第三章 平面与空间直线

§3.3 两平面的相关位置

研制者：吴炳烨

高等教育出版社
高等教育电子音像出版社

§3.3 两平面的相关位置

§3.3 两平面的相关位置

教学内容: 两平面的相关位置及其判定

§3.3 两平面的相关位置

教学内容: 两平面的相关位置及其判定

教学目的: 掌握用向量的方法判定两平面的位置关系

§3.3 两平面的相关位置

教学内容: 两平面的相关位置及其判定

教学目的: 掌握用向量的方法判定两平面的位置关系

教学重难点: 两平面交角的计算

❒ 两平面的相关位置

❒ 两平面的相关位置

空间中两个平面的相关位置有三种情形：相交、平行和重合.

❐ 两平面的相关位置

空间中两个平面的相关位置有三种情形：相交、平行和重合.

给定两平面 $\pi_i : A_i x + B_i y + C_i z + D_i = 0, i = 1, 2$, 它们组成方程组:

❒ 两平面的相关位置

空间中两个平面的相关位置有三种情形：相交、平行和重合.

给定两平面 $\pi_i: A_ix+B_iy+C_iz+D_i=0, i=1,2,$ 它们组成方程组：

$$\begin{cases} A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0, \\ A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0. \end{cases} \tag{$*$}$$

❒ 两平面的相关位置

空间中两个平面的相关位置有三种情形: 相交、平行和重合.

给定两平面 $\pi_i : A_ix + B_iy + C_iz + D_i = 0, i = 1, 2,$ 它们组成方程组:

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0. \end{cases} \tag{$*$}$$

根据位置关系的代数意义, 有

❐ 两平面的相关位置

空间中两个平面的相关位置有三种情形：相交、平行和重合.

给定两平面 $\pi_i: A_ix + B_iy + C_iz + D_i = 0, i = 1, 2$, 它们组成方程组:

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0. \end{cases} \tag{$*$}$$

根据位置关系的代数意义，有

π_1, π_2相交 $\Leftrightarrow$ 方程组$(*)$有解(1维)

❐ 两平面的相关位置

空间中两个平面的相关位置有三种情形：相交、平行和重合.

给定两平面 $\pi_i : A_i x + B_i y + C_i z + D_i = 0, i = 1, 2,$ 它们组成方程组:

$$\begin{cases} A_1 x + B_1 y + C_1 z + D_1 = 0, \\ A_2 x + B_2 y + C_2 z + D_2 = 0. \end{cases} \qquad (*)$$

根据位置关系的代数意义，有

π_1, π_2相交 $\Leftrightarrow$ 方程组$(*)$有解(1维) $\Leftrightarrow$ $\boxed{A_1 : B_1 : C_1 \neq A_2 : B_2 : C_2,}$

❐ 两平面的相关位置

空间中两个平面的相关位置有三种情形：相交、平行和重合.

给定两平面 $\pi_i : A_i x + B_i y + C_i z + D_i = 0, i = 1, 2$, 它们组成方程组:

$$\begin{cases} A_1 x + B_1 y + C_1 z + D_1 = 0, \\ A_2 x + B_2 y + C_2 z + D_2 = 0. \end{cases} \qquad (*)$$

根据位置关系的代数意义, 有

π_1, π_2相交 $\Leftrightarrow$ 方程组$(*)$有解(1维) $\Leftrightarrow$ $\boxed{A_1 : B_1 : C_1 \neq A_2 : B_2 : C_2,}$

$\pi_1 \mathbin{/\!/} \pi_2$ $\Leftrightarrow$ 方程组$(*)$无解

❒ 两平面的相关位置

空间中两个平面的相关位置有三种情形：相交、平行和重合.

给定两平面 $\pi_i : A_i x + B_i y + C_i z + D_i = 0, i = 1, 2$, 它们组成方程组:

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0. \end{cases} \tag{$*$}$$

根据位置关系的代数意义，有

π_1, π_2相交 $\Leftrightarrow$ 方程组$(*)$有解(1维) $\Leftrightarrow$ $\boxed{A_1 : B_1 : C_1 \neq A_2 : B_2 : C_2,}$

$\pi_1 \,/\!/\, \pi_2$ $\Leftrightarrow$ 方程组$(*)$无解 $\Leftrightarrow$ $\boxed{\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2} \neq \dfrac{D_1}{D_2},}$

❒ 两平面的相关位置

空间中两个平面的相关位置有三种情形：相交、平行和重合.

给定两平面 $\pi_i : A_i x + B_i y + C_i z + D_i = 0, i = 1, 2,$ 它们组成方程组:

$$\begin{cases} A_1 x + B_1 y + C_1 z + D_1 = 0, \\ A_2 x + B_2 y + C_2 z + D_2 = 0. \end{cases} \tag{$*$}$$

根据位置关系的代数意义，有

π_1, π_2相交 $\Leftrightarrow$ 方程组$(*)$有解(1维) $\Leftrightarrow$ $\boxed{A_1 : B_1 : C_1 \neq A_2 : B_2 : C_2,}$

$\pi_1 /\!/ \pi_2$ $\Leftrightarrow$ 方程组$(*)$无解 $\Leftrightarrow$ $\boxed{\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2} \neq \dfrac{D_1}{D_2},}$

π_1, π_2重合 $\Leftrightarrow$ 方程组$(*)$中两方程等价

❐ 两平面的相关位置

空间中两个平面的相关位置有三种情形：相交、平行和重合.

给定两平面 $\pi_i : A_ix + B_iy + C_iz + D_i = 0, i = 1, 2,$ 它们组成方程组:

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0. \end{cases} \tag{$*$}$$

根据位置关系的代数意义, 有

π_1, π_2相交 $\Leftrightarrow$ 方程组$(*)$有解(1维) $\Leftrightarrow$ $\boxed{A_1 : B_1 : C_1 \neq A_2 : B_2 : C_2,}$

$\pi_1 /\!/ \pi_2$ $\Leftrightarrow$ 方程组$(*)$无解 $\Leftrightarrow$ $\boxed{\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2} \neq \dfrac{D_1}{D_2},}$

π_1, π_2重合 $\Leftrightarrow$ 方程组$(*)$中两方程等价 $\Leftrightarrow$ $\boxed{\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2} = \dfrac{D_1}{D_2}.}$

❒ 两平面的相关位置

空间中两个平面的相关位置有三种情形：相交、平行和重合.

给定两平面 $\pi_i : A_i x + B_i y + C_i z + D_i = 0, i = 1, 2$, 它们组成方程组:

$$\begin{cases} A_1 x + B_1 y + C_1 z + D_1 = 0, \\ A_2 x + B_2 y + C_2 z + D_2 = 0. \end{cases} \qquad (*)$$

根据位置关系的代数意义，有

π_1, π_2相交 $\Leftrightarrow$ 方程组$(*)$有解(1维) $\Leftrightarrow$ $\boxed{A_1 : B_1 : C_1 \neq A_2 : B_2 : C_2,}$

$\pi_1 \mathbin{/\!/} \pi_2$ $\Leftrightarrow$ 方程组$(*)$无解 $\Leftrightarrow$ $\boxed{\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2} \neq \dfrac{D_1}{D_2},}$

π_1, π_2重合 $\Leftrightarrow$ 方程组$(*)$中两方程等价 $\Leftrightarrow$ $\boxed{\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2} = \dfrac{D_1}{D_2}.}$

由此可得

定理 3.3.1

平面 π_1, π_2 相交的充要条件是 $\boxed{A_1 : B_1 : C_1 \neq A_2 : B_2 : C_2,}$

根据位置关系的代数意义，有

π_1, π_2相交 $\Leftrightarrow$ 方程组(*)有解(1维) $\Leftrightarrow$ $\boxed{A_1 : B_1 : C_1 \neq A_2 : B_2 : C_2,}$

$\pi_1 \mathbin{/\mkern-5mu/} \pi_2$ $\Leftrightarrow$ 方程组(*)无解 $\Leftrightarrow$ $\boxed{\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2} \neq \dfrac{D_1}{D_2},}$

π_1, π_2重合 $\Leftrightarrow$ 方程组(*)中两方程等价 $\Leftrightarrow$ $\boxed{\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2} = \dfrac{D_1}{D_2}.}$

由此可得

定理 3.3.1

平面 π_1, π_2 相交的充要条件是 $\boxed{A_1 : B_1 : C_1 \neq A_2 : B_2 : C_2,}$

平行的充要条件是 $\boxed{\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2} \neq \dfrac{D_1}{D_2},}$

根据位置关系的代数意义，有

π_1, π_2相交 $\Leftrightarrow$ 方程组$(*)$有解(1维) $\Leftrightarrow$ $\boxed{A_1 : B_1 : C_1 \neq A_2 : B_2 : C_2,}$

$\pi_1 /\!/ \pi_2$ $\Leftrightarrow$ 方程组$(*)$无解 $\Leftrightarrow$ $\boxed{\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2} \neq \dfrac{D_1}{D_2},}$

π_1, π_2重合 $\Leftrightarrow$ 方程组$(*)$中两方程等价 $\Leftrightarrow$ $\boxed{\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2} = \dfrac{D_1}{D_2}.}$

由此可得

定理 3.3.1

平面 π_1,π_2 相交的充要条件是 $\boxed{A_1:B_1:C_1\neq A_2:B_2:C_2,}$

平行的充要条件是 $\boxed{\dfrac{A_1}{A_2}=\dfrac{B_1}{B_2}=\dfrac{C_1}{C_2}\neq\dfrac{D_1}{D_2},}$

重合的充要条件是 $\boxed{\dfrac{A_1}{A_2}=\dfrac{B_1}{B_2}=\dfrac{C_1}{C_2}=\dfrac{D_1}{D_2}.}$

根据位置关系的代数意义，有

π_1,π_2相交 $\Leftrightarrow$ 方程组$(*)$有解(1维) $\Leftrightarrow$ $\boxed{A_1:B_1:C_1\neq A_2:B_2:C_2,}$

$\pi_1\parallel\pi_2$ $\Leftrightarrow$ 方程组$(*)$无解 $\Leftrightarrow$ $\boxed{\dfrac{A_1}{A_2}=\dfrac{B_1}{B_2}=\dfrac{C_1}{C_2}\neq\dfrac{D_1}{D_2},}$

π_1,π_2重合 $\Leftrightarrow$ 方程组$(*)$中两方程等价 $\Leftrightarrow$ $\boxed{\dfrac{A_1}{A_2}=\dfrac{B_1}{B_2}=\dfrac{C_1}{C_2}=\dfrac{D_1}{D_2}.}$

由此可得

定理 3.3.1

平面 π_1, π_2 相交的充要条件是 $\boxed{A_1 : B_1 : C_1 \neq A_2 : B_2 : C_2,}$

平行的充要条件是 $\boxed{\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2} \neq \dfrac{D_1}{D_2},}$

重合的充要条件是 $\boxed{\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2} = \dfrac{D_1}{D_2}.}$

在直角坐标系下, 两平面 π_1, π_2 的法向量分别为

$$\boldsymbol{n}_1 = \{A_1, B_1, C_1\} \quad 与 \quad \boldsymbol{n}_2 = \{A_2, B_2, C_2\},$$

定理 3.3.1

平面 π_1, π_2 相交的充要条件是 $\boxed{A_1 : B_1 : C_1 \neq A_2 : B_2 : C_2,}$

平行的充要条件是 $\boxed{\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2} \neq \dfrac{D_1}{D_2},}$

重合的充要条件是 $\boxed{\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2} = \dfrac{D_1}{D_2}.}$

在直角坐标系下, 两平面 π_1, π_2 的法向量分别为

$$\boldsymbol{n}_1 = \{A_1, B_1, C_1\} \quad \text{与} \quad \boldsymbol{n}_2 = \{A_2, B_2, C_2\},$$

当且仅当 $\boldsymbol{n}_1, \boldsymbol{n}_2$ 不平行时, π_1 与 π_2 相交;

定理 3.3.1

平面 π_1, π_2 相交的充要条件是 $\boxed{A_1 : B_1 : C_1 \neq A_2 : B_2 : C_2,}$

平行的充要条件是 $\boxed{\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2} \neq \dfrac{D_1}{D_2},}$

重合的充要条件是 $\boxed{\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2} = \dfrac{D_1}{D_2}.}$

在直角坐标系下, 两平面 π_1, π_2 的法向量分别为

$$\boldsymbol{n}_1 = \{A_1, B_1, C_1\} \quad 与 \quad \boldsymbol{n}_2 = \{A_2, B_2, C_2\},$$

当且仅当 $\boldsymbol{n}_1, \boldsymbol{n}_2$ 不平行时, π_1 与 π_2 相交; 当且仅当 $\boldsymbol{n}_1, \boldsymbol{n}_2$ 平行时, π_1 与 π_2 平行或重合.

定理 3.3.1

平面 π_1, π_2 相交的充要条件是 $\boxed{A_1 : B_1 : C_1 \neq A_2 : B_2 : C_2,}$

平行的充要条件是 $\boxed{\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2} \neq \dfrac{D_1}{D_2},}$

重合的充要条件是 $\boxed{\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2} = \dfrac{D_1}{D_2}.}$

在直角坐标系下, 两平面 π_1, π_2 的法向量分别为

$$\boldsymbol{n}_1 = \{A_1, B_1, C_1\} \quad 与 \quad \boldsymbol{n}_2 = \{A_2, B_2, C_2\},$$

当且仅当 $\boldsymbol{n}_1, \boldsymbol{n}_2$ 不平行时, π_1 与 π_2 相交; 当且仅当 $\boldsymbol{n}_1, \boldsymbol{n}_2$ 平行时, π_1 与 π_2 平行或重合. 因此我们同样可以得到定理 3.3.1.

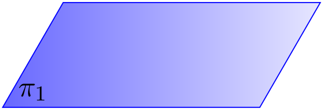
两平面的交角

两平面的交角

如图, 设平面 π_1, π_2 间的二面角为 $\angle(\pi_1, \pi_2)$,

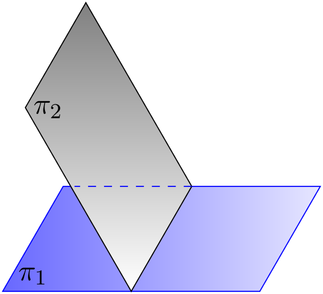
两平面的交角

如图，设平面 π_1, π_2 间的二面角为 $\angle(\pi_1, \pi_2)$,



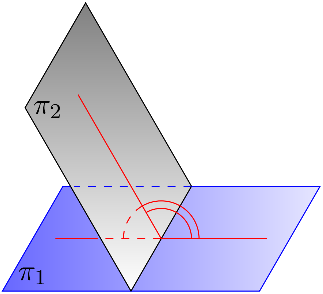
两平面的交角

如图，设平面 π_1, π_2 间的二面角为 $\angle(\pi_1, \pi_2)$，



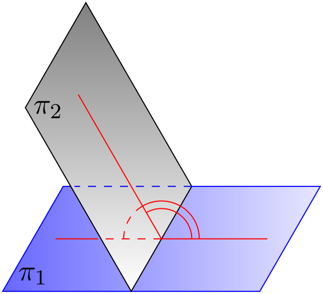
两平面的交角

如图，设平面 π_1, π_2 间的二面角为 $\angle(\pi_1, \pi_2)$,



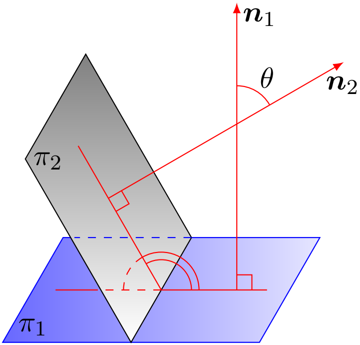
两平面的交角

如图, 设平面 π_1, π_2 间的二面角为 $\angle(\pi_1, \pi_2)$, 法向量 $\boldsymbol{n}_1$ 与 $\boldsymbol{n}_2$ 的夹角为 $\theta = \angle(\boldsymbol{n}_1, \boldsymbol{n}_2)$,



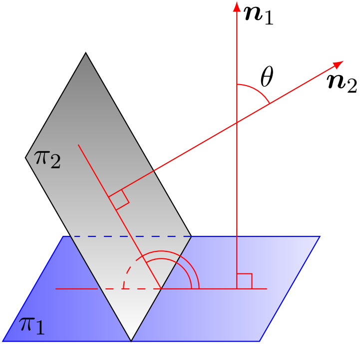
两平面的交角

如图, 设平面 π_1, π_2 间的二面角为 $\angle(\pi_1, \pi_2)$, 法向量 $\boldsymbol{n}_1$ 与 $\boldsymbol{n}_2$ 的夹角为 $\theta = \angle(\boldsymbol{n}_1, \boldsymbol{n}_2)$,



两平面的交角

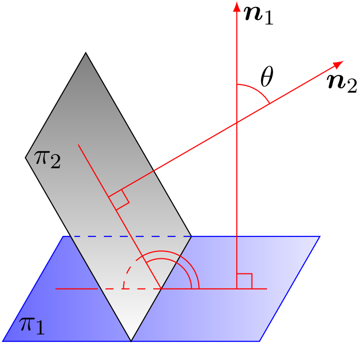
如图，设平面 π_1, π_2 间的二面角为 $\angle(\pi_1, \pi_2)$，法向量 $\boldsymbol{n}_1$ 与 $\boldsymbol{n}_2$ 的夹角为 $\theta = \angle(\boldsymbol{n}_1, \boldsymbol{n}_2)$，那么显然有 $\angle(\pi_1, \pi_2) = \theta$ 或 $\pi - \theta$. 因此我们得到



两平面的交角

如图，设平面 π_1, π_2 间的二面角为 $\angle(\pi_1, \pi_2)$，法向量 $\boldsymbol{n}_1$ 与 $\boldsymbol{n}_2$ 的夹角为 $\theta = \angle(\boldsymbol{n}_1, \boldsymbol{n}_2)$，那么显然有 $\angle(\pi_1, \pi_2) = \theta$ 或 $\pi - \theta$. 因此我们得到

$$\cos\angle(\pi_1, \pi_2) = \pm\cos\theta = \pm\frac{\boldsymbol{n}_1 \cdot \boldsymbol{n}_2}{|\boldsymbol{n}_1||\boldsymbol{n}_2|}$$

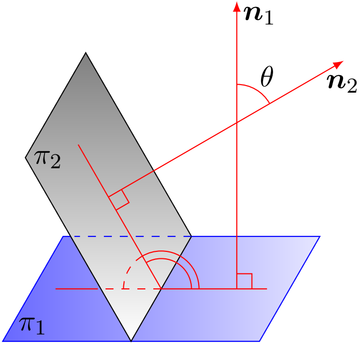


两平面的交角

如图, 设平面 π_1, π_2 间的二面角为 $\angle(\pi_1, \pi_2)$, 法向量 $\boldsymbol{n}_1$ 与 $\boldsymbol{n}_2$ 的夹角为 $\theta = \angle(\boldsymbol{n}_1, \boldsymbol{n}_2)$, 那么显然有 $\angle(\pi_1, \pi_2) = \theta$ 或 $\pi - \theta$. 因此我们得到

$$\cos\angle(\pi_1, \pi_2) = \pm\cos\theta = \pm\frac{\boldsymbol{n}_1 \cdot \boldsymbol{n}_2}{|\boldsymbol{n}_1||\boldsymbol{n}_2|}$$

$$= \pm\frac{A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}\sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}.$$

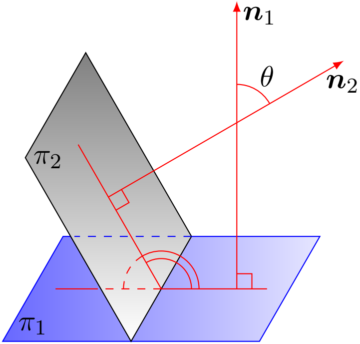


两平面的交角

如图，设平面 π_1, π_2 间的二面角为 $\angle(\pi_1, \pi_2)$，法向量 $\boldsymbol{n}_1$ 与 $\boldsymbol{n}_2$ 的夹角为 $\theta = \angle(\boldsymbol{n}_1, \boldsymbol{n}_2)$，那么显然有 $\angle(\pi_1, \pi_2) = \theta$ 或 $\pi - \theta$. 因此我们得到

$$\cos\angle(\pi_1, \pi_2) = \pm\cos\theta = \pm\frac{\boldsymbol{n}_1 \cdot \boldsymbol{n}_2}{|\boldsymbol{n}_1||\boldsymbol{n}_2|}$$

$$= \pm\frac{A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}\sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}.$$



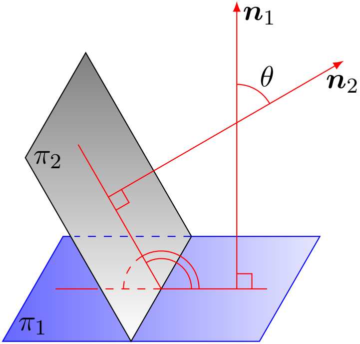
显然平面 π_1, π_2 互相垂直的充要条件是 $\cos\angle(\pi_1, \pi_2) = 0$，因此我们得

两平面的交角

如图，设平面 π_1, π_2 间的二面角为 $\angle(\pi_1, \pi_2)$，法向量 $\boldsymbol{n}_1$ 与 $\boldsymbol{n}_2$ 的夹角为 $\theta = \angle(\boldsymbol{n}_1, \boldsymbol{n}_2)$，那么显然有 $\angle(\pi_1, \pi_2) = \theta$ 或 $\pi - \theta$. 因此我们得到

$$\cos\angle(\pi_1, \pi_2) = \pm\cos\theta = \pm\frac{\boldsymbol{n}_1 \cdot \boldsymbol{n}_2}{|\boldsymbol{n}_1||\boldsymbol{n}_2|}$$

$$= \pm\frac{A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}\sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}.$$



显然平面 π_1, π_2 互相垂直的充要条件是 $\cos\angle(\pi_1, \pi_2) = 0$，因此我们得

定理 3.3.2

两平面 π_1, π_2 互相垂直的充要条件是

$$\boxed{A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0.}$$

课堂练习: P 111, 习题 2

分别在下列条件下确定 l, m, n 的值:

(1) 使 $(l-3)x+(m+1)y+(n-3)z+8=0$ 和 $(m+3)x+(n-9)y+(l-3)z-16=0$ 表示同一平面;

(2) 使 $2x+my+3z-5=0$ 和 $lx-6y-6z+2=0$ 表示两平行平面;

(3) 使 $lx+y-3z+1=0$ 和 $7x-2y-z=0$ 表示两垂直平面.

✍课堂练习: P 111, 习题 2

分别在下列条件下确定 l, m, n 的值:
(1) 使 $(l-3)x+(m+1)y+(n-3)z+8=0$ 和 $(m+3)x+(n-9)y+(l-3)z-16=0$ 表示同一平面;
(2) 使 $2x+my+3z-5=0$ 和 $lx-6y-6z+2=0$ 表示两平行平面;
(3) 使 $lx+y-3z+1=0$ 和 $7x-2y-z=0$ 表示两垂直平面.

答案: (1) $l=\dfrac{7}{9}, m=\dfrac{13}{9}, n=\dfrac{37}{9}$;

课堂练习: P 111, 习题 2

分别在下列条件下确定 l, m, n 的值:
(1) 使 $(l-3)x+(m+1)y+(n-3)z+8=0$ 和 $(m+3)x+(n-9)y+(l-3)z-16=0$ 表示同一平面;
(2) 使 $2x+my+3z-5=0$ 和 $lx-6y-6z+2=0$ 表示两平行平面;
(3) 使 $lx+y-3z+1=0$ 和 $7x-2y-z=0$ 表示两垂直平面.

答案: (1) $l=\frac{7}{9}, m=\frac{13}{9}, n=\frac{37}{9}$;
(2) $l=-4, m=3$;

课堂练习: P 111, 习题 2

分别在下列条件下确定 l, m, n 的值:
(1) 使 $(l-3)x+(m+1)y+(n-3)z+8=0$ 和 $(m+3)x+(n-9)y+(l-3)z-16=0$ 表示同一平面;
(2) 使 $2x+my+3z-5=0$ 和 $lx-6y-6z+2=0$ 表示两平行平面;
(3) 使 $lx+y-3z+1=0$ 和 $7x-2y-z=0$ 表示两垂直平面.

答案: (1) $l=\frac{7}{9}, m=\frac{13}{9}, n=\frac{37}{9}$;
(2) $l=-4, m=3$;
(3) $l=-\frac{1}{7}$.

课堂练习: P 111, 习题 2

分别在下列条件下确定 l, m, n 的值:

(1) 使 $(l-3)x+(m+1)y+(n-3)z+8=0$ 和 $(m+3)x+(n-9)y+(l-3)z-16=0$ 表示同一平面;

(2) 使 $2x+my+3z-5=0$ 和 $lx-6y-6z+2=0$ 表示两平行平面;

(3) 使 $lx+y-3z+1=0$ 和 $7x-2y-z=0$ 表示两垂直平面.

答案: (1) $l=\dfrac{7}{9}, m=\dfrac{13}{9}, n=\dfrac{37}{9}$;

(2) $l=-4, m=3$;

(3) $l=-\dfrac{1}{7}$.

下一节