学院________ 专业________ 班级________ 学号________ 姓名________

装 订 线

扬州大学试题纸

(2022－2023 学年第一学期)

_________学院____________班(年)级课程数值分析 (B)卷

题目	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

一、单项选择题（每小题 3 分，共 18 分）

1.作为 $x=e$ 的近似数, $x^*=2.7182$ 具有的有效数字的个数为( )

A.3　　B.4　　C.5　　D.6

2.设矩阵 $A=\begin{bmatrix} 3 & -1 & 4 \\ -1 & 2 & -2 \\ 2 & -3 & -2 \end{bmatrix}, x=\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$，则 $\|Ax\|_1$ 的值为( )

A.8　　B.6　　C.16　　D.7

3.设 $f(x)=x^3-x^2-1$，则差商 $f[0,2]$ 的值为( )

A.-1　　B.2　　C.1　　D.3

4.二阶 Runge-Kutta 法的局部截断误差是( )

A. $O(h)$　　B. $O(h^2)$　　C. $O(h^3)$　　D. $O(h^4)$

5.求方程 $x^3-x^2-1=0$ 在 $x_0=1.5$ 附近的根，收敛的固定点格式为( )

A. $x_{k+1}=x_k-x_k^3+x_k^2+1$　　B. $x_{k+1}=1+\dfrac{1}{x_k^2}$

C. $x_{k+1}=\sqrt{x_k^3-1}$　　D. $x_{k+1}=\sqrt{\dfrac{1}{x_k-1}}$

6.下列命题正确的是：( )

A. $n+1$ 个点的插值型求积公式的代数精度至少是 $n+2$ 次

B.数值求积公式的求积系数必须是正数，不能是负数

C.一般来说，复化梯形的误差要比复化辛普森公式的误差要大

D.内插求积公式的求积系数之和等于 1

二、填空题（每小题 3 分，共 18 分）

7.为减少舍入误差，应该将表达式$\sqrt{2001}-\sqrt{1999}$改写成_________

8.求方程$x^2-x-1.25=0$的近似根，利用迭代公式$x=\sqrt{x+1.25}$，初始值为$x_0=1$，那么$x_1=$_________

9.矩阵$A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 5\end{pmatrix}$的条件数$\mathrm{cond}(A)_2=$_________

10.已知$f(0)=1, f(1)=3, f(2)=5$，则对应于$x_1=1$的拉格朗日插值基函数$l_1(x)=$_________

11.已知$n=4$时 Newton-Cotes 求积公式的系数分别是：$C_0^{(4)}=\frac{7}{90}, C_1^{(4)}=\frac{16}{45}$，$C_2^{(4)}=\frac{2}{15}$，则$C_3^{(4)}=$_________

12.取步长$h=0.1$，用欧拉法解初值问题$\begin{cases} y'=3x+2y, 0\le x\le 1 \\ y(0)=1 \end{cases}$的计算公式为_________

三、(12 分) 设有非线性方程 $x^3-2x-2=0$.

(1)证明方程在区间 I=[1,2]上有且只有一个实根;

(2)取初值 $x_0=2$,用牛顿迭代法在区间 I 上求出误差不超过 0.5×10^{-2} 的近似解. (结果取四位小数)

四、(10 分) 已知数据如下：

$x_0 = 0.0$	$x_1 = 0.2$	$x_2 = 0.4$	$x_3 = 0.6$	$x_4 = 0.8$
$y_0 = 0.9$	$y_1 = 1.9$	$y_2 = 2.8$	$y_3 = 3.3$	$y_4 = 4.2$

用最小二乘方法求拟合这组数据的直线.

五、(10 分) 令 $x_0 = 0, x_1 = 1$，写出 $f(x) = e^{-x}$ 的一次拉格朗日插值多项式 $L_1(x)$，并估计插值误差.

六、(12 分)　解线性代数方程组$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 11 \\ 10 \\ 21 \end{pmatrix}$

(1)用高斯消去法求解方程组的解；

(2)建立其 Gauss-Seidel 迭代格式并说明收敛理由；并取 $x^{(0)}=(0,0,0)$，

计算 $x^{(1)}$.

装　订　线

七、（10 分）请用复化梯形公式计算 $I=\int_0^8 \sqrt{x}dx$ 的近似。（采用等距剖分数 $n=4$，取小数点后四位数字）

八、（10 分）证明：如果矩阵 B 满足 $\|B\|<1$，并且 $I-B$ 为可逆矩阵，则有

$$\frac{1}{1+\|B\|}\le\left\|(I-B)^{-1}\right\|$$