = \boldsymbol{c}$ 叫做 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和, 记做 $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB}$ 或者 $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$.

向量的加法

实例 作用于同一点 O 的两个不共线的力 $\boldsymbol{f}_1, \boldsymbol{f}_2$ 所产生的合力 $\boldsymbol{f}$ (平行四边形法则). 两个位移 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{AB}$ 的合成位移 $\overrightarrow{OB}$ (三角形法则).





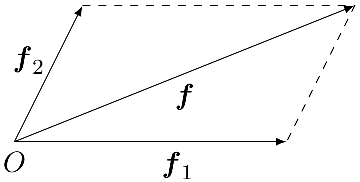
二者关系: 在自由向量的意义下, 两向量合成的平行四边形法则可归结为三角形法则.

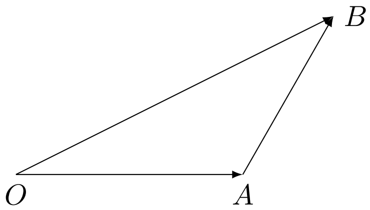
加法的概念(三角形法则) 给定向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$, 以空间一点 O 为始点作 $\overrightarrow{OA} = \boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{b}$, 则折线 OAB 中 $\overrightarrow{OB} = \boldsymbol{c}$ 叫做 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和, 记做 $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB}$ 或者 $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$.

求两向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和 $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$ 的运算叫做加法运算.

向量的加法

☞ **实例** 作用于同一点 O 的两个不共线的力 $\boldsymbol{f}_1, \boldsymbol{f}_2$ 所产生的合力 $\boldsymbol{f}$ (平行四边形法则). 两个位移 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{AB}$ 的合成位移 $\overrightarrow{OB}$ (三角形法则).





二者关系: 在自由向量的意义下, 两向量合成的平行四边形法则可归结为三角形法则.

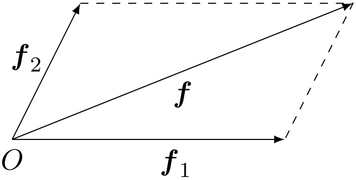
☞ **加法的概念(三角形法则)** 给定向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$, 以空间一点 O 为始点作 $\overrightarrow{OA} = \boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{b}$, 则折线 OAB 中 $\overrightarrow{OB} = \boldsymbol{c}$ 叫做 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和, 记做 $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB}$ 或者 $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$.

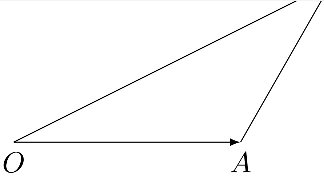
求两向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和 $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$ 的运算叫做加法运算. 由定义易知

定理1.2.1 (平行四边形法则)

若以 $\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}$ 为邻边组成平行四边形 $OACB$, 则对角线向量

$$\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}.$$





二者关系: 在自由向量的意义下, 两向量合成的平行四边形法则可归结为三角形法则.

☞ **加法的概念(三角形法则)** 给定向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$, 以空间一点 O 为始点作 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b}$, 则折线 OAB 中 $\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{c}$ 叫做 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和, 记做 $\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}$ 或者 $\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$.

求两向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 的运算叫做加法运算. 由定义易知

定理1.2.1 (平行四边形法则)

若以 $\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}$ 为邻边组成平行四边形 $OACB$, 则对角线向量

$$\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}.$$

由定义易知

$$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{0}=\boldsymbol{a},\quad \boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{0})=\boldsymbol{a}.$$

二者关系: 在自由向量的意义下, 两向量合成的平行四边形法则可归结为三角形法则.

☞ **加法的概念(三角形法则)** 给定向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$, 以空间一点 O 为始点作 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b}$, 则折线 OAB 中 $\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{c}$ 叫做 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和, 记做 $\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}$ 或者 $\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$.

求两向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 的运算叫做加法运算. 由定义易知

❒ 加法运算律

❐ 加法运算律

定理1.2.2 向量的加法满足以下运算规律:

加法运算律

定理1.2.2 向量的加法满足以下运算律:

1) 交换律: $\boxed{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a};}$

加法运算律

定理1.2.2 向量的加法满足以下运算规律:

1) 交换律: $\boxed{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a};}$

2) 结合律: $\boxed{\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}.}$

加法运算律

定理1.2.2 向量的加法满足以下运算律:

1) 交换律: $\boxed{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a};}$

2) 结合律: $\boxed{\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}.}$

证明 1) 交换律.

加法运算律

定理1.2.2 向量的加法满足以下运算规律:

1) 交换律: $\boxed{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a};}$

2) 结合律: $\boxed{\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}.}$

证明 1) 交换律. 若 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 不平行(即不共线), 由图可知

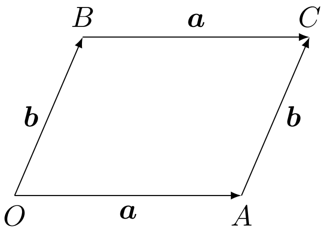
❒ 加法运算律

定理1.2.2 向量的加法满足以下运算规律:

1) 交换律: $\boxed{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a};}$

2) 结合律: $\boxed{\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}.}$

证明 1) 交换律. 若 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 不平行(即不共线), 由图可知



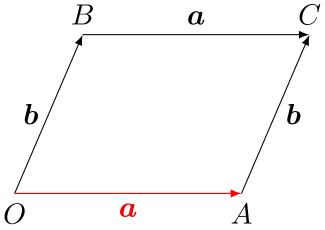
加法运算律

定理1.2.2 向量的加法满足以下运算规律:

1) 交换律: $\boxed{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a};}$

2) 结合律: $\boxed{\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}.}$

证明 1) 交换律. 若 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 不平行(即不共线), 由图可知



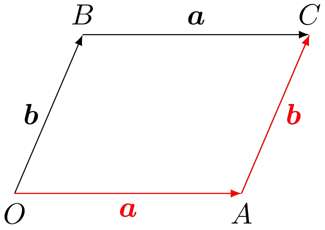
❐ 加法运算律

定理1.2.2 向量的加法满足以下运算律:

1) 交换律: $\boxed{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a};}$

2) 结合律: $\boxed{\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}.}$

证明 1) 交换律. 若 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 不平行(即不共线), 由图可知



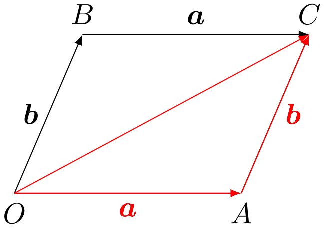
加法运算律

定理1.2.2 向量的加法满足以下运算规律:

1) 交换律: $\boxed{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a};}$

2) 结合律: $\boxed{\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}.}$

证明 1) 交换律. 若 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 不平行(即不共线), 由图可知



❐ 加法运算律

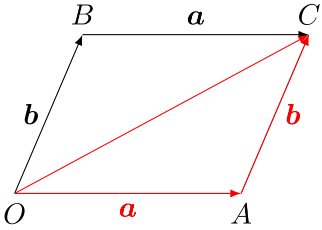
定理1.2.2 向量的加法满足以下运算规律:

1) 交换律: $\boxed{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a};}$

2) 结合律: $\boxed{\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}.}$

证明 1) 交换律. 若 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 不平行(即不共线), 由图可知

$$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OC},$$



❐ 加法运算律

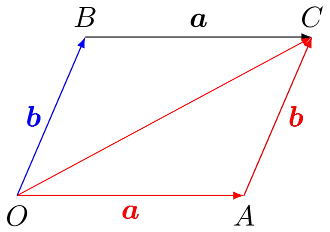
定理1.2.2 向量的加法满足以下运算律:

1) 交换律: $\boxed{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a};}$

2) 结合律: $\boxed{\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}.}$

证明 1) 交换律. 若 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 不平行(即不共线), 由图可知

$$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OC},$$



加法运算律

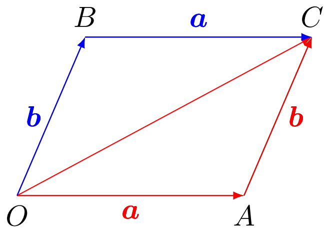
定理1.2.2 向量的加法满足以下运算规律:

1) 交换律: $\boxed{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a};}$

2) 结合律: $\boxed{\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}.}$

证明 1) 交换律. 若 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 不平行(即不共线), 由图可知

$$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OC},$$



加法运算律

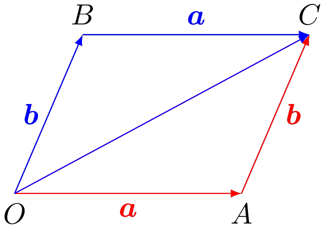
定理1.2.2 向量的加法满足以下运算律:

1) 交换律: $\boxed{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a};}$

2) 结合律: $\boxed{\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}.}$

证明 1) 交换律. 若 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 不平行(即不共线), 由图可知

$$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OC},$$



❐ 加法运算律

定理1.2.2 向量的加法满足以下运算规律:

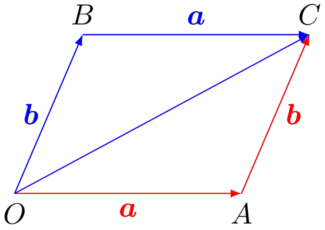
1) 交换律: $\boxed{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a};}$

2) 结合律: $\boxed{\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}.}$

证明 1) 交换律. 若 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 不平行(即不共线), 由图可知

$$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OC},$$

$$\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{OC},$$



❐ 加法运算律

定理1.2.2 向量的加法满足以下运算规律:

1) 交换律: $\boxed{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a};}$

2) 结合律: $\boxed{\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}.}$

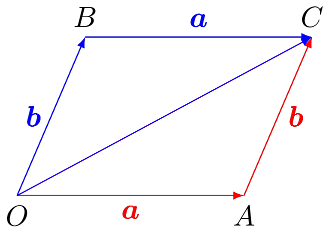
证明 1) 交换律. 若 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 不平行(即不共线), 由图可知

$$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OC},$$

$$\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{OC},$$

所以

$$\boxed{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}.}$$



加法运算律

定理1.2.2 向量的加法满足以下运算规律:

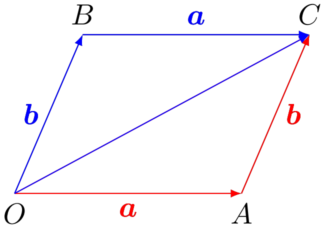
1) 交换律: $\boxed{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a};}$

2) 结合律: $\boxed{\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}.}$

证明 1) 交换律. 若 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 不平行(即不共线), 由图可知

$$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OC},$$

$$\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{OC},$$



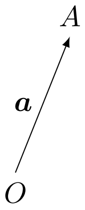
所以

$$\boxed{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}.}$$

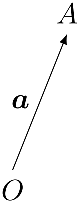
若 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 平行, 交换律显然成立.

2)结合律. 自空间任意点 O 开始依次引入 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$,

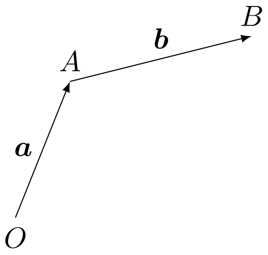
2)结合律. 自空间任意点 O 开始依次引入 $\overrightarrow{OA} = \boldsymbol{a}$,



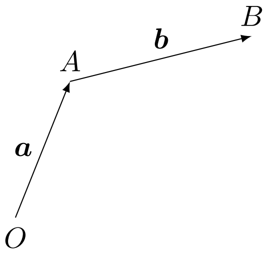
2)结合律. 自空间任意点 O 开始依次引入 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b}$,



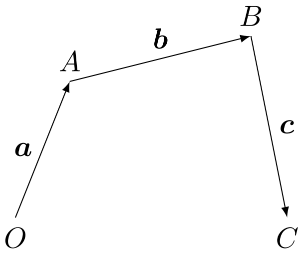
2)结合律. 自空间任意点 O 开始依次引入 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b}$,



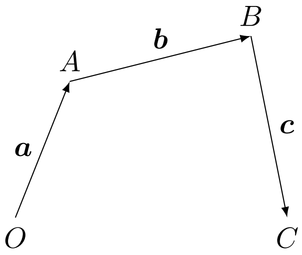
2) 结合律. 自空间任意点 O 开始依次引入 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{c}$,



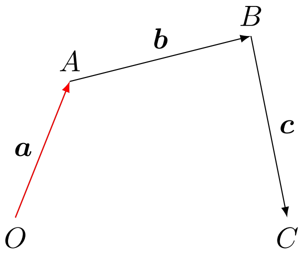
2)结合律. 自空间任意点 O 开始依次引入 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{c}$,



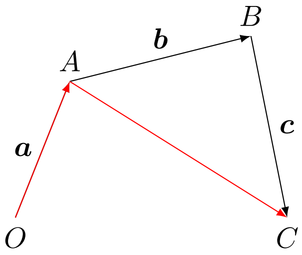
2)结合律. 自空间任意点 O 开始依次引入 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{c}$, 根据向量的加法定义有



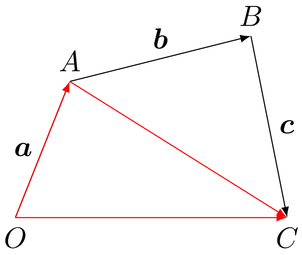
2)结合律. 自空间任意点 O 开始依次引入 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{c}$, 根据向量的加法定义有



2)结合律. 自空间任意点 O 开始依次引入 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{c}$, 根据向量的加法定义有

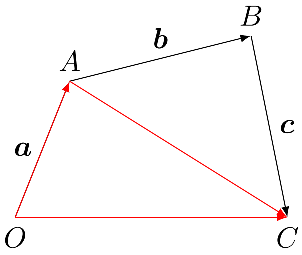


2)结合律. 自空间任意点 O 开始依次引入 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{c}$, 根据向量的加法定义有



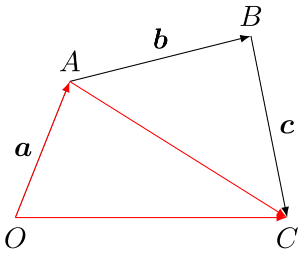
2)结合律. 自空间任意点 O 开始依次引入 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{c}$, 根据向量的加法定义有

$$\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=\overrightarrow{OA}+(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})$$



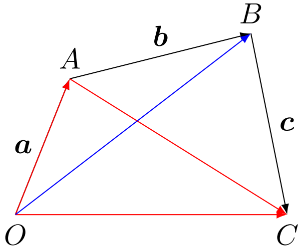
2)结合律. 自空间任意点 O 开始依次引入 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{c}$, 根据向量的加法定义有

$$\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=\overrightarrow{OA}+(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OC},$$



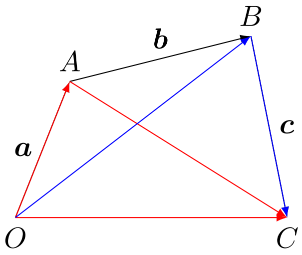
2)结合律. 自空间任意点 O 开始依次引入 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{c}$, 根据向量的加法定义有

$$\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=\overrightarrow{OA}+(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OC},$$



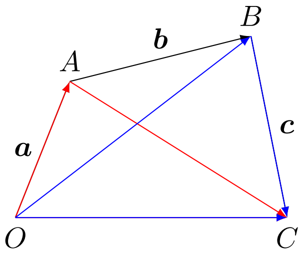
2)结合律. 自空间任意点 O 开始依次引入 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{c}$, 根据向量的加法定义有

$$\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=\overrightarrow{OA}+(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OC},$$



2)结合律. 自空间任意点 O 开始依次引入 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{c}$, 根据向量的加法定义有

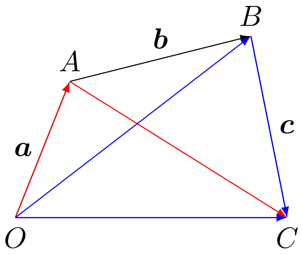
$$\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=\overrightarrow{OA}+(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OC},$$



2)结合律. 自空间任意点 O 开始依次引入 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{c}$, 根据向量的加法定义有

$$\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=\overrightarrow{OA}+(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OC},$$

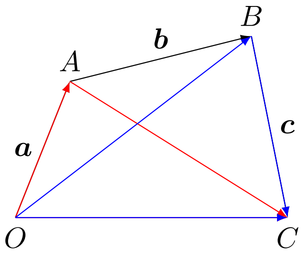
$$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB})+\overrightarrow{BC}$$



2)结合律. 自空间任意点 O 开始依次引入 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{c}$, 根据向量的加法定义有

$$\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=\overrightarrow{OA}+(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OC},$$

$$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB})+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{OC},$$



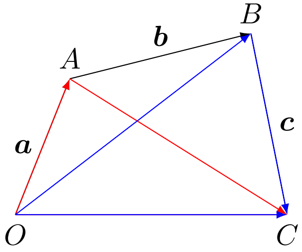
2)结合律. 自空间任意点 O 开始依次引入 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{c}$, 根据向量的加法定义有

$$\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=\overrightarrow{OA}+(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OC},$$

$$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB})+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{OC},$$

所以

$$\boxed{\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}.}$$



由上可知向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 相加, 不论其顺序与结合关系如何, 其结果相同, 故可简记为 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$.

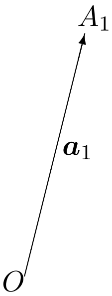
由上可知向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 相加, 不论其顺序与结合关系如何, 其结果相同, 故可简记为 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$. 推广到任意有限个向量 $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \cdots, \boldsymbol{a}_n$ 的和就可以记做

$$\boldsymbol{a}_1+\boldsymbol{a}_2+\cdots+\boldsymbol{a}_n.$$

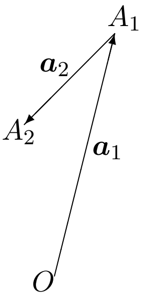
由上可知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 相加, 不论其顺序与结合关系如何, 其结果相同, 故可简记为 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$. 推广到任意有限个向量 $\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\cdots,\boldsymbol{a}_n$ 的和就可以记做

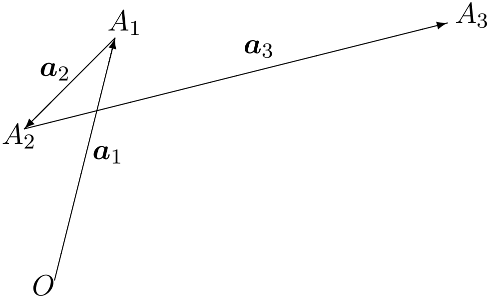
$$\boldsymbol{a}_1+\boldsymbol{a}_2+\cdots+\boldsymbol{a}_n.$$

有限个向量 $\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\cdots,\boldsymbol{a}_n$ 相加的作图法, 可以由三角形法则推广到多边形法则.

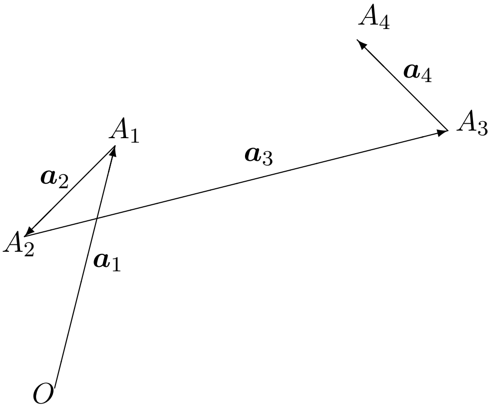


A_1
$\boldsymbol{a}_1$
O

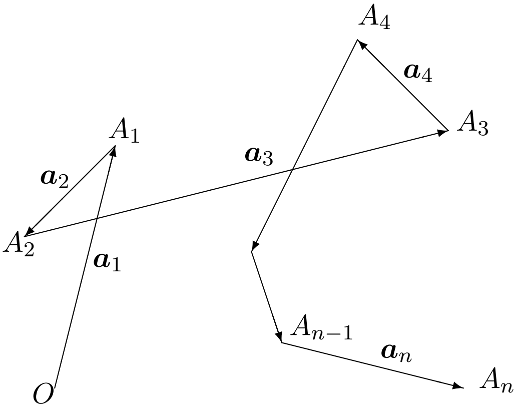

A_1
$\boldsymbol{a}_2$
A_2
$\boldsymbol{a}_1$
O

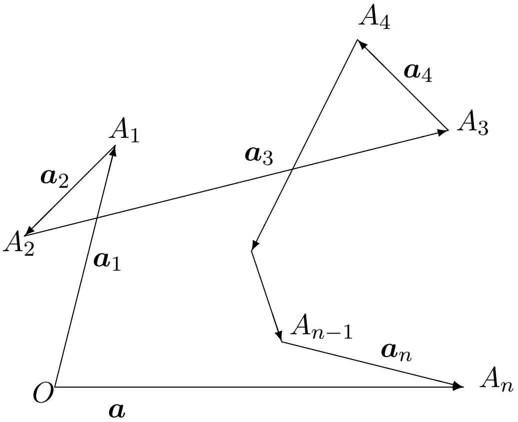


A_1
A_3
$\boldsymbol{a}_2$
$\boldsymbol{a}_3$
A_2
$\boldsymbol{a}_1$
O

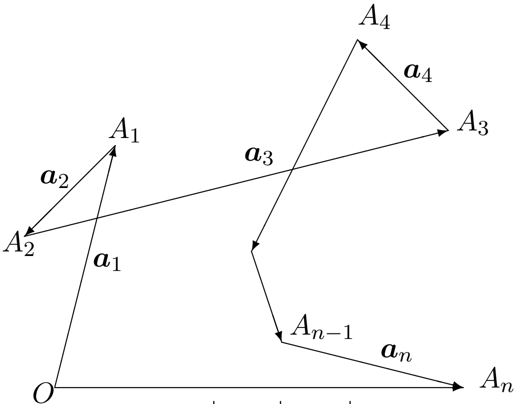


A_4
$\boldsymbol{a}_4$
A_3
A_1
$\boldsymbol{a}_3$
$\boldsymbol{a}_2$
A_2
$\boldsymbol{a}_1$
O


A_4
$\boldsymbol{a}_4$
A_3
A_1
$\boldsymbol{a}_3$
$\boldsymbol{a}_2$
A_2
$\boldsymbol{a}_1$
A_{n-1}
$\boldsymbol{a}_n$
O
A_n



A_4
$\boldsymbol{a}_4$
A_3
A_1
$\boldsymbol{a}_3$
$\boldsymbol{a}_2$
A_2
$\boldsymbol{a}_1$
A_{n-1}
$\boldsymbol{a}_n$
O
A_n
$\boldsymbol{a}$



$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_1 + \boldsymbol{a}_2 + \cdots + \boldsymbol{a}_n$$

❒ 向量的减法

❒ 向量的减法

☞ 减法的定义(加法的逆运算)

❒ 向量的减法

☞ 减法的定义(加法的逆运算) 当 $\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}$ 时，称 $\boldsymbol{c}$为$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的差，记为 $\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$.

❒ 向量的减法

☞ 减法的定义(加法的逆运算) 当 $\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}$ 时，称 $\boldsymbol{c}$为$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的差，记为 $\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$. 求两向量差的运算被称为减法运算.

❒ 向量的减法

☞ 减法的定义(加法的逆运算) 当 $\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}$ 时，称 $\boldsymbol{c}$为$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的差，记为 $\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$. 求两向量差的运算被称为减法运算.

☞ 向量减法的三角形法则

❒ 向量的减法

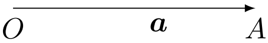
☞ **减法的定义(加法的逆运算)** 当 $\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}$ 时，称 $\boldsymbol{c}$为$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的差，记为 $\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$. 求两向量差的运算被称为减法运算.

☞ **向量减法的三角形法则** 自空间任意点 O 作 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$ 与 $\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$,

❒ 向量的减法

☞ **减法的定义(加法的逆运算)** 当 $\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}$ 时，称 $\boldsymbol{c}$为$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的差，记为 $\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$. 求两向量差的运算被称为减法运算.

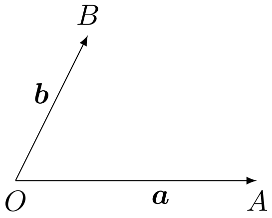
☞ **向量减法的三角形法则** 自空间任意点 O 作 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$ 与 $\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$,



❒ 向量的减法

☞ **减法的定义(加法的逆运算)** 当 $\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}$ 时，称 $\boldsymbol{c}$为$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的差，记为 $\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$. 求两向量差的运算被称为减法运算.

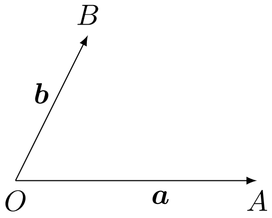
☞ **向量减法的三角形法则** 自空间任意点 O 作 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$ 与 $\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$,



❒ 向量的减法

☞ **减法的定义(加法的逆运算)** 当 $\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}$ 时，称 $\boldsymbol{c}$为$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的差，记为 $\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$. 求两向量差的运算被称为减法运算.

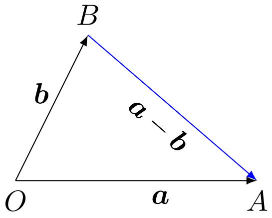
☞ **向量减法的三角形法则** 自空间任意点 O 作 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$ 与 $\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，则 $\overrightarrow{BA}$ 为 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的差，即 $\overrightarrow{BA}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$.



❒ 向量的减法

☞ **减法的定义(加法的逆运算)** 当 $\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}$ 时，称 $\boldsymbol{c}$为$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的差，记为 $\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$. 求两向量差的运算被称为减法运算.

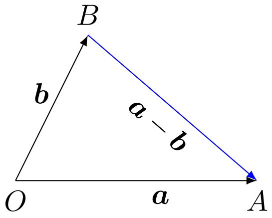
☞ **向量减法的三角形法则** 自空间任意点 O 作 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$ 与 $\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$, 则 $\overrightarrow{BA}$ 为 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的差, 即 $\overrightarrow{BA}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$.



❒ 向量的减法

☞ **减法的定义(加法的逆运算)** 当 $\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}$ 时，称 $\boldsymbol{c}$为$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的差，记为 $\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$. 求两向量差的运算被称为减法运算.

☞ **向量减法的三角形法则** 自空间任意点 O 作 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$ 与 $\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，则 $\overrightarrow{BA}$ 为 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的差，即 $\overrightarrow{BA}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$.

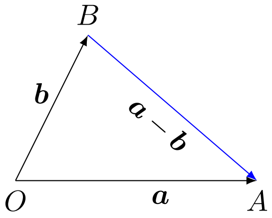


☞ **向量加减法的关系**

❒ 向量的减法

☞ **减法的定义(加法的逆运算)** 当 $\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}$ 时，称 $\boldsymbol{c}$为$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的差，记为 $\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$. 求两向量差的运算被称为减法运算.

☞ **向量减法的三角形法则** 自空间任意点 O 作 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$ 与 $\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$, 则 $\overrightarrow{BA}$ 为 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的差, 即 $\overrightarrow{BA}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$.



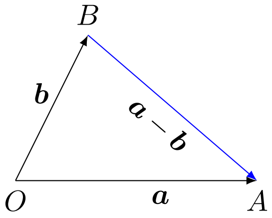
☞ **向量加减法的关系**

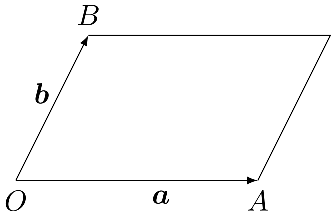
1) 几何上: 以 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 为邻边的平行四边形的两条对角线向量.

❒ 向量的减法

☞ **减法的定义(加法的逆运算)** 当 $\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}$ 时，称 $\boldsymbol{c}$为$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的差，记为 $\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$. 求两向量差的运算被称为减法运算.

☞ **向量减法的三角形法则** 自空间任意点 O 作 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$ 与 $\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，则 $\overrightarrow{BA}$ 为 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的差，即 $\overrightarrow{BA}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$.





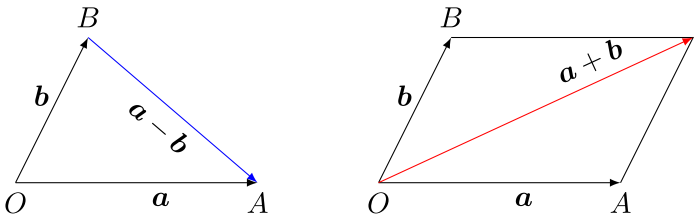
☞ **向量加减法的关系**

1) 几何上: 以 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 为邻边的平行四边形的两条对角线向量.

❒ 向量的减法

☞ **减法的定义(加法的逆运算)** 当 $\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}$ 时，称 $\boldsymbol{c}$为$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的差，记为 $\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$. 求两向量差的运算被称为减法运算.

☞ **向量减法的三角形法则** 自空间任意点 O 作 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$ 与 $\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$, 则 $\overrightarrow{BA}$ 为 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的差, 即 $\overrightarrow{BA}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$.



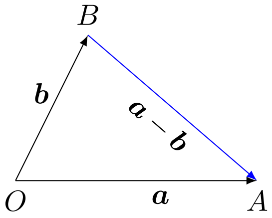
☞ **向量加减法的关系**

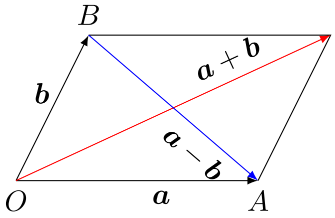
1) 几何上: 以 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 为邻边的平行四边形的两条对角线向量.

❐ 向量的减法

☞ **减法的定义(加法的逆运算)** 当 $\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}$ 时，称 $\boldsymbol{c}$为$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的差，记为 $\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$. 求两向量差的运算被称为减法运算.

☞ **向量减法的三角形法则** 自空间任意点 O 作 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$ 与 $\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，则 $\overrightarrow{BA}$ 为 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的差，即 $\overrightarrow{BA}=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$.



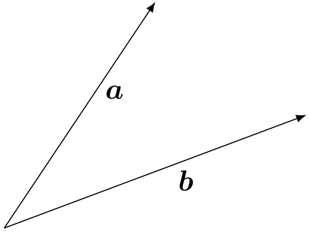


☞ **向量加减法的关系**

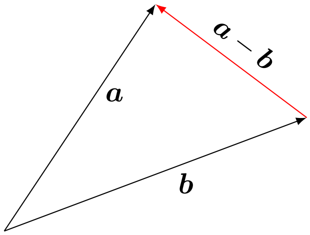
1) 几何上: 以 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 为邻边的平行四边形的两条对角线向量.

2) 代数上: 利用反向量使加减法相互转化

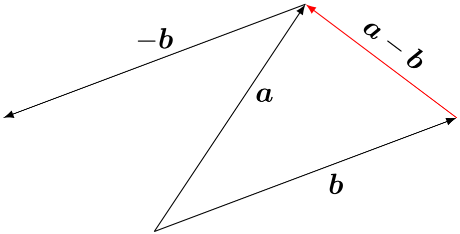
2) 代数上: 利用反向量使加减法相互转化



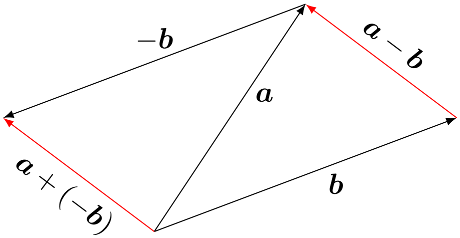
2) 代数上: 利用反向量使加减法相互转化



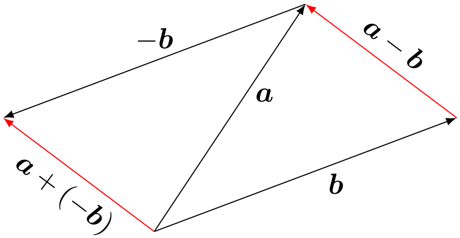
2) 代数上: 利用反向量使加减法相互转化



2) 代数上: 利用反向量使加减法相互转化

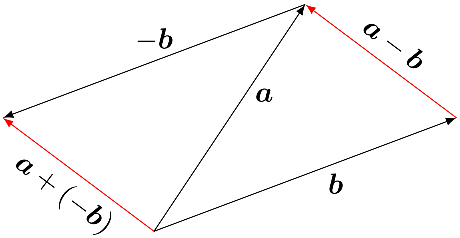


2) 代数上: 利用反向量使加减法相互转化



$$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{b}).$$

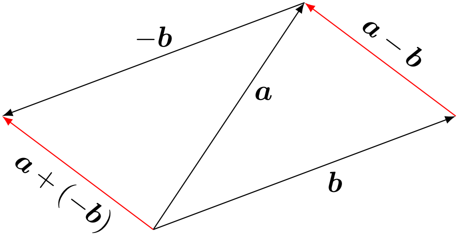
2) 代数上: 利用反向量使加减法相互转化



$$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{b}).$$

向量加法的三角不等式: 对任意两个向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$, 有

2) 代数上: 利用反向量使加减法相互转化

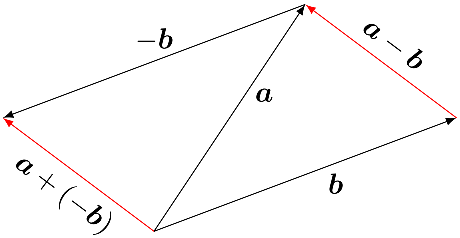


$$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{b}).$$

向量加法的三角不等式: 对任意两个向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$, 有

$$\boxed{\big||\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}|\big| \leq |\boldsymbol{a}\pm\boldsymbol{b}| \leq |\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|.}$$

2) 代数上: 利用反向量使加减法相互转化



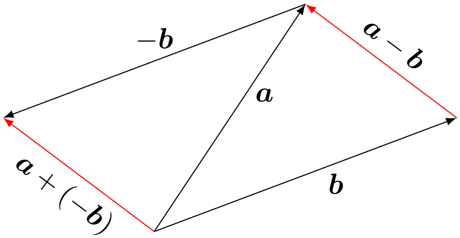
$$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{b}).$$

向量加法的三角不等式: 对任意两个向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$, 有

$$\boxed{\big||\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}|\big| \leq |\boldsymbol{a}\pm\boldsymbol{b}| \leq |\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|.}$$

一般地, 对任意有限多个向量 $\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\cdots,\boldsymbol{a}_n$, 有

2) 代数上: 利用反向量使加减法相互转化



$$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{b}).$$

向量加法的三角不等式: 对任意两个向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$, 有

$$\boxed{\big||\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}|\big| \le |\boldsymbol{a}\pm\boldsymbol{b}| \le |\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|.}$$

一般地, 对任意有限多个向量 $\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\cdots,\boldsymbol{a}_n$, 有

$$\boxed{|\boldsymbol{a}_1+\boldsymbol{a}_2+\cdots+\boldsymbol{a}_n| \le |\boldsymbol{a}_1|+|\boldsymbol{a}_2|+\cdots+|\boldsymbol{a}_n|.}$$

例 1

设互不共线的三向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$, 试证明顺次将它们的终点与始点相连而成一个三角形的充要条件是它们的和是零向量.

例 1

设互不共线的三向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$, 试证明顺次将它们的终点与始点相连而成一个三角形的充要条件是它们的和是零向量.

证 必要性.

例 1

设互不共线的三向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$, 试证明顺次将它们的终点与始点相连而成一个三角形的充要条件是它们的和是零向量.

证 必要性. 设三个向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ 可以构成三角形 ABC,

例 1

设互不共线的三向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$, 试证明顺次将它们的终点与始点相连而成一个三角形的充要条件是它们的和是零向量.

证 必要性. 设三个向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 可以构成三角形 ABC, 即有

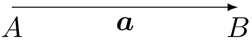
$$\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{a},$$

例 1

设互不共线的三向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$, 试证明顺次将它们的终点与始点相连而成一个三角形的充要条件是它们的和是零向量.

证 必要性. 设三个向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 可以构成三角形 ABC, 即有

$$\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{a},$$

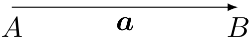


例 1

设互不共线的三向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$, 试证明顺次将它们的终点与始点相连而成一个三角形的充要条件是它们的和是零向量.

证 必要性. 设三个向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 可以构成三角形 ABC, 即有

$$\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{a}, \quad \overrightarrow{BC} = \boldsymbol{b},$$

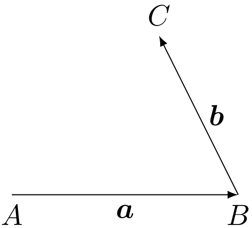


例 1

设互不共线的三向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$, 试证明顺次将它们的终点与始点相连而成一个三角形的充要条件是它们的和是零向量.

证 必要性. 设三个向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 可以构成三角形 ABC, 即有

$$\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{a}, \quad \overrightarrow{BC} = \boldsymbol{b},$$

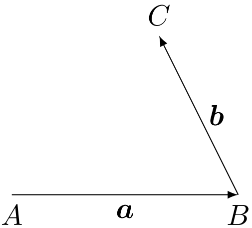


例 1

设互不共线的三向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$, 试证明顺次将它们的终点与始点相连而成一个三角形的充要条件是它们的和是零向量.

证 必要性. 设三个向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 可以构成三角形 ABC, 即有

$$\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{a}, \quad \overrightarrow{BC} = \boldsymbol{b}, \quad \overrightarrow{CA} = \boldsymbol{c},$$

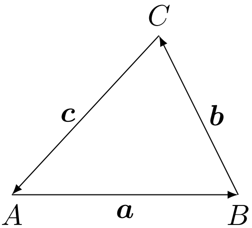


例 1

设互不共线的三向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$, 试证明顺次将它们的终点与始点相连而成一个三角形的充要条件是它们的和是零向量.

证 必要性. 设三个向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 可以构成三角形 ABC, 即有

$$\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{a}, \quad \overrightarrow{BC} = \boldsymbol{b}, \quad \overrightarrow{CA} = \boldsymbol{c},$$



例 1

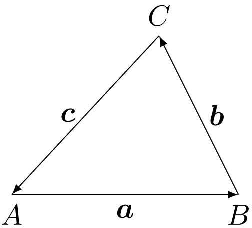
设互不共线的三向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$, 试证明顺次将它们的终点与始点相连而成一个三角形的充要条件是它们的和是零向量.

证 必要性. 设三个向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 可以构成三角形 ABC, 即有

$$\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{a}, \quad \overrightarrow{BC} = \boldsymbol{b}, \quad \overrightarrow{CA} = \boldsymbol{c},$$

那么

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AA} = \boldsymbol{0},$$



例 1

设互不共线的三向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$, 试证明顺次将它们的终点与始点相连而成一个三角形的充要条件是它们的和是零向量.

证 必要性. 设三个向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 可以构成三角形 ABC, 即有

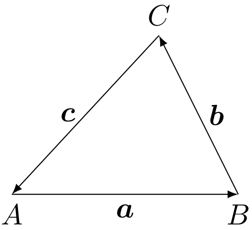
$$\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{a}, \quad \overrightarrow{BC} = \boldsymbol{b}, \quad \overrightarrow{CA} = \boldsymbol{c},$$

那么

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AA} = \boldsymbol{0},$$

即

$$\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} = \boldsymbol{0}.$$



例 1

设互不共线的三向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$, 试证明顺次将它们的终点与始点相连而成一个三角形的充要条件是它们的和是零向量.

证 必要性. 设三个向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 可以构成三角形 ABC, 即有

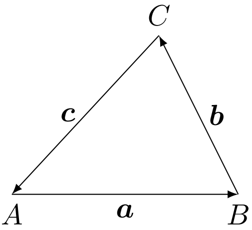
$$\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{a}, \quad \overrightarrow{BC} = \boldsymbol{b}, \quad \overrightarrow{CA} = \boldsymbol{c},$$

那么

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AA} = \mathbf{0},$$

即

$$\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} = \mathbf{0}.$$



充分性. 设 $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} = \mathbf{0}$,

例 1

设互不共线的三向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$, 试证明顺次将它们的终点与始点相连而成一个三角形的充要条件是它们的和是零向量.

证 必要性. 设三个向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 可以构成三角形 ABC, 即有

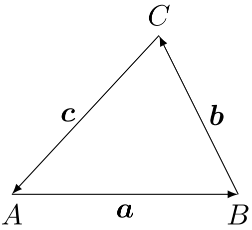
$$\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{a}, \quad \overrightarrow{BC} = \boldsymbol{b}, \quad \overrightarrow{CA} = \boldsymbol{c},$$

那么

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AA} = \boldsymbol{0},$$

即

$$\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} = \boldsymbol{0}.$$



充分性. 设 $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} = \boldsymbol{0}$, 作 $\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{BC} = \boldsymbol{b}$,

例 1

设互不共线的三向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$, 试证明顺次将它们的终点与始点相连而成一个三角形的充要条件是它们的和是零向量.

证 必要性. 设三个向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 可以构成三角形 ABC, 即有

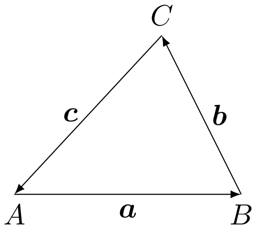
$$\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{a}, \quad \overrightarrow{BC} = \boldsymbol{b}, \quad \overrightarrow{CA} = \boldsymbol{c},$$

那么

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AA} = \boldsymbol{0},$$

即

$$\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} = \boldsymbol{0}.$$



充分性. 设 $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} = \boldsymbol{0}$, 作 $\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{BC} = \boldsymbol{b}$, 那么

$$\overrightarrow{AC} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b},$$

例 1

设互不共线的三向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$, 试证明顺次将它们的终点与始点相连而成一个三角形的充要条件是它们的和是零向量.

证 必要性. 设三个向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 可以构成三角形 ABC, 即有

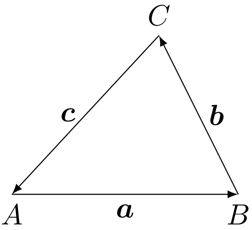
$$\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{a}, \quad \overrightarrow{BC} = \boldsymbol{b}, \quad \overrightarrow{CA} = \boldsymbol{c},$$

那么

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AA} = \boldsymbol{0},$$

即

$$\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} = \boldsymbol{0}.$$



充分性. 设 $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} = \boldsymbol{0}$, 作 $\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{BC} = \boldsymbol{b}$, 那么

$$\overrightarrow{AC} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b},$$

所以 $\overrightarrow{AC} + \boldsymbol{c} = \boldsymbol{0}$,

例 1

设互不共线的三向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$, 试证明顺次将它们的终点与始点相连而成一个三角形的充要条件是它们的和是零向量.

证 必要性. 设三个向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 可以构成三角形 ABC, 即有

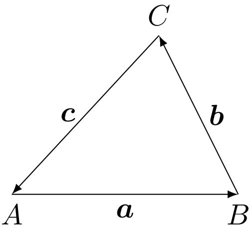
$$\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{a}, \quad \overrightarrow{BC} = \boldsymbol{b}, \quad \overrightarrow{CA} = \boldsymbol{c},$$

那么

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AA} = \boldsymbol{0},$$

即

$$\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} = \boldsymbol{0}.$$



充分性. 设 $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} = \boldsymbol{0}$, 作 $\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{BC} = \boldsymbol{b}$, 那么

$$\overrightarrow{AC} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b},$$

所以 $\overrightarrow{AC} + \boldsymbol{c} = \boldsymbol{0}$, 于是 $\overrightarrow{AC}$ 是 $\boldsymbol{c}$ 的反向量, 因此 $\boldsymbol{c} = \overrightarrow{CA}$,

例 1

设互不共线的三向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$, 试证明顺次将它们的终点与始点相连而成一个三角形的充要条件是它们的和是零向量.

证 必要性. 设三个向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 可以构成三角形 ABC, 即有

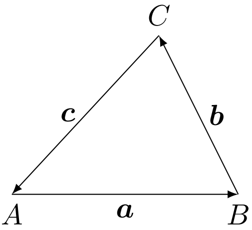
$$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a},\quad \overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b},\quad \overrightarrow{CA}=\boldsymbol{c},$$

那么

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{AA}=\boldsymbol{0},$$

即

$$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{0}.$$



充分性. 设 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{0}$, 作 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$, 那么

$$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b},$$

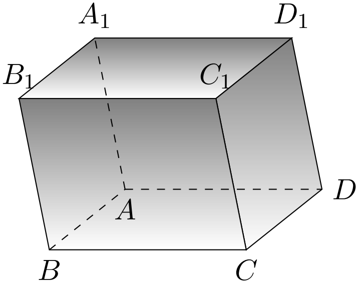
所以 $\overrightarrow{AC}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{0}$, 于是 $\overrightarrow{AC}$ 是 $\boldsymbol{c}$ 的反向量, 因此 $\boldsymbol{c}=\overrightarrow{CA}$, 即 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 构成一个三角形.

例 2

如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$. 试用 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ 来表示对角线向量 $\overrightarrow{AC_1}$, $\overrightarrow{A_1C}$.

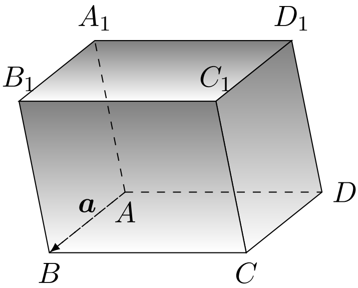
例 2

如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$. 试用 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ 来表示对角线向量 $\overrightarrow{AC_1}$, $\overrightarrow{A_1C}$.



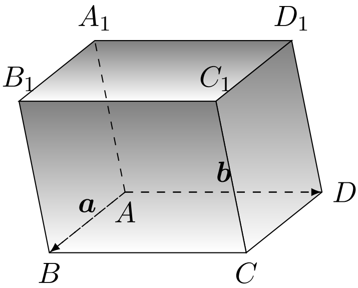
例 2

如图，在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$. 试用 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ 来表示对角线向量 $\overrightarrow{AC_1}$, $\overrightarrow{A_1C}$.



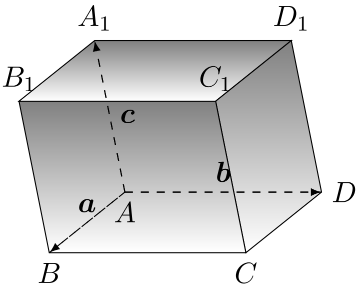
例 2

如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$. 试用 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ 来表示对角线向量 $\overrightarrow{AC_1}$, $\overrightarrow{A_1C}$.



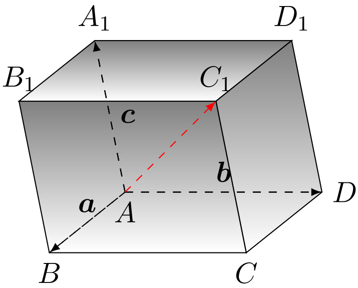
例 2

如图，在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$. 试用 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ 来表示对角线向量 $\overrightarrow{AC_1}$, $\overrightarrow{A_1C}$.



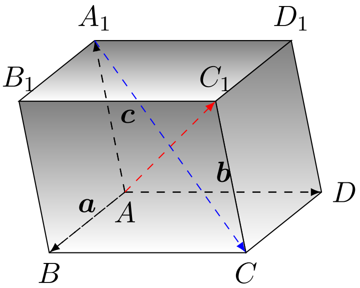
例 2

如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$. 试用 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ 来表示对角线向量 $\overrightarrow{AC_1}$, $\overrightarrow{A_1C}$.



例 2

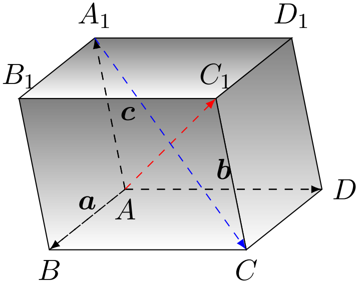
如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$. 试用 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ 来表示对角线向量 $\overrightarrow{AC_1}$, $\overrightarrow{A_1C}$.



例 2

如图，在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$. 试用 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 来表示对角线向量 $\overrightarrow{AC_1}$，$\overrightarrow{A_1C}$.

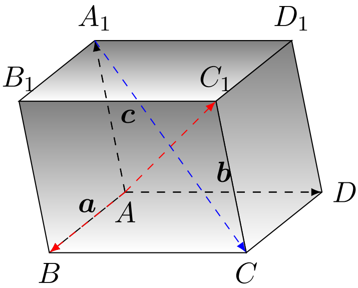
解 1) $\overrightarrow{AC_1}=$



例 2

如图，在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$. 试用 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ 来表示对角线向量 $\overrightarrow{AC_1}$, $\overrightarrow{A_1C}$.

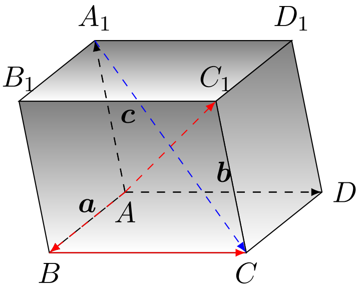
解 1) $\overrightarrow{AC_1}=$



例 2

如图，在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$. 试用 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ 来表示对角线向量 $\overrightarrow{AC_1}$, $\overrightarrow{A_1C}$.

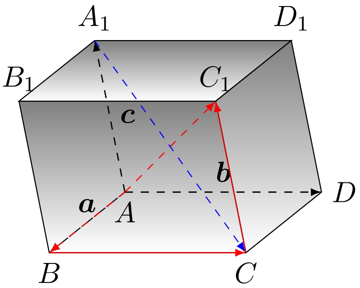
解 1) $\overrightarrow{AC_1}=$



例 2

如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$. 试用 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ 来表示对角线向量 $\overrightarrow{AC_1}$, $\overrightarrow{A_1C}$.

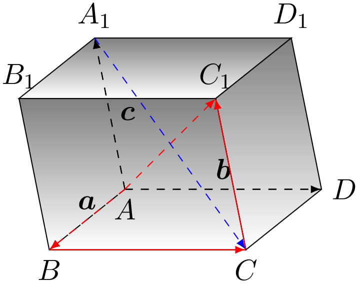
解 1) $\overrightarrow{AC_1}=$



例 2

如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$. 试用 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ 来表示对角线向量 $\overrightarrow{AC_1}$, $\overrightarrow{A_1C}$.

解 1) $\overrightarrow{AC_1}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC_1}$,

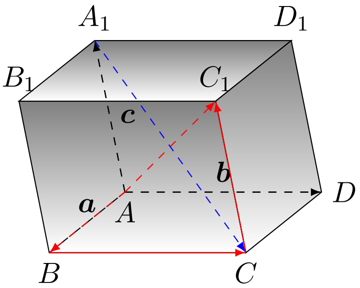


例 2

如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$. 试用 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ 来表示对角线向量 $\overrightarrow{AC_1}$, $\overrightarrow{A_1C}$.

解 1) $\overrightarrow{AC_1}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC_1}$,

从 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$ 及 $\overrightarrow{CC_1}=\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$, 有



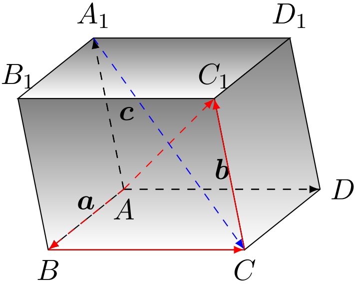
例 2

如图，在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$. 试用 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ 来表示对角线向量 $\overrightarrow{AC_1}$, $\overrightarrow{A_1C}$.

解 1) $\overrightarrow{AC_1}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC_1}$,

从 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$ 及 $\overrightarrow{CC_1}=\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$, 有

$$\boxed{\overrightarrow{AC_1}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}.}$$



例 2

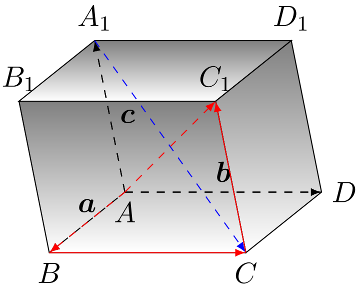
如图，在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$. 试用 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 来表示对角线向量 $\overrightarrow{AC_1}$，$\overrightarrow{A_1C}$.

解 1) $\overrightarrow{AC_1}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC_1}$，

从 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$ 及 $\overrightarrow{CC_1}=\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$，有

$$\boxed{\overrightarrow{AC_1}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}.}$$

2) $\overrightarrow{A_1C}=$



例 2

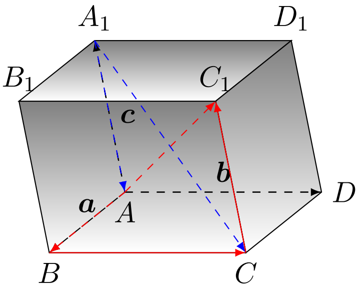
如图，在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$. 试用 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 来表示对角线向量 $\overrightarrow{AC_1}$，$\overrightarrow{A_1C}$.

解 1) $\overrightarrow{AC_1}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC_1}$,

从 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$ 及 $\overrightarrow{CC_1}=\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$，有

$$\boxed{\overrightarrow{AC_1}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}.}$$

2) $\overrightarrow{A_1C}=$



例 2

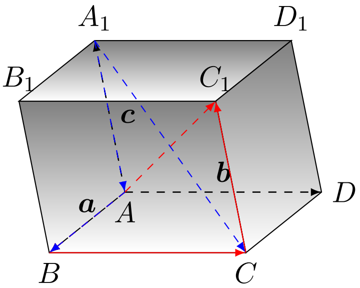
如图，在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$. 试用 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ 来表示对角线向量 $\overrightarrow{AC_1}$, $\overrightarrow{A_1C}$.

解 1) $\overrightarrow{AC_1}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC_1}$,

从 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$ 及 $\overrightarrow{CC_1}=\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$, 有

$$\boxed{\overrightarrow{AC_1}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}.}$$

2) $\overrightarrow{A_1C}=$



例 2

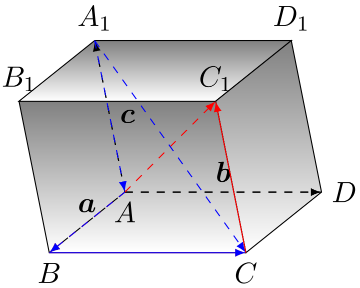
如图，在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$. 试用 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ 来表示对角线向量 $\overrightarrow{AC_1}$, $\overrightarrow{A_1C}$.

解 1) $\overrightarrow{AC_1}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC_1}$,

从 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$ 及 $\overrightarrow{CC_1}=\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$, 有

$$\boxed{\overrightarrow{AC_1}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}.}$$

2) $\overrightarrow{A_1C}=$



例 2

如图，在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$. 试用 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ 来表示对角线向量 $\overrightarrow{AC_1}$, $\overrightarrow{A_1C}$.

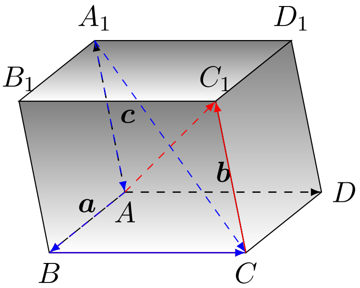
解 1) $\overrightarrow{AC_1}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC_1}$,

从 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$ 及 $\overrightarrow{CC_1}=\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$, 有

$$\boxed{\overrightarrow{AC_1}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}.}$$

2)

$\overrightarrow{A_1C}=\overrightarrow{A_1A}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$



例 2

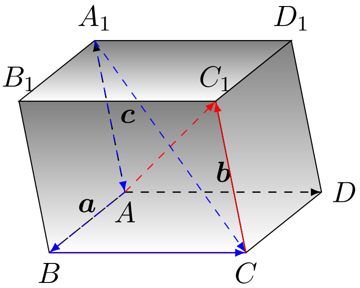
如图，在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$. 试用 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ 来表示对角线向量 $\overrightarrow{AC_1}$, $\overrightarrow{A_1C}$.

解 1) $\overrightarrow{AC_1}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC_1}$,

从 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$ 及 $\overrightarrow{CC_1}=\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$, 有

$$\boxed{\overrightarrow{AC_1}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}.}$$

2)
$\overrightarrow{A_1C}=\overrightarrow{A_1A}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=-\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$,



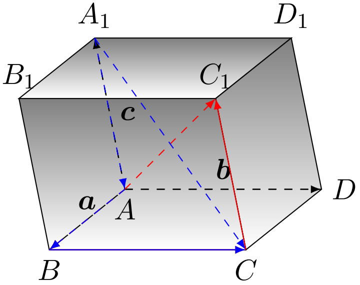
例 2

如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$. 试用 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ 来表示对角线向量 $\overrightarrow{AC_1}$, $\overrightarrow{A_1C}$.

解 1) $\overrightarrow{AC_1}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC_1}$,

从 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$ 及 $\overrightarrow{CC_1}=\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$, 有

$$\boxed{\overrightarrow{AC_1}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}.}$$



2) $\overrightarrow{A_1C}=\overrightarrow{A_1A}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=-\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$,

由 $\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$ 和 $\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$ 可知

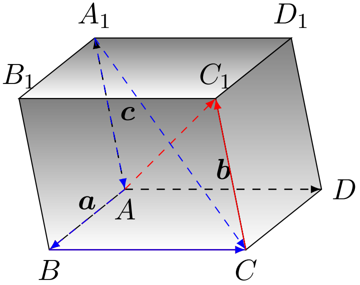
例 2

如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$. 试用 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 来表示对角线向量 $\overrightarrow{AC_1}$, $\overrightarrow{A_1C}$.

解 1) $\overrightarrow{AC_1}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC_1}$,

从 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$ 及 $\overrightarrow{CC_1}=\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$, 有

$$\boxed{\overrightarrow{AC_1}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}.}$$



2) $\overrightarrow{A_1C}=\overrightarrow{A_1A}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=-\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$,

由 $\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$ 和 $\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$ 可知

$$\boxed{\overrightarrow{A_1C}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}.}$$

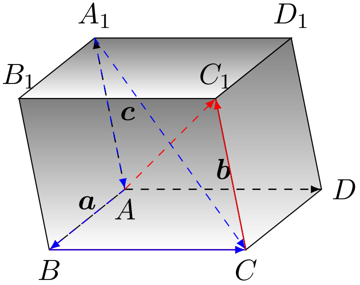
例 2

如图，在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$. 试用 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ 来表示对角线向量 $\overrightarrow{AC_1}$, $\overrightarrow{A_1C}$.

解 1) $\overrightarrow{AC_1}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC_1}$,

从 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$ 及 $\overrightarrow{CC_1}=\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$, 有

$$\boxed{\overrightarrow{AC_1}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}.}$$



2)

$$\overrightarrow{A_1C}=\overrightarrow{A_1A}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=-\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD},$$

由 $\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$ 和 $\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$ 可知

$$\boxed{\overrightarrow{A_1C}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}.}$$

或者

$$\overrightarrow{A_1C}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AA_1}$$

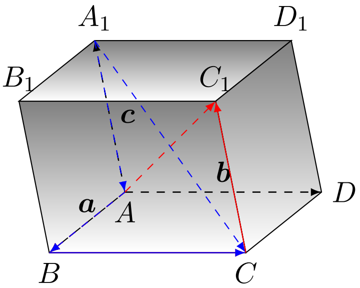
例 2

如图，在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$. 试用 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 来表示对角线向量 $\overrightarrow{AC_1}$，$\overrightarrow{A_1C}$.

解 1) $\overrightarrow{AC_1}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC_1}$，

从 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$ 及 $\overrightarrow{CC_1}=\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$，有

$$\boxed{\overrightarrow{AC_1}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}.}$$



2)

$$\overrightarrow{A_1C}=\overrightarrow{A_1A}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=-\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD},$$

由 $\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$ 和 $\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$ 可知

$$\boxed{\overrightarrow{A_1C}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}.}$$

或者

$$\overrightarrow{A_1C}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AA_1}=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})-\overrightarrow{AA_1}$$

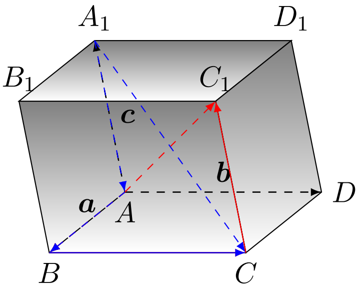
例 2

如图，在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$. 试用 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ 来表示对角线向量 $\overrightarrow{AC_1}$, $\overrightarrow{A_1C}$.

解 1) $$\overrightarrow{AC_1}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC_1},$$

从 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$ 及 $\overrightarrow{CC_1}=\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$, 有

$$\boxed{\overrightarrow{AC_1}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}.}$$



2)
$$\overrightarrow{A_1C}=\overrightarrow{A_1A}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=-\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD},$$

由 $\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{c}$, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$ 和 $\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$ 可知

$$\boxed{\overrightarrow{A_1C}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}.}$$

或者
$$\overrightarrow{A_1C}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AA_1}=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})-\overrightarrow{AA_1}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}.$$

例 3

用向量方法证明：对角线互相平分的四边形是平行四边形.

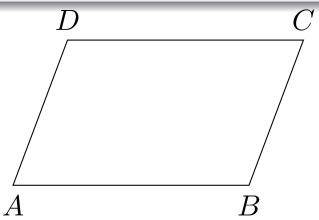
例 3

用向量方法证明：对角线互相平分的四边形是平行四边形.

证 设四边形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 交于 O 点且互相平分(如图),

例 3

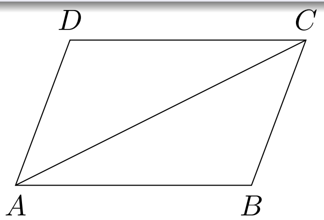
用向量方法证明: 对角线互相平分的四边形是平行四边形.



证 设四边形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 交于 O 点且互相平分(如图),

例 3

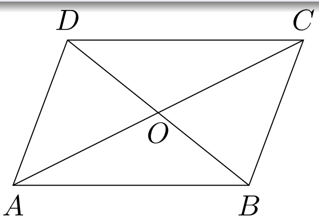
用向量方法证明: 对角线互相平分的四边形是平行四边形.



证 设四边形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 交于 O 点且互相平分(如图),

例 3

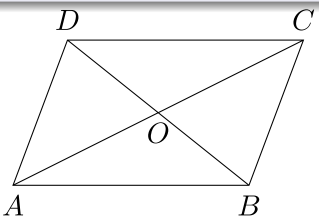
用向量方法证明: 对角线互相平分的四边形是平行四边形.



证 设四边形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 交于 O 点且互相平分(如图),

例 3

用向量方法证明：对角线互相平分的四边形是平行四边形.

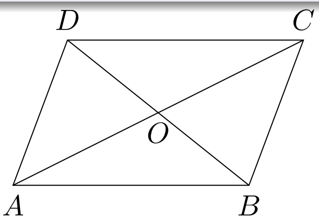


证 设四边形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 交于 O 点且互相平分(如图)，从图可以看出：

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$$

例 3

用向量方法证明：对角线互相平分的四边形是平行四边形.

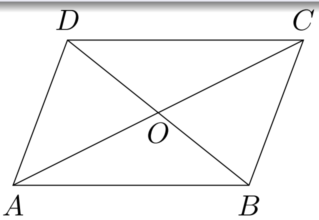


证 设四边形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 交于 O 点且互相平分(如图)，从图可以看出：

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AO}$$

例 3

用向量方法证明：对角线互相平分的四边形是平行四边形.



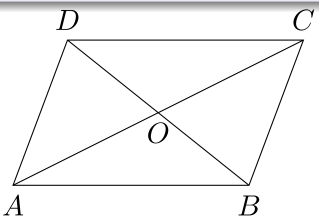
证 设四边形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 交于 O 点且互相平分(如图)，从图可以看出:

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AO}$$

$$= \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{DC},$$

例 3

用向量方法证明: 对角线互相平分的四边形是平行四边形.



证 设四边形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 交于 O 点且互相平分(如图), 从图可以看出:

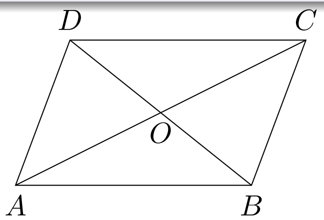
$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AO}$$

$$= \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{DC},$$

因此, $\overrightarrow{AB} \mathrel{/\mkern-5mu/} \overrightarrow{DC}$ 且 $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{DC}|$,

例 3

用向量方法证明：对角线互相平分的四边形是平行四边形.



证 设四边形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 交于 O 点且互相平分(如图)，从图可以看出：

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AO}$$

$$= \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{DC},$$

因此，$\overrightarrow{AB} \mathbin{/\!/} \overrightarrow{DC}$ 且 $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{DC}|$，即四边形 $ABCD$ 为平行四边形.

下一节