

1. 设函数  $f(x) = \sin x$ , 取正整数  $n$ , 将区间  $[0, 1]$  作  $n$  等分, 记

$$h = 1/n, \quad x_i = ih, \quad i = 0, 1, \dots, n.$$

(1) 求  $f(x)$  以  $x_i (i = 0, 1, \dots, n)$  为节点的  $n$  次 Lagrange 插值多项式  $L_n(x)$ ;

(2) 证明:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \max_{0 \leq x \leq 1} |f(x) - L_n(x)| = 0$ .

2. 给定函数  $f(x) = \cos x$ .

(1) 求常数  $a, b$ , 使得  $\max_{0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}} |f(x) - a - bx|$  取最小值;

(2) 求常数  $c, d$ , 使得积分  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) - c - dx]^2 dx$  取最小值.

3. 某实验中, 测得两个变量  $y$  和  $x$  之间关系如下:

$x$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1
$y$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

用最小二乘法求形如  $y = \frac{x}{ax+b}$  的经验公式拟合以上数据.