建工李洋俭（10,11,12,14,15）

揚州大學

10.解：要使精度达到$\varepsilon=10^{-5}$

$k>\log_2\frac{b-a}{\varepsilon}-1$

$\log_2\frac{b-a}{\varepsilon}-1=\log_2\frac{2-1}{10^{-5}}-1\approx 15.61$

即$k>15.61$，即计算16次能使精度达到$\varepsilon=10^{-5}$

11.解：令$x_k=\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\cdots}}}$（k个开根）

$x_{k+1}=\sqrt{x_k+2}$

∴迭代函数$\varphi(x)=\sqrt{2+x}$

∴$|\varphi'(x)|=\frac{1}{2\sqrt{2+x}}<\frac{1}{2}<1$

且当取$[a,b]$为$[0,+\infty)$时

$\varphi(x)\in[0,+\infty)$

∴$x\in[0,+\infty)$时收敛

故可取迭代公式为$x_{k+1}=\sqrt{x_k+2}$

$x_0=0$　$x_1=\sqrt{2}=1.41421$　$x_2=1.84776$　$x_3=1.96157$

$x_4=1.99037$　$x_5=1.99759$　$x_6=1.99940$　$x_7=1.99984$

$|x_7-x_6|=4.4\times10^{-4}<10^{-3}$满足精度要求

故取$x^*\approx x_7=1.99984$

12.B：$|\varphi'(x)|=|1-3x^2-8x|$

令$f(x)=x^3-x^2-1$

$f(1)=-1$　$f(2)=3$

∴$x^*\in(1,2)$

∴$|\varphi'(x)|>1$

∴不收敛

14.解：令$\varphi(x)=2x+c(x^2-13)$

$\varphi'(x)=2+2cx$

∵收敛到2且为至少平方收敛

∴$\varphi'(x^*)=0$

∴$2+4c=0$

$c=-0.5$

揚州大學

15.解：$|\varphi'(x)|<1$

$\left|4-\frac{a}{4}\right|<1$

$\Rightarrow 12<a<20$

水利严玉兰（10,14,15）

10. 解：令 $f(x) = x^3+6x-10$

$f'(x) = 3x^2+6 > 0$ 则 $f(x)$ 在 $[1,2]$ 内单调递增.

$f(1) = 1+6-10 = -3<0$ $\quad f(2)>0$

$\because f(1)\cdot f(2)<0$ $\quad \therefore f(x)$ 在 $[1,2]$ 区间有唯一根.

如取精度 $\varepsilon=10^{-5}$，则使 $|x_k - x^*| \le \frac{1}{2^{k+1}} < 10^{-5}$

$\Rightarrow k > 5\log_2 10 - 1 \approx 15.61$

$\therefore x^* = 16$ [水利学院 严玉兰]

$\therefore$ 需要计算16次 C.

14. 解：由 $x_{k+1} = 2x_k + c(x_k^2-13)$ 至少平方收敛得：

$f(x) = 2x + c(x^2-13)$ $\quad \therefore f'(x) = 0$.

$\therefore f'(x) = 2+2cx = 0$ 将 $x=2$ 代入得：

$\Rightarrow c = -\frac{1}{2}$ [水利学院 严玉兰]

15. 解：由题得：$x_{k+1} = \varphi(x_k) = x_k^2 + \frac{a}{x_k}$

$|\varphi'(x)|<1$ $\quad \therefore \left|2x - \frac{a}{x^2}\right| < 1$

将 $x^*=2$ 代入得： $\left|4 - \frac{a}{4}\right| < 1$ [水利学院 严玉兰]

$\Rightarrow 12<a<20$.

机械学院 陈雅雯（10,11）

机械学院　陈雅雯

10. $k > \log_2 \frac{b-a}{\varepsilon} - 1$

$k > \log_2 \frac{2-1}{10^{-5}} - 1 = 15.6096$

$\therefore k$ 取 16

11. 令 $x_k = \sqrt{2+\sqrt{2+\cdots+\sqrt{2}}}$ （开k次根号）

$\therefore x_{k+1} = \sqrt{2+x_k}$

$\varphi(x) = \sqrt{2+x}$ ，$x>0$

$|\varphi'(x)| = \frac{1}{2\sqrt{2+x}} < \frac{1}{2} < 1$ ，$x>0$

$\therefore$ 迭代公式为 $\sqrt{2+x}$

当 $x_0 = 0$ 时，$x_1 = \sqrt{2+0} = \sqrt{2}$　　$x_1 - x_0 = 1.4142$

当 $x_1 = \sqrt{2}$ 时　$x_2 = \sqrt{2+\sqrt{2}}$　　$x_2 - x_1 = 0.43355$

当 $x_2 = \sqrt{2+\sqrt{2}}$ 时，$x_3 = \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}$　　$x_3 - x_2 = 0.11381$

当 $x_3 = \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}$ 时，$x_4 = \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}$　　$x_4 - x_3 = 0.02879$

当 $x_4 = \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}$ 时，$x_5 = \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}}$　　$x_5 - x_4 = 7.2215\times10^{-3}$

当 $x_5 = \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}}$ 时，$x_6 = \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}}}$　　$x_6 - x_5 = 1.80672\times10^{-3}$

当 $x_6 = \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}}}$ 时，$x_7 = \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}}}}$　　$x_7 - x_6 = 4.51767\times10^{-4}$

$x_7 = 1.99984$

建工 陆世敏（10,14,15,17）

建工 陆世敏

第二章 第10题

二分法 要使 $|x_k - x^*| \le \frac{b-a}{2^{k+1}}$ 即 $|x_k - x^*| \le \frac{1}{2^{k+1}} < 10^{-5}$

只需 $k > 5\log_2 10 - 1 \approx 15.61$

∴需取 $x^* \approx x_{16}$

∴需要计算16次使得精度达到 $\varepsilon = 10^{-5}$

第二章 第14题

$\varphi(x) = 2x + c(x^2 - 13)$ $\qquad \varphi'(x) = 2 + 2cx$

由至少平方收敛到2时 ∴ $\varphi'(2) = 2 + 4c = 0$ $\qquad$ ∴ $c = -0.5$

第二章 第15题

$\varphi'(x) = 2x - \frac{a}{x^3}$

由迭代序列 $x_{k+1} = \varphi(x_k)$ 局部收敛到 $x^* = 2$

则 $|\varphi'(2)| \le 1$ 即 $\left|4 - \frac{a}{4}\right| \le 1$ 解得 $12 < a < 20$

第二章 第17题

$\varphi(x) = \frac{1}{3}(x + \frac{8ax}{a+x^2})$

$\varphi'(x) = \frac{1}{3} + \frac{8a}{3} \times \frac{a-x^2}{(a+x^2)^2}$ $\qquad \varphi'(\sqrt{3a}) = \frac{1}{3} + \frac{8a}{3} \times \frac{(-2a)}{16a^2} = 0.$

$\varphi''(x) = \frac{8a}{3} \times \frac{-6a^2x + 2x^5 - 4ax^3}{(a+x^2)^4}$ $\qquad \varphi''(\sqrt{3a}) = \frac{8a}{3} \times \frac{-6a^2\sqrt{3a} + 18a^2\sqrt{3a} - 12a^2\sqrt{3a}}{(4a)^4} = 0.$

$\varphi'''(x) = \frac{8a}{3} \times \frac{(-6a^2 + 10x^4 - 12ax^2)(a+x^2)^4 - (-6a^2x + 2x^5 - 4ax^3)8x(a+x^2)^3}{(a+x^2)^8}$

$\varphi'''(\sqrt{3a}) = \frac{8a}{3} \times \frac{(-6a^2 + 90a^4 - 36a^2)(4a)^4}{(4a)^8} \ne 0$

故收敛阶是3.

建工 蒋津义（10,11,12,14,15,17）

第二章

10、$k > \log_2 \frac{b-a}{\varepsilon} - 1$

$k > \log_2 \frac{1}{10^{-5}} - 1 = \log_2 10^5 - 1 = 5\log_2 10 - 1 \approx 15.6096$

∴k取16

∴用二分法求解需要16次才能使精度达到10^{-5}

建工 蒋津义

11. $x_{k+1} = \sqrt{x_k + 2}$

$x_1 = \sqrt{2} = 1.4142135$

$x_2 = \sqrt{\sqrt{2}+2} = 1.847759$

$x_3 = \sqrt{\sqrt{\sqrt{2}+2}+2} = 1.961570$

$x_4 = \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}+2}+2}+2} = 1.990369$

$x_5 = \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}+2}+2}+2}+2} = 1.997591$

$x_6 = \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}+2}+2}+2}+2}+2} = 1.999398$

$x_7 = \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}+2}+2}+2}+2}+2}+2} = 1.999849$

$x_7 - x_6 = 4.51 \times 10^{-4} = 0.000451 < 0.0005 = \frac{1}{2} \times 10^{-3}$

∴解为 $x_7 = 1.999849$

12. $\varphi_2'(x) = 1 - 3x^2 - 8x$

$\Delta = (-8)^2 - 4 \times 1 \times (-3) = 64 + 12 = 76 > 0$

$\varphi_2'(x)$不满足$|\varphi_2'(x)| < 1$ ∴不收敛

14. $x_{k+1} = 2x_k + c(x_k^2 - 13)$

$\varphi'(x) = 2 + 2cx$

$2 + 2cx = 0$ $(x = 2)$

$4c + 2 = 0$

$c = -\frac{1}{2}$

第二章

建2 蒋帅文

15. $\varphi(x)=x^2+\frac{a}{x}$

$\varphi'(x)=2x-\frac{a}{x^2}$

$\therefore \left|2x-\frac{a}{x^2}\right|<1$

将 $x=2$ 代入.

$-1<4-\frac{a}{2^2}<1$

$3<\frac{a}{4}<5$

$12<a<20$

17. $\varphi(x)=\frac{1}{3}\left(x+\frac{8ax}{a+x^2}\right)$

$\varphi'(x)=\frac{1}{3}\left(1+\frac{8a(a+x^2)-8ax\cdot 2x}{(a+x^2)^2}\right)=\frac{1}{3}\left(1+\frac{8a(a-x^2)}{(a+x^2)^2}\right)$

$\varphi'(\sqrt{3a})=\frac{1}{3}\left(1+\frac{8a(a-3a)}{(a+3a)^2}\right)=0.$

$\varphi''(x)=\frac{1}{3}\times\frac{-16ax(a+x^2)^2-8a(a-x^2)\cdot 2(a+x^2)\cdot 2x}{(a+x^2)^4}$

$=\frac{1}{3}\times\frac{-16ax(a+x^2)-8a(a-x^2)\cdot 4x}{(a+x^2)^3}$

$=\frac{1}{3}\times\frac{16ax(x^2-3a)}{(a+x^2)^3}$

$\varphi''(\sqrt{3a})=\frac{1}{3}\times\frac{(16a\cdot\sqrt{3a})(3a-3a)}{(a+x^2)^3}=0$

$\varphi'''(x)=\frac{16a}{3}\times\frac{(3x^2-3a)(a+x^2)^3-(x^3-3ax)\cdot 3(a+x^2)^2\cdot 2x}{(a+x^2)^6}$

$=\frac{16}{3}a\times\frac{3(x^2-a)(a+x^2)-6x^2(x^2-3a)}{(a+x^2)^4}$

$=16a\times\frac{(x^2-a)(a+x^2)-2x^2(x^2-3a)}{(a+x^2)^4}$

$\varphi'''(\sqrt{3a})=16a\cdot\frac{(3a-a)(a+3a)-2\cdot 3a(3a-3a)}{(a+3a)^4}=16a\cdot\frac{2a\cdot 4a}{(4a)^4}=\frac{1}{2a}$

由于 $\varphi''(\sqrt{3a})=0$ 而 $\varphi'''(\sqrt{3a})\neq 0$

∴ 收敛阶为3.

建工 黄歆瑶（第二章 10,11,14,15,17）

2/10

方程 $x^3+6x-10=0$ 在[1,2] 区间内有唯一解,用二分法求解需要计算( )次使得精度达到 $\varepsilon=10^{-5}$？

A 10

B 13

C 16

D 18

C

$f(x) = x^3 - 6x - 10$

$|x_k - x^*| = \frac{b-a}{2^{k+1}} = \frac{1}{2^{k+1}} < 10^{-5}$

$2^{k+1} > 10^5$

$k > 5\log_2 10 - 1 = 15.61 \quad k=16$

下午6:14 9月26日周二 97%

2/11

建立一个迭代公式计算 $\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{\dots}}}$ 的值,取初值 $x_0=0$，且精度达到 $\varepsilon=10^{-3}$，解为( )

A 1.99984

~~B~~ 1.41421

~~C~~ $\sqrt{2}$

A

$x_{k+1} = \sqrt{2+x_k} \quad k=0,1,\cdots$

取 $x_0 = 0 \in [0, 0.5]$

k	0	1	2	3	4	5	6	7
x_k	0	1.41421	1.84775	1.96157	1.99037	1.99759	1.99939	1.99984
$\lvert x_k - x_{k-1}\rvert$		1.41421	0.43354	0.11382	0.0288	0.00542	0.0018	0.00045 ✓.

11

2/14

迭代公式 $x_{k+1}=2x_k+c(x_k^2-13)$ 至少平方收敛到2时,确定c 的值为 ____。 $-\frac{1}{2}$

解 $\varphi(x) = 2x + c(x^2-13)$

$\varphi'(x) = 2 + 2cx$

$\varphi'(x^*) = 0 \quad 2+4c=0 \quad c = -\frac{1}{2}$

2/15

设 $\varphi(x)=x^2+\frac{a}{x}$ ，要使迭代序列 $x_{k+1}=\varphi(x_k)$ 局部收敛到 $x^*=2$ ，则 a 的取值范围是 $(12, 20)$

解 $\varphi'(x)=2x-\frac{a}{x^2}$ $\quad |\varphi'(x)|\le L<1$

$$\varphi'(2)=\left|4-\frac{a}{4}\right|=\left|\frac{16-a}{4}\right|<1$$

$$-4<16-a<4$$

$$-4<a-16<4$$

$$12<a<20$$

敛速度是__1__阶。

2/17

设 $\sqrt{3a}$ 的迭代格式为 $x_{n+1}=\frac{1}{3}\left(x_n+\frac{8ax_n}{a+x_n^2}\right)$ ，其收敛阶是 3 。

$a=\frac{1}{3}$ $\qquad x=1$

$$x_{n+1}=\frac{1}{3}\left(x_n+\frac{\frac{8}{3}x_n}{\frac{1}{3}+\frac{3x_n^2}{3}}\right)$$

$$=\frac{1}{3}\left(x_n+\frac{8x_n}{1+3x_n^2}\right)$$

$$\varphi(x)=x+\frac{8x}{1+3x^2}$$

$$\varphi'(x)=1+\frac{8(1+3x^2)-8x\cdot 6x}{(1+3x^2)^2}$$

$$=1+8\,\frac{1-3x^2}{(1+3x^2)^2}=0$$

$$\varphi''(x)=8\cdot\frac{-6x(1+3x^2)^{\cancel{2}}-2(1-3x^2)\cancel{(1+3x^2)}6x}{(1+3x^2)^{\cancel{4}\,3}}$$

$$=48x\,\frac{-1-3x^2-2+6x^2}{(1+3x^2)^3}$$

$$=144x\,\frac{x^2-1}{(1+3x^2)^3}=0 \qquad \frac{x^3-x}{(1+3x^2)^3}$$

$$\varphi'''(x)=\frac{(3x^2-1)(1+3x^2)^{\cancel{3}}-3(x^3-x)\cancel{(1+3x^2)}\cdot 6x}{(1+3x^2)^{\cancel{6}\,4}}$$

$$\varphi'''(1)=\frac{2\times 4-0}{4^4}\neq 0$$

∴收敛阶为3阶

建工 黄歆瑶（第一章 8,9,12,14）

1/14

已知$p(x)=2(x-5)^4-3(x-5)^3+(x-5)+3$，用秦九韶算法来计算$p(4.9)=$_____。

解　令 $x-5=t$　　$p(t)=2t^4-3t^3+t+3$

$x=4.9$　　$t=-0.1$

	2	−3	0	1	3
−0.1		−0.2	0.32	−0.032	−0.0968
	2	−3.2	0.32	0.968	2.9032

$p(4.9)=2.9032$

1/12

精确值$x^*=23.4213$，则近似值23.4604具有_____位有效数字。

解　$|x^*-x|=0.0391\leq 0.05$

有3位有效数字　$\boxed{23.4}$

1/13

计算$8x^5+4x^3-9x+1$需要_____次乘法。

$\underbrace{8\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x}_{5次}+\underbrace{4\cdot x\cdot x\cdot x}_{3次}-\underbrace{9\cdot x}_{1次}+1$

$5+3+1=9$ 次

1/9

设有舍入机,已知$n=3$,$L=-5$,$U=5$,$x=1.623$,$y=0.184$,$z=0.00362$,则$|x+y|+z$ 的值为()

A 0.181×10^{1}

B 0.18062×10^{1}

C 0.180×10^{1}

D 0.1806×10^{1}

解

$x=0.162\times10^{1}$

$y=0.184\times10^{0}$

$z=0.362\times10^{-2}$

$$
\begin{aligned}
x+y &= 0.162\times10^{1}+0.184\times10^{0}\\
&= 0.162\times10^{1}+0.018\times10^{1}\\
&= 0.180\times10^{1}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(x+y)+z &= 0.180\times10^{1}+0.362\times10^{-2}\\
&= 0.180\times10^{1}+0.000\times10^{1}\\
&= 0.180\times10^{1}
\end{aligned}
$$

机械工程　施雯（第一章 14）（第二章 14）

第一章. 习题14.

14. 已知 $P(x)=2(x-5)^4-3(x-5)^3+(x-5)+3$, 用秦九韶算法来计算 $P(4.9)=$ 2.9032

解: 令 $t=x-5$. $x=t+5$

此时, $x=4.9$ 即 $t=-0.1$

	t^4	t^3	t^2	t	t^0
	2	-3	0	1	3
$t=-0.1$		+ -0.2	+ 0.32	+ -0.032	+ -0.0968
	2	-3.2	0.32	0.968	2.9032

第二章. 习题14.

14. 迭代公式 $x_{k+1}=2x_k+C(x_k^2-13)$ 至少平方收敛到2时, 可确定C的值为 $-\frac{1}{2}$.

解: ∵至少平方收敛到2

∴ $\varphi'(x^*)=0$, $x^*=2$

$\varphi(x)=2x+C(x^2-13)$

$\varphi'(x)=2+2Cx$

代入 $x^*=2$

$\varphi'(x^*)=\varphi'(2)$

$=2+4C=0$

$\therefore C=-\frac{1}{2}$

建工 杨凯璐 （第二章 10,12,13,14,16,17）

建工学院 杨凯璐

10. 解：二分法中 $|x_k - x^*| \le \frac{b-a}{2^{k+1}}$，则要达到精度 ε，计算次数 k 要满足

$\frac{b-a}{2^{k+1}} < \varepsilon$，也即 $k > \log_2 \frac{b-a}{\varepsilon} - 1$

故要达到精度为 $\varepsilon = 10^{-5}$，则计算次数 $k > \log_2\frac{b-a}{\varepsilon} - 1 = \log_2\frac{2-1}{10^{-5}} - 1 \approx 15.61$

故需计算16次.

建工学院 杨凯璐

12. 解：题目错了. 题干应该是"方程 $x^3+4x^2-10=0$"

运用导数、单调性等相关知识可绘制出 $y=x^3+4x^2-10$ 的图象. 易知其在 [1,2] 上存在根.

B项 $\varphi_2(x) = x - x^3 - 4x^2 + 10$.　$\varphi_2'(x) = 1-3x^2-8x$

在 [1,2] 上，显然有 $|\varphi_2'(x)|>1$，故B为不收敛的迭代格式

建工学院 杨凯璐

13. 解：牛顿迭代法：$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$，其中 $\varphi(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$

设 x^* 是 $f(x)=0$ 的一个单根，即 $f(x^*)=0$，$f'(x^*)\ne0$，且 $f(x)$ 在 x^* 的领域内

有连续2阶导数. $\varphi'(x) = 1 - \frac{[f'(x)]^2 - f(x)f''(x)}{[f'(x)]^2} = \frac{f(x)f''(x)}{[f'(x)]^2}$

则 $\varphi'(x^*) = \frac{f(x^*)f''(x^*)}{[f'(x^*)]^2} = \frac{0\cdot f''(x^*)}{[f'(x^*)]^2} = 0$. 显然不满足线性收敛中 $\varphi'(x^*)\ne0$ 的要求

若存在整数 $p\ge2$ 使得 $\varphi^{(p)}(x)$ 在 x^* 的领域内连续，且

$\varphi'(x^*) = \varphi''(x^*) = \cdots = \varphi^{(p-1)}(x^*) = 0$.　$\varphi^{(p)}(x^*)\ne0$ 则迭代格式是p阶收敛的

$\varphi'(x^*)=0$ 则至少是二阶收敛，即牛顿法的收敛速度至少是2阶.

建工学院 杨凯璐

14. 解：至少平方收敛到2.

高阶收敛指若存在整数 $p\ge2$，使得 $\varphi^{p}(x)$ 在 x^* 的领域内连续且 $\varphi'(x^*)$

$= \varphi''(x^*) = \cdots = \varphi^{(p-1)}(x^*)=0$.　$\varphi^{(p)}(x^*)\ne0$　则迭代格式p阶收敛.

故本题中应满足 $\varphi'(x^*)=0$，其中 $\varphi(x) = 2x + c(x^2-13)$.　$\varphi'(x) = 2+2cx$

$x^*=2$，故 $\varphi'(x^*)=0$ 得 $c = -\frac{1}{2}$

建工学院　杨凯璐

16、解：根据线性收敛定义中要求 $\varphi'(x^*) \neq 0$. 高阶收敛中均满足 $\varphi'(x^*)=0$

可知本题应该为1阶

建工学院　杨凯璐

17、解：$\varphi(x)=\frac{1}{3}\left(x+\frac{8ax}{a+x^2}\right)$　　$x^*=\sqrt{3a}$

$$\varphi'(x)=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\,\frac{8a(a+x^2)-8ax\cdot 2x}{(a+x^2)^2}=\frac{1}{3}+\frac{8}{3}\,\frac{a^2-ax^2}{(a+x^2)^2}$$

$$\varphi'(\sqrt{3a})=\frac{1}{3}+\frac{8}{3}\,\frac{a^2-3a^2}{(a+3a)^2}=0$$

$$\varphi''(x)=\frac{8}{3}\cdot\frac{-2ax(a+x^2)^2-(a^2-ax^2)\cdot 2(a+x^2)\cdot 2x}{(a+x^2)^4}=\frac{16}{3}\cdot\frac{ax^3-3a^2x}{(a+x^2)^3}$$

$$\varphi''(\sqrt{3a})=\frac{16}{3}\,\frac{a\cdot 3a\cdot\sqrt{3a}-3a^2\cdot\sqrt{3a}}{(a+3a)^3}=0$$

$$\varphi'''(x)=\frac{16}{3}\cdot\frac{(3ax^2-3a^2)(a+x^2)^3-(ax^3-3a^2x)\cdot 3(a+x^2)^2\cdot 2x}{(a+x^2)^6}$$

$$=16\cdot\frac{6a^2x^2-ax^4-a^3}{(a+x^2)^4}$$

$$\varphi'''(\sqrt{3a})=16\cdot\frac{6a^2\cdot 3a-a\cdot 9a^2-a^3}{(a+3a)^4}=\frac{1}{2a}\neq 0$$

根据高阶收敛中对阶数的定义可知为3阶

水利 席晓源（第二章 14,15）

第二章 14题

$x_{k+1}=2x_k+c(x_k^2-13)$ 平方收敛到2. 求c

解：$\varphi(x)=2x+c(x^2-13)$

$\varphi'(x)=2+2cx$

$\varphi'(x^*)=0 \Rightarrow 2+2\cdot c\cdot 2=0 \Rightarrow c=-\frac{1}{2}$

15题：$\varphi(x)=x^2+\frac{a}{x}$ 使迭代序列 $x_{k+1}=\varphi(x_k)$ 局部收敛 $x^*=2$，求a范围

解：$x_{k+1}=x_k^2+\frac{a}{x_k}$

$\varphi(x)=x^2+\frac{a}{x}$ $\quad\varphi'(x)=2x-\frac{a}{x^2}$

$|4-\frac{a}{4}|<1 \Rightarrow -1<4-\frac{a}{4}<1 \Rightarrow 12<a<20$

水利 席晓源