上 海 交 通 大 学 试 卷
（2021至 2022 学年第2学期）

班级号________________ 学号________________ 姓名(中和法)______________________

课程名称：PHY1301P 大学基础物理 成绩___________________________

Avertissements / 说明：

1. Durée du devoir : 2 heures.
   考试时长：2小时。
2. Les problèmes sont indépendants. Ils peuvent être traités dans un ordre quelconque.
   各个题目是不相关的，可以按照任何顺序来完成。
3. L'utilisation d'une calculatrice est autorisée. Les autres outils électroniques (téléphone, tablette, etc.) et tous les documents sur papier sont interdits. Il est également interdit d'apporter son propre papier de brouillon.
   可以使用计算器。但不能使用其它电子设备（包括手机、平板电脑）和任何纸质参考资料。也不能带自己的草稿纸。
4. Toutes les réponses doivent être justifiées pour obtenir la totalité des points.
   为了得到所有的答题分数，解答需要证明或说明理由。
5. Le correcteur sera sensible à la qualité de la rédaction : les copies illisibles ou mal présentées seront pénalisées.
   请注意会影响阅卷老师批改试卷的书写质量：不清楚的或者没有清楚表述的答题将影响得分。

我承诺，我将严格遵守考试纪律。 承诺人：______	题号										
	得分										
	批阅人(流水阅卷教师签名处)										

PARTIE MÉCANIQUE (60 POINTS)

1 Particule sur un support parabolique (50 points)

On étudie les mouvements possibles d'un point matériel M de masse m sur un support fixe dans le référentiel terrestre $\mathcal{R}$ supposé galiléen eet lié au repère cartésien $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$. La surface de ce support est un paraboloïde de révolution (抛物面) noté (P), d'axe vertical ascendant (Oz) et d'équation en coordonnées cylindriques (r, θ, z) : $z = r^2/\alpha$ avec $\alpha > 0$. Le point matériel M glisse sans frottement sur (P). On utilisera les coordonnées cylindriques de M et la base cylindrique locale $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$. L'accélération de la pesanteur terrestre est $\vec{g} = -g\vec{e}_z$ avec $g = 9,81$ m.s^{-2}.

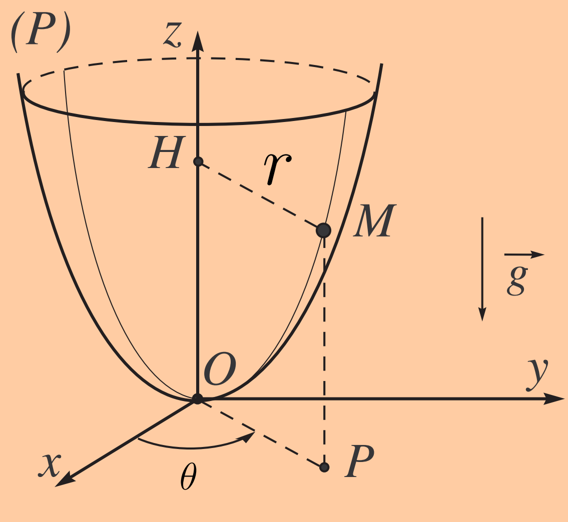

FIGURE 1 – Paramétrage du problème.

1. Rappeler l'expression de la vitesse $\vec{v}$ de M dans $\mathcal{R}$ dans la base cylindrique.
2. En déduire l'expression de l'accélération $\vec{a}$ sous la forme : $\vec{a} = a_r\vec{e}_r + a_\theta\vec{e}_\theta + a_z\vec{e}_z$.
   Montrer que $a_\theta = \frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}(r^2\dot{\theta})}{\mathrm{d}t}$.

3. La réaction $\vec{R}$ exercée par (P) sur M est contenue dans le plan OHP défini par les vecteurs $\vec{e}_r$ et $\vec{e}_z$. Montrer que $r^2\dot{\theta}$ est constante.

La constante $r^2\dot{\theta}$ du mouvement sera notée C dans la suite et supposée non nulle.

4. Justifier l'existence d'une énergie potentielle E_{p} dont dérive la force de pesanteur agissant sur M. Exprimer E_{p} en fonction de m, g, r et α en supposant que $E_{\text{p}}(r=0)=0$.
5. Déterminer l'expression de l'énergie cinétique E_{c} de M dans $\mathcal{R}$ en fonction de r, $\dot{r}$, m, C et α.
6. Que peut-on dire de l'énergie mécanique E_{m} de M ? Justifier soigneusement.
7. Déduire de ce qui précède l'égalité suivante :

$$E_{\text{m}} = \frac{1}{2}mG(r)\dot{r}^2 + E_{\text{p,eff}}(r)$$

où $G(r)$ est positif, sans dimension et à déterminer et où $E_{\text{p,eff}}(r)$ est une énergie potentielle dite “effective” donnée par

$$E_{\text{p,eff}}(r) = \frac{mC^2}{2r^2} + \frac{mgr^2}{\alpha}$$

8. Montrer que $E_{\text{p,eff}}(r)$ passe par un minimum pour une valeur r_m de r que l'on exprimera en fonction de C, α et g. Représenter l'allure de $E_{\text{p,eff}}(r)$ en précisant ses asymptotes.
9. À l'aide du graphe de $E_{\text{p,eff}}(r)$, et pour une énergie mécanique E_{m} fixée telle que $E_m > E_{\text{p,eff}}(r_m)$, montrer que r appartient à un intervalle $[r_1, r_2]$. Donner l'équation vérifiée par r_1 et r_2 sans la résoudre. Comment est alors qualifié le mouvement ?
10. En déduire que la trajectoire de M appartient nécessairement à une région de (P) limitée. Décrire et dessiner cette région sur un schéma.
11. Que signifie la condition $C \neq 0$ en termes de conditions initiales ? Décrire le mouvement de M et représenter sur le schéma précédent un exemple de trajectoire partielle de M.

On considère un mouvement pour lequel r reste toujours très proche de r_m et on s'intéresse aux variations de r. On pose donc $\varepsilon = r - r_m$ avec $\varepsilon \ll r_m$. On peut montrer dans ces conditions que ε obéit à l'équation suivante :

$$(1 + \frac{4r_m^2}{\alpha^2})\ddot{\varepsilon} + \frac{8g}{\alpha}\varepsilon = 0$$

12. Expliquer comment et avec quel théorème énergétique trouver cette équation. Il n'est pas demandé de faire cette démonstration. Comment s'appellent les systèmes obéissant à ce genre d'équation ?
13. Exprimer la période propre des variations de ε en fonction de α, g et r_m. Calculer cette période pour r_m= 1,0 m et α = 2,0 m.

2 Glissement d'une masse sur un disque (10 points)

这题需要表现出自主性。所有的解题步骤，哪怕是部分的，只要是合理正确的，都将考虑给予评分。
Il faut faire preuve d'autonomie dans cet exercice. Toute démarche de résolution, même partielle, sera prise en compte si elle est cohérente et claire.

Un disque horizontal en bois est mis en rotation autour de son axe de révolution (Oz) à une vitesse angulaire qui augmente linéairement avec le temps : $\omega = \varepsilon t$ avec $\varepsilon > 0$. Un corps de masse m également en bois, assimilé au point M, est posé sur le disque. Il est initialement immobile par rapport au disque et disposé à une distance r_0 de son axe.
Le coefficient de frottement statique bois/bois est noté f_s. L'axe (Oz) est vertical ascendant et l'accélération de la pesanteur terrestre est donc $\vec{g} = -g\vec{e}_z$.

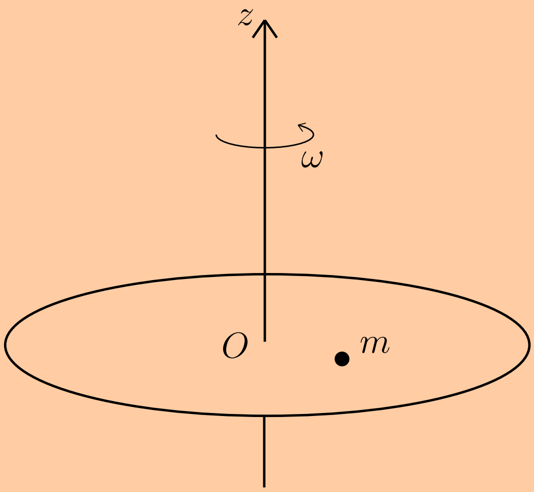

FIGURE 2 – Schéma du problème.

À partir de quel instant, noté t_{gliss}, le corps M commencera-t-il à glisser sur le disque ?
Discuter les dépendances de t_{gliss} avec les paramètres du problème et faire l'application numérique pour $m = 10$ g, $f_s = 0,60$, $\varepsilon = 0,10$ tour.s^{-2} , $r_0 = 5,0$ cm et $g = 9,81$ m.s^{-2}.

PARTIE ÉLECTRICITÉ (40 points)

3 Détermination d'une intensité par différentes méthodes (13 points)

On veut déterminer l'intensité i parcourant la résistance R entre les bornes A et B du circuit ci-dessous avec deux méthodes différentes.

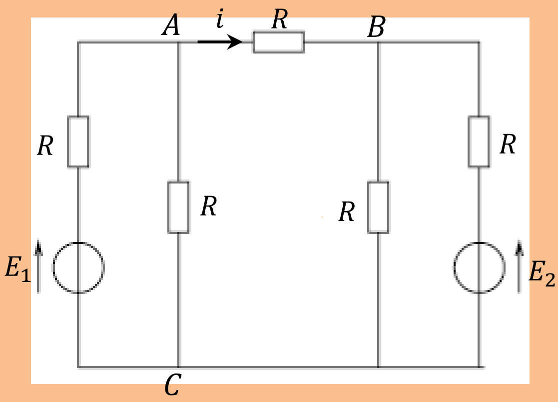

Figure 3. Circuit.

1. Utiliser l'équivalence des représentations de Thévenin et de Norton.
2. Utiliser <u>seulement</u> le théorème de Millman, mais ne pas modifier le circuit !

4 Décrément logarithmique (对数减缩) (27 points)

On étudie la réponse $u(t)$ à un échelon de tension $e(t)$ dans le circuit ci-dessous.
On note L l'inductance de la bobine, C la capacité du condensateur, r, R deux résistances et E la valeur de la tension $e(t)$ pour $t > 0$.

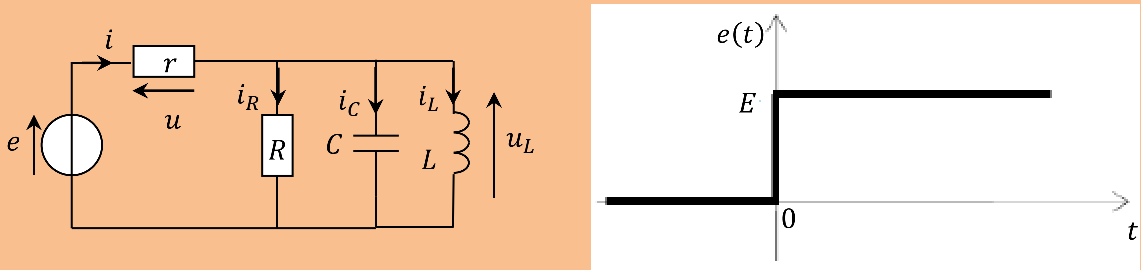

Figure 4. Circuit étudié et l'échelon de tension.

1.a. Tracer le circuit équivalent pour $t \to +\infty$, c'est-à-dire en régime stationnaire (RS). Il faut utiliser les équivalences d'un condensateur et d'une bobine en RS.
1.b. En déduire la tension $u(t)$ pour $t \to +\infty$ notée $u(\infty)$.

2. Montrer que la tension $u(t)$ pour $t > 0$ vérifie l'équation différentielle :

$$\frac{\mathrm{d}^2 u(t)}{\mathrm{d}t^2} + \frac{2}{\tau}\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 u(t) = \omega_0^2 u(\infty).$$

Exprimer τ et ω_0 en fonction de L, C, r et R.

3. On observe sur un oscilloscope (示波器) la courbe $u(t)$ qui suit.

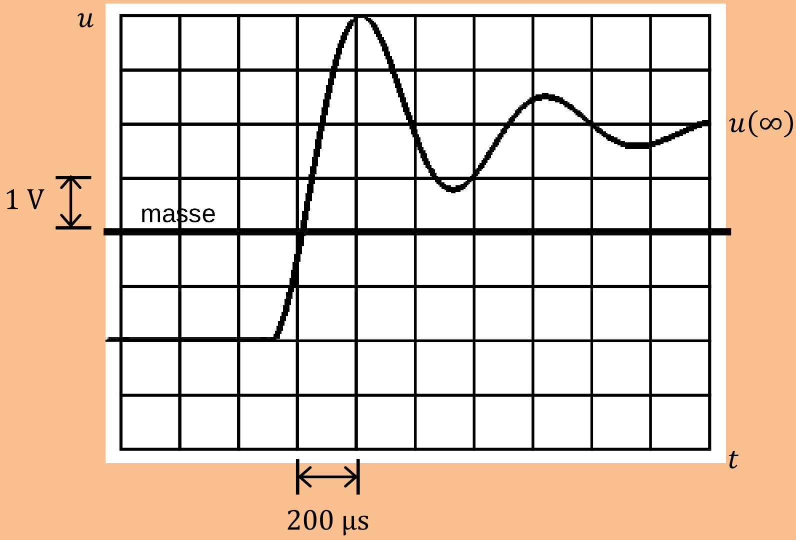

Figure 5. Courbe $u(t)$.

3.a. Déterminer la valeur numérique de la pseudo-période T.
3.b. Déterminer la valeur numérique du décrément logarithmique

$$\delta = \frac{1}{n}\ln\left[\frac{u(t)-u(\infty)}{u(t+nT)-u(\infty)}\right].$$

4. Maintenant, on va déterminer la forme mathématique de $u(t)=u_{\mathrm{h}}(t)+u(\infty)$ en fonction de $\tau, \omega_0, u(\infty)$ et du temps t. $u_{\mathrm{h}}(t)$ est la solution homogène, c'est-à-dire la solution de l'équation sans second membre $\frac{\mathrm{d}^2u(t)}{\mathrm{d}t^2}+\frac{2}{\tau}\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t}+\omega_0^2u(t)=0.$

4.a. Écrire son équation caractéristique.
4.b. Quel est le signe (正负性) de son discriminant Δ ? Justifier la réponse. Comment s'appelle le régime correspondant ?
4.c. Écrire la solution $u_{\mathrm{h}}(t)$. *ATTENTION : on ne cherchera pas à déterminer les constantes d'intégration.*

5. Déterminer la relation entre δ, τ et T.
6. Déterminer l'expression de C en fonction de r, R, δ et T. Faire l'application numérique avec $r = 200\ \Omega$ et $R = 5{,}0\ \mathrm{k\Omega}$.

注意：如果 Moodle 系统无法提交试卷，请将**扫描试卷**于考试结束后 **15 分钟之内**发送至任课教师邮箱(**yj.yuan@sjtu.edu.cn 或 vincent.canel@sjtu.edu.cn**)。