

# 基于最小二乘法的 PMSM 参数辨识研究

## 第一章 绪论

### 1.1 PMSM 研究现状

相比传统励磁同步电机和异步电机，永磁同步电机（PMSM）运行效率和功率密度更高，此外，PMSM 还兼具体积小、结构可靠的特点，在电动汽车、工业机器人、航天卫星以及变频压缩机、节能家电等领域得到广泛应用。集多种优点于一身的 PMSM 需要配合先进的控制方法才能发挥出其优异性能，矢量控制目前仍然是主流的交流电机控制方式，它能够实现 PMSM 的高性能控制，使其控制特性媲美直流电机。矢量控制又称为磁场定向控制（Field-Oriented Control, FOC），随着数字控制器从 8 位到 16 位再到目前主流的 32 位控制芯片，控制器性能不断提高，矢量控制性能也随之提升，目前已经成为应用最为广泛的交流电机控制策略之一。同时，多参数在线辨识算法包含大量复杂运算，控制器运算能力的提升也为参数在线辨识算法提供可能。为使 PMSM 获得较好的控制性能，需实时获取电机的电气参数。受到电机温升和磁路饱和等因素影响，PMSM 的定子电阻、转子永磁磁链和定子电感等参数实时变化。如温升使定子电阻增大，增加了电机铜损。永磁体中涡流损耗，加剧永磁体的发热，降低了转子永磁磁链幅值，减小了电磁转矩输出，甚至造成转子永磁体永久失磁。此外，受到电机磁路饱和及交叉饱和效应影响，随着电流的增大，定子电感值减小。PMSM 参数变化反映电机的故障、运行效率等性能的变化，实时准确获取电机参数对于整定调节器参数，实现电机精准控制意义重大。在 PMSM 矢量控制中，基于定子电阻和定子电感参数实时整定电流调节器中的 PI 参数，可以获得快速电流响应。在内置式永磁同步电机(IPMSM)矢量控制系统中，为了简化计算和节约控制器运算资源，最大转矩电流比(MTPA)控制算法多采用基于查表法的离线控制给定交、直轴电流，若能实时获取 PMSM 的定子电感和转子永磁磁链参数来分配电流给定，将提高电机磁阻转矩的利用率。参数在线辨识也可以应用于 PMSM 无位置

观测器的参数整定，提高电机转子位置观测精度。因此，参数在线辨识对于电机高性能控制意义重大。

1.2 PMSM 在线辨识研究现状

电机的参数辨识分为离线辨识和在线辨识如图 1-1 所示，但当下对电机非运行状态的离线参数辨识，已经不能满足对电机高性能运行的要求，应用场合受限。

迫切要求对 PMSM 参数实时监测，图 1-2 为在线参数辨识树状图。

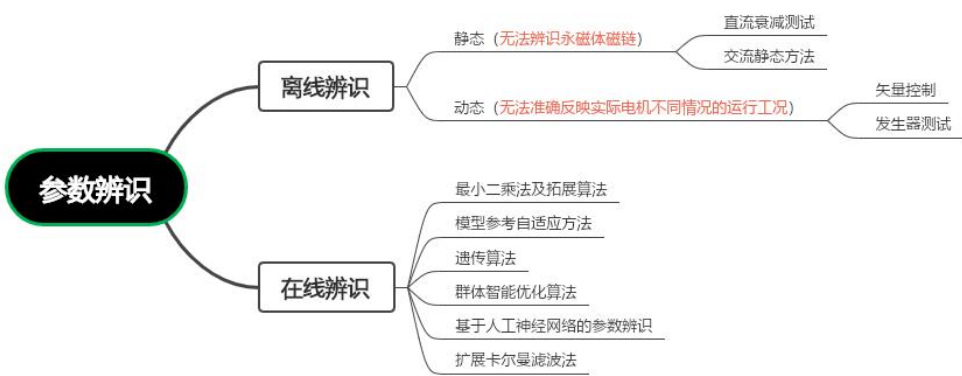


图 1-1

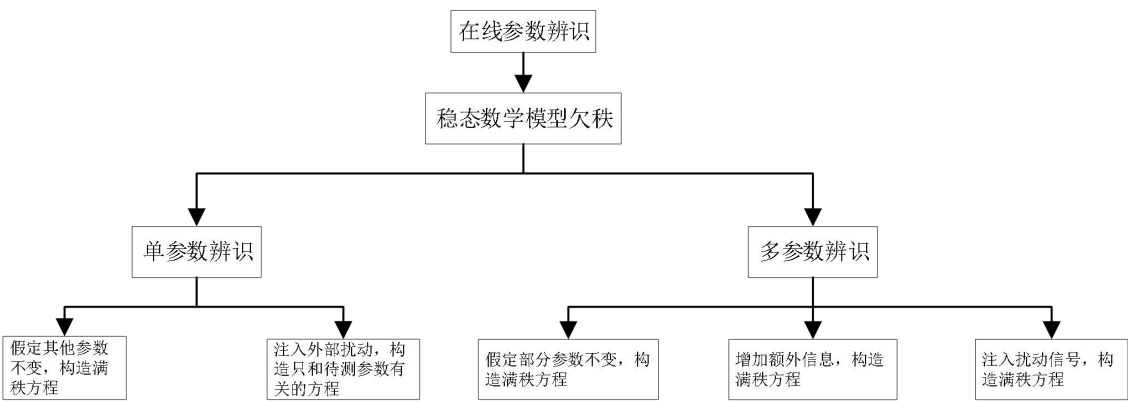


图 1-2

同步旋转坐标系下 PMSM 的数学模型是一个秩为 2 的方程，而电机有 4 个电气参数，分别为定子电阻  $R$ ，转子永磁磁链  $\psi_m$ ，直轴电感  $L_d$  和交轴电感  $L_q$ 。根据系统辨识理论，待辨识参数个数多于模型秩数会造成辨识方程欠秩，不能保证辨识参数收敛到正确值，产生明显的误差。很多国内外学者采用各种智能算法等数学寻优策略来解决欠秩问题，这些智能算法可以有效地辨识定子电阻和转子永磁磁链，或者直、交轴电感，但这些方法只能辨识局部参数。另一方面，多参数同时辨识时，所使用的智能算法容易陷入局部极小值，不能精确地辨识出所有电机参数，也没有理论证明这些算法的辨识结果可以收敛到真实值。针对 PMSM 参数在线辨识的模型方程欠秩问题，主要有两种解决方法，一种是减少待辨识参数的数量，另一种是增加模型方程的秩数。

# 第二章 永磁同步电机

## 2.1 永磁同步电机原理与结构

当三相电流通入永磁同步电机定子的三相对称绕组中时，电流产生的磁动势合成一个幅值大小不变的旋转磁动势。由于其幅值大小不变，这个旋转磁动势的轨迹便形成一个圆，称为圆形旋转磁动势。其大小正好为单相磁动势最大幅值的1.5倍，由于永磁同步电机的转速恒为同步转速，因此转子主磁场和定子圆形旋转磁动势产生的旋转磁场保持相对静止。两个磁场相互作用，在定子与转子之间的气隙中形成一个合成磁场，它与转子主磁场发生相互作用，产生了一个推动或者阻碍电机旋转的电磁转矩  $T_e$ 。

由于气隙合成磁场与转子主磁场位置关系的不同，永磁同步电机既可以运行于电动机状态也可以运行于发电机状态。当气隙合成磁场滞后于转子主磁场时，产生的电磁转矩与转子旋转方向相反，这时电机处于发电状态；相反，当气隙合成磁场超前于转子主磁场时，产生的电磁转矩与转子旋转方向相同，这时电机处于电动状态。转子主磁场与气隙合成磁场之间的夹角称为功率角。

永磁同步电机主要由定子、转子和端盖等部件构成，定子由叠片叠压而成以减少电动机运行时产生的铁耗，其中装有三相交流绕组，称作电枢。转子可以制成实心的形式，也可以由叠片压制而成，其上装有永磁体材料。根据电机转子上永磁材料所处位置的不同，永磁同步电机可以分为突出式与内置式两种结构形式，图 2-1 给出相应的示意图。突出式转子的磁路结构简单，制造成本低，但由于其表面无法安装启动绕组，不能实现异步起动。

内置式转子的磁路结构主要有径向式、切向式和混合式 3 种，它们之间的区别主要在于永磁体磁化方向与转子旋转方向关系的不同。图 2 给出 3 种不同形式的内置式转子的磁路结构。由于永磁体置于转子内部，转子表面便可制成极靴，极靴内置入铜条或铸铝等便可起到启动和阻尼的作用，稳态和动态性能都较好。又由于内置式转子磁路不对称，这样就会在运行中产生磁阻转矩，有助于提高电机本身的功率密度和过载能力，而且这样的结构更易于实现弱磁扩速，如图 2-2。

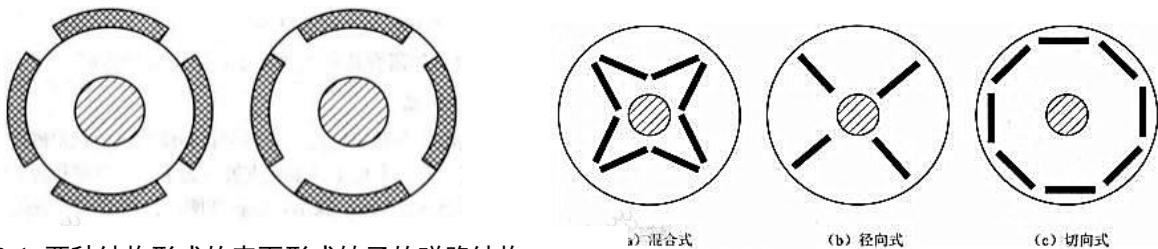


图 2-1 两种结构形式的表面形式转子的磁路结构

本文针对表贴式永磁同步电机进行研究，故下列表贴式子永磁同步电机简称为永磁同步电机。

## 2.2 永磁同步电机数学模型

为了避免各类非理想因素造成 PMSM 数学模型的复杂化，、做出如下假设：

1) 忽略温度和集肤效应对电阻的影响，忽略磁路饱和对定子电感，和转子永磁磁链的影响；

2) 忽略电机的磁滞、涡流损耗；

3) 忽略气隙磁场空间谐波，即气隙磁场正弦分布。

满足以上条件，PMSM 的数学模型由下述的电压方程、转矩方程和运动方程组成。

定子电压方程：

$$\begin{cases} p i_q = (u_q - R i_q - \omega L_d i_d - \psi_m \omega) / L_q \\ p i_d = (u_d - R i_d + \omega L_q i_q) / L_d \end{cases} \quad (2-1)$$

电磁转矩方程：

$$T_e = \frac{3}{2} p_n i_q [i_d (L_d - L_q) + \psi_m] \quad (2-2)$$

机械运动方程：

$$p \omega = (T_e - T_l - R_m \omega) / J \quad (2-3)$$

式中， $p$  是拉普拉斯微分算子； $u_d$ 、 $u_q$  是直、交轴电压； $i_d$ 、 $i_q$  是直、交轴电流； $L_d$ 、 $L_q$  是直、交轴电感； $\psi_m$  是转子永磁磁链； $R$  是定子电阻； $\omega$  是电角速度； $T_e$  是电磁转矩； $T_l$  是负载转矩； $p_n$  是电机极对数； $R_m$  是阻力系数； $J$  是转动惯量。

## 2.3 矢量控制

矢量控制技术又称为磁场定向控制（Field\_Oriented Control，简称 FOC），由 1972 年德国西门子公司 Blaschke 提出并发展而来，它是交流电机控制技术的一次质的飞跃，使得交流电机控制与直流电机一样方便可行，并获得良好的控制性能。而后经过二十年的发展和完善，逐渐成为市场上应用最广泛的交流电机调速控制方法。

对于一台特定的永磁同步电机，其电磁转矩只取决于定子电流空间矢量  $i_s$  的幅值与相位。矢量控制的基本思想是在转子旋转坐标系下，将电流矢量分解成两部分，一部分为直轴方向电流矢量  $i_d$ ，用以产生励磁磁场，另一部分为交轴电流分量  $i_q$ ，用以产生电磁转矩。两分量互相垂直，独立控制，实现了励磁电流和转矩电流控制的解耦，可以等效于直流电机控制方式。对于表贴式永磁同步电机，电磁转矩完全由交轴电流分量  $i_q$  产生，且与之成正比，对转速的精确控制实质上是对电流的控制。在不同的工况要求下，根据不同的性能要求，永磁同步电机电流控制策略主要有：1)  $i_d^*=0$  的控制策略；2) 最大转矩电流比控制（MTPA）；3) 最大功率因素控制；4) 弱磁控制；5) 最大功率跟踪控制（MPPT）。其中，对于表贴式永磁同步电机，采取  $i_d^*=0$  的控制策略，就等同于最大转矩电流比控制，电流利用率高。 $i_d^*=0$  的矢量控制策略实现简单、铜损较小，而且没有电枢反应的去磁问题，因此目前以表贴式永磁同步电机为驱动元件的中小功率高性能伺服系统在恒转矩运行区域，几乎都采用这种控制方式。

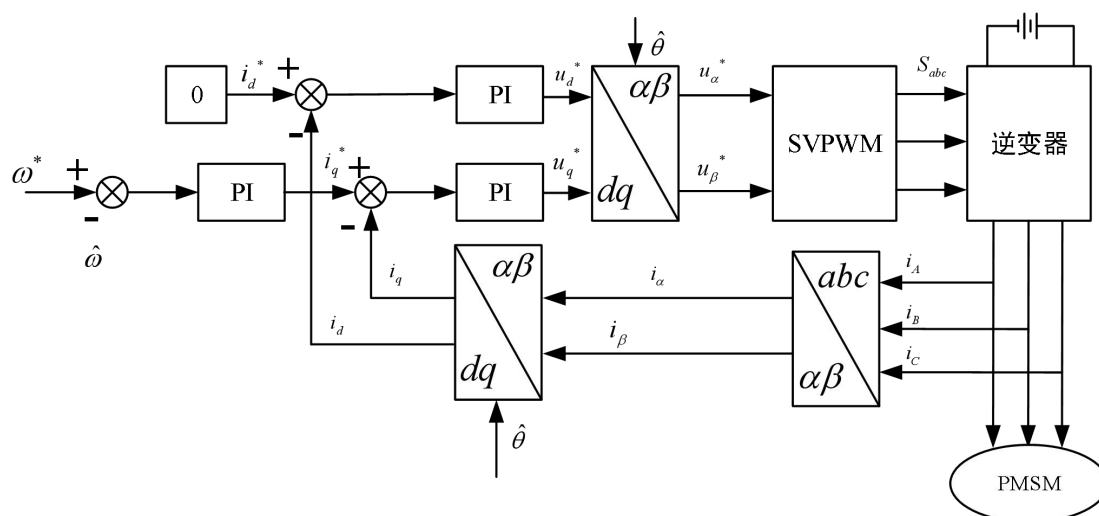


图 3-1 矢量控制框图

## 第三章 基于递推最小二乘法参数辨识

### 3.1 最小二乘法

最小二乘法是较早提出的一种参数估计方法，其本质上是一种回归估计法，通过运算得到一个在最小方差层面上与观测数据拟合的数学模型。在系统只有白噪声的状态下，最小二乘法能够无偏差地完成对系统参数的估计。考虑如下受控自回归(CAR)模型：

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k-d) + \xi(k) \quad (3-1)$$

式中， $\xi(k)$ 为白噪声，结构参数 $n_a$ 、 $n_b$ 和 $d$ 均已知，且

$$\begin{cases} A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \cdots + a_{n_a} z^{-n_a} \\ B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \cdots + b_{n_b} z^{-n_b} \end{cases} \quad (3-2)$$

参数估计的任务是根据可测量的输入输出量，确定 $n_a+n_b+1$ 个参数： $a_1, a_2, \dots, a_{n_a}; b_0, b_1, b_2, \dots, b_{n_b}$ 。

式 3-1 写成如下最小二乘形式：

$$\begin{aligned} y(k) &= -a_1 y(k-1) - \cdots - a_{n_a} y(k-n_a) + b_0 u(k-d) + \cdots + b_{n_b} u(k-d-n_b) + \xi(k) \\ &= \varphi^T(k)\theta + \xi(k) \end{aligned} \quad (3-3)$$

递推最小二乘算法的基本思想可以概括为：新的估计值 $\theta_{(k)}$ 等于旧的估计值 $\theta_{(k-1)}$  + 修正值。设 $k$ 时刻的最小二乘估计为：

$$\hat{\theta}(k) = (\Phi_k^T \Phi_k)^{-1} \Phi_k^T Y_k \quad (3-4)$$

式中： $\Phi_k = \begin{pmatrix} \Phi_{k-1} \\ \varphi^T(k) \end{pmatrix} \in R^{k \times (n_a+n_b+1)}, Y_k = \begin{pmatrix} Y_{k-1} \\ y(k) \end{pmatrix} \in R^{k \times 1}$

令

$$P(k) = (\Phi_k^T \Phi_k)^{-1} = [\Phi_{k-1}^T \Phi_{k-1} + \varphi(k) \varphi^T(k)]^{-1} = [P^{-1}(k-1) + \varphi(k) \varphi^T(k)]^{-1} \quad (3-5)$$

则

$$P(k) = P^{-1}(k-1) + \varphi(k) \varphi^T(k) \quad (3-6)$$

又由式 3-4 得

$$\hat{\theta}(k-1) = (\Phi_{k-1}^T \Phi_{k-1})^{-1} \Phi_{k-1}^T Y_{k-1} = P(k-1) \Phi_{k-1}^T Y_{k-1} \quad (3-7)$$

则由式 3-6 和式 3-7 得:

$$\Phi_{k-1}^T Y_{k-1} = P^{-1}(k-1) \hat{\theta}(k-1) = [P^{-1}(k) - \varphi(k) \varphi^T(k)] \hat{\theta}(k-1) \quad (3-8)$$

于是,  $k$  时刻的最小二乘估计可表示为

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(k) &= P(k) \Phi_k^T Y_k \\ &= P(k) [\Phi_{k-1}^T Y_{k-1} + \varphi(k) y(k)] \\ &= P(k) \{ [P^{-1}(k) - \varphi(k) \varphi^T(k)] \hat{\theta}(k-1) + \varphi(k) y(k) \} \\ &= \hat{\theta}(k-1) + P(k) \varphi(k) (y(k) - \varphi^T(k) \hat{\theta}(k-1)) \\ &= \hat{\theta}(k-1) + K(k) [y(k) - \varphi^T(k) \hat{\theta}(k-1)] \end{aligned} \quad (3-9)$$

式中:

$$K(k) = P(k) \varphi(k) \quad (3-10)$$

式 3-9 已是递推算法的形式了, 但还需导出  $P(k)$  或  $K(k)$  的递推公式。因此介绍如下引理。

引理 1(矩阵求逆引理)

设  $A$ 、 $(A+BC)$  和  $(I+CA^{-1}B)$  均为非奇异矩阵, 则

$$(A+BC)^{-1} = A^{-1} - A^{-1} B (I + CA^{-1} B)^{-1} CA^{-1} \quad (3-11)$$

将引理 1 用于式 3-5, 即令  $A=P^{-1}(k-1)$ 、 $B=\varphi(k)$ 、 $C=\varphi^T(k)$ , 得

$$P(k) = P(k-1) - P(k-1) \varphi(k) [I + \varphi^T(k) P(k-1) \varphi(k)]^{-1} \varphi^T(k) P(k-1) \quad (3-12)$$

将式 3-12 代入式 3-10, 得:

$$\begin{aligned} K(k) &= P(k-1) \varphi(k) - \frac{P(k-1) \varphi(k) \varphi^T(k) P(k-1) \varphi(k)}{I + \varphi^T(k) P(k-1) \varphi(k)} \\ &= \frac{P(k-1) \varphi(k) [I + \varphi^T(k) P(k-1) \varphi(k)] - P(k-1) \varphi(k) \varphi^T(k) P(k-1) \varphi(k)}{I + \varphi^T(k) P(k-1) \varphi(k)} \\ &= \frac{P(k-1) \varphi(k)}{I + \varphi^T(k) P(k-1) \varphi(k)} \end{aligned} \quad (3-13)$$



由式 3-12 及式 3-13 得：

$$P(k)=[I-K(k)\varphi(k)]P(k-1) \quad (3-14)$$

总结式 3-9、式 3-13 和式 3-14，则系统参数最小二乘估计  $\theta$  的递推公式为：

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(k) &= \hat{\theta}(k-1) + \mathbf{K}(k)[y(k) - \varphi^T(k)\hat{\theta}(k-1)] \\ P(k) &= [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k)\varphi^T(k)]P(k-1) \\ \mathbf{K}(k) &= \frac{\varphi(k)P(k-1)}{\varphi^T(k)P(k-1)\varphi(k)} \end{aligned} \quad (3-15)$$

其中  $\hat{\theta}(k)$  为待辨识参数在  $k$  时刻的估计值。 $x(k)$   $y(k)$  为  $k$  时刻输入、输出观测矩阵。 $P(k)$   $K(k)$  为  $k$  时刻的增益矩阵、增益修正矩阵。

### 3.2 最小二乘法在参数辨识中的应用

d-q 轴永磁同步电机基本的数学模型：

$$\begin{cases} u_d = R_s i_d + L_s \frac{di_d}{dt} - \omega_e L_s i_q \\ u_q = R_s i_q + L_s \frac{di_q}{dt} + \omega_e (L_s i_d + \varphi_f) \end{cases} \quad (3-16)$$

$u_d$ 、 $u_q$  是  $dq$  轴绕组电压； $i_d$ 、 $i_q$  是  $dq$  轴绕组电流； $R_s$  是三相定子绕组电阻； $\varphi_f$  是永磁体磁链。 $L_s$  是永磁同步电机电感； $\omega_e$  是永磁同步电机角速度。

因为采取双闭环矢量 PID 控制，且  $i_d=0$  的矢量控制策略，所以暂时不考虑电流变化率对辨识稳定性所造成的影响，即整个辨识是建立系统稳态下进行的，可再将公式变形为：

$$\begin{cases} -\omega_e i_q = -\frac{R_s i_d}{L_s} + \frac{u_d}{L_s} \\ \omega_e i_d = -\frac{R_s i_q}{L_s} + \frac{u_q}{L_s} - \frac{\omega_e \varphi_f}{L_s} \end{cases} \quad (3-17)$$

根据最小二乘法矩阵形式，将  $q$  轴电压方程变形为式 3-18 形式：

$$w_e i_d = \begin{bmatrix} -i_q & -w_e & u_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{R}{L_s} \\ \frac{\psi_f}{L_s} \\ \frac{1}{L_s} \end{bmatrix} \quad (3-18)$$

令

$$\begin{aligned} \Phi_N^T &= \begin{bmatrix} -i_q & -w_e & u_q \end{bmatrix} \\ Y_N &= w_e i_d \\ \Theta &= [a \ b \ c] \end{aligned} \quad (3-19)$$

得到：

$$L_s = \frac{1}{c} \quad \psi_f = \frac{b}{c} \quad R = \frac{a}{c} \quad (3-20)$$

将 3-19 带入至 3-15 中可得：

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} a(k) \\ b(k) \\ c(k) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} a(k-1) \\ b(k-1) \\ c(k-1) \end{bmatrix} + K(k) \left\{ \begin{bmatrix} Y_N - \Phi_N^T \begin{bmatrix} a(k-1) \\ b(k-1) \\ c(k-1) \end{bmatrix} \end{bmatrix} \right\} \\ P(k) &= [I - K(k)\Phi_N^T]P(k-1) \\ K(k) &= \frac{P(k-1)\Phi_N}{1 + \Phi_N^T P(k-1)\Phi_N} \end{aligned} \quad (3-21)$$

本章主要推导了最小二乘法数学形式，并将永磁同步电机所需辨识的参数经过化简和推导，均变成符合最小二乘法的矩阵形式。

## 第四章 Mtalab 仿真及结果

经过上一章的数学分析与推导，建立了较为完整的辨识模型。但在实际仿真中发现会因为辨识方程数小于所需辨识的未知数个数，从而造成欠秩问题。本章节在原先仿真模型基础上做出改进，将原先一步辨识的方法改进成分步辨识，最终辨识结果均收敛。

### 4.1 整体系统框图

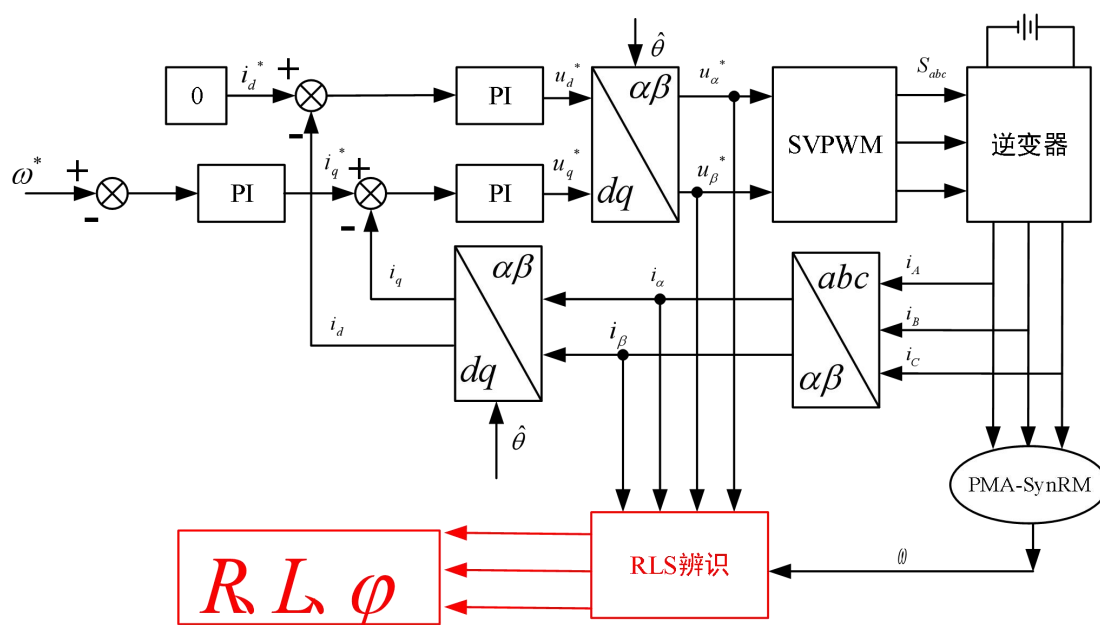


图 4-1 整体辨识框图

## 4.2 辨识结果分析

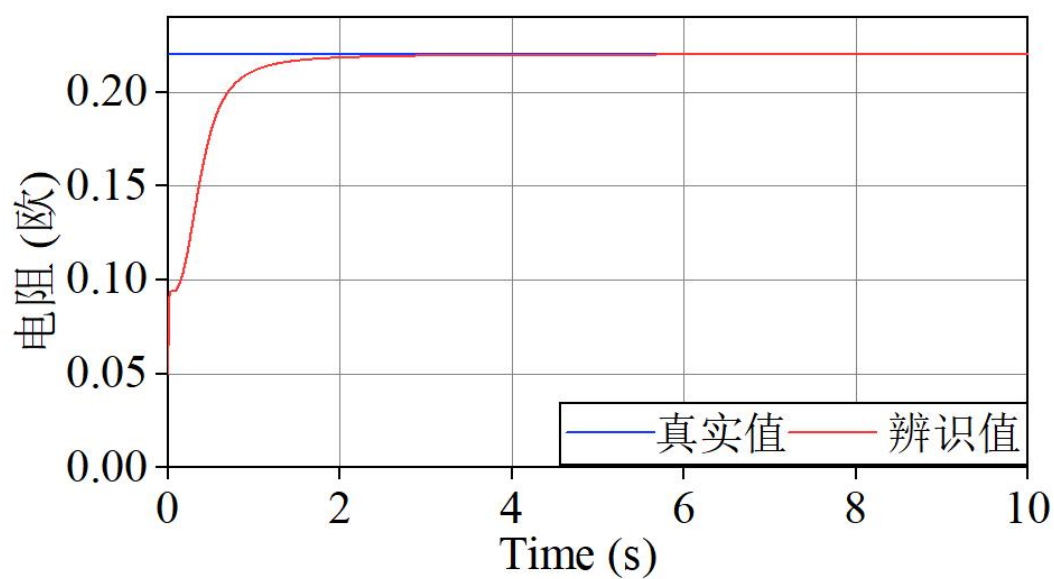


图 4.2 电阻辨识

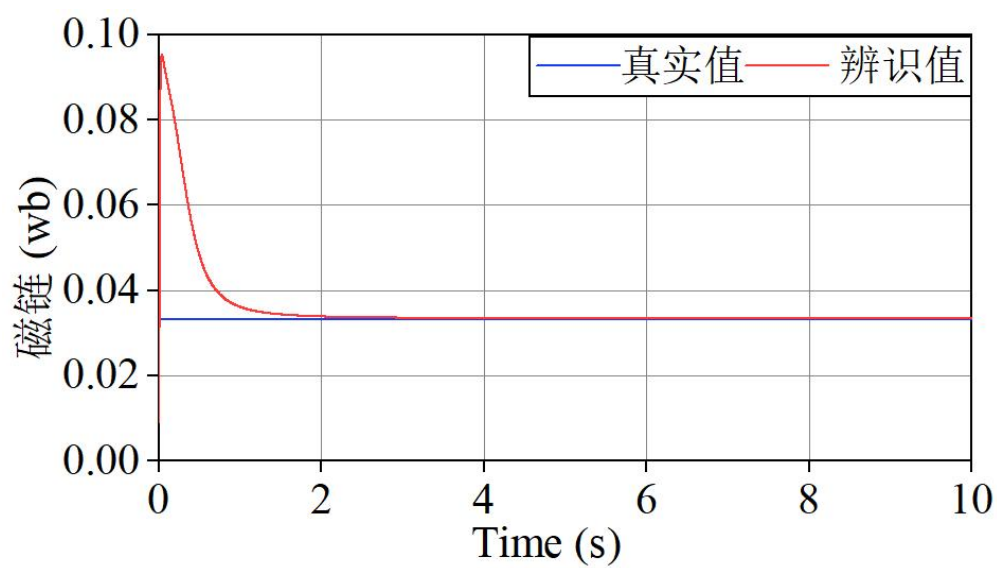


图 4.3 磁链辨识

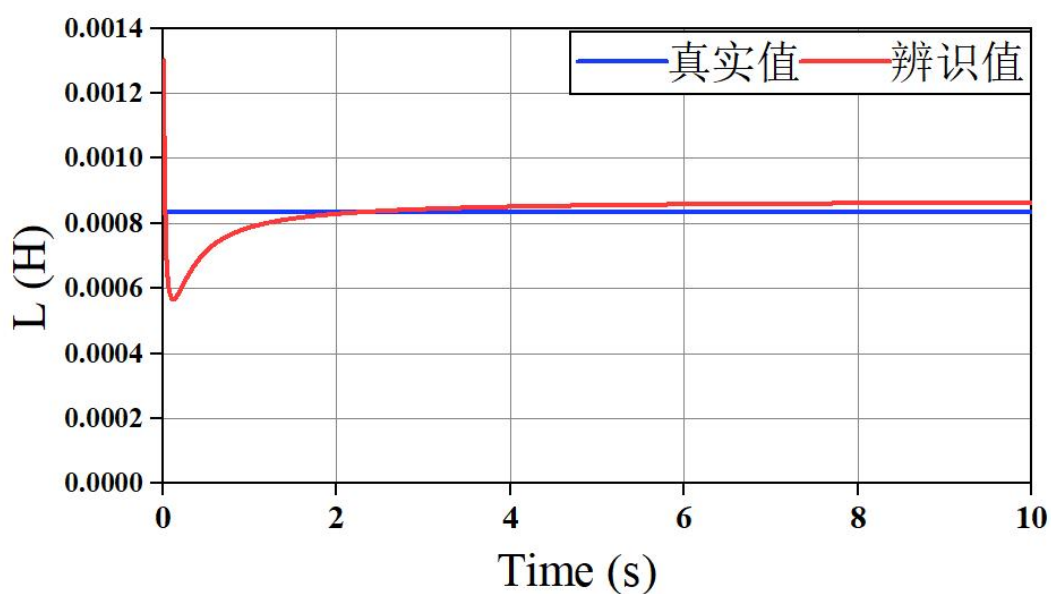
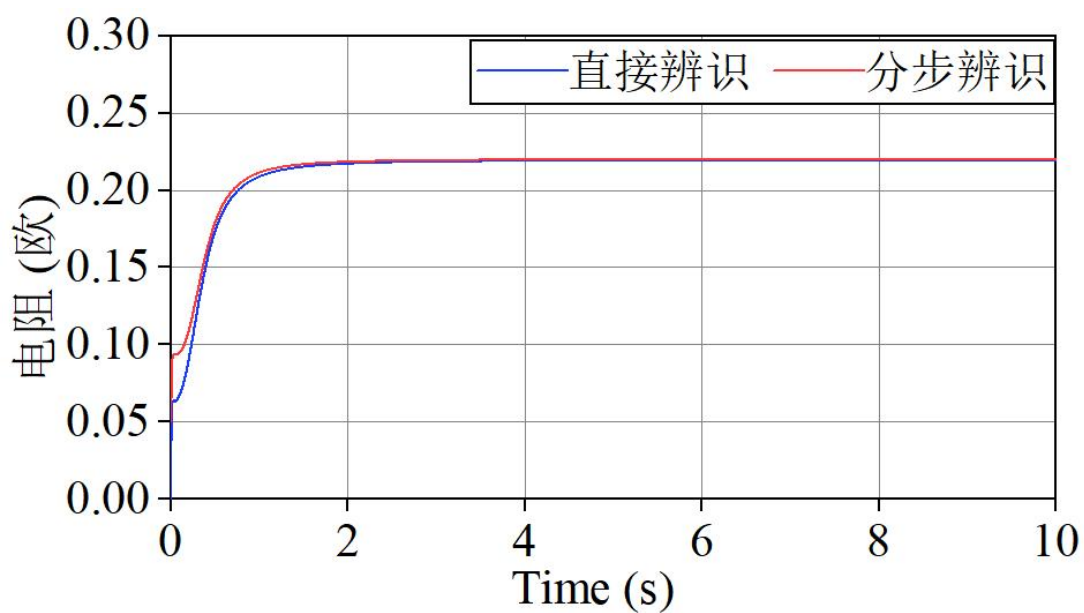
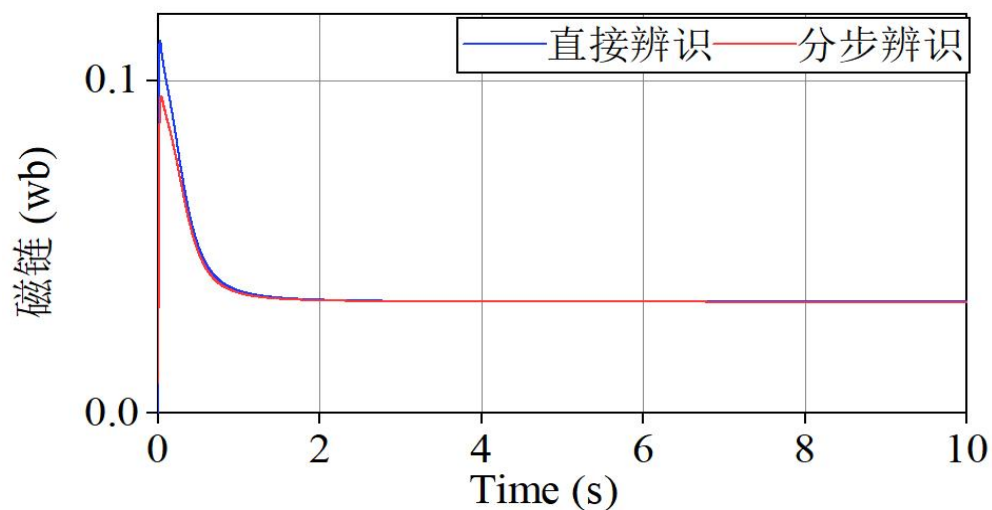


图 4.4 电感辨识

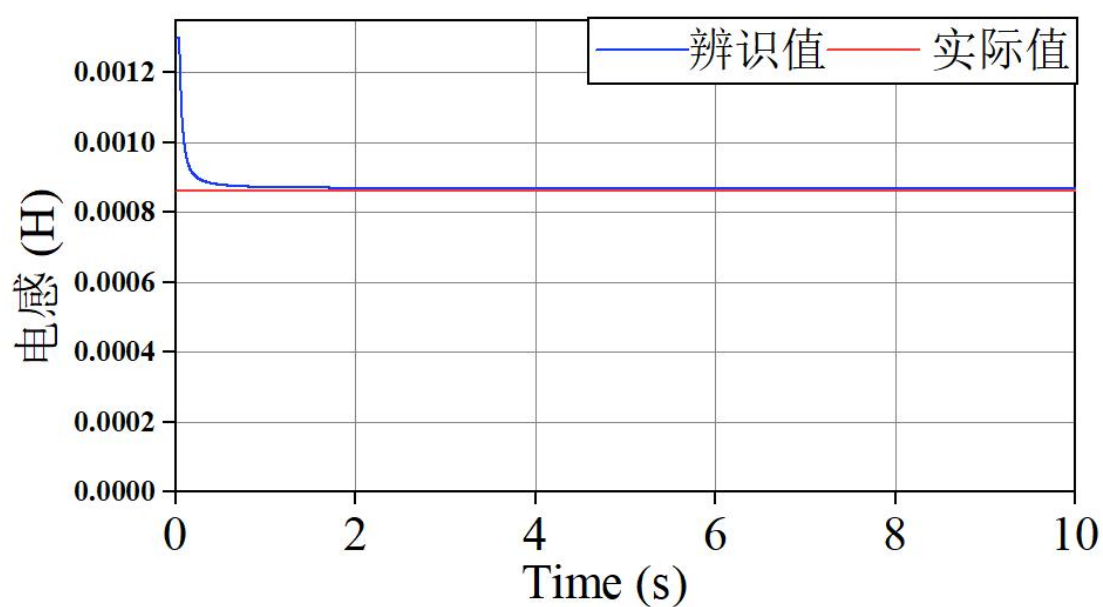
由图 4.2 和图 4.3 可知通过递推最小二乘法辨识的电阻和磁链收敛精确度高，误差小。但观察到电感图像时发现电感因为欠秩问题一直处于发散状态（上图由于仿真时间选取时间较短发散并不明显。因此对原有的辨识模型进行改进，从一步改进为分步识，辨识结果如下图：



4.5 分步阻辨识



4.6 分步链辨识



4.7 分步感辨识

图 4.5 和图 4.6 中红色线条步辨识结果，蓝色线条为直接辨识结果通过对比可以发现分步辨识，辨识初期误差更小。观察图 4.7 可以发现电感收敛且收敛精度高。

## 部分核心代码：

```
function [sys,x0,str,ts]=mdlInitializeSizes(theta0,Pn0)

sizes=simsizes;

sizes.NumContStates=0;

sizes.NumDiscStates=2;

sizes.NumOutputs=1;

sizes.NumInputs=2;

sizes.DirFeedthrough=0;

sizes.NumSampleTimes=1;

sys=simsizes(sizes);

x0=[theta0';Pn0(:)];

str=[];ts=[-1,0];
```

```
function sys=mdlUpdate(~,x,u)

h=(u(1))';

Pn0=reshape(x(2:end),1,1);

K=Pn0*h/(eye(1)+h'*Pn0*h);

Pn1=(Pn0-K*h'*Pn0);

theta0=x(1:1);

y=(u(2));

theta1=theta0+K*(y-h'*0.99*theta0);

sys=[theta1;Pn1(:)];
```