

# 上海交通大学试卷

(2022 至 2023 学年 第 1 学期)

班级号 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_ 姓名 (中和法) \_\_\_\_\_

课程名称 PHY2302P 工程物理与化学基础 (2) 成绩 \_\_\_\_\_

---

## Avertissement

### 说明

1. Durée du devoir : 1,5 heures.

1. 考试的时间：持续1.5小时。

2. Les problèmes sont indépendants. Ils peuvent être traités dans un ordre quelconque.

2. 各个题目是不相关的，可以按照任何顺序来完成。

3. L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Les autres outils électroniques (téléphone, tablette, etc.) et tous les documents sur papier sont interdits. Il est également interdit d'apporter son propre papier de brouillon.

3. 可以使用计算器。

但不能使用其它电子设备（包括手机、平板电脑）和任何参考资料。也不能带自己的草稿纸。

4. Toutes les réponses doivent être justifiées pour obtenir la totalité des points.

4. 为了得到所有的答题分数，解答需要证明或说明理由。

5. Le correcteur sera sensible à la qualité de la rédaction : les copies illisibles ou mal présentées seront pénalisées.

5. 请注意会影响阅卷老师批改试卷的书写质量：不清楚的或者没有清楚表述的答题将影响得分。

---

我承诺，我将严格遵守考试纪律。

承诺人：

题号										
得分										
批阅人(流水阅卷教师签名处)										

On suppose l'hypothèse des régimes sinusoïdaux établis (RSE) valide pour deux problèmes.

### Problème A (50 points) Montage dérivateur

On réalise le montage représenté ci-dessous (voir figure 1).

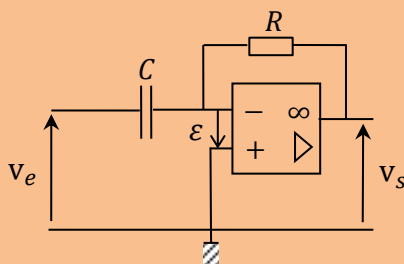


Figure 1. Montage

#### Première partie : montage avec un amplificateur opérationnel (AO) idéal

1. a. Déterminer la fonction de transfert  $\underline{H}_1(j\omega) = \frac{v_s}{v_e}$  du montage dans la figure 1 en supposant l'AO idéal.

1.b. Justifier (证明) le nom de dérivateur donné à ce montage.

#### Deuxième partie : montage avec un AO réel

On représente ainsi un AO réel :

- Les courants d'entrée de l'AO sont toujours nuls et son impédance de sortie est supposée nulle ;
- La tension de sortie  $v_s(t)$  et la tension différentielle d'entrée  $\varepsilon(t)$  sont liées par une relation :

$$\tau \frac{dv_s(t)}{dt} + v_s(t) = \mu_0 \varepsilon(t).$$

On prendra pour les applications :  $\mu_0 = 10^5$  et  $\frac{\mu_0}{2\pi\tau} = 1,0$  MHz.

2. a. Déterminer la fonction de transfert de l'AO réel  $\underline{\mu} = \frac{v_s}{\varepsilon}$ .

2. b. En déduire la fonction de transfert du montage de la figure 1 avec un AO réel  $\underline{H}_2(j\omega) = \frac{v_s}{v_e}$  en fonction de  $\mu_0, R, C, \omega$  et  $\tau$ .

La fonction de transfert  $\underline{H}_2(j\omega)$  peut s'écrire sous la forme canonique d'un filtre passe-bande (il n'est pas demandé d'établir cette équation) :

$$\underline{H}_2(j\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ \left( x - \frac{1}{x} \right)} \text{ avec } x = \frac{\omega}{\omega_0}.$$

On calcule les caractéristiques de ce filtre pour  $R = 10 \text{ k}\Omega$  et  $C = 100 \text{ nF}$  :

- ✧ La fréquence caractéristique  $f_0 = 12,6 \cdot 10^3 \text{ Hz}$  ;
- ✧ Le facteur de qualité  $Q = 74$  ;
- ✧ Une constante réelle  $H_0 = -5,9 \cdot 10^3$ .

3. Dans quel domaine de fréquences peut-on le considérer comme un dérivateur ? Basses fréquences ou hautes fréquences ? Justifier (说明理由) en déterminant l'équation différentielle caractéristique associée.

### Troisième partie : signal de sortie

Le signal d'entrée est un signal triangulaire  $v_e(t)$  de fréquence  $f_1 = 100 \text{ Hz}$  représenté sur la figure 2.

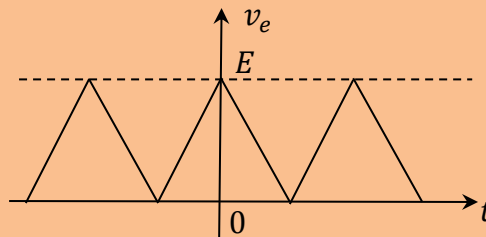


Figure 2. Signal d'entrée

On donne son développement en série de Fourier :

$$v_e(t) = \frac{E}{2} + \frac{4E}{\pi^2} \sum_{n \text{ impaire}} \frac{\cos(n2\pi f_1 t)}{n^2}.$$

On veut déterminer le signal de sortie du montage avec un AO idéal étudié dans la première partie et avec un AO réel étudié dans la deuxième partie.

4. Pour les harmoniques d'ordre  $n$  de 1 à 10, on peut montrer que  $\underline{H}_2(j\omega) \cong \underline{H}_1(j\omega) = -jRC2\pi n f_1$ .

4.a. Déterminer l'expression littérale de l'amplitude du signal de sortie  $c_n$  en fonction de  $R, C, n, \pi, f_1$  et  $E$ .

4.b. Faire l'application numérique pour  $n = 5$  et remplir le tableau 1.

$c_5/E =$

$c_n/E$	$c_1/E$	$c_3/E$	$c_5/E$	$c_7/E$	$c_9/E$
AO idéal	0,25	0,085		0,036	0,028
AO réel	0,25	0,085		0,036	0,028

Tableau 1.

5. Pour les harmoniques de fréquence proche de  $f_0$  ou supérieure,  $\underline{H}_1(j2\pi n f_1)$  et  $\underline{H}_2(j2\pi n f_1)$  sont très différentes. Pour un AO idéal,  $c_n$  ne change pas.

5.a. Pour un AO réel, déterminer l'expression littérale de  $c_n'$  en fonction de  $H_0, Q, f_0, n, \pi, f_1$  et  $E$ .

5.b. Faire l'application numérique pour  $n = 125$  avec un AO réel et remplir le tableau 2.

$c_{125}'/E =$

$c_n/E$	$c_{123}/E$	$c_{125}/E$	$c_{127}/E$	$c_{129}/E$
AO idéal	0,0021	0,0020	0,0020	0,0020
AO réel	0,043		0,096	0,041

Tableau 2.

6.a. Quel est la forme du signal de sortie avec un AO idéal ?

6.b. Le signal de sortie avec un AO réel est donné sur la figure 3. Interpréter (解释) l'allure du signal selon les résultats des questions 4 et 5.

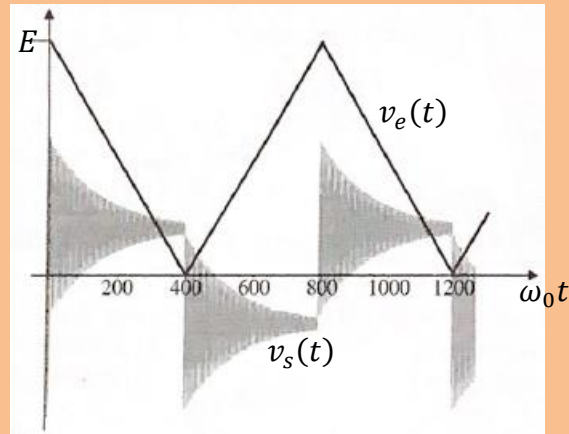


Figure 3. Signal de sorite

## Problème B (50 points) Corde de Melde

Ce problème étudie le déplacement d'une corde sous l'action d'un exciteur mécanique (voir figure 4).

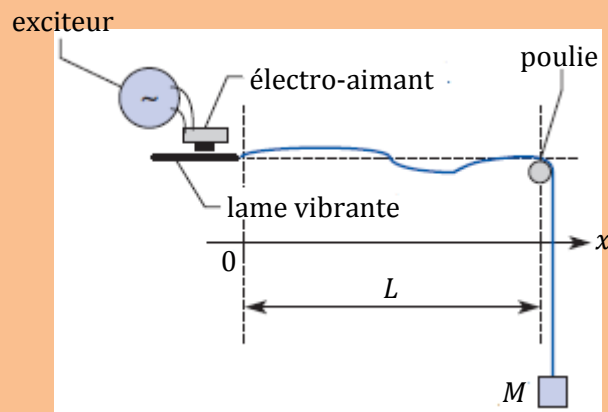


Figure 4. Corde de Melde

### Première partie : équation de propagation

On considère la corde représentée sur la figure 5. Elle est assimilée à une ligne de masse linéique  $\mu$  et de longueur  $L$ . Cette corde est tendue grâce à une masse  $M$  accrochée à son extrémité par l'intermédiaire d'une poulie.

On définit  $\vec{T}(x, t)$  la tension exercée par la partie droite sur la partie gauche de la corde à la position  $x$  à l'instant  $t$ . On note sa norme :  $T(x, t) = \|\vec{T}(x, t)\|$ .

On note  $\alpha(x, t)$  l'angle entre l'axe  $Ox$  et  $\vec{T}(x, t)$ .

On note  $\psi(x, t)$  le déplacement transversal de la corde à la position  $x$  à l'instant  $t$ .

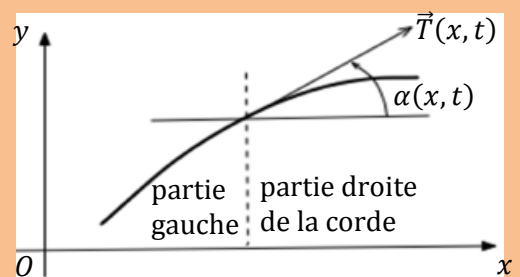


Figure 5. Élément de corde au voisinage de la position  $x$

On fait les hypothèses suivantes :

- Les déplacements sont parallèles à l'axe  $Oy$ . À chaque instant, la corde se trouve donc dans le plan  $Oxy$ .
- Le déplacement  $\psi(x, t)$  reste toujours très petit, ainsi que ses dérivées et  $\alpha(x, t)$ .
- La corde est sans raideur.  $\vec{T}(x, t)$  est tangente à la corde.
- Le poids et les frottements sont négligés.

- 1.a.** Dans le référentiel terrestre ( $R$ ) supposé galiléen, faire une liste des forces qui s'appliquent sur le système étudié ( $\Sigma$ ) : un morceau de corde de masse  $dm \cong \mu dx$  entre  $x$  et  $x + dx$ .
- 1.b.** Appliquer le principe fondamental de la dynamique (PFD) au système ( $\Sigma$ ) dans ( $R$ ).
- 2.** En déduire que la tension est une constante et vaut  $T(x, t) = Mg = T_0$ .
- 3.** Montrer que  $\psi(x, t)$  vérifie l'équation :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0.$$

Déterminer l'expression littérale de  $c$ .

## Deuxième partie : conditions limites et solutions

Les conditions aux limites sont :  $\psi(0, t) = \psi_0 \cos(\omega t)$  et  $\psi(L, t) = 0, \forall t$ . On cherche une onde harmonique, dont la représentation complexe est :

$$\underline{\psi}(x, t) = A e^{j(\omega t - kx)} + B e^{j(\omega t + kx)} \text{ avec } A, B \text{ constantes complexes.}$$

Formule :  $\sin x = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j}.$

**4.** Quelle est la relation entre  $k$  et  $\omega$  ?

**5.a.** À l'aide des conditions aux limites, déterminer les deux constantes complexes  $A$  et  $B$ .

**5.b.** Montrer que  $\psi(x, t) = \psi_0 \frac{\sin(k(L - x))}{\sin(kL)} \cos(\omega t)$ .

**5.c.** Comment se nomme (名字叫做) ce type d'onde ?

**6.** Que se passe-t-il pour  $\omega = \omega_m = \frac{m\pi c}{L}$  avec  $m \in \mathbb{N}^*$  ? Justifier.

**7.** À partir de l'équation de la question **5.b**, déterminer la position  $x_{\min}$  des nœuds lorsque  $\omega = \omega_m$  si  $m = 3$ .

注意：如果Moodle系统无法提交试卷，请将扫描试卷于考试结束后**15**分钟之内发送至任课教师邮箱(yj.yuan@sjtu.edu.cn)。