Propriétés Ondulatoires de la lumière

1. Modèle Scalaire

Brenton
2023.3.26
SJTU

Signal Lumineux

- Signal Lumineux : $s(M,t)$
- Superposition : $s(M,t) = s_1(M,t) + s_2(M,t)$
  deux rayons arrivent au même point

Lumière Monochromatique

- Lumière Monochromatique : $\boxed{s(M,t) = a(M)\cos(\omega t - \varphi(M))}$
  - représentation complexe : $\boxed{\underline{s}(M,t) = \underline{A}(M)\, e^{j\omega t} \; ; \; \underline{A}(M) = a(M)\, e^{-j\varphi(M)}}$ (retard de phase)
    * si deux rayon arrive à même point, $\underline{A}(M) = \underline{A}_1(M) + \underline{A}_2(M)$
  - indice optique : $\boxed{n = \frac{c}{v}}$
  - longueur d'onde dans le vide : $\boxed{\lambda_0 = cT = c \cdot \frac{2\pi}{\omega} = n\lambda}$
  - pulsation spatial : $\boxed{k_0 = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_0} = \frac{1}{n} k}$
- lumière visible : 400 nm ~ 800 nm
  violet — rouge.

Éclairement

- Éclairement (intensité) $\boxed{I(M) = \left\langle \frac{dP(M,t)}{dS} \right\rangle = K \langle s^2(M,t) \rangle}$
  choisit $K = 2$
  - OM : $\boxed{I(M) = [a(M)]^2 = |\underline{A}(M)|^2 = \underline{A}(M)\underline{A}^*(M)}$

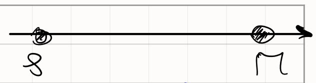
Démonstration : $I(M) = 2\langle s^2(M,t)\rangle$
$= 2a^2 \langle \cos^2(\omega t - \varphi(M)) \rangle$
$= a^2$

$|\underline{A}(M)|^2 = a^2(M)\, |e^{-j\omega t}|^2 = a^2(M)$

$\underline{A}(M)\underline{A}^*(M) = a(M)\, \cancel{e^{-j\varphi(M)}} \cdot a(M)\, \cancel{e^{j\varphi(M)}} = a^2(M)$

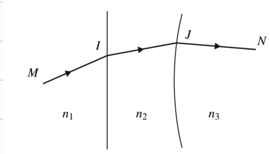
2. Propagation et déphasage

Trajet entre un point source S et un point q.q. M



Chemin Optique

- Chemin Optique $\boxed{(SM) = \tau_{SM} \times c \Rightarrow (SM) = nSM}$ $\quad c = nv$



– lors d'un changement de milieu homogène $\quad (MN) = n_1 MI + n_2 IJ + n_3 JN$

– Cas général : $\boxed{(SM) = \int_{S \to M} n(P)\, dl}$

- Retard de phase en M : $\boxed{\varphi(M) = \varphi(S) + k_0 \times (SM)}$ $\quad k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$

Démonstration : $s(M,t) = \gamma s(S, t - \tau_{SM})$

$$a(M)\cos(\omega t - \varphi(M)) = \gamma a(S)\cos(\omega t - \omega\tau_{SM} - \varphi(S))$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a(M) = \gamma a(S) & (1) \\ \cancel{\omega t} - \varphi(M) = \cancel{\omega t} - \omega\tau_{SM} - \varphi(S) & (2) \end{cases}$$

$$(2) \Rightarrow \varphi(M) - \varphi(S) = \omega\tau_{SM} = \omega \times \frac{(SM)}{c} = k_0(SM)$$

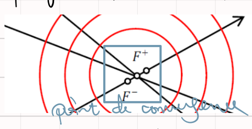
– En phase : $\varphi(M) = \varphi(N) + 2m\pi$, $\boxed{(NM) = m\lambda_0}$ (m entier)

– En opposition de phase : $\boxed{\varphi(M) = \varphi(N) + (2m+1)\pi,\ (NM) = (m + \tfrac{1}{2})\lambda_0}$

- Pour les points appartienent au même rayon, on a :

$$\boxed{\varphi_{AB} = \frac{2\pi}{\lambda_0}(AB) + \varphi_{sup}}$$

– $\varphi_{sup} = +\pi$ si : 1. réflexion sur un dioptre avec $n_1 < n_2$ (eau / air)
2. réflexion sur un dioptre métallique $\quad n_1 \quad n_2$
3. passage par un point de convergence

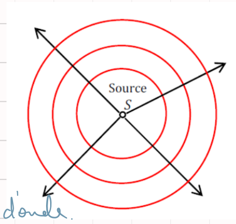


$\rightarrow \varphi(F^+) - \varphi(F^-) = \pi$.

– $\varphi_{sup} = +\pi/2$ si : passage travers un trou diffractant

Surface d'onde

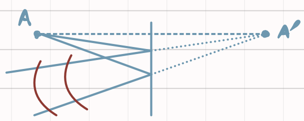
- Une surface d'onde relative au point source S est une surface formée des points M tel que
$\boxed{(SM) = cte \ // \ \varphi(M) = cte}$

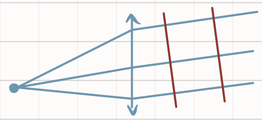


THM. de Malus

Après un nombre q.q. de réflexions ou de réfractions, les rayons issues d'une source ponctuelle sont orthogonaux aux surface d'onde. $\rightarrow$ Déterminer les forme des surfaces d'onde.

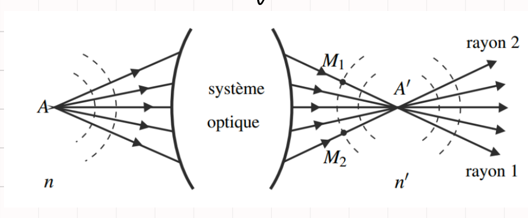
Exemple :



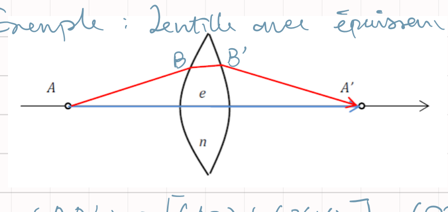


Stigmatisme et Chemin Optique

Entre deux points conjugés A et A', le chemin optique (AA') est le même pour tous les rayons.



Exemple : Lentille avec épaisseur



$$(AA') = [(AB) + (B'A')] + (BB')$$
$$= n_{air}(AA' - BB') + n_v \times BB'$$
$$= n_{air} AA' + (n_v - n_{air}) e$$

Ondes Sphériques

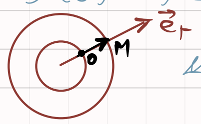
Pour des ondes sphériques : le signal lumineux :

$$\boxed{s(M,t) = \frac{a}{r}\cos(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{OM})}$$

$\vec{e}_r$ $\vec{k} = +k\cdot\vec{e}_r$ divergente

$\vec{e}_r$ $\vec{k} = -k\vec{e}_r$ convergente

Démonstration : $\mathcal{P}(0) = \mathcal{P}(r) \implies a(r) = \frac{a}{r}$.

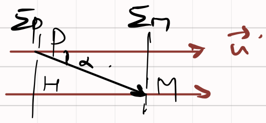


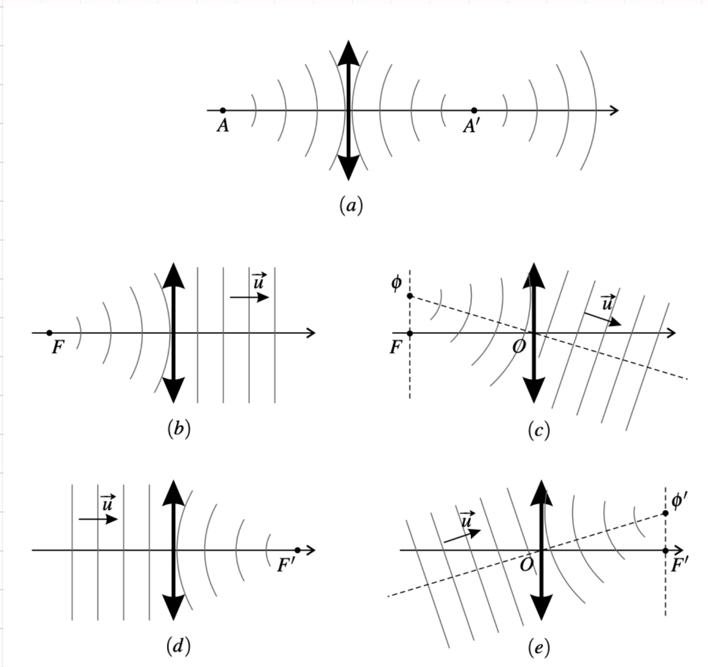
Ondes Planes

Pour des ondes planes : le signal lumineux :

$$\boxed{s(M,t) = a\cos(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{OM})}$$ avec $\vec{k} = k\vec{u}$ vecteur d'onde

Exemple :





3. Phénomènes affectant le signal lumineux

Absorption

Changement d'amplitude : de M à N :

$$s(M,t) = \gamma_{MN} \cdot s\left(N, t - \frac{(NM)}{c}\right)$$