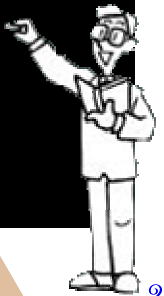
第三章 平面与空间直线

§3.2 平面与点的相关位置

研制者：吴炳烨

高等教育出版社
高等教育电子音像出版社

§3.2 平面与点的相关位置



§3.2 平面与点的相关位置

教学内容: 点到平面的距离, 平面划分空间问题

§3.2 平面与点的相关位置

教学内容: 点到平面的距离, 平面划分空间问题

教学目的: 掌握点到平面距离公式的推导及其应用

§3.2 平面与点的相关位置

教学内容: 点到平面的距离, 平面划分空间问题

教学目的: 掌握点到平面距离公式的推导及其应用

教学重难点: 点到平面的离差与距离的联系与区别

❒ 点与平面间的距离

❐ 点与平面间的距离

空间中平面与点的相关位置, 包括点在平面上与点不在平面上两种情况.

❒ 点与平面间的距离

空间中平面与点的相关位置, 包括点在平面上与点不在平面上两种情况. 点在平面上的条件是点的坐标满足平面的方程,

❒ 点与平面间的距离

空间中平面与点的相关位置，包括点在平面上与点不在平面上两种情况. 点在平面上的条件是点的坐标满足平面的方程，点不在平面上时需要考虑点到平面的距离及平面的侧等问题.

❐ 点与平面间的距离

空间中平面与点的相关位置, 包括点在平面上与点不在平面上两种情况. 点在平面上的条件是点的坐标满足平面的方程, 点不在平面上时需要考虑点到平面的距离及平面的侧等问题.

☞**点与平面间距离的定义** 一点与平面上的点之间的最短距离, 叫做该点与平面之间的距离.

❐ 点与平面间的距离

空间中平面与点的相关位置, 包括点在平面上与点不在平面上两种情况. 点在平面上的条件是点的坐标满足平面的方程, 点不在平面上时需要考虑点到平面的距离及平面的侧等问题.

☞**点与平面间距离的定义** 一点与平面上的点之间的最短距离, 叫做该点与平面之间的距离.

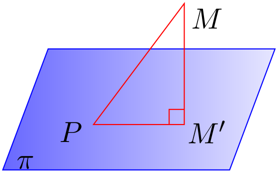
如图, $MM' \perp$平面 π, M' 为垂足, P 为 π 上的任意点,

❐ 点与平面间的距离

空间中平面与点的相关位置, 包括点在平面上与点不在平面上两种情况. 点在平面上的条件是点的坐标满足平面的方程, 点不在平面上时需要考虑点到平面的距离及平面的侧等问题.

☞**点与平面间距离的定义** 一点与平面上的点之间的最短距离, 叫做该点与平面之间的距离.

如图, $MM' \perp$平面 π, M' 为垂足, P 为 π 上的任意点,



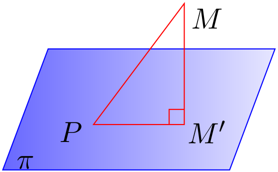
❐ 点与平面间的距离

空间中平面与点的相关位置, 包括点在平面上与点不在平面上两种情况. 点在平面上的条件是点的坐标满足平面的方程, 点不在平面上时需要考虑点到平面的距离及平面的侧等问题.

☞**点与平面间距离的定义** 一点与平面上的点之间的最短距离, 叫做该点与平面之间的距离.

如图, $MM' \perp$ 平面 π, M' 为垂足, P 为 π 上的任意点, 则有

$$|\overrightarrow{MM'}| \leq |\overrightarrow{MP}|,$$



❐ 点与平面间的距离

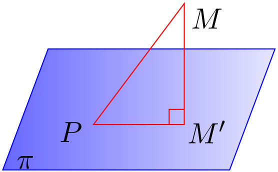
空间中平面与点的相关位置, 包括点在平面上与点不在平面上两种情况. 点在平面上的条件是点的坐标满足平面的方程, 点不在平面上时需要考虑点到平面的距离及平面的侧等问题.

☞**点与平面间距离的定义** 一点与平面上的点之间的最短距离, 叫做该点与平面之间的距离.

如图, $MM'\perp$平面 π, M' 为垂足, P 为 π 上的任意点, 则有

$$|\overrightarrow{MM'}|\leq|\overrightarrow{MP}|,$$

当且仅当点 P 与 M' 重合时等号成立, 故 $|\overrightarrow{MM'}|$ 为点 M 与平面 π 间的距离.



❐ 点与平面间的距离

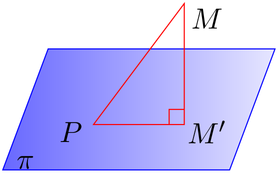
空间中平面与点的相关位置，包括点在平面上与点不在平面上两种情况. 点在平面上的条件是点的坐标满足平面的方程，点不在平面上时需要考虑点到平面的距离及平面的侧等问题.

☞**点与平面间距离的定义** 一点与平面上的点之间的最短距离，叫做该点与平面之间的距离.

如图，$MM' \perp$平面 π，M' 为垂足，P 为 π 上的任意点，则有

$$|\overrightarrow{MM'}| \le |\overrightarrow{MP}|,$$

当且仅当点 P 与 M' 重合时等号成立，故 $|\overrightarrow{MM'}|$ 为点 M 与平面 π 间的距离. 因此，过点引平面的垂线得垂足，则该点与垂足间的距离即为该点与平面间的距离.



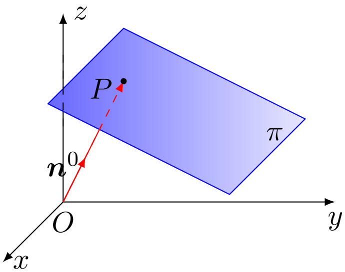
在求点与平面间距离计算公式之前，先引入点关于平面离差的概念.

在求点与平面间距离计算公式之前，先引入点关于平面离差的概念.

☞**点与平面间离差的定义** 如果自点 M_0 到平面 π 引垂线，其垂足为 Q (如图)，

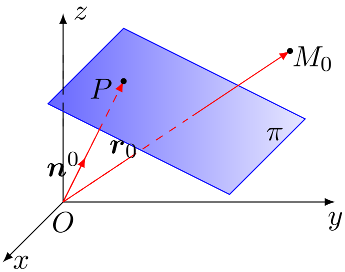
在求点与平面间距离计算公式之前, 先引入点关于平面离差的概念.

☞**点与平面间离差的定义** 如果自点 M_0 到平面 π 引垂线, 其垂足为 Q (如图),



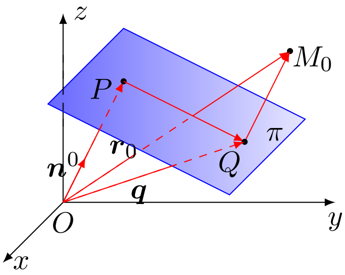
在求点与平面间距离计算公式之前，先引入点关于平面离差的概念.

☞**点与平面间离差的定义** 如果自点 M_0 到平面 π 引垂线，其垂足为 Q (如图)，



在求点与平面间距离计算公式之前，先引入点关于平面离差的概念.

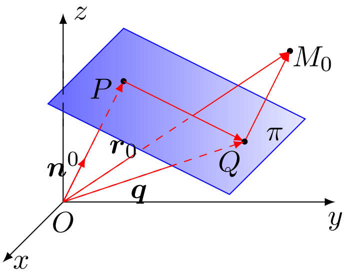
☞**点与平面间离差的定义** 如果自点 M_0 到平面 π 引垂线，其垂足为 Q (如图)，



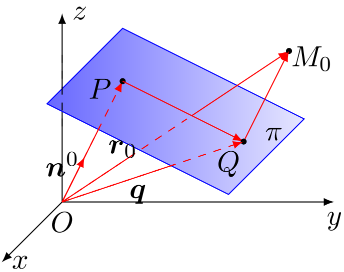
在求点与平面间距离计算公式之前，先引入点关于平面离差的概念.

点与平面间离差的定义 如果自点 M_0 到平面 π 引垂线，其垂足为 Q (如图)，那么向量 $\overrightarrow{QM_0}$ 在平面 π 的单位法向量 $\boldsymbol{n}^0$ 上的射影叫做点 M_0 与平面 π 间的离差，记做

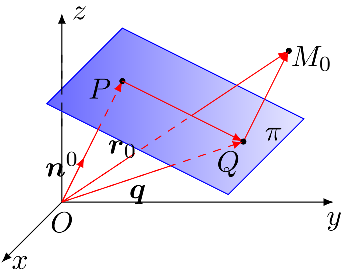
$$\boxed{\delta = \text{射影}_{\boldsymbol{n}^0}\overrightarrow{QM_0}.}$$



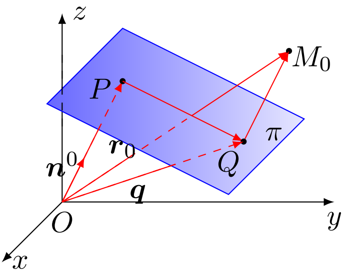
容易看出，空间的点与平面的离差，当且仅当点 M_0 位于平面 π 的单位法向量 $\boldsymbol{n}^0$ 所指向的一侧，$\overrightarrow{QM_0}$ 与 $\boldsymbol{n}^0$ 同向(如图)，离差 $\delta > 0$；

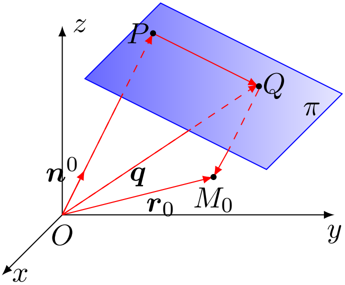


容易看出, 空间的点与平面的离差, 当且仅当点 M_0 位于平面 π 的单位法向量 $\boldsymbol{n}^0$ 所指向的一侧, $\overrightarrow{QM_0}$ 与 $\boldsymbol{n}^0$ 同向(如图), 离差 $\delta > 0$; 在平面 π 的另一侧, $\overrightarrow{QM_0}$ 与 $\boldsymbol{n}^0$ 方向相反, 离差 $\delta < 0$;

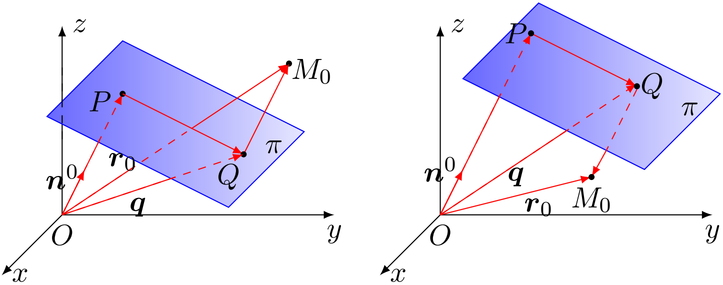


容易看出, 空间的点与平面的离差, 当且仅当点 M_0 位于平面 π 的单位法向量 $\boldsymbol{n}^0$ 所指向的一侧, $\overrightarrow{QM_0}$ 与 $\boldsymbol{n}^0$ 同向(如图), 离差 $\delta > 0$; 在平面 π 的另一侧, $\overrightarrow{QM_0}$ 与 $\boldsymbol{n}^0$ 方向相反, 离差 $\delta < 0$;

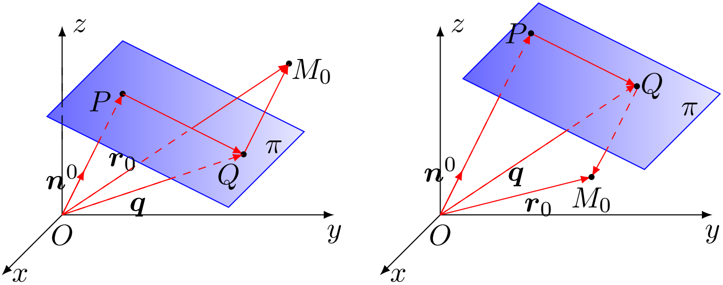




容易看出，空间的点与平面的离差，当且仅当点 M_0 位于平面 π 的单位法向量 $\boldsymbol{n}^0$ 所指向的一侧，$\overrightarrow{QM_0}$ 与 $\boldsymbol{n}^0$ 同向(如图)，离差 $\delta>0$；在平面 π 的另一侧，$\overrightarrow{QM_0}$ 与 $\boldsymbol{n}^0$ 方向相反，离差 $\delta<0$；当且仅当 M_0 在平面 π 上时，离差 $\delta=0$.



容易看出，空间的点与平面的离差，当且仅当点 M_0 位于平面 π 的单位法向量 $\boldsymbol{n}^0$ 所指向的一侧，$\overrightarrow{QM_0}$ 与 $\boldsymbol{n}^0$ 同向(如图)，离差 $\delta > 0$；在平面 π 的另一侧，$\overrightarrow{QM_0}$ 与 $\boldsymbol{n}^0$ 方向相反，离差 $\delta < 0$；当且仅当 M_0 在平面 π 上时，离差 $\delta = 0$. 显然，离差的绝对值 $|\delta|$，就是点 M_0 与平面 π 之间的距离 d.



定理3.2.1

点 M_0 与平面 $\boldsymbol{n}^0\cdot\boldsymbol{r}-p=0$ 间的离差为

$$\boxed{\delta=\boldsymbol{n}^0\cdot\boldsymbol{r}_0-p,}$$

这里 $\boldsymbol{r}_0=\overrightarrow{OM_0}$, $p=|\overrightarrow{OP}|$.

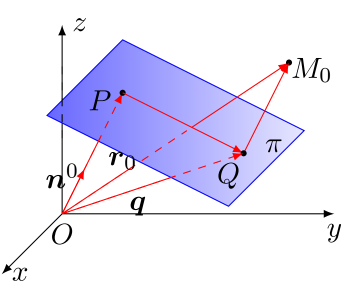
定理3.2.1

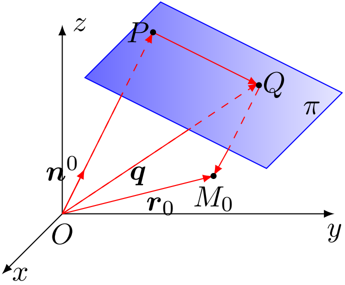
点 M_0 与平面 $\boldsymbol{n}^0\cdot\boldsymbol{r}-p=0$ 间的离差为

$$\boxed{\delta=\boldsymbol{n}^0\cdot\boldsymbol{r}_0-p,}$$

这里 $\boldsymbol{r}_0=\overrightarrow{OM_0}$, $p=|\overrightarrow{OP}|$.

证





定理3.2.1

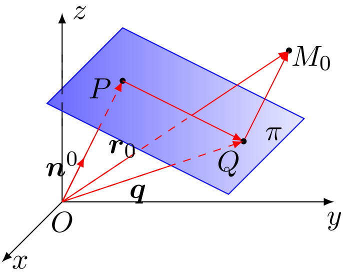
点 M_0 与平面 $\boldsymbol{n}^0\cdot\boldsymbol{r}-p=0$ 间的离差为

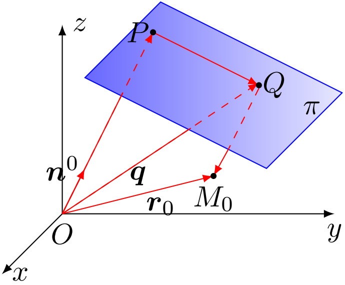
$$\boxed{\delta=\boldsymbol{n}^0\cdot\boldsymbol{r}_0-p,}$$

这里 $\boldsymbol{r}_0=\overrightarrow{OM_0}$, $p=|\overrightarrow{OP}|$.

证 根据定义, 有

$$\delta=\text{射影}_{\boldsymbol{n}^0}\overrightarrow{QM_0}$$





定理3.2.1

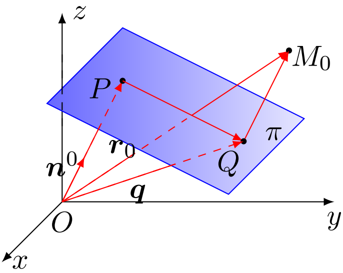
点 M_0 与平面 $\boldsymbol{n}^0\cdot\boldsymbol{r}-p=0$ 间的离差为

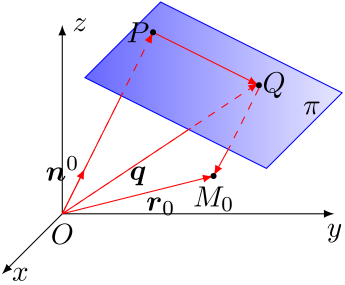
$$\boxed{\delta=\boldsymbol{n}^0\cdot\boldsymbol{r}_0-p,}$$

这里 $\boldsymbol{r}_0=\overrightarrow{OM_0}$, $p=|\overrightarrow{OP}|$.

证 根据定义, 有

$$\delta=\text{射影}_{\boldsymbol{n}^0}\overrightarrow{QM_0}=\boldsymbol{n}^0\cdot(\overrightarrow{OM_0}-\overrightarrow{OQ})$$





定理3.2.1

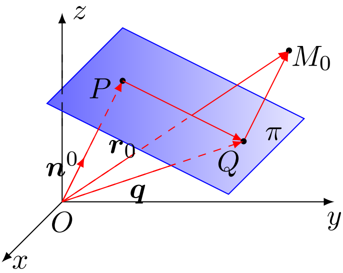
点 M_0 与平面 $\boldsymbol{n}^0\cdot\boldsymbol{r}-p=0$ 间的离差为

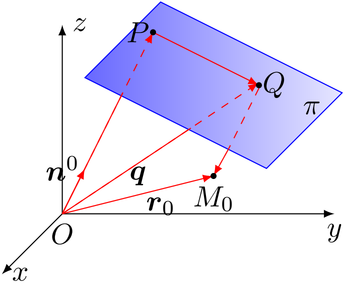
$$\boxed{\delta=\boldsymbol{n}^0\cdot\boldsymbol{r}_0-p,}$$

这里 $\boldsymbol{r}_0=\overrightarrow{OM_0}$, $p=|\overrightarrow{OP}|$.

证 根据定义, 有

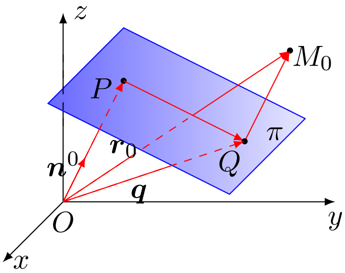
$$\delta=\text{射影}_{\boldsymbol{n}^0}\overrightarrow{QM_0}=\boldsymbol{n}^0\cdot(\overrightarrow{OM_0}-\overrightarrow{OQ})=\boldsymbol{n}^0\cdot(\boldsymbol{r}_0-\boldsymbol{q})$$

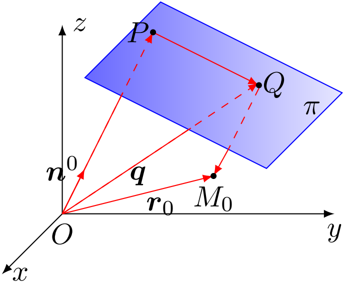




$$= \boldsymbol{n}^0 \cdot \boldsymbol{r}_0 - \boldsymbol{n}^0 \cdot \boldsymbol{q},$$

$$\delta = \text{射影}_{\boldsymbol{n}^0}\overrightarrow{QM_0} = \boldsymbol{n}^0 \cdot (\overrightarrow{OM_0} - \overrightarrow{OQ}) = \boldsymbol{n}^0 \cdot (\boldsymbol{r}_0 - \boldsymbol{q})$$

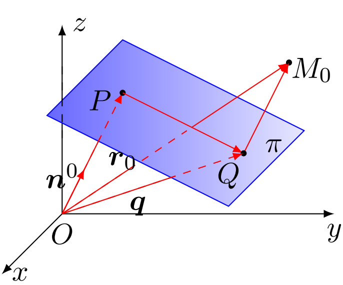


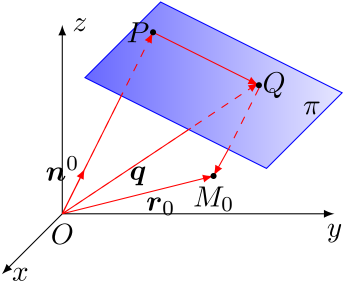


$$= \boldsymbol{n}^0 \cdot \boldsymbol{r}_0 - \boldsymbol{n}^0 \cdot \boldsymbol{q},$$

其中 $\boldsymbol{q} = \overrightarrow{OQ}$,

$$\delta = 射影_{\boldsymbol{n}^0}\overrightarrow{QM_0} = \boldsymbol{n}^0 \cdot (\overrightarrow{OM_0} - \overrightarrow{OQ}) = \boldsymbol{n}^0 \cdot (\boldsymbol{r}_0 - \boldsymbol{q})$$

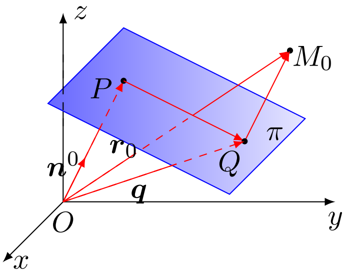


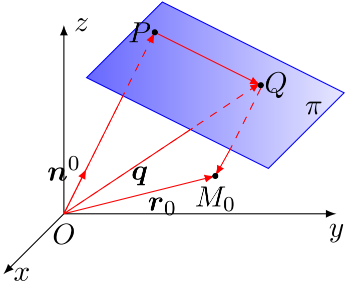


$$= \boldsymbol{n}^0 \cdot \boldsymbol{r}_0 - \boldsymbol{n}^0 \cdot \boldsymbol{q},$$

其中 $\boldsymbol{q} = \overrightarrow{OQ}$, 而 Q 在平面 $\boldsymbol{n}^0 \cdot \boldsymbol{r} - p = 0$ 上, 因此 $\boldsymbol{n}^0 \cdot \boldsymbol{q} = p$,

$$\delta = \text{射影}_{\boldsymbol{n}^0}\overrightarrow{QM_0} = \boldsymbol{n}^0 \cdot (\overrightarrow{OM_0} - \overrightarrow{OQ}) = \boldsymbol{n}^0 \cdot (\boldsymbol{r}_0 - \boldsymbol{q})$$



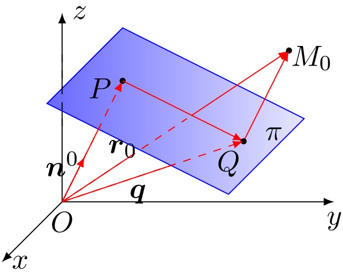


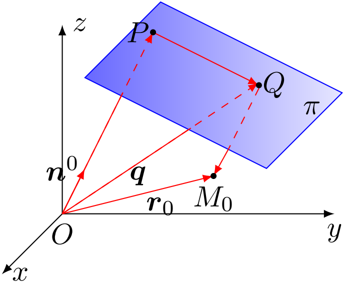
$$= \boldsymbol{n}^0 \cdot \boldsymbol{r}_0 - \boldsymbol{n}^0 \cdot \boldsymbol{q},$$

其中 $\boldsymbol{q} = \overrightarrow{OQ}$, 而 Q 在平面 $\boldsymbol{n}^0 \cdot \boldsymbol{r} - p = 0$ 上, 因此 $\boldsymbol{n}^0 \cdot \boldsymbol{q} = p$, 所以

$$\boxed{\delta = \boldsymbol{n}^0 \cdot \boldsymbol{r}_0 - p.}$$

$$\delta = \text{射影}_{\boldsymbol{n}^0}\overrightarrow{QM_0} = \boldsymbol{n}^0 \cdot (\overrightarrow{OM_0} - \overrightarrow{OQ}) = \boldsymbol{n}^0 \cdot (\boldsymbol{r}_0 - \boldsymbol{q})$$





推论1

点 $M_0(x_0, y_0, z_0)$ 与平面 $x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma - p = 0$ 之间的离差为

$$\boxed{\delta = x_0\cos\alpha + y_0\cos\beta + z_0\cos\gamma - p.}$$

推论1

点 $M_0(x_0, y_0, z_0)$ 与平面 $x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma - p = 0$ 之间的离差为

$$\boxed{\delta = x_0\cos\alpha + y_0\cos\beta + z_0\cos\gamma - p.}$$

推论2

点 $M_0(x_0, y_0, z_0)$ 与平面 $Ax + By + Cz + D = 0$ 之间的距离为

$$\boxed{d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.}$$

课堂练习: P 109, 习题 2

求下列各点坐标:

(1) 在 y轴上且到平面 $x+2y-2z-2=0$ 距离等于4个单位的点;

(2) 在 z 轴上且到点 $M(1,-2,0)$ 与到平面 $3x-2y+6z-9=0$ 距离相等的点;

(3) 在 x 轴上且到平面 $12x-16y+15z+1=0$ 和 $2x+2y-z-1=0$ 距离相等的点.

课堂练习: P 109, 习题 2

求下列各点坐标:

(1) 在 y轴上且到平面 $x+2y-2z-2=0$ 距离等于4个单位的点;

(2) 在 z 轴上且到点 $M(1,-2,0)$ 与到平面 $3x-2y+6z-9=0$ 距离相等的点;

(3) 在 x 轴上且到平面 $12x-16y+15z+1=0$ 和 $2x+2y-z-1=0$ 距离相等的点.

答案: (1) $(0,7,0),(0,-5,0)$;

✍课堂练习: P 109, 习题 2

求下列各点坐标:

(1) 在 y轴上且到平面 $x+2y-2z-2=0$ 距离等于4个单位的点;

(2) 在 z 轴上且到点 $M(1,-2,0)$ 与到平面 $3x-2y+6z-9=0$ 距离相等的点;

(3) 在 x 轴上且到平面 $12x-16y+15z+1=0$ 和 $2x+2y-z-1=0$ 距离相等的点.

答案: (1) $(0,7,0),(0,-5,0)$;

(2) $(0,0,-2),\left(0,0,-\dfrac{82}{13}\right)$;

课堂练习: P 109, 习题 2

求下列各点坐标:
(1) 在 y轴上且到平面 $x+2y-2z-2=0$ 距离等于4个单位的点;
(2) 在 z 轴上且到点 $M(1,-2,0)$ 与到平面 $3x-2y+6z-9=0$ 距离相等的点;
(3) 在 x 轴上且到平面 $12x-16y+15z+1=0$ 和 $2x+2y-z-1=0$ 距离相等的点.

答案: (1) $(0,7,0),(0,-5,0)$;
(2) $(0,0,-2),\left(0,0,-\dfrac{82}{13}\right)$;
(3) $(2,0,0),\left(\dfrac{11}{43},0,0\right)$.

❒ 平面划分空间问题，三元一次不等式的几何意义

❒ 平面划分空间问题, 三元一次不等式的几何意义

设平面 π 的一般方程为

$$Ax + By + Cz + D = 0,$$

❒ 平面划分空间问题, 三元一次不等式的几何意义

设平面 π 的一般方程为

$$Ax + By + Cz + D = 0,$$

那么空间中任意一点 $M(x, y, z)$ 对平面的离差为

$$\delta = \lambda(Ax + By + Cz + D),$$

❐ 平面划分空间问题, 三元一次不等式的几何意义

设平面 π 的一般方程为

$$Ax + By + Cz + D = 0,$$

那么空间中任意一点 $M(x, y, z)$ 对平面的离差为

$$\delta = \lambda(Ax + By + Cz + D),$$

其中 $\lambda = \dfrac{\pm 1}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$ 为平面 π 的法式化因子,

❐ 平面划分空间问题, 三元一次不等式的几何意义

设平面 π 的一般方程为

$$Ax + By + Cz + D = 0,$$

那么空间中任意一点 $M(x, y, z)$ 对平面的离差为

$$\delta = \lambda(Ax + By + Cz + D),$$

其中 $\lambda = \dfrac{\pm 1}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$ 为平面 π 的法式化因子, 所以有

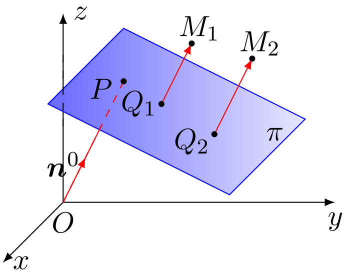
$$Ax + By + Cz + D = \frac{\delta}{\lambda}.$$

对于平面 π 同侧的点, δ 的符号相同;

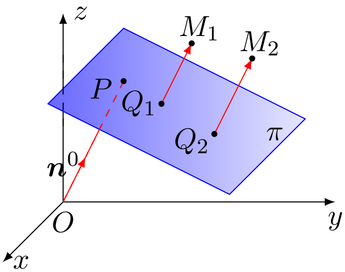
对于平面 π 同侧的点, δ 的符号相同; 对于在 π 异侧的点, δ 的符号相反.

对于平面 π 同侧的点, δ 的符号相同; 对于在 π 异侧的点, δ 的符号相反. 这是因为若两个点 M_1 与 M_2 同侧时, $\overrightarrow{Q_1M_1}$ 与 $\overrightarrow{Q_2M_2}$ 同向(如图);

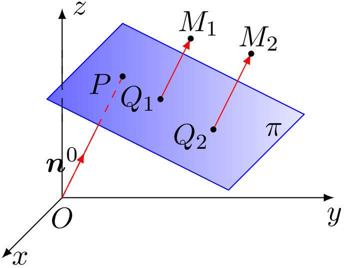
对于平面 π 同侧的点, δ 的符号相同; 对于在 π 异侧的点, δ 的符号相反. 这是因为若两个点 M_1 与 M_2 同侧时, $\overrightarrow{Q_1M_1}$ 与 $\overrightarrow{Q_2M_2}$ 同向(如图);

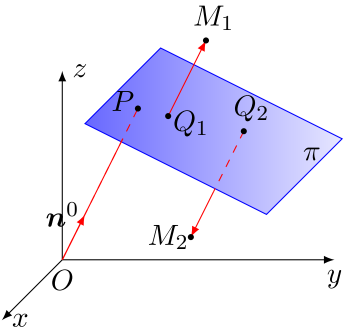


对于平面 π 同侧的点, δ 的符号相同; 对于在 π 异侧的点, δ 的符号相反. 这是因为若两个点 M_1 与 M_2 同侧时, $\overrightarrow{Q_1M_1}$ 与 $\overrightarrow{Q_2M_2}$ 同向(如图); 若异侧时, $\overrightarrow{Q_1M_1}$ 与 $\overrightarrow{Q_2M_2}$ 反向.

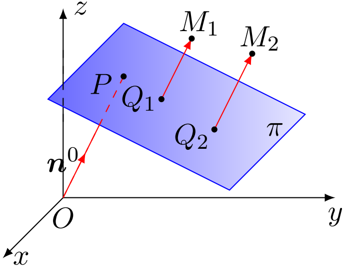


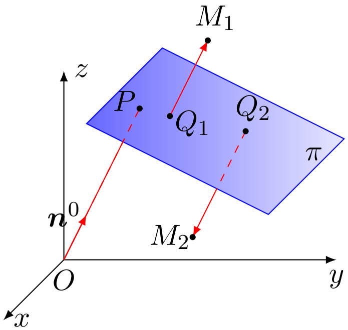
对于平面 π 同侧的点, δ 的符号相同; 对于在 π 异侧的点, δ 的符号相反. 这是因为若两个点 M_1 与 M_2 同侧时, $\overrightarrow{Q_1M_1}$ 与 $\overrightarrow{Q_2M_2}$ 同向(如图); 若异侧时, $\overrightarrow{Q_1M_1}$ 与 $\overrightarrow{Q_2M_2}$ 反向.



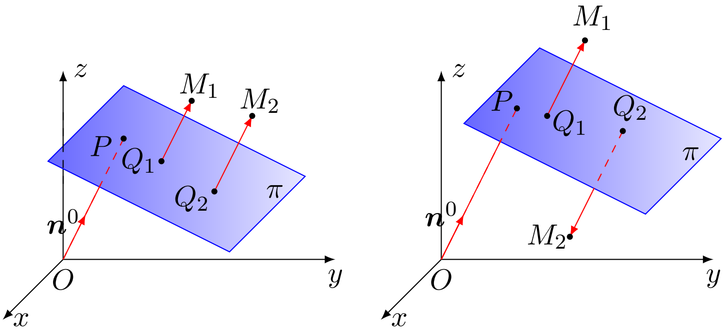


对于平面 π 同侧的点, δ 的符号相同; 对于在 π 异侧的点, δ 的符号相反. 这是因为若两个点 M_1 与 M_2 同侧时, $\overrightarrow{Q_1M_1}$ 与 $\overrightarrow{Q_2M_2}$ 同向(如图); 若异侧时, $\overrightarrow{Q_1M_1}$ 与 $\overrightarrow{Q_2M_2}$ 反向. 由此知平面 $\pi: Ax+By+Cz+D=0$ 将空间划分成两个部分:

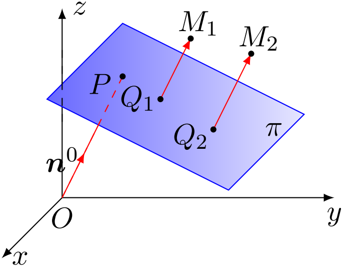


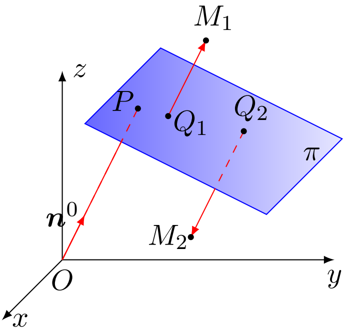


对于平面 π 同侧的点, δ 的符号相同; 对于在 π 异侧的点, δ 的符号相反. 这是因为若两个点 M_1 与 M_2 同侧时, $\overrightarrow{Q_1M_1}$ 与 $\overrightarrow{Q_2M_2}$ 同向(如图); 若异侧时, $\overrightarrow{Q_1M_1}$ 与 $\overrightarrow{Q_2M_2}$ 反向. 由此知平面 $\pi: Ax+By+Cz+D=0$ 将空间划分成两个部分: 某一部分的点 $Ax+By+Cz+D=\dfrac{\delta}{\lambda}>0$;

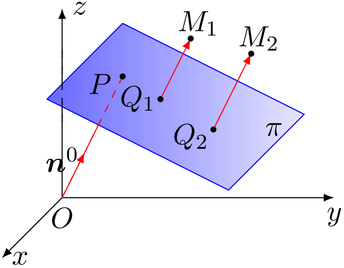


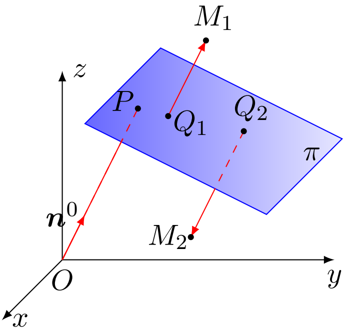
对于平面 π 同侧的点, δ 的符号相同; 对于在 π 异侧的点, δ 的符号相反. 这是因为若两个点 M_1 与 M_2 同侧时, $\overrightarrow{Q_1M_1}$ 与 $\overrightarrow{Q_2M_2}$ 同向(如图); 若异侧时, $\overrightarrow{Q_1M_1}$ 与 $\overrightarrow{Q_2M_2}$ 反向. 由此知平面 $\pi: Ax+By+Cz+D=0$ 将空间划分成两个部分: 某一部分的点 $Ax+By+Cz+D=\dfrac{\delta}{\lambda}>0$; 另外一部分的点, 有 $Ax+By+Cz+D=\dfrac{\delta}{\lambda}<0$;





对于平面 π 同侧的点, δ 的符号相同; 对于在 π 异侧的点, δ 的符号相反. 这是因为若两个点 M_1 与 M_2 同侧时, $\overrightarrow{Q_1M_1}$ 与 $\overrightarrow{Q_2M_2}$ 同向(如图); 若异侧时, $\overrightarrow{Q_1M_1}$ 与 $\overrightarrow{Q_2M_2}$ 反向. 由此知平面 $\pi: Ax+By+Cz+D=0$ 将空间划分成两个部分: 某一部分的点 $Ax+By+Cz+D=\dfrac{\delta}{\lambda}>0$; 另外一部分的点, 有 $Ax+By+Cz+D=\dfrac{\delta}{\lambda}<0$; 平面 π 上的点有 $Ax+By+Cz+D=0$.





✍课堂练习: P 109, 习题 9

判别点 $M(2,-1,1)$ 和 $N(1,2,-3)$ 在由下列相交平面所构成的同一个二面角内, 还是分别在相邻二面角内,或是在对顶的二面角内?

(1) $\pi_1 : 3x - y + 2z - 3 = 0$ 与 $\pi_2 : x - 2y - z + 4 = 0$;

(2) $\pi_1 : 2x - y + 5z - 1 = 0$ 与 $\pi_2 : 3x - 2y + 6z - 1 = 0$.

课堂练习: P 109, 习题 9

判别点 $M(2,-1,1)$ 和 $N(1,2,-3)$ 在由下列相交平面所构成的同一个二面角内, 还是分别在相邻二面角内,或是在对顶的二面角内?

(1) $\pi_1: 3x-y+2z-3=0$ 与 $\pi_2: x-2y-z+4=0$;

(2) $\pi_1: 2x-y+5z-1=0$ 与 $\pi_2: 3x-2y+6z-1=0$.

答案: (1) 相邻二面角内;

课堂练习: P 109, 习题 9

判别点 $M(2,-1,1)$ 和 $N(1,2,-3)$ 在由下列相交平面所构成的同一个二面角内, 还是分别在相邻二面角内,或是在对顶的二面角内?

(1) $\pi_1: 3x-y+2z-3=0$ 与 $\pi_2: x-2y-z+4=0$;

(2) $\pi_1: 2x-y+5z-1=0$ 与 $\pi_2: 3x-2y+6z-1=0$.

答案: (1) 相邻二面角内;

(2) 对顶二面角内.

课堂练习: P 109, 习题 9

判别点 $M(2,-1,1)$ 和 $N(1,2,-3)$ 在由下列相交平面所构成的同一个二面角内, 还是分别在相邻二面角内,或是在对顶的二面角内?

(1) $\pi_1: 3x-y+2z-3=0$ 与 $\pi_2: x-2y-z+4=0$;

(2) $\pi_1: 2x-y+5z-1=0$ 与 $\pi_2: 3x-2y+6z-1=0$.

答案: (1) 相邻二面角内;

(2) 对顶二面角内.

下一节