第一章 向量与坐标

§1.5 标架与坐标

研制者：吴炳烨

高等教育出版社
高等教育电子音像出版社

§1.5 标架与坐标

§1.5 标架与坐标

教学内容: 空间标架与空间坐标

§1.5 标架与坐标

教学内容: 空间标架与空间坐标

教学目的: 掌握空间坐标系及向量线性运算的坐标表示

§1.5 标架与坐标

教学内容: 空间标架与空间坐标

教学目的: 掌握空间坐标系及向量线性运算的坐标表示

教学重难点: 空间向量与空间点坐标的联系

❒ 标架

❒ 标架

取定空间点 O,

❒ 标架

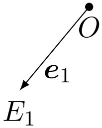
取定空间点 O,

❒ 标架

取定空间点 O, 引入三个不共面的向量
$\overrightarrow{OE_i} = \boldsymbol{e}_i (i = 1, 2, 3)$,

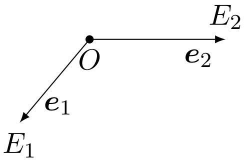
❐ 标架

取定空间点 O, 引入三个不共面的向量 $\overrightarrow{OE_i} = \boldsymbol{e}_i (i = 1, 2, 3)$,



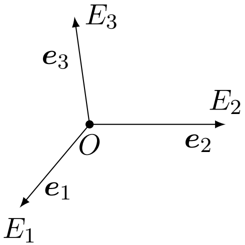
❒ 标架

取定空间点 O, 引入三个不共面的向量
$\overrightarrow{OE_i} = \boldsymbol{e}_i (i = 1, 2, 3)$,



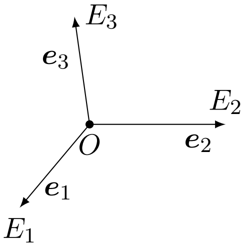
❒ 标架

取定空间点 O, 引入三个不共面的向量 $\overrightarrow{OE_i} = \boldsymbol{e}_i (i = 1, 2, 3)$,



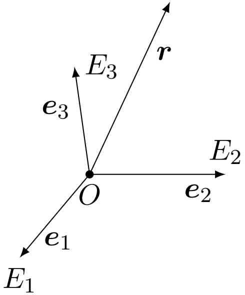
❐ 标架

取定空间点 O, 引入三个不共面的向量 $\overrightarrow{OE_i} = \boldsymbol{e}_i (i = 1, 2, 3)$, 则由定理 1.4.3 知空间任一向量 $\boldsymbol{r}$



❒ 标架

取定空间点 O, 引入三个不共面的向量 $\overrightarrow{OE_i} = \boldsymbol{e}_i (i = 1, 2, 3)$, 则由定理 1.4.3 知空间任一向量 $\boldsymbol{r}$

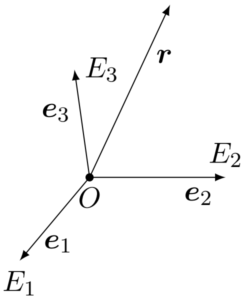


❐ 标架

取定空间点 O, 引入三个不共面的向量 $\overrightarrow{OE_i} = \boldsymbol{e}_i (i = 1, 2, 3)$, 则由定理 1.4.3 知空间任一向量 $\boldsymbol{r}$ 都可唯一分解成 $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$, $\boldsymbol{e}_3$ 的线性组合:

$$\boxed{\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{e}_1 + y\boldsymbol{e}_2 + z\boldsymbol{e}_3,}$$

其中 x, y, z 是确定的实数.

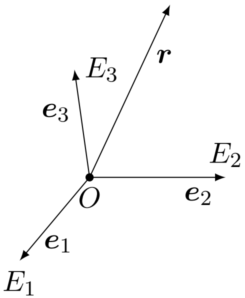


❒ 标架

取定空间点 O, 引入三个不共面的向量 $\overrightarrow{OE_i} = \boldsymbol{e}_i (i = 1, 2, 3)$, 则由定理 1.4.3 知空间任一向量 $\boldsymbol{r}$ 都可唯一分解成 $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$, $\boldsymbol{e}_3$ 的线性组合:

$$\boxed{\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{e}_1 + y\boldsymbol{e}_2 + z\boldsymbol{e}_3,}$$

其中 x, y, z 是确定的实数.



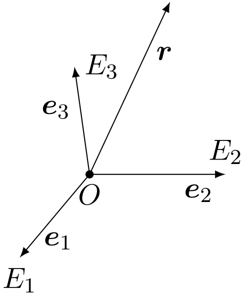
☞标架的定义

❒ 标架

取定空间点 O, 引入三个不共面的向量 $\overrightarrow{OE_i} = \boldsymbol{e}_i(i = 1, 2, 3)$, 则由定理 1.4.3 知空间任一向量 $\boldsymbol{r}$ 都可唯一分解成 $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$, $\boldsymbol{e}_3$ 的线性组合:

$$\boxed{\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{e}_1 + y\boldsymbol{e}_2 + z\boldsymbol{e}_3,}$$

其中 x, y, z 是确定的实数.



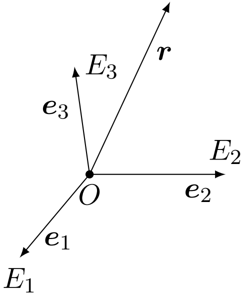
☞**标架的定义** 空间一点 O 及三个不共面的有序向量 $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$, $\boldsymbol{e}_3$ 的全体叫做空间中的一个标架(frame), 记为 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$.

❐ 标架

取定空间点 O, 引入三个不共面的向量 $\overrightarrow{OE_i} = \boldsymbol{e}_i (i = 1, 2, 3)$, 则由定理 1.4.3 知空间任一向量 $\boldsymbol{r}$ 都可唯一分解成 $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$, $\boldsymbol{e}_3$ 的线性组合:

$$\boxed{\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{e}_1 + y\boldsymbol{e}_2 + z\boldsymbol{e}_3,}$$

其中 x, y, z 是确定的实数.



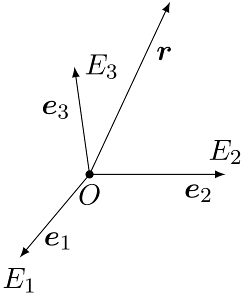
☞**标架的定义** 空间一点 O 及三个不共面的有序向量 $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$, $\boldsymbol{e}_3$ 的全体叫做空间中的一个标架(frame), 记为 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$. 如果 $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$, $\boldsymbol{e}_3$ 都为单位向量, 那么称 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 为笛卡儿标架(Descartes frame);

❒ 标架

取定空间点 O, 引入三个不共面的向量 $\overrightarrow{OE_i} = \boldsymbol{e}_i(i = 1, 2, 3)$, 则由定理 1.4.3 知空间任一向量 $\boldsymbol{r}$ 都可唯一分解成 $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$, $\boldsymbol{e}_3$ 的线性组合:

$$\boxed{\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{e}_1 + y\boldsymbol{e}_2 + z\boldsymbol{e}_3,}$$

其中 x, y, z 是确定的实数.



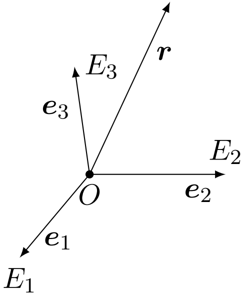
☞**标架的定义** 空间一点 O 及三个不共面的有序向量 $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$, $\boldsymbol{e}_3$ 的全体叫做空间中的一个标架(frame), 记为 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$. 如果 $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$, $\boldsymbol{e}_3$ 都为单位向量, 那么称 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 为笛卡儿标架(Descartes frame); $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$ 两两互相垂直的笛卡儿标架称为笛卡儿直角标架, 简称直角标架 (rectangular frame).

❒ 标架

取定空间点 O, 引入三个不共面的向量 $\overrightarrow{OE_i} = \boldsymbol{e}_i (i = 1, 2, 3)$, 则由定理 1.4.3 知空间任一向量 $\boldsymbol{r}$ 都可唯一分解成 $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$, $\boldsymbol{e}_3$ 的线性组合:

$$\boxed{\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{e}_1 + y\boldsymbol{e}_2 + z\boldsymbol{e}_3,}$$

其中 x, y, z 是确定的实数.



☞**标架的定义** 空间一点 O 及三个不共面的有序向量 $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$, $\boldsymbol{e}_3$ 的全体叫做空间中的一个标架(frame), 记为 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$. 如果 $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$, $\boldsymbol{e}_3$ 都为单位向量, 那么称 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 为笛卡儿标架(Descartes frame); $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$ 两两互相垂直的笛卡儿标架称为笛卡儿直角标架, 简称直角标架 (rectangular frame). 在一般情况下, $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 叫做仿射标架(affine frame).

对于标架 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$, 如果 $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$ 之间的相互关系和右手(左手)拇指、食指、中指相同, 那么这标架称为右(左) 旋标架或称右(左)手标架 (right(left)-handed frame), 如下图所示.

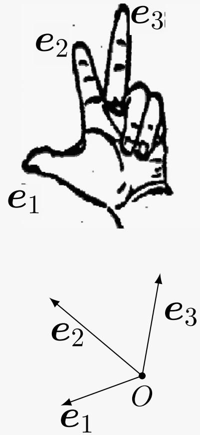
对于标架 $\{O;\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3\}$, 如果 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3$ 之间的相互关系和右手(左手)拇指、食指、中指相同, 那么这标架称为右(左) 旋标架或称右(左)手标架 (right(left)-handed frame), 如下图所示.

对于标架 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$, 如果 $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$ 之间的相互关系和右手(左手)拇指、食指、中指相同, 那么这标架称为右(左) 旋标架或称右(左)手标架 (right(left)-handed frame), 如下图所示.

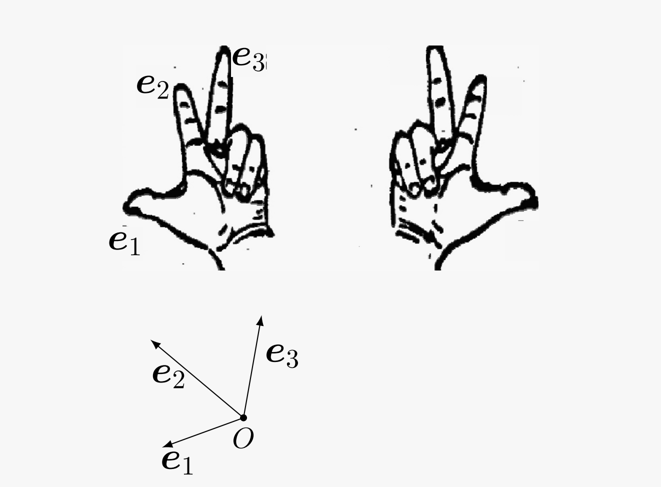
对于标架 $\{O;\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3\}$, 如果 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3$ 之间的相互关系和右手(左手)拇指、食指、中指相同, 那么这标架称为右(左) 旋标架或称右(左)手标架 (right(left)-handed frame), 如下图所示.

对于标架 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$, 如果 $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$ 之间的相互关系和右手(左手)拇指、食指、中指相同, 那么这标架称为右(左) 旋标架或称右(左)手标架 (right(left)-handed frame), 如下图所示.

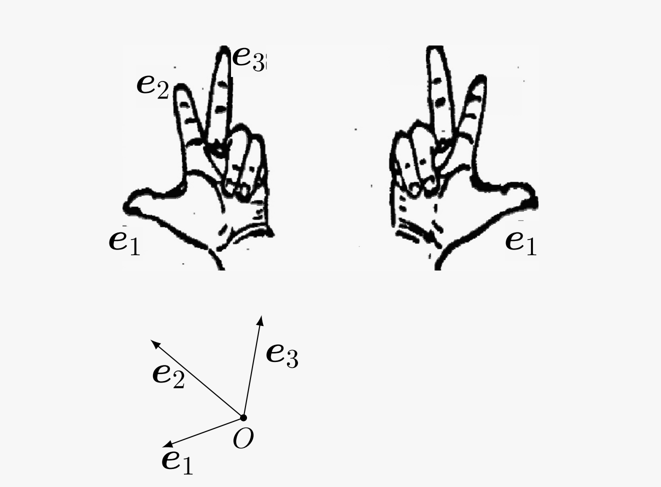
对于标架 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$, 如果 $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$ 之间的相互关系和右手(左手)拇指、食指、中指相同, 那么这标架称为右(左) 旋标架或称右(左)手标架 (right(left)-handed frame), 如下图所示.



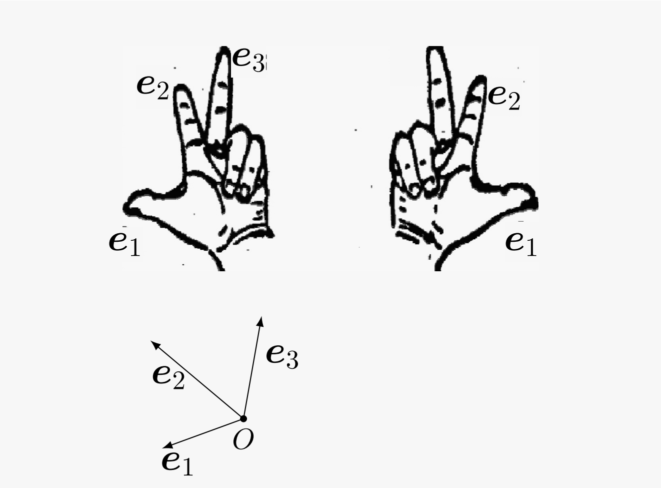
对于标架 $\{O;\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3\}$, 如果 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3$ 之间的相互关系和右手(左手)拇指、食指、中指相同, 那么这标架称为右(左) 旋标架或称右(左)手标架 (right(left)-handed frame), 如下图所示.



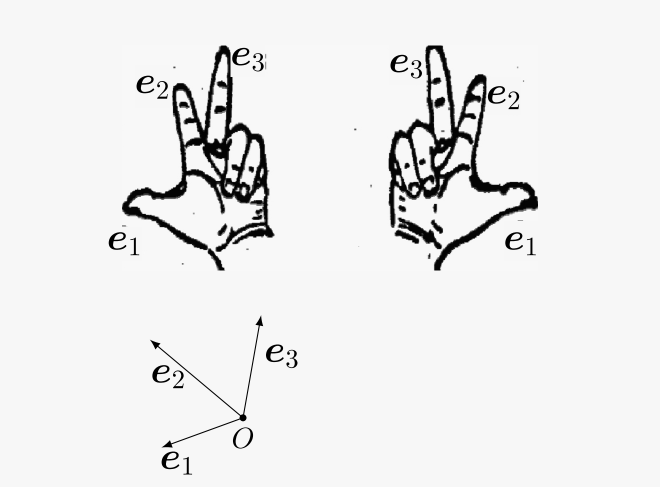
对于标架 $\{O;\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3\}$，如果 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3$ 之间的相互关系和右手(左手)拇指、食指、中指相同，那么这标架称为右(左) 旋标架或称右(左)手标架 (right(left)-handed frame)，如下图所示.



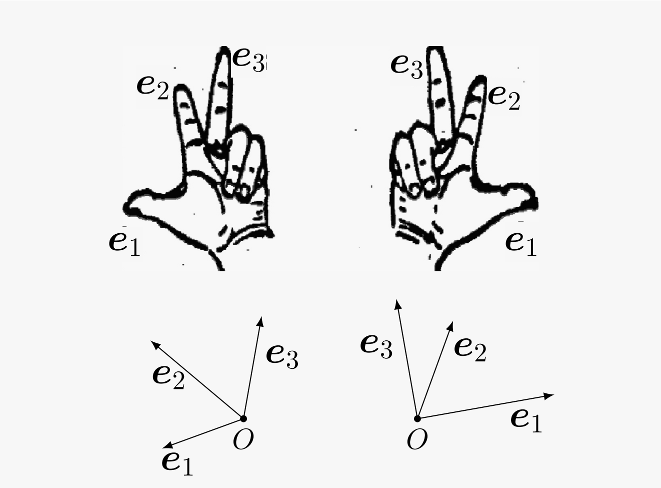
对于标架 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$, 如果 $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$ 之间的相互关系和右手(左手)拇指、食指、中指相同, 那么这标架称为右(左) 旋标架或称右(左)手标架 (right(left)-handed frame), 如下图所示.



对于标架 $\{O;\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3\}$, 如果 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3$ 之间的相互关系和右手(左手)拇指、食指、中指相同, 那么这标架称为右(左) 旋标架或称右(左)手标架 (right(left)-handed frame), 如下图所示.



对于标架 $\{O;\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3\}$, 如果 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3$ 之间的相互关系和右手(左手)拇指、食指、中指相同, 那么这标架称为右(左) 旋标架或称右(左)手标架 (right(left)-handed frame), 如下图所示.



笛卡儿(Descartes, René du Perron, 1596 - 1650) 法国哲学家、数学家、物理学家、生理学家. 生于法国图伦, 卒于斯德哥尔摩.

笛卡儿(Descartes, René du Perron, 1596 - 1650) 法国哲学家、数学家、物理学家、生理学家. 生于法国图伦, 卒于斯德哥尔摩. 8岁入拉弗里镇的耶稣会学校读书, 1616 年获普瓦捷大学博士学位,当过律师. 此后他开始长达10年的游历与军旅生涯.

笛卡儿(Descartes, René du Perron, 1596 - 1650) 法国哲学家、数学家、物理学家、生理学家. 生于法国图伦, 卒于斯德哥尔摩. 8岁入拉弗里镇的耶稣会学校读书, 1616 年获普瓦捷大学博士学位,当过律师. 此后他开始长达10年的游历与军旅生涯. 1628年移居荷兰,开始长达20年的潜心研究的写作生涯. 笛卡儿建立的解析几何在科学史上具有划时代的意义.

笛卡儿(Descartes, René du Perron, 1596 - 1650) 法国哲学家、数学家、物理学家、生理学家. 生于法国图伦, 卒于斯德哥尔摩. 8岁入拉弗里镇的耶稣会学校读书, 1616 年获普瓦捷大学博士学位,当过律师. 此后他开始长达10年的游历与军旅生涯. 1628年移居荷兰,开始长达20年的潜心研究的写作生涯. 笛卡儿建立的解析几何在科学史上具有划时代的意义. 《几何学》(1637,莱顿)是他唯一的数学著作. 在书中,他首次将几何问题代数化,给出(平面)解析几何的基本思想:通过建立坐标系将平面上的点与 确定的数对 (x, y) 相对应, 进一步考虑含两个未知数的方程的图形, 并根据次数将曲线分类. 他还在书中讨论代数方程理论,提出并直观论证了代数基本定理.

❐ 坐标

❐ 坐标

☞向量坐标定义

❒ 坐标

☞**向量坐标定义** $\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{e}_1 + y\boldsymbol{e}_2 + z\boldsymbol{e}_3$ 中的 x, y, z 称为向量 $\boldsymbol{r}$ 关于标架 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 的坐标 (coordinate) 或者分量(component),

❒ 坐标

☞**向量坐标定义** $\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{e}_1 + y\boldsymbol{e}_2 + z\boldsymbol{e}_3$ 中的 x, y, z 称为向量 $\boldsymbol{r}$ 关于标架 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 的坐标 (coordinate) 或者分量(component), 记作 $\boldsymbol{r}\{x, y, z\}$ 或 $\{x, y, z\}$.

坐标

☞**向量坐标定义** $\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{e}_1 + y\boldsymbol{e}_2 + z\boldsymbol{e}_3$ 中的 x, y, z 称为向量 $\boldsymbol{r}$ 关于标架 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 的坐标 (coordinate) 或者分量(component), 记作 $\boldsymbol{r}\{x, y, z\}$ 或 $\{x, y, z\}$.

☞**点坐标定义**

❒ 坐标

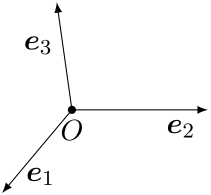
☞**向量坐标定义** $\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{e}_1 + y\boldsymbol{e}_2 + z\boldsymbol{e}_3$ 中的 x, y, z 称为向量 $\boldsymbol{r}$ 关于标架 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 的坐标 (coordinate) 或者分量(component), 记作 $\boldsymbol{r}\{x, y, z\}$ 或 $\{x, y, z\}$.

☞**点坐标定义** 对于取定了标架 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 的空间中任意点 P,

❒ 坐标

☞**向量坐标定义** $\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{e}_1 + y\boldsymbol{e}_2 + z\boldsymbol{e}_3$ 中的 x, y, z 称为向量 $\boldsymbol{r}$ 关于标架 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 的坐标 (coordinate) 或者分量(component), 记作 $\boldsymbol{r}\{x, y, z\}$ 或 $\{x, y, z\}$.

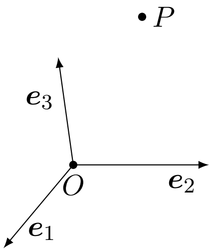
☞**点坐标定义** 对于取定了标架 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 的空间中任意点 P,



❐ 坐标

☞**向量坐标定义** $\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{e}_1 + y\boldsymbol{e}_2 + z\boldsymbol{e}_3$ 中的 x, y, z 称为向量 $\boldsymbol{r}$ 关于标架 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 的坐标 (coordinate) 或者分量(component), 记作 $\boldsymbol{r}\{x, y, z\}$ 或 $\{x, y, z\}$.

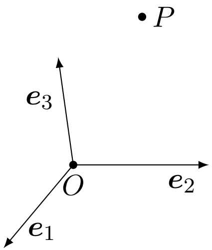
☞**点坐标定义** 对于取定了标架 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 的空间中任意点 P,



❐ 坐标

☞**向量坐标定义** $\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{e}_1+y\boldsymbol{e}_2+z\boldsymbol{e}_3$ 中的 x,y,z 称为向量 $\boldsymbol{r}$ 关于标架 $\{O;\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3\}$ 的坐标 (coordinate) 或者分量(component), 记作 $\boldsymbol{r}\{x,y,z\}$ 或 $\{x,y,z\}$.

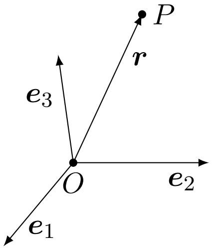
☞**点坐标定义** 对于取定了标架 $\{O;\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3\}$ 的空间中任意点 P, 向量 $\overrightarrow{OP}$ 称为该点的向径, 或称点 P 的位置向量(position vector),



❐ 坐标

☞**向量坐标定义** $\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{e}_1 + y\boldsymbol{e}_2 + z\boldsymbol{e}_3$ 中的 x, y, z 称为向量 $\boldsymbol{r}$ 关于标架 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 的坐标 (coordinate) 或者分量(component), 记作 $\boldsymbol{r}\{x, y, z\}$ 或 $\{x, y, z\}$.

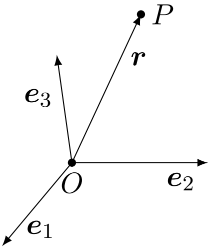
☞**点坐标定义** 对于取定了标架 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 的空间中任意点 P, 向量 $\overrightarrow{OP}$ 称为该点的向径, 或称点 P 的位置向量(position vector),



❒ 坐标

☞**向量坐标定义** $\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{e}_1+y\boldsymbol{e}_2+z\boldsymbol{e}_3$ 中的 x,y,z 称为向量 $\boldsymbol{r}$ 关于标架 $\{O;\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3\}$ 的坐标 (coordinate) 或者分量(component), 记作 $\boldsymbol{r}\{x,y,z\}$ 或 $\{x,y,z\}$.

☞**点坐标定义** 对于取定了标架 $\{O;\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3\}$ 的空间中任意点 P, 向量 $\overrightarrow{OP}$ 称为该点的向径, 或称点 P 的位置向量(position vector), 向径 $\overrightarrow{OP}$ 的坐标叫做点 P 的坐标, 记作 $P(x,y,z)$ 或 (x,y,z).



❒ 空间坐标系

❒ 空间坐标系

取定标架 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 后，空间向量集(点集)与有序三数组 (x, y, z) 的集合一一对应，这种一一对应的关系称为空间向量(点)的一个坐标系(coordinate system).

❒ 空间坐标系

取定标架 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 后，空间向量集(点集)与有序三数组 (x, y, z) 的集合一一对应，这种一一对应的关系称为空间向量(点)的一个坐标系 (coordinate system).

空间坐标系由标架 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 完全确定，所以常常用标架来表示空间坐标系，

❒ 空间坐标系

取定标架 $\{O;\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3\}$ 后，空间向量集(点集)与有序三数组 (x,y,z) 的集合一一对应，这种一一对应的关系称为空间向量(点)的一个坐标系 (coordinate system).

空间坐标系由标架 $\{O;\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3\}$ 完全确定，所以常常用标架来表示空间坐标系，这时 O 称为坐标原点(origin)，

❐ 空间坐标系

取定标架 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 后，空间向量集(点集)与有序三数组 (x, y, z) 的集合一一对应，这种一一对应的关系称为空间向量(点)的一个坐标系 (coordinate system).

空间坐标系由标架 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 完全确定，所以常常用标架来表示空间坐标系，这时 O 称为坐标原点(origin)，$\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$ 称为坐标向量.

❐ 空间坐标系

取定标架 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 后, 空间向量集(点集)与有序三数组 (x, y, z) 的集合一一对应, 这种一一对应的关系称为空间向量(点)的一个坐标系 (coordinate system).

空间坐标系由标架 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 完全确定, 所以常常用标架来表示空间坐标系, 这时 O 称为坐标原点(origin), $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$ 称为坐标向量.

与右(左)手标架、仿射标架、笛卡儿标架以及直角标架对应的分别有右(左)手坐标系、仿射坐标系、笛卡儿坐标系以及直角坐标系.

❒ 空间坐标系

取定标架 $\{O;\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 后，空间向量集(点集)与有序三数组 (x, y, z) 的集合一一对应，这种一一对应的关系称为空间向量(点)的一个坐标系 (coordinate system).

空间坐标系由标架 $\{O;\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 完全确定，所以常常用标架来表示空间坐标系，这时 O 称为坐标原点(origin)，$\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$ 称为坐标向量.

与右(左)手标架、仿射标架、笛卡儿标架以及直角标架对应的分别有右(左)手坐标系、仿射坐标系、笛卡儿坐标系以及直角坐标系.

☞ **特别约定：** 以后用到空间直角坐标系时，(单位)坐标向量用 $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ 表示，即记作 $\{O;\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}\}$，并且它是右手系.

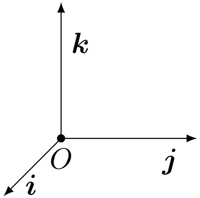
❐ 空间坐标系

取定标架 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 后, 空间向量集(点集)与有序三数组 (x, y, z) 的集合一一对应, 这种一一对应的关系称为空间向量(点)的一个坐标系 (coordinate system).

空间坐标系由标架 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 完全确定, 所以常常用标架来表示空间坐标系, 这时 O 称为坐标原点(origin), $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$ 称为坐标向量.

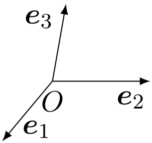
与右(左)手标架、仿射标架、笛卡儿标架以及直角标架对应的分别有右(左)手坐标系、仿射坐标系、笛卡儿坐标系以及直角坐标系.

☞ **特别约定:** 以后用到空间直角坐标系时, (单位)坐标向量用 $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ 表示, 即记作 $\{O; \boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}\}$, 并且它是右手系.

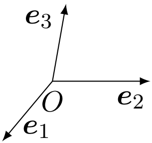


给定一个坐标系 $\{O;\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3\}$ 后,

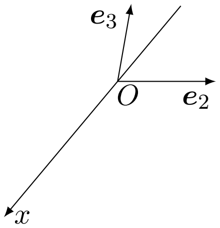
给定一个坐标系 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 后,



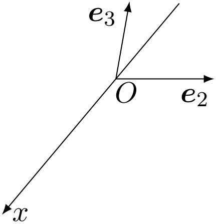
给定一个坐标系 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 后，过原点 O 分别沿 $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$ 方向引出不共面的三条轴 Ox,



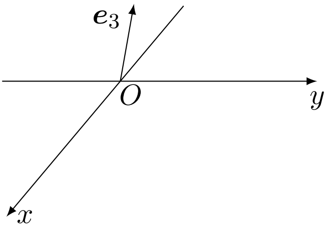
给定一个坐标系 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 后，过原点 O 分别沿 $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$ 方向引出不共面的三条轴 Ox,



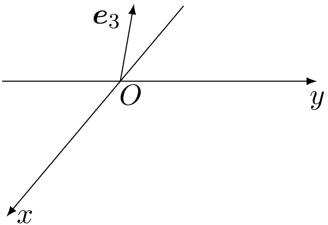
给定一个坐标系 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 后，过原点 O 分别沿 $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$ 方向引出不共面的三条轴 Ox, Oy,



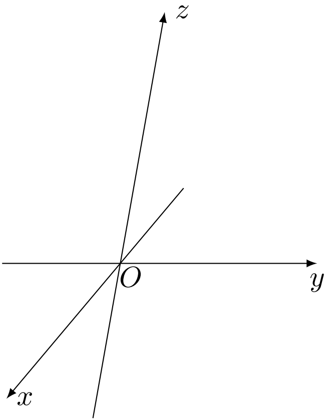
给定一个坐标系 $\{O;\boldsymbol{e}_1,\ \boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{e}_3\}$ 后，过原点 O 分别沿 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3$ 方向引出不共面的三条轴 Ox, Oy,



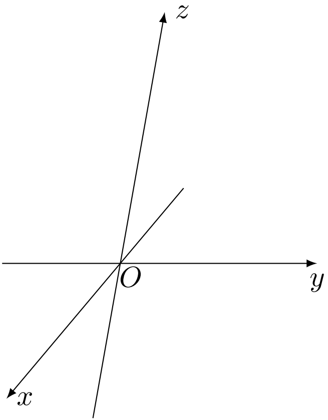
给定一个坐标系 $\{O;\boldsymbol{e}_1,\ \boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{e}_3\}$ 后，过原点 O 分别沿 $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$ 方向引出不共面的三条轴 Ox, Oy, Oz,



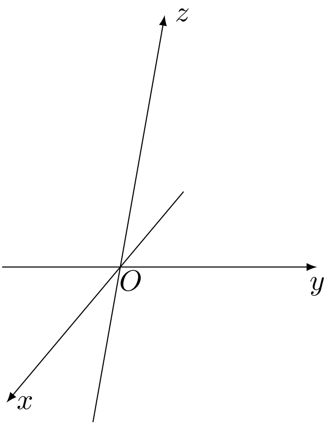
给定一个坐标系 $\{O;\boldsymbol{e}_1,\ \boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{e}_3\}$ 后，过原点 O 分别沿 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3$ 方向引出不共面的三条轴 Ox, Oy, Oz,



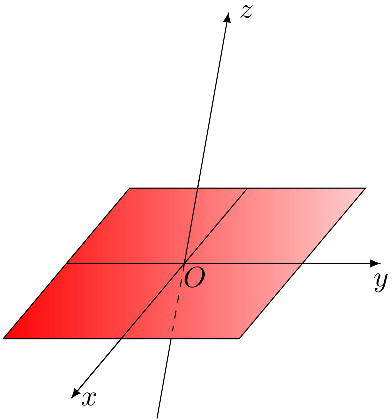
给定一个坐标系 $\{O;\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 后，过原点 O 分别沿 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3$ 方向引出不共面的三条轴 Ox, Oy, Oz, 分别称之为 x 轴，y 轴，z 轴，也将它们统称为坐标轴(coordinate axis)，此时坐标系也记做 $O-xyz$;



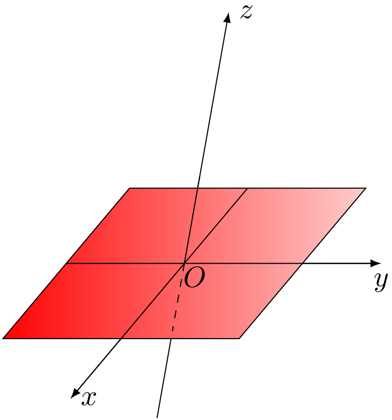
给定一个坐标系 $\{O;\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3\}$ 后，过原点 O 分别沿 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3$ 方向引出不共面的三条轴 Ox, Oy, Oz，分别称之为 x 轴，y 轴，z 轴，也将它们统称为坐标轴(coordinate axis)，此时坐标系也记做 $O-xyz$；由任意两条坐标轴所确定的平面叫做坐标平面，按照坐标平面所包含的坐标轴，分别叫做 xOy 平面，



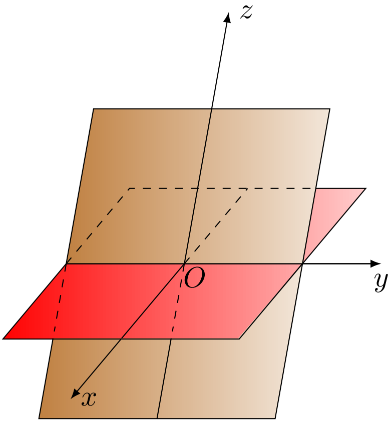
给定一个坐标系 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 后，过原点 O 分别沿 $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$ 方向引出不共面的三条轴 Ox, Oy, Oz, 分别称之为 x 轴, y 轴, z 轴, 也将它们统称为坐标轴(coordinate axis), 此时坐标系也记做 $O-xyz$; 由任意两条坐标轴所确定的平面叫做坐标平面, 按照坐标平面所包含的坐标轴, 分别叫做 xOy 平面,



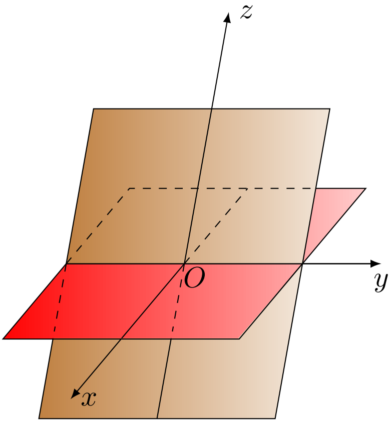
给定一个坐标系 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 后，过原点 O 分别沿 $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$ 方向引出不共面的三条轴 Ox, Oy, Oz, 分别称之为 x 轴, y 轴, z 轴, 也将它们统称为坐标轴(coordinate axis), 此时坐标系也记做 $O-xyz$; 由任意两条坐标轴所确定的平面叫做坐标平面, 按照坐标平面所包含的坐标轴, 分别叫做 xOy 平面, yOz 平面,



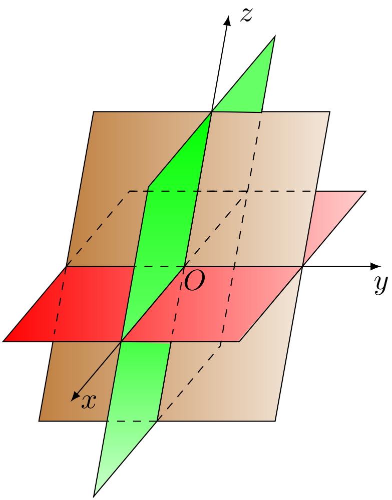
给定一个坐标系 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 后，过原点 O 分别沿 $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$ 方向引出不共面的三条轴 Ox, Oy, Oz，分别称之为 x 轴，y 轴，z 轴，也将它们统称为坐标轴(coordinate axis)，此时坐标系也记做 $O - xyz$；由任意两条坐标轴所确定的平面叫做坐标平面，按照坐标平面所包含的坐标轴，分别叫做 xOy 平面，yOz 平面，



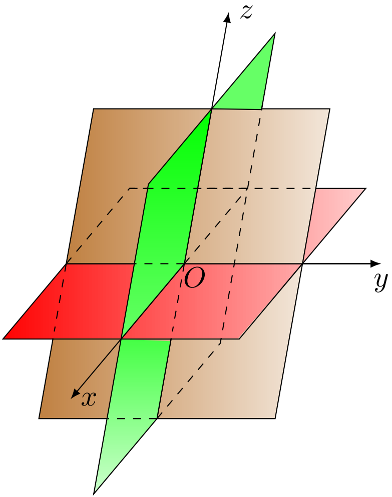
给定一个坐标系 $\{O;\boldsymbol{e}_1,\ \boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{e}_3\}$ 后，过原点 O 分别沿 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3$ 方向引出不共面的三条轴 Ox, Oy, Oz, 分别称之为 x 轴，y 轴，z 轴，也将它们统称为坐标轴(coordinate axis)，此时坐标系也记做 $O-xyz$; 由任意两条坐标轴所确定的平面叫做坐标平面，按照坐标平面所包含的坐标轴，分别叫做 xOy 平面，yOz 平面，xOz 平面.



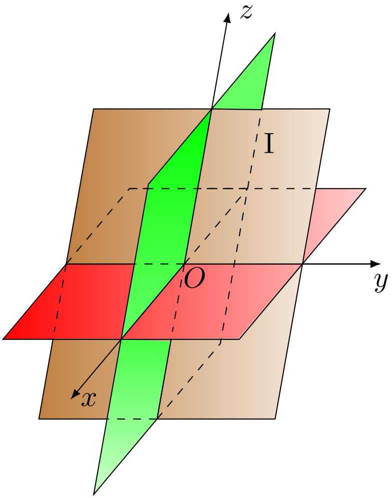
给定一个坐标系 $\{O;\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3\}$ 后，过原点 O 分别沿 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3$ 方向引出不共面的三条轴 Ox, Oy, Oz, 分别称之为 x 轴，y 轴，z 轴，也将它们统称为坐标轴(coordinate axis)，此时坐标系也记做 $O-xyz$; 由任意两条坐标轴所确定的平面叫做坐标平面，按照坐标平面所包含的坐标轴，分别叫做 xOy 平面，yOz 平面，xOz 平面.



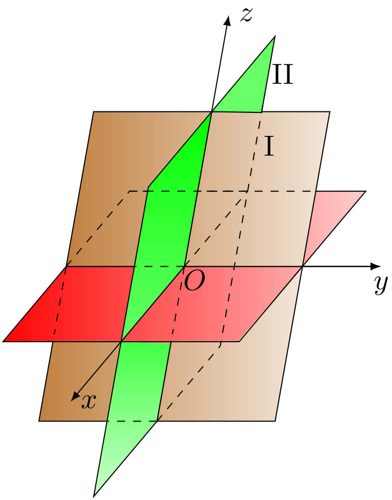
给定一个坐标系 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 后，过原点 O 分别沿 $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$ 方向引出不共面的三条轴 Ox, Oy, Oz, 分别称之为 x 轴, y 轴, z 轴, 也将它们统称为坐标轴(coordinate axis), 此时坐标系也记做 $O-xyz$; 由任意两条坐标轴所确定的平面叫做坐标平面, 按照坐标平面所包含的坐标轴, 分别叫做 xOy 平面, yOz 平面, xOz 平面. 三个坐标平面将空间分成八个区域, 每一个区域叫做一个卦限(octant), 依次叫做第 I 卦限, 第 II 卦限, $\cdots$, 第 VIII 卦限.



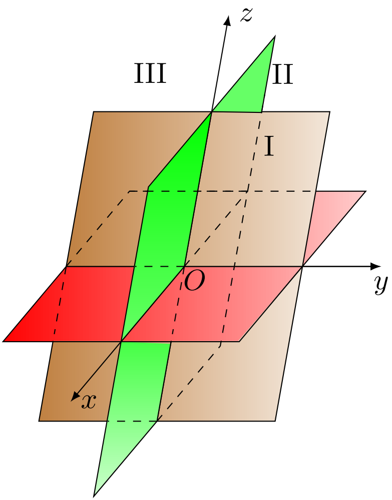
给定一个坐标系 $\{O;\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3\}$ 后，过原点 O 分别沿 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3$ 方向引出不共面的三条轴 Ox, Oy, Oz, 分别称之为 x 轴, y 轴, z 轴, 也将它们统称为坐标轴(coordinate axis), 此时坐标系也记做 $O-xyz$; 由任意两条坐标轴所确定的平面叫做坐标平面, 按照坐标平面所包含的坐标轴, 分别叫做 xOy 平面, yOz 平面, xOz 平面. 三个坐标平面将空间分成八个区域, 每一个区域叫做一个卦限(octant), 依次叫做第 I 卦限, 第 II 卦限, $\cdots$, 第 VIII 卦限.



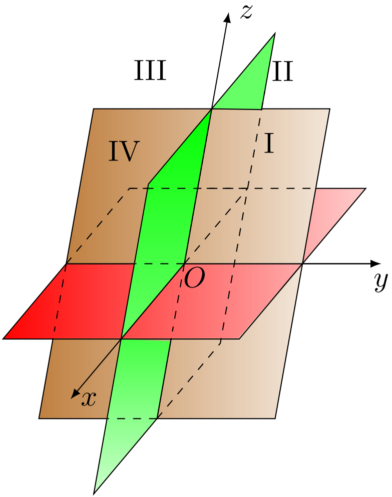
给定一个坐标系 $\{O;\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 后，过原点 O 分别沿 $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$ 方向引出不共面的三条轴 Ox, Oy, Oz, 分别称之为 x 轴, y 轴, z 轴, 也将它们统称为坐标轴(coordinate axis), 此时坐标系也记做 $O-xyz$; 由任意两条坐标轴所确定的平面叫做坐标平面, 按照坐标平面所包含的坐标轴, 分别叫做 xOy 平面, yOz 平面, xOz 平面. 三个坐标平面将空间分成八个区域, 每一个区域叫做一个卦限(octant), 依次叫做第 I 卦限, 第 II 卦限, $\cdots$, 第 VIII 卦限.



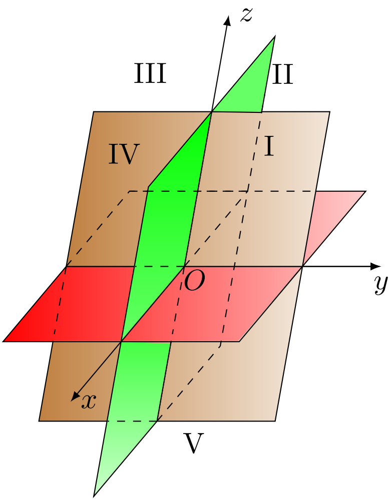
给定一个坐标系 $\{O;\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3\}$ 后，过原点 O 分别沿 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3$ 方向引出不共面的三条轴 Ox, Oy, Oz, 分别称之为 x 轴，y 轴，z 轴，也将它们统称为坐标轴(coordinate axis)，此时坐标系也记做 $O-xyz$; 由任意两条坐标轴所确定的平面叫做坐标平面，按照坐标平面所包含的坐标轴，分别叫做 xOy 平面，yOz 平面，xOz 平面．三个坐标平面将空间分成八个区域，每一个区域叫做一个卦限(octant)，依次叫做第 I 卦限，第 II 卦限，$\cdots$，第 VIII 卦限．



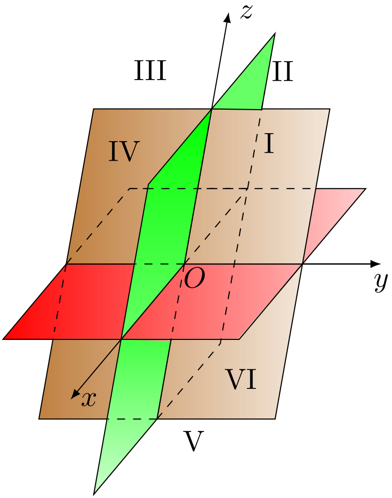
给定一个坐标系 $\{O;\boldsymbol{e}_1,\ \boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{e}_3\}$ 后，过原点 O 分别沿 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3$ 方向引出不共面的三条轴 Ox, Oy, Oz, 分别称之为 x 轴, y 轴, z 轴, 也将它们统称为坐标轴(coordinate axis), 此时坐标系也记做 $O-xyz$; 由任意两条坐标轴所确定的平面叫做坐标平面, 按照坐标平面所包含的坐标轴, 分别叫做 xOy 平面, yOz 平面, xOz 平面. 三个坐标平面将空间分成八个区域, 每一个区域叫做一个卦限(octant), 依次叫做第 I 卦限, 第 II 卦限, $\cdots$, 第 VIII 卦限.



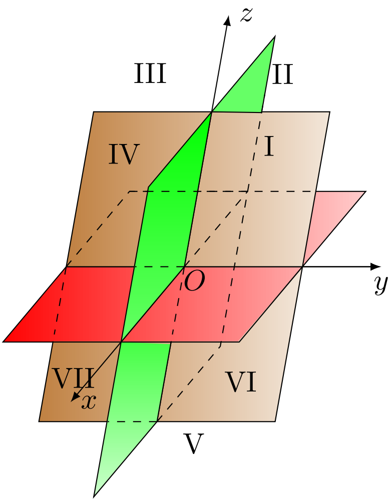
给定一个坐标系 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 后，过原点 O 分别沿 $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$ 方向引出不共面的三条轴 Ox, Oy, Oz, 分别称之为 x 轴, y 轴, z 轴, 也将它们统称为坐标轴(coordinate axis), 此时坐标系也记做 $O-xyz$; 由任意两条坐标轴所确定的平面叫做坐标平面, 按照坐标平面所包含的坐标轴, 分别叫做 xOy 平面, yOz 平面, xOz 平面. 三个坐标平面将空间分成八个区域, 每一个区域叫做一个卦限(octant), 依次叫做第 I 卦限, 第 II 卦限, $\cdots$, 第 VIII 卦限.



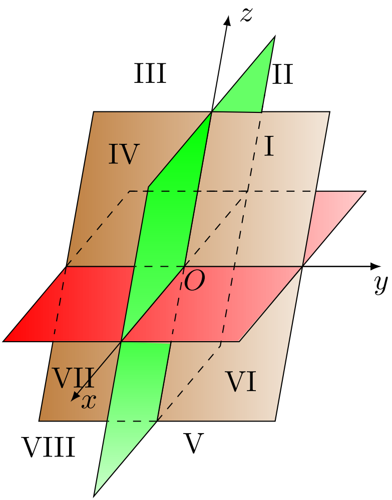
给定一个坐标系 $\{O;\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3\}$ 后，过原点 O 分别沿 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3$ 方向引出不共面的三条轴 Ox, Oy, Oz, 分别称之为 x 轴, y 轴, z 轴, 也将它们统称为坐标轴(coordinate axis), 此时坐标系也记做 $O-xyz$; 由任意两条坐标轴所确定的平面叫做坐标平面, 按照坐标平面所包含的坐标轴, 分别叫做 xOy 平面, yOz 平面, xOz 平面. 三个坐标平面将空间分成八个区域, 每一个区域叫做一个卦限(octant), 依次叫做第 I 卦限, 第 II 卦限, $\cdots$, 第 VIII 卦限.



给定一个坐标系 $\{O;\boldsymbol{e}_1,\ \boldsymbol{e}_2,\ \boldsymbol{e}_3\}$ 后，过原点 O 分别沿 $\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3$ 方向引出不共面的三条轴 Ox, Oy, Oz, 分别称之为 x 轴, y 轴, z 轴, 也将它们统称为坐标轴(coordinate axis), 此时坐标系也记做 $O-xyz$; 由任意两条坐标轴所确定的平面叫做坐标平面, 按照坐标平面所包含的坐标轴, 分别叫做 xOy 平面, yOz 平面, xOz 平面. 三个坐标平面将空间分成八个区域, 每一个区域叫做一个卦限(octant), 依次叫做第 I 卦限, 第 II 卦限, $\cdots$, 第 VIII 卦限.



给定一个坐标系 $\{O; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 后，过原点 O 分别沿 $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$ 方向引出不共面的三条轴 Ox, Oy, Oz, 分别称之为 x 轴, y 轴, z 轴, 也将它们统称为坐标轴(coordinate axis), 此时坐标系也记做 $O-xyz$; 由任意两条坐标轴所确定的平面叫做坐标平面, 按照坐标平面所包含的坐标轴, 分别叫做 xOy 平面, yOz 平面, xOz 平面. 三个坐标平面将空间分成八个区域, 每一个区域叫做一个卦限(octant), 依次叫做第 I 卦限, 第 II 卦限, $\cdots$, 第 VIII 卦限.



同一个卦限的点的坐标符号一致，但不同卦限的点的坐标符号不同. 八个卦限内点的坐标符号如下表所示:

同一个卦限的点的坐标符号一致, 但不同卦限的点的坐标符号不同. 八个卦限内点的坐标符号如下表所示:

卦限 / 坐标	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
x								
y								
z								

同一个卦限的点的坐标符号一致, 但不同卦限的点的坐标符号不同. 八个卦限内点的坐标符号如下表所示:

卦限 / 坐标	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
x								
y								
z	$+$	$+$	$+$	$+$				

同一个卦限的点的坐标符号一致, 但不同卦限的点的坐标符号不同. 八个卦限内点的坐标符号如下表所示:

卦限 / 坐标	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
x								
y								
z	$+$	$+$	$+$	$+$	$-$	$-$	$-$	$-$

同一个卦限的点的坐标符号一致, 但不同卦限的点的坐标符号不同. 八个卦限内点的坐标符号如下表所示:

卦限 / 坐标	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
x	$+$	$-$	$-$	$+$				
y	$+$	$+$	$-$	$-$				
z	$+$	$+$	$+$	$+$	$-$	$-$	$-$	$-$

同一个卦限的点的坐标符号一致, 但不同卦限的点的坐标符号不同. 八个卦限内点的坐标符号如下表所示:

坐标 \ 卦限	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
x	+	−	−	+	+	−	−	+
y	+	+	−	−	+	+	−	−
z	+	+	+	+	−	−	−	−

向量运算的坐标表示

❐ 向量运算的坐标表示

☞用向量的始点和终点的坐标表示向量的坐标

向量运算的坐标表示

用向量的始点和终点的坐标表示向量的坐标

定理1.5.1

向量的坐标等于其终点的坐标减去始点的坐标.

向量运算的坐标表示

用向量的始点和终点的坐标表示向量的坐标

定理1.5.1

向量的坐标等于其终点的坐标减去始点的坐标.

证 设向量 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 的始点、终点坐标分别为 $P_1(x_1, y_1, z_1)$ 和 $P_2(x_2, y_2, z_2)$ (如图),

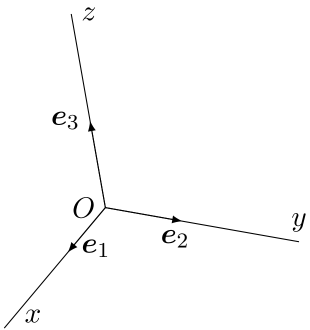
向量运算的坐标表示

用向量的始点和终点的坐标表示向量的坐标

定理1.5.1

向量的坐标等于其终点的坐标减去始点的坐标.

证 设向量 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 的始点、终点坐标分别为 $P_1(x_1, y_1, z_1)$ 和 $P_2(x_2, y_2, z_2)$ (如图),



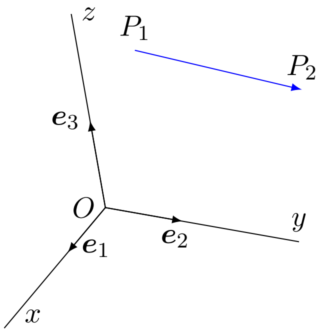
向量运算的坐标表示

用向量的始点和终点的坐标表示向量的坐标

定理1.5.1

向量的坐标等于其终点的坐标减去始点的坐标.

证 设向量 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 的始点、终点坐标分别为 $P_1(x_1, y_1, z_1)$ 和 $P_2(x_2, y_2, z_2)$ (如图),



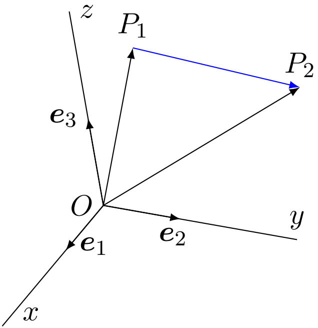
向量运算的坐标表示

用向量的始点和终点的坐标表示向量的坐标

定理1.5.1

向量的坐标等于其终点的坐标减去始点的坐标.

证 设向量 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 的始点、终点坐标分别为 $P_1(x_1, y_1, z_1)$ 和 $P_2(x_2, y_2, z_2)$ (如图),



向量运算的坐标表示

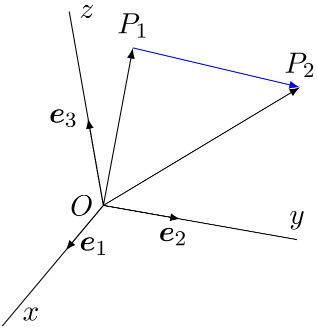
用向量的始点和终点的坐标表示向量的坐标

定理1.5.1

向量的坐标等于其终点的坐标减去始点的坐标.

证 设向量 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 的始点、终点坐标分别为 $P_1(x_1, y_1, z_1)$ 和 $P_2(x_2, y_2, z_2)$ (如图), 那么

$$\overrightarrow{OP_1} = x_1\boldsymbol{e}_1 + y_1\boldsymbol{e}_2 + z_1\boldsymbol{e}_3,$$



向量运算的坐标表示

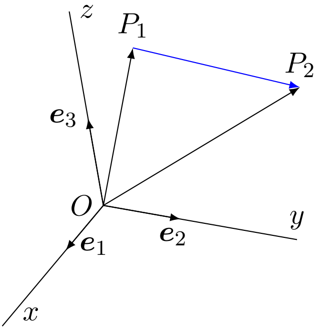
用向量的始点和终点的坐标表示向量的坐标

定理1.5.1

向量的坐标等于其终点的坐标减去始点的坐标.

证 设向量 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 的始点、终点坐标分别为 $P_1(x_1, y_1, z_1)$ 和 $P_2(x_2, y_2, z_2)$ (如图), 那么

$$\overrightarrow{OP_1} = x_1\boldsymbol{e}_1 + y_1\boldsymbol{e}_2 + z_1\boldsymbol{e}_3,$$
$$\overrightarrow{OP_2} = x_2\boldsymbol{e}_1 + y_2\boldsymbol{e}_2 + z_2\boldsymbol{e}_3,$$



向量运算的坐标表示

用向量的始点和终点的坐标表示向量的坐标

定理1.5.1

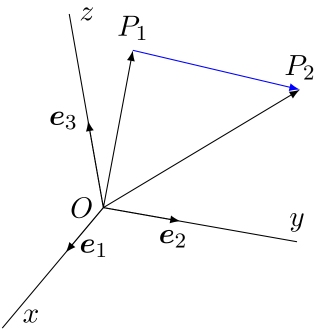
向量的坐标等于其终点的坐标减去始点的坐标.

证 设向量 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 的始点、终点坐标分别为 $P_1(x_1, y_1, z_1)$ 和 $P_2(x_2, y_2, z_2)$ (如图), 那么

$$\overrightarrow{OP_1} = x_1\boldsymbol{e}_1 + y_1\boldsymbol{e}_2 + z_1\boldsymbol{e}_3,$$
$$\overrightarrow{OP_2} = x_2\boldsymbol{e}_1 + y_2\boldsymbol{e}_2 + z_2\boldsymbol{e}_3,$$

所以

$$\overrightarrow{P_1P_2} = \overrightarrow{OP_2} - \overrightarrow{OP_1}$$



向量运算的坐标表示

☞用向量的始点和终点的坐标表示向量的坐标

定理1.5.1

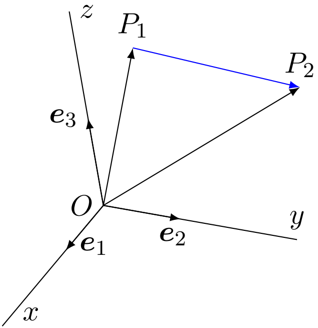
向量的坐标等于其终点的坐标减去始点的坐标.

证 设向量 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 的始点、终点坐标分别为 $P_1(x_1, y_1, z_1)$ 和 $P_2(x_2, y_2, z_2)$ (如图), 那么

$$\overrightarrow{OP_1} = x_1\boldsymbol{e}_1 + y_1\boldsymbol{e}_2 + z_1\boldsymbol{e}_3,$$
$$\overrightarrow{OP_2} = x_2\boldsymbol{e}_1 + y_2\boldsymbol{e}_2 + z_2\boldsymbol{e}_3,$$

所以

$$\overrightarrow{P_1P_2} = \overrightarrow{OP_2} - \overrightarrow{OP_1}$$
$$= (x_2 - x_1)\boldsymbol{e}_1 + (y_2 - y_1)\boldsymbol{e}_2 + (z_2 - z_1)\boldsymbol{e}_3,$$



向量运算的坐标表示

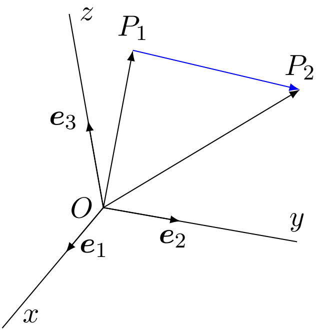
用向量的始点和终点的坐标表示向量的坐标

定理1.5.1

向量的坐标等于其终点的坐标减去始点的坐标.

证 设向量 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 的始点、终点坐标分别为 $P_1(x_1,y_1,z_1)$ 和 $P_2(x_2,y_2,z_2)$ (如图), 那么

$$\overrightarrow{OP_1}=x_1\boldsymbol{e}_1+y_1\boldsymbol{e}_2+z_1\boldsymbol{e}_3,$$
$$\overrightarrow{OP_2}=x_2\boldsymbol{e}_1+y_2\boldsymbol{e}_2+z_2\boldsymbol{e}_3,$$



所以

$$\overrightarrow{P_1P_2}=\overrightarrow{OP_2}-\overrightarrow{OP_1}$$
$$=(x_2-x_1)\boldsymbol{e}_1+(y_2-y_1)\boldsymbol{e}_2+(z_2-z_1)\boldsymbol{e}_3,$$

即

$$\boxed{\overrightarrow{P_1P_2}=\{x_2-x_1,y_2-y_1,z_2-z_1\}.}$$

☞用向量的坐标进行向量的线性运算

☞用向量的坐标进行向量的线性运算

定理1.5.2

设 $\boldsymbol{a}=\{X_1,Y_1,Z_1\},\boldsymbol{b}=\{X_2,Y_2,Z_2\}$, 则

$$\boxed{\boldsymbol{a}\pm\boldsymbol{b}=\{X_1\pm X_2,Y_1\pm Y_2,Z_1\pm Z_2\}.}$$

用向量的坐标进行向量的线性运算

定理1.5.2

设 $\boldsymbol{a}=\{X_1,Y_1,Z_1\},\boldsymbol{b}=\{X_2,Y_2,Z_2\}$, 则

$$\boxed{\boldsymbol{a}\pm\boldsymbol{b}=\{X_1\pm X_2,Y_1\pm Y_2,Z_1\pm Z_2\}.}$$

证 设 $\boldsymbol{a}=\{X_1,Y_1,Z_1\},\boldsymbol{b}=\{X_2,Y_2,Z_2\}$, 则

用向量的坐标进行向量的线性运算

定理1.5.2

设 $\boldsymbol{a}=\{X_1,Y_1,Z_1\},\boldsymbol{b}=\{X_2,Y_2,Z_2\}$，则

$$\boxed{\boldsymbol{a}\pm\boldsymbol{b}=\{X_1\pm X_2,Y_1\pm Y_2,Z_1\pm Z_2\}.}$$

证 设 $\boldsymbol{a}=\{X_1,Y_1,Z_1\},\boldsymbol{b}=\{X_2,Y_2,Z_2\}$，则

$$\boldsymbol{a}\pm\boldsymbol{b}=\{X_1,Y_1,Z_1\}\pm\{X_2,Y_2,Z_2\}$$

☞用向量的坐标进行向量的线性运算

定理1.5.2

设 $\boldsymbol{a}=\{X_1,Y_1,Z_1\},\boldsymbol{b}=\{X_2,Y_2,Z_2\}$, 则

$$\boxed{\boldsymbol{a}\pm\boldsymbol{b}=\{X_1\pm X_2,Y_1\pm Y_2,Z_1\pm Z_2\}.}$$

证 设 $\boldsymbol{a}=\{X_1,Y_1,Z_1\},\boldsymbol{b}=\{X_2,Y_2,Z_2\}$, 则

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}\pm\boldsymbol{b}&=\{X_1,Y_1,Z_1\}\pm\{X_2,Y_2,Z_2\}\\&=(X_1\boldsymbol{e}_1+Y_1\boldsymbol{e}_2+Z_1\boldsymbol{e}_3)\pm(X_2\boldsymbol{e}_1+Y_2\boldsymbol{e}_2+Z_2\boldsymbol{e}_3)\end{aligned}$$

☞用向量的坐标进行向量的线性运算

定理1.5.2

设 $\boldsymbol{a}=\{X_1,Y_1,Z_1\},\boldsymbol{b}=\{X_2,Y_2,Z_2\}$, 则

$$\boxed{\boldsymbol{a}\pm\boldsymbol{b}=\{X_1\pm X_2,Y_1\pm Y_2,Z_1\pm Z_2\}.}$$

证 设 $\boldsymbol{a}=\{X_1,Y_1,Z_1\},\boldsymbol{b}=\{X_2,Y_2,Z_2\}$, 则

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}\pm\boldsymbol{b}&=\{X_1,Y_1,Z_1\}\pm\{X_2,Y_2,Z_2\}\\&=(X_1\boldsymbol{e}_1+Y_1\boldsymbol{e}_2+Z_1\boldsymbol{e}_3)\pm(X_2\boldsymbol{e}_1+Y_2\boldsymbol{e}_2+Z_2\boldsymbol{e}_3)\\&=(X_1\pm X_2)\boldsymbol{e}_1+(Y_1\pm Y_2)\boldsymbol{e}_2+(Z_1\pm Z_2)\boldsymbol{e}_3,\end{aligned}$$

☞用向量的坐标进行向量的线性运算

定理1.5.2

设 $\boldsymbol{a}=\{X_1,Y_1,Z_1\},\boldsymbol{b}=\{X_2,Y_2,Z_2\}$, 则

$$\boxed{\boldsymbol{a}\pm\boldsymbol{b}=\{X_1\pm X_2,Y_1\pm Y_2,Z_1\pm Z_2\}.}$$

证 设 $\boldsymbol{a}=\{X_1,Y_1,Z_1\},\boldsymbol{b}=\{X_2,Y_2,Z_2\}$, 则

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}\pm\boldsymbol{b}&=\{X_1,Y_1,Z_1\}\pm\{X_2,Y_2,Z_2\}\\&=(X_1\boldsymbol{e}_1+Y_1\boldsymbol{e}_2+Z_1\boldsymbol{e}_3)\pm(X_2\boldsymbol{e}_1+Y_2\boldsymbol{e}_2+Z_2\boldsymbol{e}_3)\\&=(X_1\pm X_2)\boldsymbol{e}_1+(Y_1\pm Y_2)\boldsymbol{e}_2+(Z_1\pm Z_2)\boldsymbol{e}_3,\end{aligned}$$

即

$$\boxed{\boldsymbol{a}\pm\boldsymbol{b}=\{X_1\pm X_2,Y_1\pm Y_2,Z_1\pm Z_2\}.}$$

定理1.5.3

设 $\boldsymbol{a} = \{X, Y, Z\}$, 则

$$\boxed{\lambda \boldsymbol{a} = \{\lambda X, \lambda Y, \lambda Z\}.}$$

定理1.5.3

设 $\boldsymbol{a}=\{X,Y,Z\}$, 则

$$\boxed{\lambda\boldsymbol{a}=\{\lambda X,\lambda Y,\lambda Z\}.}$$

证 与上类似(略).

定理1.5.3

设 $\boldsymbol{a}=\{X,Y,Z\}$, 则

$$\boxed{\lambda\boldsymbol{a}=\{\lambda X,\lambda Y,\lambda Z\}.}$$

证 与上类似(略).

☞两向量共线, 三向量共面的条件

定理1.5.3

设 $\boldsymbol{a}=\{X,Y,Z\}$, 则

$$\boxed{\lambda\boldsymbol{a}=\{\lambda X,\lambda Y,\lambda Z\}.}$$

证 与上类似(略).

☞两向量共线, 三向量共面的条件

定理1.5.4

两个向量 $\boldsymbol{a}=\{X_1,Y_1,Z_1\},\boldsymbol{b}=\{X_2,Y_2,Z_2\}$ 共线的充要条件是

$$\boxed{\frac{X_1}{X_2}=\frac{Y_1}{Y_2}=\frac{Z_1}{Z_2}.}$$

定理1.5.3

设 $\boldsymbol{a}=\{X,Y,Z\}$, 则

$$\boxed{\lambda\boldsymbol{a}=\{\lambda X,\lambda Y,\lambda Z\}.}$$

证 与上类似(略).

☞两向量共线, 三向量共面的条件

定理1.5.4

两个向量 $\boldsymbol{a}=\{X_1,Y_1,Z_1\},\boldsymbol{b}=\{X_2,Y_2,Z_2\}$ 共线的充要条件是

$$\boxed{\frac{X_1}{X_2}=\frac{Y_1}{Y_2}=\frac{Z_1}{Z_2}.}$$

证 据定理1.4.1, 向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 共线当且仅当其中一个向量可由另外一个向量线性表示.

定理1.5.3

设 $\boldsymbol{a}=\{X,Y,Z\}$, 则

$$\boxed{\lambda\boldsymbol{a}=\{\lambda X,\lambda Y,\lambda Z\}.}$$

证 与上类似(略).

☞两向量共线, 三向量共面的条件

定理1.5.4

两个向量 $\boldsymbol{a}=\{X_1,Y_1,Z_1\},\boldsymbol{b}=\{X_2,Y_2,Z_2\}$ 共线的充要条件是

$$\boxed{\frac{X_1}{X_2}=\frac{Y_1}{Y_2}=\frac{Z_1}{Z_2}.}$$

证 据定理1.4.1, 向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 共线当且仅当其中一个向量可由另外一个向量线性表示.不妨设 $\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}$, 于是

定理1.5.3

设 $\boldsymbol{a}=\{X,Y,Z\}$, 则

$$\boxed{\lambda\boldsymbol{a}=\{\lambda X,\lambda Y,\lambda Z\}.}$$

证 与上类似(略).

☞两向量共线, 三向量共面的条件

定理1.5.4

两个向量 $\boldsymbol{a}=\{X_1,Y_1,Z_1\},\boldsymbol{b}=\{X_2,Y_2,Z_2\}$ 共线的充要条件是

$$\boxed{\frac{X_1}{X_2}=\frac{Y_1}{Y_2}=\frac{Z_1}{Z_2}.}$$

证 据定理1.4.1, 向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 共线当且仅当其中一个向量可由另外一个向量线性表示.不妨设 $\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}$, 于是

$$\{X_1,Y_1,Z_1\}=\lambda\{X_2,Y_2,Z_2\}=\{\lambda X_2,\lambda Y_2,\lambda Z_2\},$$

由此得到 $X_1=\lambda X_2, Y_1=\lambda Y_2, Z_1=\lambda Z_2,$

定理1.5.4

两个向量 $\boldsymbol{a}=\{X_1,Y_1,Z_1\},\boldsymbol{b}=\{X_2,Y_2,Z_2\}$ 共线的充要条件是

$$\boxed{\frac{X_1}{X_2}=\frac{Y_1}{Y_2}=\frac{Z_1}{Z_2}.}$$

证 据定理1.4.1, 向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 共线当且仅当其中一个向量可由另外一个向量线性表示.不妨设 $\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}$, 于是

$$\{X_1,Y_1,Z_1\}=\lambda\{X_2,Y_2,Z_2\}=\{\lambda X_2,\lambda Y_2,\lambda Z_2\},$$

由此得到 $X_1 = \lambda X_2, Y_1 = \lambda Y_2, Z_1 = \lambda Z_2$, 所以

$$\boxed{\frac{X_1}{X_2} = \frac{Y_1}{Y_2} = \frac{Z_1}{Z_2}.}$$

定理1.5.4

两个向量 $\boldsymbol{a} = \{X_1, Y_1, Z_1\}, \boldsymbol{b} = \{X_2, Y_2, Z_2\}$ 共线的充要条件是

$$\boxed{\frac{X_1}{X_2} = \frac{Y_1}{Y_2} = \frac{Z_1}{Z_2}.}$$

证 据定理1.4.1, 向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 共线当且仅当其中一个向量可由另外一个向量线性表示.不妨设 $\boldsymbol{a} = \lambda\boldsymbol{b}$, 于是

$$\{X_1, Y_1, Z_1\} = \lambda\{X_2, Y_2, Z_2\} = \{\lambda X_2, \lambda Y_2, \lambda Z_2\},$$

由此得到 $X_1=\lambda X_2, Y_1=\lambda Y_2, Z_1=\lambda Z_2$, 所以

$$\boxed{\frac{X_1}{X_2}=\frac{Y_1}{Y_2}=\frac{Z_1}{Z_2}.}$$

注：上面的连等式中，当分母为零时，我们规定分子也为零.

定理1.5.4

两个向量 $\boldsymbol{a}=\{X_1,Y_1,Z_1\}, \boldsymbol{b}=\{X_2,Y_2,Z_2\}$ 共线的充要条件是

$$\boxed{\frac{X_1}{X_2}=\frac{Y_1}{Y_2}=\frac{Z_1}{Z_2}.}$$

证 据定理1.4.1, 向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 共线当且仅当其中一个向量可由另外一个向量线性表示.不妨设 $\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}$, 于是

$$\{X_1,Y_1,Z_1\}=\lambda\{X_2,Y_2,Z_2\}=\{\lambda X_2,\lambda Y_2,\lambda Z_2\},$$

由此得到 $X_1=\lambda X_2, Y_1=\lambda Y_2, Z_1=\lambda Z_2$, 所以

$$\boxed{\frac{X_1}{X_2}=\frac{Y_1}{Y_2}=\frac{Z_1}{Z_2}.}$$

注：上面的连等式中，当分母为零时，我们规定分子也为零.

推论

三个点 $A(x_1,y_1,z_1), B(x_2,y_2,z_2), C(x_3,y_3,z_3)$ 共线的充要条件是

$$\boxed{\frac{x_2-x_1}{x_3-x_1}=\frac{y_2-y_1}{y_3-y_1}=\frac{z_2-z_1}{z_3-z_1}.}$$

证 据定理1.4.1, 向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 共线当且仅当其中一个向量可由另外一个向量线性表示.不妨设 $\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}$, 于是

$$\{X_1,Y_1,Z_1\}=\lambda\{X_2,Y_2,Z_2\}=\{\lambda X_2,\lambda Y_2,\lambda Z_2\},$$

定理1.5.5

三个向量 $\boldsymbol{a}\{X_1, Y_1, Z_1\}, \boldsymbol{b}\{X_2, Y_2, Z_2\}, \boldsymbol{c}\{X_3, Y_3, Z_3\}$ 共面的充要条件是

$$\boxed{\begin{vmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \\ X_3 & Y_3 & Z_3 \end{vmatrix} = 0.}$$

定理1.5.5

三个向量 $\boldsymbol{a}\{X_1, Y_1, Z_1\}, \boldsymbol{b}\{X_2, Y_2, Z_2\}, \boldsymbol{c}\{X_3, Y_3, Z_3\}$ 共面的充要条件是

$$\boxed{\begin{vmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \\ X_3 & Y_3 & Z_3 \end{vmatrix} = 0.}$$

证

定理1.5.5

三个向量 $\boldsymbol{a}\{X_1, Y_1, Z_1\}, \boldsymbol{b}\{X_2, Y_2, Z_2\}, \boldsymbol{c}\{X_3, Y_3, Z_3\}$ 共面的充要条件是

$$\boxed{\begin{vmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \\ X_3 & Y_3 & Z_3 \end{vmatrix} = 0.}$$

证 由定理1.4.7, 三个向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 共面的充要条件是存在不全为 0 的数 λ, μ, ν 使得 $\lambda\boldsymbol{a} + \mu\boldsymbol{b} + \nu\boldsymbol{c} = \boldsymbol{0}$.

定理1.5.5

三个向量 $\boldsymbol{a}\{X_1, Y_1, Z_1\}, \boldsymbol{b}\{X_2, Y_2, Z_2\}, \boldsymbol{c}\{X_3, Y_3, Z_3\}$ 共面的充要条件是

$$\boxed{\begin{vmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \\ X_3 & Y_3 & Z_3 \end{vmatrix} = 0.}$$

证 由定理1.4.7, 三个向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 共面的充要条件是存在不全为 0 的数 λ, μ, ν 使得 $\lambda\boldsymbol{a} + \mu\boldsymbol{b} + \nu\boldsymbol{c} = \boldsymbol{0}$. 写成分量的形式, 可得

$$\lambda X_1 + \mu X_2 + \nu X_3 = 0,$$

定理1.5.5

三个向量 $\boldsymbol{a}\{X_1, Y_1, Z_1\}, \boldsymbol{b}\{X_2, Y_2, Z_2\}, \boldsymbol{c}\{X_3, Y_3, Z_3\}$ 共面的充要条件是

$$\boxed{\begin{vmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \\ X_3 & Y_3 & Z_3 \end{vmatrix} = 0.}$$

证 由定理1.4.7, 三个向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 共面的充要条件是存在不全为 0 的数 λ, μ, ν 使得 $\lambda\boldsymbol{a} + \mu\boldsymbol{b} + \nu\boldsymbol{c} = \boldsymbol{0}$. 写成分量的形式, 可得

$$\lambda X_1 + \mu X_2 + \nu X_3 = 0,$$

$$\lambda Y_1 + \mu Y_2 + \nu Y_3 = 0,$$

定理1.5.5

三个向量 $\boldsymbol{a}\{X_1,Y_1,Z_1\},\boldsymbol{b}\{X_2,Y_2,Z_2\}$, $\boldsymbol{c}\{X_3,Y_3,Z_3\}$ 共面的充要条件是

$$\boxed{\begin{vmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \\ X_3 & Y_3 & Z_3 \end{vmatrix} = 0.}$$

证 由定理1.4.7, 三个向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 共面的充要条件是存在不全为 0 的数 λ,μ,ν 使得 $\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{b}+\nu\boldsymbol{c}=\boldsymbol{0}$. 写成分量的形式, 可得

$$\lambda X_1+\mu X_2+\nu X_3=0,$$

$$\lambda Y_1+\mu Y_2+\nu Y_3=0,$$

$$\lambda Z_1+\mu Z_2+\nu Z_3=0.$$

定理1.5.5

三个向量 $\boldsymbol{a}\{X_1, Y_1, Z_1\}, \boldsymbol{b}\{X_2, Y_2, Z_2\}, \boldsymbol{c}\{X_3, Y_3, Z_3\}$ 共面的充要条件是

$$\boxed{\begin{vmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \\ X_3 & Y_3 & Z_3 \end{vmatrix} = 0.}$$

证 由定理1.4.7, 三个向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 共面的充要条件是存在不全为 0 的数 λ, μ, ν 使得 $\lambda\boldsymbol{a} + \mu\boldsymbol{b} + \nu\boldsymbol{c} = \boldsymbol{0}$. 写成分量的形式, 可得

$$\lambda X_1 + \mu X_2 + \nu X_3 = 0,$$
$$\lambda Y_1 + \mu Y_2 + \nu Y_3 = 0,$$
$$\lambda Z_1 + \mu Z_2 + \nu Z_3 = 0.$$

因 λ, μ, ν 不全为 0, 所以

$$\boxed{\begin{vmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \\ X_3 & Y_3 & Z_3 \end{vmatrix} = 0.}$$

推论

四个点 $A_i(x_i,y_i,z_i)(i=1,2,3,4)$ 共面的充要条件是

$$\begin{vmatrix} x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \\ x_4-x_1 & y_4-y_1 & z_4-z_1 \end{vmatrix}=0, \quad \text{或} \quad \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \\ x_4 & y_4 & z_4 & 1 \end{vmatrix}=0.$$

推论

四个点 $A_i(x_i, y_i, z_i)(i = 1, 2, 3, 4)$ 共面的充要条件是

$$\boxed{\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \\ x_4 - x_1 & y_4 - y_1 & z_4 - z_1 \end{vmatrix} = 0, \quad \text{或} \quad \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \\ x_4 & y_4 & z_4 & 1 \end{vmatrix} = 0.}$$

☞线段的定比分点坐标

推论

四个点 $A_i(x_i, y_i, z_i)(i = 1, 2, 3, 4)$ 共面的充要条件是

$$\boxed{\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \\ x_4 - x_1 & y_4 - y_1 & z_4 - z_1 \end{vmatrix} = 0, \quad \text{或} \quad \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \\ x_4 & y_4 & z_4 & 1 \end{vmatrix} = 0.}$$

☞**线段的定比分点坐标** 对有向线段 $\overrightarrow{P_1P_2}(P_1 \neq P_2)$,

推论

四个点 $A_i(x_i, y_i, z_i)(i = 1, 2, 3, 4)$ 共面的充要条件是

$$\boxed{\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \\ x_4 - x_1 & y_4 - y_1 & z_4 - z_1 \end{vmatrix} = 0, \quad \text{或} \quad \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \\ x_4 & y_4 & z_4 & 1 \end{vmatrix} = 0.}$$

☞**线段的定比分点坐标** 对有向线段 $\overrightarrow{P_1P_2}(P_1 \neq P_2)$,

推论

四个点 $A_i(x_i, y_i, z_i)(i = 1, 2, 3, 4)$ 共面的充要条件是

$$\boxed{\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \\ x_4 - x_1 & y_4 - y_1 & z_4 - z_1 \end{vmatrix} = 0, \quad \text{或} \quad \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \\ x_4 & y_4 & z_4 & 1 \end{vmatrix} = 0.}$$

☞**线段的定比分点坐标** 对有向线段 $\overrightarrow{P_1P_2}(P_1 \neq P_2)$, 若点 P 满足 $\overrightarrow{P_1P} = \lambda\overrightarrow{PP_2}$,

推论

四个点 $A_i(x_i, y_i, z_i)(i = 1, 2, 3, 4)$ 共面的充要条件是

$$\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \\ x_4 - x_1 & y_4 - y_1 & z_4 - z_1 \end{vmatrix} = 0, \quad \text{或} \quad \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \\ x_4 & y_4 & z_4 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

☞线段的定比分点坐标 对有向线段 $\overrightarrow{P_1P_2}(P_1 \neq P_2)$, 若点 P 满足 $\overrightarrow{P_1P} = \lambda\overrightarrow{PP_2}$,

推论

四个点 $A_i(x_i, y_i, z_i)(i=1,2,3,4)$ 共面的充要条件是

$$\boxed{\begin{vmatrix} x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \\ x_4-x_1 & y_4-y_1 & z_4-z_1 \end{vmatrix} = 0, \quad \text{或} \quad \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \\ x_4 & y_4 & z_4 & 1 \end{vmatrix} = 0.}$$

☞**线段的定比分点坐标** 对有向线段 $\overrightarrow{P_1P_2}(P_1 \neq P_2)$, 若点 P 满足 $\overrightarrow{P_1P} = \lambda\overrightarrow{PP_2}$, 就称 P 是把 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 分成定比 λ的分点.

推论

四个点 $A_i(x_i, y_i, z_i)(i = 1, 2, 3, 4)$ 共面的充要条件是

$$\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \\ x_4 - x_1 & y_4 - y_1 & z_4 - z_1 \end{vmatrix} = 0, \quad 或 \quad \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \\ x_4 & y_4 & z_4 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

☞**线段的定比分点坐标** 对有向线段 $\overrightarrow{P_1P_2}(P_1 \neq P_2)$, 若点 P 满足 $\overrightarrow{P_1P} = \lambda\overrightarrow{PP_2}$, 就称 P 是把 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 分成定比 λ的分点. 确定 P_1, P_2 后, 分点 P 由 λ 唯一确定.

推论

四个点 $A_i(x_i,y_i,z_i)(i=1,2,3,4)$ 共面的充要条件是

$$\begin{vmatrix} x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \\ x_4-x_1 & y_4-y_1 & z_4-z_1 \end{vmatrix}=0, \quad 或 \quad \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \\ x_4 & y_4 & z_4 & 1 \end{vmatrix}=0.$$

☞**线段的定比分点坐标** 对有向线段 $\overrightarrow{P_1P_2}(P_1\neq P_2)$, 若点 P 满足 $\overrightarrow{P_1P}=\lambda\overrightarrow{PP_2}$, 就称 P 是把 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 分成定比 λ的分点. 确定 P_1,P_2 后, 分点 P 由 λ 唯一确定. 当 $\lambda>0$ 时, $\overrightarrow{P_1P}$ 与 $\overrightarrow{PP_2}$ 同向, P 是 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 内部的点;

推论

四个点 $A_i(x_i, y_i, z_i)(i = 1, 2, 3, 4)$ 共面的充要条件是

$$\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \\ x_4 - x_1 & y_4 - y_1 & z_4 - z_1 \end{vmatrix} = 0, \quad 或 \quad \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \\ x_4 & y_4 & z_4 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

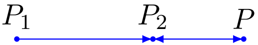
☞**线段的定比分点坐标** 对有向线段 $\overrightarrow{P_1P_2}(P_1 \neq P_2)$, 若点 P 满足 $\overrightarrow{P_1P} = \lambda\overrightarrow{PP_2}$, 就称 P 是把 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 分成定比 λ的分点. 确定 P_1, P_2 后, 分点 P 由 λ 唯一确定. 当 $\lambda > 0$ 时, $\overrightarrow{P_1P}$ 与 $\overrightarrow{PP_2}$ 同向, P 是 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 内部的点; 当 $\lambda < 0$ 时, $\overrightarrow{P_1P}$ 和 $\overrightarrow{PP_2}$ 反向, P 是外分点.

推论

四个点 $A_i(x_i, y_i, z_i)(i = 1, 2, 3, 4)$ 共面的充要条件是

$$\boxed{\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \\ x_4 - x_1 & y_4 - y_1 & z_4 - z_1 \end{vmatrix} = 0, \quad \text{或} \quad \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \\ x_4 & y_4 & z_4 & 1 \end{vmatrix} = 0.}$$

☞**线段的定比分点坐标** 对有向线段 $\overrightarrow{P_1P_2}(P_1 \neq P_2)$, 若点 P 满足 $\overrightarrow{P_1P} = \lambda\overrightarrow{PP_2}$, 就称 P 是把 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 分成定比 λ的分点. 确定 P_1, P_2 后, 分点 P 由 λ 唯一确定. 当 $\lambda > 0$ 时, $\overrightarrow{P_1P}$ 与 $\overrightarrow{PP_2}$ 同向, P 是 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 内部的点; 当 $\lambda < 0$ 时, $\overrightarrow{P_1P}$ 和 $\overrightarrow{PP_2}$ 反向, P 是外分点.

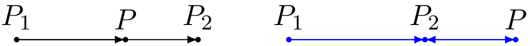


推论

四个点 $A_i(x_i, y_i, z_i)(i = 1, 2, 3, 4)$ 共面的充要条件是

$$\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \\ x_4 - x_1 & y_4 - y_1 & z_4 - z_1 \end{vmatrix} = 0, \quad \text{或} \quad \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \\ x_4 & y_4 & z_4 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

☞**线段的定比分点坐标** 对有向线段 $\overrightarrow{P_1P_2}(P_1 \neq P_2)$, 若点 P 满足 $\overrightarrow{P_1P} = \lambda\overrightarrow{PP_2}$, 就称 P 是把 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 分成定比 λ 的分点. 确定 P_1, P_2 后, 分点 P 由 λ 唯一确定. 当 $\lambda > 0$ 时, $\overrightarrow{P_1P}$ 与 $\overrightarrow{PP_2}$ 同向, P 是 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 内部的点; 当 $\lambda < 0$ 时, $\overrightarrow{P_1P}$ 和 $\overrightarrow{PP_2}$ 反向, P 是外分点.



注: $\lambda \neq -1$, 否则 $P_1 = P_2$.

定理1.5.6

设点 $P_i(i=1,2)$ 的坐标为 $P_i(x_i,y_i,z_i)$, 那么分 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 成定比 $\lambda(\lambda\neq-1)$ 的分点 P 的坐标为

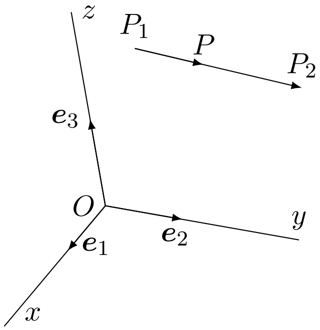
$$\boxed{x=\frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda},\quad y=\frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda},\quad z=\frac{z_1+\lambda z_2}{1+\lambda}.}$$

定理1.5.6

设点 $P_i(i=1,2)$ 的坐标为 $P_i(x_i,y_i,z_i)$, 那么分 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 成定比 $\lambda(\lambda\neq -1)$ 的分点 P 的坐标为

$$\boxed{x=\frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda},\quad y=\frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda},\quad z=\frac{z_1+\lambda z_2}{1+\lambda}.}$$

证



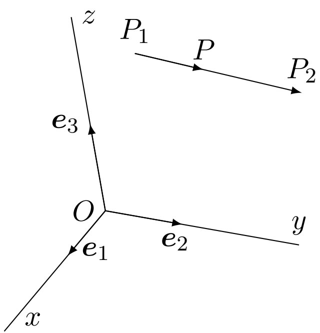
定理1.5.6

设点 $P_i(i=1,2)$ 的坐标为 $P_i(x_i,y_i,z_i)$，那么分 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 成定比 $\lambda(\lambda\neq-1)$ 的分点 P 的坐标为

$$\boxed{x=\frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda},\quad y=\frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda},\quad z=\frac{z_1+\lambda z_2}{1+\lambda}.}$$

证

$$\overrightarrow{P_1P}=\lambda\overrightarrow{PP_2}$$



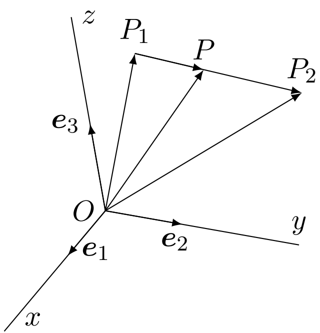
定理1.5.6

设点 $P_i(i=1,2)$ 的坐标为 $P_i(x_i,y_i,z_i)$, 那么分 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 成定比 $\lambda(\lambda\neq -1)$ 的分点 P 的坐标为

$$\boxed{x=\frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda},\quad y=\frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda},\quad z=\frac{z_1+\lambda z_2}{1+\lambda}.}$$

证

$$\overrightarrow{P_1P}=\lambda\overrightarrow{PP_2}$$



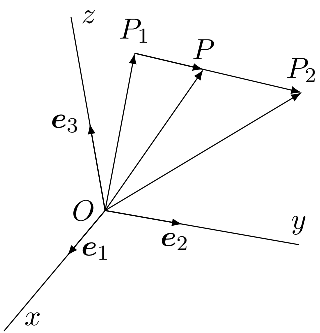
定理1.5.6

设点 $P_i(i=1,2)$ 的坐标为 $P_i(x_i,y_i,z_i)$, 那么分 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 成定比 $\lambda(\lambda\neq -1)$ 的分点 P 的坐标为

$$\boxed{x=\frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda},\quad y=\frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda},\quad z=\frac{z_1+\lambda z_2}{1+\lambda}.}$$

证

$$\overrightarrow{P_1P}=\lambda\overrightarrow{PP_2}$$
$$\overrightarrow{P_1P}=\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OP_1}$$



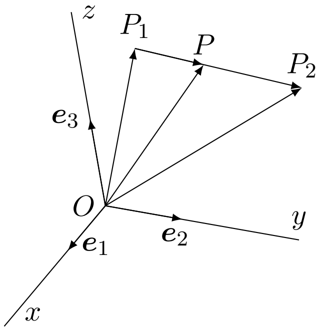
定理1.5.6

设点 $P_i(i=1,2)$ 的坐标为 $P_i(x_i,y_i,z_i)$，那么分 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 成定比 $\lambda(\lambda\neq -1)$ 的分点 P 的坐标为

$$\boxed{x=\frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda},\quad y=\frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda},\quad z=\frac{z_1+\lambda z_2}{1+\lambda}.}$$

证

$$\begin{aligned}\overrightarrow{P_1P}&=\lambda\overrightarrow{PP_2}\\ \overrightarrow{P_1P}&=\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OP_1}\\ \overrightarrow{PP_2}&=\overrightarrow{OP_2}-\overrightarrow{OP}\end{aligned}$$



定理1.5.6

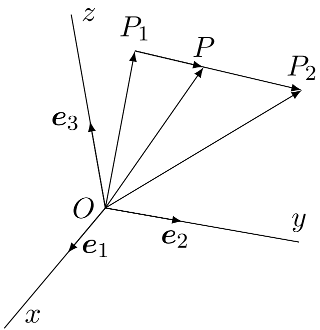
设点 $P_i(i=1,2)$ 的坐标为 $P_i(x_i,y_i,z_i)$, 那么分 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 成定比 $\lambda(\lambda\neq -1)$ 的分点 P 的坐标为

$$\boxed{x=\frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda},\quad y=\frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda},\quad z=\frac{z_1+\lambda z_2}{1+\lambda}.}$$

证

$$\left.\begin{aligned}\overrightarrow{P_1P}&=\lambda\overrightarrow{PP_2}\\ \overrightarrow{P_1P}&=\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OP_1}\\ \overrightarrow{PP_2}&=\overrightarrow{OP_2}-\overrightarrow{OP}\end{aligned}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad \overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OP_1}=\lambda(\overrightarrow{OP_2}-\overrightarrow{OP})$$



定理1.5.6

设点 $P_i(i=1,2)$ 的坐标为 $P_i(x_i,y_i,z_i)$，那么分 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 成定比 $\lambda(\lambda\neq-1)$ 的分点 P 的坐标为

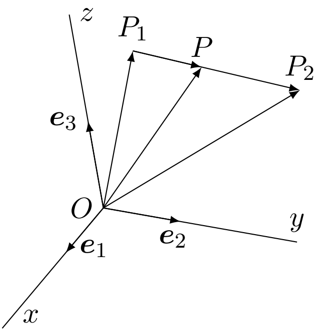
$$\boxed{x=\frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda},\quad y=\frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda},\quad z=\frac{z_1+\lambda z_2}{1+\lambda}.}$$

证

$$\left.\begin{aligned}\overrightarrow{P_1P}&=\lambda\overrightarrow{PP_2}\\ \overrightarrow{P_1P}&=\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OP_1}\\ \overrightarrow{PP_2}&=\overrightarrow{OP_2}-\overrightarrow{OP}\end{aligned}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad \overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OP_1}=\lambda(\overrightarrow{OP_2}-\overrightarrow{OP})$$

$$\Rightarrow\quad \boxed{\overrightarrow{OP}=\frac{\overrightarrow{OP_1}+\lambda\overrightarrow{OP_2}}{1+\lambda}.}$$



定理1.5.6

设点 $P_i(i=1,2)$ 的坐标为 $P_i(x_i,y_i,z_i)$, 那么分 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 成定比 $\lambda(\lambda\neq -1)$ 的分点 P 的坐标为

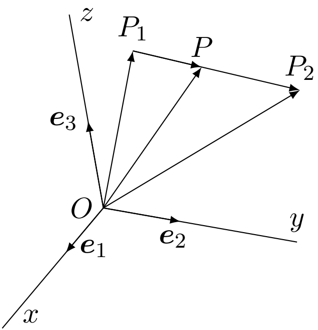
$$\boxed{x=\frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda},\quad y=\frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda},\quad z=\frac{z_1+\lambda z_2}{1+\lambda}.}$$

证

$$\left.\begin{aligned}\overrightarrow{P_1P}&=\lambda\overrightarrow{PP_2}\\ \overrightarrow{P_1P}&=\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OP_1}\\ \overrightarrow{PP_2}&=\overrightarrow{OP_2}-\overrightarrow{OP}\end{aligned}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad \overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OP_1}=\lambda(\overrightarrow{OP_2}-\overrightarrow{OP})$$

$$\Rightarrow\quad \boxed{\overrightarrow{OP}=\frac{\overrightarrow{OP_1}+\lambda\overrightarrow{OP_2}}{1+\lambda}.}$$



再将 $\overrightarrow{OP},\overrightarrow{OP_1},\overrightarrow{OP_2}$ 的坐标代入即可.

推论

设点 $P_i(i=1,2)$ 的坐标为 $P_i(x_i,y_i,z_i)$, 那么线段 P_1P_2 的中点坐标为

$$\boxed{x=\frac{x_1+x_2}{2},\quad y=\frac{y_1+y_2}{2},\quad z=\frac{z_1+z_2}{2}.}$$

例

已知三角形三顶点 $P_i(x_i, y_i, z_i)(i = 1, 2, 3)$, 求 $\triangle P_1P_2P_3$ 的重心坐标.

例

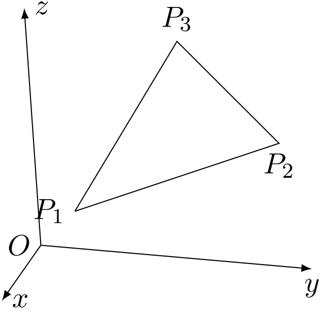
已知三角形三顶点 $P_i(x_i, y_i, z_i)(i = 1, 2, 3)$, 求 $\triangle P_1P_2P_3$ 的重心坐标.

解 如图, 设 $\triangle P_1P_2P_3$ 的三条中线为 $P_iM_i(i = 1, 2, 3)$.

例

已知三角形三顶点 $P_i(x_i, y_i, z_i)(i = 1, 2, 3)$, 求 $\triangle P_1P_2P_3$ 的重心坐标.

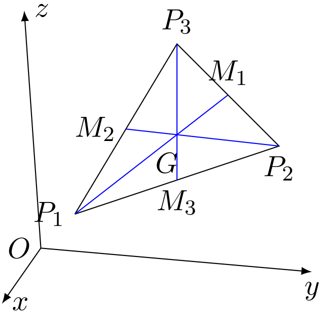
解 如图, 设 $\triangle P_1P_2P_3$ 的三条中线为 $P_iM_i(i = 1, 2, 3)$.



例

已知三角形三顶点 $P_i(x_i, y_i, z_i)(i = 1, 2, 3)$, 求 $\triangle P_1P_2P_3$ 的重心坐标.

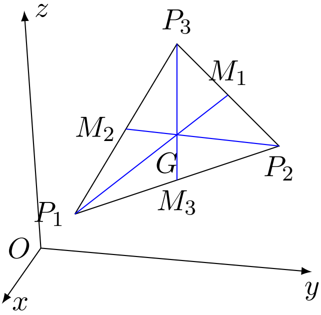
解 如图, 设 $\triangle P_1P_2P_3$ 的三条中线为 $P_iM_i(i = 1, 2, 3)$.



例

已知三角形三顶点 $P_i(x_i, y_i, z_i)(i = 1, 2, 3)$, 求 $\triangle P_1P_2P_3$ 的重心坐标.

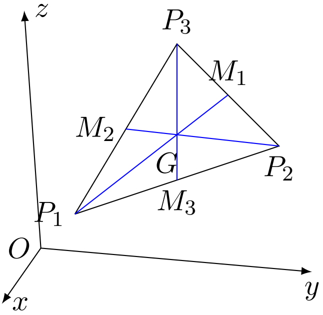
解 如图, 设 $\triangle P_1P_2P_3$ 的三条中线为 $P_iM_i(i = 1, 2, 3)$. 三中线的公共点为 $G(x, y, z)$, 因此 $P_1G = 2GM_1$,



例

已知三角形三顶点 $P_i(x_i, y_i, z_i)(i = 1, 2, 3)$, 求 $\triangle P_1P_2P_3$ 的重心坐标.

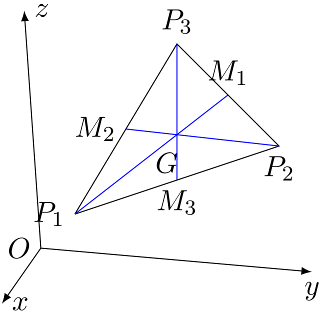
解 如图, 设 $\triangle P_1P_2P_3$ 的三条中线为 $P_iM_i(i = 1, 2, 3)$. 三中线的公共点为 $G(x, y, z)$, 因此 $P_1G = 2GM_1$, 即重心 G 把中线分成定比 $\lambda = 2$.



例

已知三角形三顶点 $P_i(x_i, y_i, z_i)(i = 1, 2, 3)$, 求 $\triangle P_1P_2P_3$ 的重心坐标.

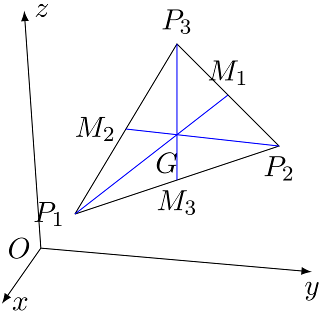
解 如图, 设 $\triangle P_1P_2P_3$ 的三条中线为 $P_iM_i(i = 1, 2, 3)$. 三中线的公共点为 $G(x, y, z)$, 因此 $P_1G = 2GM_1$, 即重心 G 把中线分成定比 $\lambda = 2$. 因为 M_1 为 P_2P_3 的中点, 根据上面推论有 $M_1\left(\frac{x_2+x_3}{2}, \frac{y_2+y_3}{2}, \frac{z_2+z_3}{2}\right)$.



例

已知三角形三顶点 $P_i(x_i, y_i, z_i)(i = 1, 2, 3)$, 求 $\triangle P_1P_2P_3$ 的重心坐标.

解 如图, 设 $\triangle P_1P_2P_3$ 的三条中线为 $P_iM_i(i = 1, 2, 3)$. 三中线的公共点为 $G(x, y, z)$, 因此 $P_1G = 2GM_1$, 即重心 G 把中线分成定比 $\lambda = 2$. 因为 M_1 为 P_2P_3 的中点, 根据上面推论有 $M_1\left(\dfrac{x_2+x_3}{2}, \dfrac{y_2+y_3}{2}, \dfrac{z_2+z_3}{2}\right)$. 再由定比分点坐标计算公式, 有

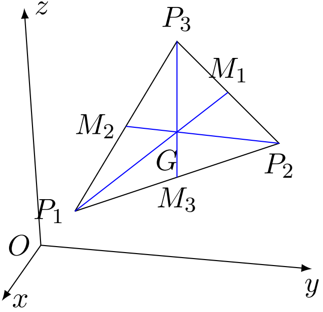


例

已知三角形三顶点 $P_i(x_i, y_i, z_i)(i = 1, 2, 3)$, 求 $\triangle P_1P_2P_3$ 的重心坐标.

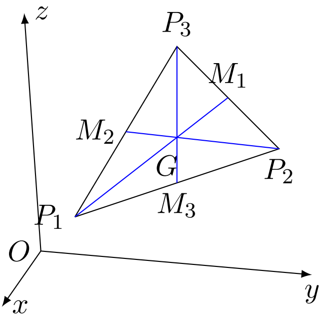
解 如图, 设 $\triangle P_1P_2P_3$ 的三条中线为 $P_iM_i(i = 1, 2, 3)$. 三中线的公共点为 $G(x, y, z)$, 因此 $P_1G = 2GM_1$, 即重心 G 把中线分成定比 $\lambda = 2$. 因为 M_1 为 P_2P_3 的中点, 根据上面推论有 $M_1\left(\dfrac{x_2+x_3}{2}, \dfrac{y_2+y_3}{2}, \dfrac{z_2+z_3}{2}\right)$. 再由定比分点坐标计算公式, 有

$$x = \frac{x_1 + 2\left(\dfrac{x_2+x_3}{2}\right)}{1+2}$$



例

已知三角形三顶点 $P_i(x_i, y_i, z_i)(i = 1, 2, 3)$, 求 $\triangle P_1P_2P_3$ 的重心坐标.



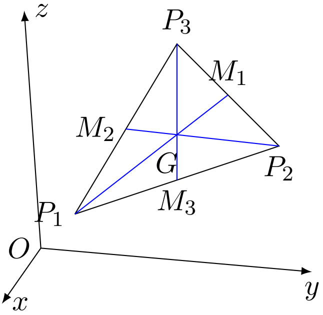
解 如图, 设 $\triangle P_1P_2P_3$ 的三条中线为 $P_iM_i(i = 1, 2, 3)$. 三中线的公共点为 $G(x, y, z)$, 因此 $P_1G = 2GM_1$, 即重心 G 把中线分成定比 $\lambda = 2$. 因为 M_1 为 P_2P_3 的中点, 根据上面推论有 $M_1\left(\frac{x_2+x_3}{2}, \frac{y_2+y_3}{2}, \frac{z_2+z_3}{2}\right)$. 再由定比分点坐标计算公式, 有

$$x = \frac{x_1 + 2\left(\dfrac{x_2+x_3}{2}\right)}{1+2} = \frac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_3),$$

例

已知三角形三顶点 $P_i(x_i, y_i, z_i)(i = 1, 2, 3)$, 求 $\triangle P_1P_2P_3$ 的重心坐标.

解 如图, 设 $\triangle P_1P_2P_3$ 的三条中线为 $P_iM_i(i = 1, 2, 3)$. 三中线的公共点为 $G(x, y, z)$, 因此 $P_1G = 2GM_1$, 即重心 G 把中线分成定比 $\lambda = 2$. 因为 M_1 为 P_2P_3 的中点, 根据上面推论有 $M_1\left(\dfrac{x_2+x_3}{2}, \dfrac{y_2+y_3}{2}, \dfrac{z_2+z_3}{2}\right)$. 再由定比分点坐标计算公式, 有



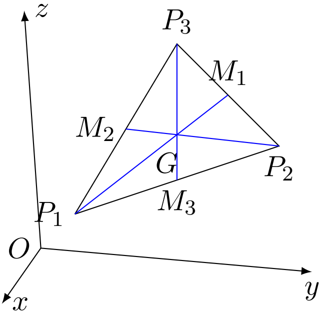
$$x = \frac{x_1 + 2\left(\dfrac{x_2+x_3}{2}\right)}{1+2} = \frac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_3),$$

同理,

$$y = \frac{1}{3}(y_1 + y_2 + y_3),$$

例

已知三角形三顶点 $P_i(x_i, y_i, z_i)(i=1,2,3)$, 求 $\triangle P_1P_2P_3$ 的重心坐标.



解 如图, 设 $\triangle P_1P_2P_3$ 的三条中线为 $P_iM_i(i=1,2,3)$. 三中线的公共点为 $G(x,y,z)$, 因此 $P_1G = 2GM_1$, 即重心 G 把中线分成定比 $\lambda = 2$. 因为 M_1 为 P_2P_3 的中点, 根据上面推论有 $M_1\left(\dfrac{x_2+x_3}{2}, \dfrac{y_2+y_3}{2}, \dfrac{z_2+z_3}{2}\right)$. 再由定比分点坐标计算公式, 有

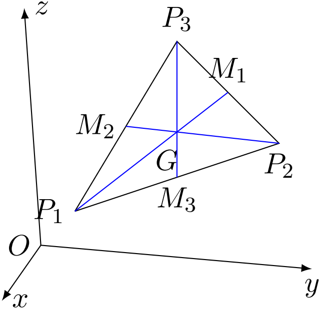
$$x = \frac{x_1 + 2\left(\dfrac{x_2+x_3}{2}\right)}{1+2} = \frac{1}{3}(x_1+x_2+x_3),$$

同理,

$$y = \frac{1}{3}(y_1+y_2+y_3), \quad z = \frac{1}{3}(z_1+z_2+z_3),$$

于是 $\triangle P_1P_2P_3$ 的重心坐标为

$$G\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}, \frac{z_1+z_2+z_3}{3}\right).$$



解 如图，设 $\triangle P_1P_2P_3$ 的三条中线为 $P_iM_i(i=1,2,3)$. 三中线的公共点为 $G(x,y,z)$，因此 $P_1G=2GM_1$，即重心 G 把中线分成定比 $\lambda=2$. 因为 M_1 为 P_2P_3 的中点，根据上面推论有 $M_1\left(\frac{x_2+x_3}{2}, \frac{y_2+y_3}{2}, \frac{z_2+z_3}{2}\right)$. 再由定比分点坐标计算公式，有

$$x=\frac{x_1+2\left(\dfrac{x_2+x_3}{2}\right)}{1+2}=\frac{1}{3}(x_1+x_2+x_3),$$

同理，

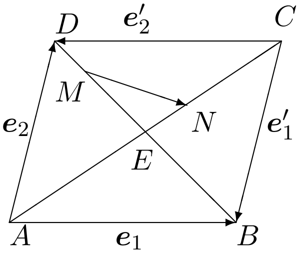
$$y=\frac{1}{3}(y_1+y_2+y_3), \quad z=\frac{1}{3}(z_1+z_2+z_3),$$

课堂练习: P 31, 习题 1

如图所示, 平行四边形 $ABCD$ 的对角线交于 E 点, $DM=\frac{1}{3}DE$, $EN=\frac{1}{3}EC$, 且 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{e}_1, \overrightarrow{AD}=\boldsymbol{e}_2, \overrightarrow{CB}=\boldsymbol{e}_1', \overrightarrow{CD}=\boldsymbol{e}_2'$. 取标架 $\{A;\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2\}$ 与标架 $\{C;\boldsymbol{e}_1',\boldsymbol{e}_2'\}$, 求 M,N 两点以及向量 $\overrightarrow{MN}$ 分别关于标架 $\{A;\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2\}$ 与标架 $\{C;\boldsymbol{e}_1',\boldsymbol{e}_2'\}$ 的坐标.

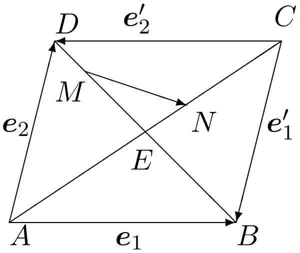
课堂练习: P 31, 习题 1

如图所示, 平行四边形 $ABCD$ 的对角线交于 E 点, $DM = \frac{1}{3}DE$, $EN = \frac{1}{3}EC$, 且 $\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{e}_1, \overrightarrow{AD} = \boldsymbol{e}_2, \overrightarrow{CB} = \boldsymbol{e}_1', \overrightarrow{CD} = \boldsymbol{e}_2'$. 取标架 $\{A; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2\}$ 与标架 $\{C; \boldsymbol{e}_1', \boldsymbol{e}_2'\}$, 求 M, N 两点以及向量 $\overrightarrow{MN}$ 分别关于标架 $\{A; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2\}$ 与标架 $\{C; \boldsymbol{e}_1', \boldsymbol{e}_2'\}$ 的坐标.



课堂练习: P 31, 习题 1

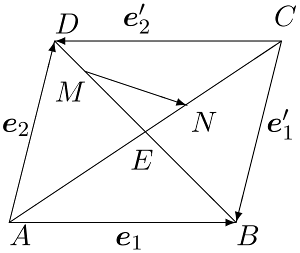
如图所示, 平行四边形 $ABCD$ 的对角线交于 E 点, $DM = \frac{1}{3}DE$, $EN = \frac{1}{3}EC$, 且 $\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{e}_1, \overrightarrow{AD} = \boldsymbol{e}_2, \overrightarrow{CB} = \boldsymbol{e}'_1, \overrightarrow{CD} = \boldsymbol{e}'_2$. 取标架 $\{A; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2\}$ 与标架 $\{C; \boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2\}$, 求 M, N 两点以及向量 $\overrightarrow{MN}$ 分别关于标架 $\{A; \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2\}$ 与标架 $\{C; \boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2\}$ 的坐标.



答案: $M\left(\frac{1}{6}, \frac{5}{6}\right)$, $N\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$, $\overrightarrow{MN}\left\{\frac{1}{2}, -\frac{1}{6}\right\}$ 与 $M\left(\frac{1}{6}, \frac{5}{6}\right)$, $N\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$, $\overrightarrow{MN}\left\{\frac{1}{6}, -\frac{1}{2}\right\}$.

✍课堂练习: P 31, 习题 1

如图所示, 平行四边形 $ABCD$ 的对角线交于 E 点, $DM=\frac{1}{3}DE$, $EN=\frac{1}{3}EC$, 且 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{e}_1, \overrightarrow{AD}=\boldsymbol{e}_2, \overrightarrow{CB}=\boldsymbol{e}_1', \overrightarrow{CD}=\boldsymbol{e}_2'$. 取标架 $\{A;\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2\}$ 与标架 $\{C;\boldsymbol{e}_1',\boldsymbol{e}_2'\}$, 求 M, N 两点以及向量 $\overrightarrow{MN}$ 分别关于标架 $\{A;\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2\}$ 与标架 $\{C;\boldsymbol{e}_1',\boldsymbol{e}_2'\}$ 的坐标.



答案: $M\left(\frac{1}{6},\frac{5}{6}\right)$, $N\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right)$, $\overrightarrow{MN}\left\{\frac{1}{2},-\frac{1}{6}\right\}$ 与 $M\left(\frac{1}{6},\frac{5}{6}\right)$, $N\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$, $\overrightarrow{MN}\left\{\frac{1}{6},-\frac{1}{2}\right\}$.

下一节