1. 已知函数 $f(x) \in C^3[0,2]$，给定求积公式

$$\int_0^2 f(x)dx \approx Af(0) + Bf(x_0),$$

试确定参数 A，B，x_0，使该求积公式代数精度尽可能高，并指出代数精度次数.

2. 给定求积公式

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{6}\left[f(a) + 4f(\frac{a+b}{2}) + f(b)\right] + \beta(b-a)^4[f'''(a) - f'''(b)],$$

求参数 β，使求积公式具有尽可能高的代数精度，并指出所达到的最高代数精度.

3. 以 1，$\frac{3}{2}$，2 为插值节点作函数 $f(x)$ 的 2 次插值多项式 $p_2(x)$，用 $f(x) \approx p_2(x)$ 构造如下求积公式：

$$\int_0^3 f(x)dx \approx A_0 f(1) + A_1 f(\frac{3}{2}) + A_2 f(2),$$

试确定参数 A_0，A_1 和 A_2，并指出该公式的代数精度.

4. 考虑积分 $I(f) = \int_a^b f(x)dx$，取正整数 $n \geq 2$，记

$$h = (b-a)/n,\ x_k = a + kh,\ k = 0,1,\cdots n,$$

设 $f(x) \in C^2[a,b]$.

(1) 写出计算积分 $I(f)$ 的复化梯形公式 $T_n(f)$ 及截断误差表达式;

(2) 求极限 $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{I(f) - T_n(f)}{h^2}$.