1.设初始值x_0充分靠近$x^* \equiv \sqrt{a}$，其中a为正常数，证明迭代公式

$$x_{k+1} = \frac{x_k(x_k^2+3a)}{3x_k^2+a}, k=0,1,2,\cdots$$

是计算x^*的三阶公式，并求极限$\lim\limits_{k\to\infty}\dfrac{x_{k+1}-\sqrt{a}}{(x_k-\sqrt{a})^3}$.

2. 设$\mathbf{A}$是对称矩阵且$a_{11} \neq 0$，经过一步高斯消去法后，$\mathbf{A}$约化为

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \mathbf{a}_1^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_2 \end{bmatrix}$$

证明$\mathbf{A}_2$是对称矩阵。

3. 设$\mathbf{A}=(a_{ij})_n$是对称正定矩阵，经过高斯消去法一步后，$\mathbf{A}$约化为

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \mathbf{a}_1^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_2 \end{bmatrix}$$

其中$\mathbf{A}_2=(a_{ij}^{(2)})_{n-1}$. 证明：

（1）$\mathbf{A}$的对角元素$a_{ii}>0, i=1,2,\cdots,n$；

（2）$\mathbf{A}_2$是对称正定矩阵。