学院______ 专业______ 班级______ 学号______ 姓名______

装 订 线

扬州大学试题纸

(2020 － 2021 学年第 一 学期)

研究生 学院______________班(年)级课程 数值分析 (A)卷

题目	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分										

一、单项选择题（每小题 3 分，共 18 分）

1.设 $x>0$， x 的相对误差为 ε，则 $\ln x$ 的绝对误差为( )

A. $\ln(1+\varepsilon)$　　B. $\ln(1-\varepsilon)$　　C. $1+\varepsilon$　　D. $\dfrac{1}{\varepsilon}$

2.二阶 Runge-Kutta 法的局部截断误差是( )

A. $O(h)$　　B. $O(h^2)$　　C. $O(h^3)$　　D. $O(h^4)$

3.设 $f(x)\in C[a,b]$，且 $f(a)\cdot f(b)<0$．对于指定的精度 ε，二分法的执行次数 n 最小为( )

A. $[\log_2(b-a)]$　　B. $[\log_2(b-a)]+1$　　C. $\left[\log_2\dfrac{b-a}{\varepsilon}\right]$　　D. $\left[\log_2\dfrac{b-a}{\varepsilon}\right]+1$

4.用列主元消去法解 $\begin{cases}3x_1+2x_2-7x_3=4\\8x_1+2x_2-3x_3=5\\4x_1+6x_2-x_3=13\end{cases}$，第一次选取主元为( )

A.3　　B. 8　　C. -7　　D. 13

5.求方程 $x^3-x^2-1=0$ 在 $x_0=1.5$ 附近的根，收敛的固定点格式为( )

A. $x_{k+1}=x_k-x_k^3+x_k^2+1$　　B. $x_{k+1}=\sqrt{x_k^3-1}$

C. $x_{k+1}=1+\dfrac{1}{x_k^2}$　　D. $x_{k+1}=\sqrt{\dfrac{1}{x_k-1}}$

6.欧拉预估-校正法求解常微分方程的迭代公式为(　)

A. $\begin{cases} \bar{y}_{k+1} = y_k + hf(x_k, y_k) \\ y_{k+1} = y_k + hf(x_{k+1}, \bar{y}_{k+1}) \end{cases}$　　B. $\begin{cases} \bar{y}_{k+1} = y_k + hf(x_k, y_k) \\ y_{k+1} = y_k + \dfrac{h}{2}[f(x_k, y_k) + f(x_{k+1}, \bar{y}_{k+1})] \end{cases}$

C. $\begin{cases} \bar{y}_{k+1} = y_k + hf(x_k, y_k) \\ y_{k+1} = y_k + \dfrac{h}{2} f(x_{k+1}, \bar{y}_{k+1}) \end{cases}$　　D. $\begin{cases} \bar{y}_{k+1} = y_k + 2hf(x_k, y_k) \\ y_{k+1} = y_k + h[f(x_k, y_k) + f(x_{k+1}, \bar{y}_{k+1})] \end{cases}$

二、填空题（每小题 3 分，共 18 分）

7.已知 $x = (2, -3, 4)^{\mathrm{T}}$， $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & -2 & 4 \end{pmatrix}$，则范数 $\| Ax \|_{\infty} =$______, $\| \mathrm{A} \|_1 =$______.

8.已知 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$，则条件数 $\mathrm{cond}(A)_2 =$________.

9.当 $x >> 1$，为使数值精度更高，可以变形表达式 $\ln(x - \sqrt{x^2 - 1}) =$__________.

10.用梯形公式计算积分 $\int_0^1 e^x dx =$_________.(用含 e 的式子表示即可)

11.设 $h = \dfrac{b-a}{3}, x_0 = a, x_1 = a + h, x_2 = b$，则 $\int_a^b f(x)dx \approx \dfrac{9}{4} hf(x_1) + \dfrac{3}{4} hf(x_2)$，该求积公式的代数精度为_________.

12. 求解线性方程组 $\begin{pmatrix} 5 & -3 & -1 \\ -2 & 6 & 5 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ 的雅可比迭代格式为

______________________; 取迭代初值 $x^{(0)} = (1, -1, 1)^{\mathrm{T}}$，则 $x^{(1)} =$_____________.

三、（8 分）利用牛顿迭代法求解非线性方程 $x^3-3x-1=0$ 在 $x=2$ 附近的实根，要求$|x_{k+1}-x_k|\le 10^{-4}$。

四、（8 分）用最小二乘方法求拟合这组数据的直线。

$x_0=0.0$	$x_1=0.2$	$\mathrm{x}_2=0.4$	$\mathrm{x}_3=0.6$	$\mathrm{x}_4=0.8$
$\mathrm{y}_0=0.9$	$\mathrm{y}_1=1.9$	$\mathrm{y}_2=2.8$	$\mathrm{y}_4=3.3$	$\mathrm{y}_4=4.2$

装 订 线

五、（12 分）已知 $f(x)=x^4+1$，根据离散节点 $x_0=0,x_1=1,x_2=2,x_3=3$，利用牛顿差商公式求一个三次插值多项式，用插值计算节点 $x=1.5$ 处的函数值并估计相应的截断误差。

装 订 线

六、（8 分）用追赶法解线性方程组

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

七、（8 分）用复化辛普森公式计算积分

$$\int_0^1 \frac{1}{1+x}dx$$ (n=4，即用 5 个点上函数值计算)

八、（8 分）取步长 $h = 0.2$，用欧拉法解初值问题

$$\begin{cases} y' = -y - xy, x \in [0,0.6] \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

九、(12 分) 设有线性方程组$\begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$

(1)证明用雅可比迭代法与高斯-赛德尔迭代法解此方程组均收敛；

(2)取初始向量$x^{(0)}=(0,0,0)^{\mathrm{T}}$，请用上述两种迭代方法中收敛速度更快的方法求解$x^{(1)}$。

线

订

装