

上海交通大学试卷

(2022至 2023 学年第1学期)

班级号 _____ 学号 _____ 姓名(中和法) _____
课程名称 : _____ PHY2301P 工程物理与化学基础 (1) 成绩 _____

CORRECTION

Notes : entre 57 et 100/100, moyenne = 72,7 et écart-type = 10,6.

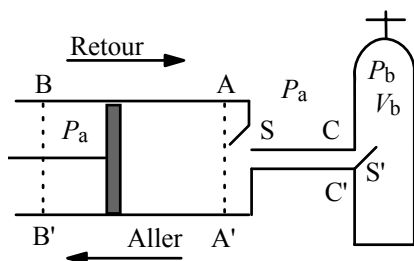
Remarques sur la forme :

- La copie n'est pas un brouillon. Éviter les ratures. Utiliser de la couleur. Encadrer les résultats demandés.
- Le correcteur n'est pas dans votre tête, explicitez avec des mots. Justifier chaque étape, rien ne doit être écrit au hasard ou laisser un doute. Vous pouvez faire des hypothèses pour avancer, en expliquant pourquoi. Éviter de laisser ce qui est inutile, cela nuit à la compréhension. Ne pas hésiter à indiquer un doute plutôt que de laisser un résultat qui vous semble faux sans commentaire.
- Vérifier les hypothèses pour appliquer des théorèmes ou formules.
- Vérifier systématiquement l'homogénéité des résultats, et des lignes de calcul si possible.
- Attention aux chiffres significatifs !
- Garder les notations de l'énoncé et définissez les vôtres.

Remarques sur le fond :

- 1.1 : les calculs numériques étaient attendus en négligeant V_{\min} .
- 1.3 : attention à l'homogénéité.
- 1.4 : ne pas oublier t_0 dans la résolution de l'équation différentielle, même si $T = t - t_0$.
- 2.2 : dessiner les diagrammes en entier, trop d'erreurs dans le diagramme PT.
- 2.3 : adiabatique \neq isotherme !
Justifier $P = P_{\text{ext}}$ (au moins la première fois) pour une transformation quasi-statique.
Attention à l'intégration : $P_{e,0} = P_{e,\text{sat}} = \frac{n_{e,L} RT_0}{V}$ avec $n_{e,L}$ qui varie ici ! $P_{e,0}$ et donc le volume molaire sont constants, pas la quantité de matière d'eaus sous forme gazeuse.
- 2.4 : beaucoup montrent $V_1 < V_0$ mais il n'est pas évident de conclure... Il faut plutôt montrer $P_e > P_{e,\text{sat}}$.
- 2.10 : $\Delta U \neq 0$, la transformation est isotherme mais il y a un changement de phase.

1 Remplissage d'une bouteille



Pour remplir une bouteille indéformable de volume V_b (utile à la plongée sous-marine (水肺潜水) par exemple), on utilise un compresseur constitué d'un cylindre, de deux soupapes (阀门) S et S', et d'un piston mobile sans frottement entre les positions AA' et BB'. Quand le piston est en AA', le volume limité par le piston et la section CC' est V_{\min} ; quand le piston est en BB', il vaut V_{\max} .

Il faut distinguer deux phases (阶段) du mouvement du piston :

- l'aller : la soupape S est ouverte alors que S' est fermée ; de l'air atmosphérique entre alors dans le cylindre à la pression $P_a = 1,013 \times 10^5$ Pa.
- le retour : l'air dans le cylindre est comprimé de la pression P_a à la pression P_b ; la soupape S est fermée alors que la soupape S' s'ouvre dès que la pression dans le cylindre devient supérieure à celle de la bouteille P_b .

Les transformations de l'air sont isothermes : les températures dans le cylindre et dans la bouteille sont identiques et égales à la température T_a de l'atmosphère. Les transformations sont quasi-statiques et l'air est toujours considéré comme un gaz parfait.

Le compresseur n'ayant pas encore fonctionné à l'instant t_0 , toutes les pressions et températures sont initialement égales à P_a et T_a . Le piston est initialement en AA'.

1. Le piston fait un aller et un retour. Déterminer la pression P_b à l'intérieur de la bouteille à la fin de cette transformation en supposant $V_{\min} \ll V_b$. En déduire la variation Δn du nombre de moles contenues dans la bouteille.

Effectuer les applications numériques pour $V_b = 5,00 \times 10^{-3} \text{ m}^3$, $V_{\min} = 2,00 \times 10^{-5} \text{ m}^3$, $V_{\max} = 2,00 \times 10^{-3} \text{ m}^3$, $T_a = 293 \text{ K}$ et $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Le mouvement aller du piston remplit le cylindre d'air à la pression P_a . À la fin de ce premier mouvement, le système {cylindre+bouteille} contient donc un volume d'air $V_{\max} + V_b$ à la pression P_a .

Lors de la compression (retour du piston), la température est constante et la quantité d'air dans le système également (la soupape S étant fermée). On peut alors écrire $PV = nRT_a = Cte$.

À la fin du cycle, la soupape S' est ouverte : l'air est maintenant contenu dans le volume $V_{\min} + V_b$ et il est à la pression P_b .

Donc $P_b(V_{\min} + V_b) = P_a(V_{\max} + V_b)$ et $P_b = \frac{V_{\max} + V_b}{V_{\min} + V_b} P_a$.

Si $V_{\min} \ll V_b$, $P_b = \frac{V_{\max} + V_b}{V_b} P_a = (1 + \frac{V_{\max}}{V_b}) P_a = 1,42 \text{ bar}$.

Et $\Delta n = \frac{(P_b - P_a)V_b}{RT_a} = \frac{P_a V_{\max}}{RT_a} = 8,32 \times 10^{-2} \text{ mol}$.

Le compresseur ayant fonctionné, on considère qu'à un instant t' donné, la soupape S est ouverte alors que la soupape S' est fermée. Les températures sont toutes égales à T_a et l'état du système est alors le suivant : $P_b = p$, le piston est en AA' et la pression dans le cylindre est P_a .

2. Le piston fait un aller et un retour. Déterminer le volume d'air V' dans le cylindre lorsque la soupape S' s'ouvre, puis la pression p' dans la bouteille à la fin de cette opération en fonction de p, V_b, P_a, V_{\min} et V_{\max} . En déduire, en fonction des mêmes grandeurs, la variation $\Delta p = p' - p$. Déterminer la pression maximale p_{\max} que l'on peut obtenir par ce procédé, interpréter le résultat obtenu et calculer sa valeur pour $p = 0,20 \times 10^7$ Pa.

La soupape s'ouvre quand la pression dans le cylindre est égale à $P_b = p$. Par conservation de la quantité de matière dans le cylindre et à température constante, cette pression vaut $\frac{V_{\max}}{V'} P_a$ donc $V' = \frac{P_a}{p} V_{\max}$.

Par conservation de la quantité de matière dans {cylindre + bouteille} et à température constante, $p' = \frac{pV_b + P_a V_{\max}}{V_{\min} + V_b}$.

D'où $\Delta p = p' - p = \frac{P_a V_{\max} - p V_{\min}}{V_{\min} + V_b}$.

$p = p_{\max}$ quand $\Delta p = 0$ donc $p_{\max} = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} P_a$.

(alors $V' = V_{\min}$)

$\Delta p = 0,32$ bar et $p_{\max} = 1,0 \times 10^2$ bar.

3. On considère de nouveau le système à l'instant t' défini ci-dessus. Le piston fait alors α allers-retours par seconde, la durée de chaque aller-retour est notée $\Delta t = 1/\alpha$. Établir l'équation différentielle liant p et $\frac{dp}{dt}$ en considérant $\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{dp}{dt}$.

On a calculé Δp pour un 1 aller-retour dans la question précédente. Notons-le $\Delta_1 p$.

Pendant δt , le piston effectue $\alpha \Delta t$ allers-retours et la pression varie de $\Delta p = \alpha \Delta t \Delta_1 p$ donc

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \alpha \Delta_1 p = \alpha \frac{P_a V_{\max} - p V_{\min}}{V_{\min} + V_b}$$

donc

$$\frac{dp}{dt} + \frac{\alpha V_{\min}}{V_{\min} + V_b} p = \frac{\alpha V_{\max}}{V_{\min} + V_b} P_a.$$

4. Le compresseur ayant démarré à l'instant t_0 (l'état correspondant du système a été défini précédemment), déterminer la pression $p(t)$ à un instant $t \geq t_0$ quelconque. En considérant $V_{\min} \ll V_b$, on pourra poser $\tau = V_b/(\alpha V_{\min})$. Pour $\alpha = 4$ allers et retours par seconde, calculer le temps T au bout duquel la pression p dans la bouteille est égale à $0,500 \times 10^7$ Pa.

$$\text{On a alors } \frac{dp}{dt} + \frac{p}{\tau} = \frac{\alpha V_{\max}}{V_{\min} + V_b} P_a = \frac{p_{\max}}{\tau}.$$

$$\text{Donc } p(t) = (P_a - p_{\max}) e^{-(t-t_0)/\tau} + p_{\max}.$$

$$\text{Et } T = t - t_0 = -\tau \ln \left(\frac{p - p_{\max}}{P_a - p_{\max}} \right) = 41,9 \text{ s.}$$

2 Détente isotherme d'un mélange de deux corps purs

On considère une transformation isotherme quasi-statique, grâce à un thermostat imposant une température constante $T_0 = 333$ K, d'un système fermé de volume variable et constitué d'un mélange de deux corps purs : diazote N_2 et eau H_2O avec les quantités de matière respectives n_a et n_e . On suppose que

- tout le diazote N_2 est toujours à l'état gazeux ;
- si elle existe, le volume de la phase liquide constituée uniquement d'eau est négligé devant le volume de la phase vapeur. On note la quantité de matière correspondante $n_{e,L}$.
- la phase vapeur de volume V , constituée de vapeurs de diazote et d'eau, se comporte comme un **mélange idéal de gaz parfaits**. Ces derniers se comportent comme s'ils étaient seuls et la pression totale suit la **loi de Dalton** : $P_{\text{tot}} = P_a + P_e$ avec P_a et P_e les pressions "partielles" du diazote et de l'eau respectivement, telles que $P_a V = n_a R T_0$ et $P_e V = n_{e,V} R T_0$, $n_{e,V}$ étant la quantité de matière d'eau sous forme vapeur ($n_{e,V} = n_e - n_{e,L}$).

Données :

- pression d'équilibre liquide/vapeur de l'eau à T_0 : $P_{\text{sat},e}(T_0) = 2,00 \times 10^4$ Pa ;
- enthalpie molaire de vaporisation de l'eau à T_0 : $\Delta_{\text{vap}} H_{m,e}(T_0) = 4,25 \times 10^4$ J·mol⁻¹ ;
- constante des gaz parfaits : $R = 8,314$ J·mol⁻¹·K⁻¹.

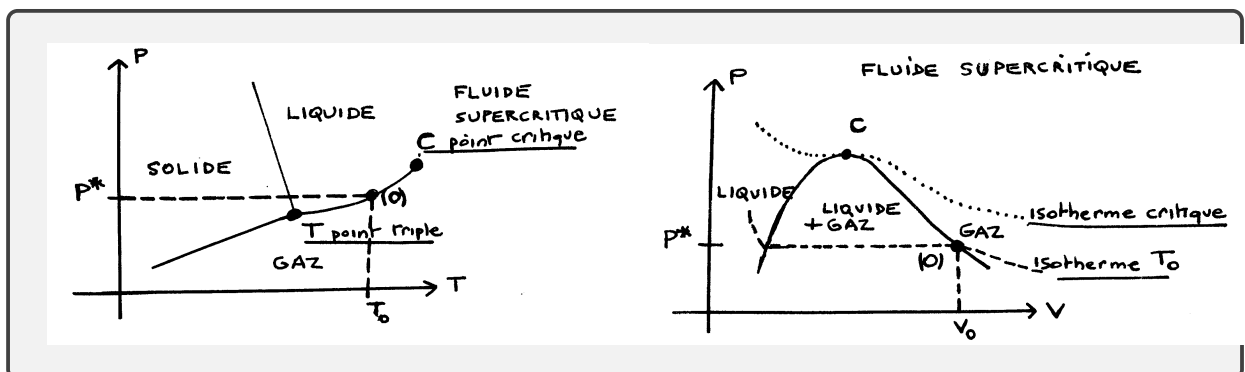
2.1 Corps pur eau (sans diazote)

On considère une quantité de matière $n_e = 3,00 \times 10^{-1}$ mol d'eau pure (sans diazote) à $T_0 = 333$ K et à l'état de vapeur tout juste "saturante" (c'est à dire avec une seule goutte de liquide). On note cet état (0).

1. Donner la pression $P_{e,0}$ correspondant à cet état d'équilibre. En déduire la valeur numérique du volume V_0 occupé par l'eau dans ces conditions.

Il y a équilibre donc $P_{e,0} = P_{\text{sat},e}(T_0) = 2,00 \times 10^4$ Pa.
 $V_0 = n_e R T_0 / P_{e,0} = 41,5$ L.

2. Dessiner schématiquement les diagrammes PT et PV de l'eau en indiquant les points remarquables et les phases de l'eau dans les domaines correspondants. Positionner le point représentatif de l'état (0) sur chaque diagramme.

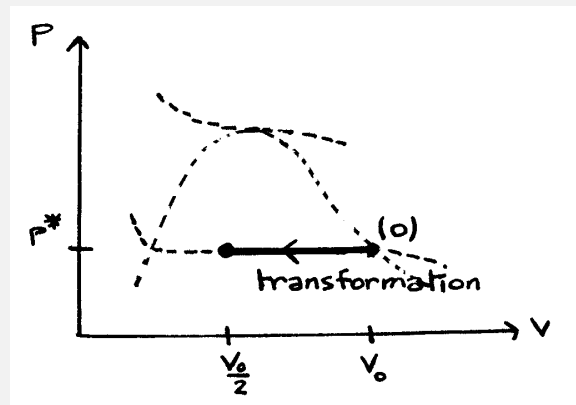


À température T_0 constante et de manière quasi-statique, le volume de l'eau dans l'état (0) est réduit de moitié : $V_f = V_0/2$.

3. Tracer l'allure de cette transformation sur les deux diagrammes précédents et calculer le travail W reçu par l'eau au cours de cette transformation.

Le volume final n'est pas nul (c'est à dire négligeable devant le volume initial de gaz) donc d'après les hypothèses, il reste du gaz à l'état final. Il y a donc équilibre liquide gaz tout au long de la transformation durant laquelle le gaz se liquéfie à pression constante : $P_{e,0} = P_{e,sat}$.

La transformation se confond avec une portion d'isotherme d'Andrews sur le diagramme de Watt et il ne s'agit que d'un point (déjà représenté et correspondant à l'état initial et tous les états postérieurs !) sur le diagramme PT puisqu'il y a toujours équilibre.



Comme la transformation est quasi-statique,

$$W = - \int_{V_0}^{V_f} P_{\text{ext}} dV = - \int P_{e,sat} dV = P_{e,sat} (V_0 - V_f) = P_{e,sat} V_0/2 = 415 \text{ J.}$$

2.2 État initial de la transformation

À la quantité n_e d'eau précédente est ajoutée la quantité $n_a = 1,00 \times 10^{-1}$ mol de diazote N_2 . Le mélange est dans un état initial noté (1) de volume V_1 et de pression totale initiale $P_{\text{tot},1} = 3,00 \times 10^4$ Pa.

4. Déterminer si l'eau est sous forme de vapeur "sèche" (vapeur sans liquide) ou de vapeur "saturante" (vapeur contenant du liquide) dans l'état (1). On pourra raisonner en supposant d'abord que l'eau est sous forme de vapeur sèche.

Supposons d'abord que l'eau est sous forme de vapeur sèche. Alors les deux gaz se mélangent avec $n_{e,V} = n_e = 3n_a = 0,300$ mol et la quantité totale de gaz est $n_{V,\text{tot}} = n_{\text{tot}} = 4n_a$.

$$P_e = n_e/n_{\text{tot}} P_{\text{tot}} = 3/4 P_{\text{tot}} = 0,225 \text{ bar} > P_{\text{sat},e}(T_0)$$

Ceci est absurde car alors l'eau serait sous forme liquide (on peut raisonner sur une isotherme d'Andrews dans le diagramme PV).

Donc l'eau est sous forme de vapeur saturante.

5. Déterminer la pression partielle $P_{a,1}$ du diazote dans l'état (1). En déduire V_1 .

D'après la question précédente $P_e = P_{\text{sat},e}(T_0)$ donc $P_{a,1} = P_{\text{tot}} - P_e = 0,100 \text{ bar}$.
Et $V_1 = n_{V,\text{tot}} RT_0 / P_{\text{tot}} = n_{a,1} RT_0 / P_{a,1} = 27,7 \text{ L}$. On a $V_1 < V_0$.

6. Préciser dans l'état (1) les quantités de matières $n_{e,L,1}$ et $n_{e,V,1}$ de l'eau en phases liquide et vapeur respectivement.

$V_1 = n_{e,V,1} RT_0 / P_{e,1}$
donc $n_{e,V,1} = P_{e,1} V_1 / (RT_0) = 2 P_{a,1} V_1 / (RT_0) = 2 n_a = 0,200 \text{ mol}$.
Et $n_{e,L,1} = n_e - n_{e,V,1} = 0,100 \text{ mol}$.

2.3 État final de la transformation

Le mélange précédent subit une détente isotherme quasi-statique de l'état (1) vers l'état (2) de volume V_2 et pour lequel la pression totale est $P_{\text{tot},2} = 2,00 \times 10^4 \text{ Pa}$.

7. Déterminer si l'eau est sous forme de vapeur sèche ou de vapeur saturante dans l'état (2).

$P_{e,2} = \frac{n_{e,V,2}}{n_{V,\text{tot}}} P_{\text{tot},2} < P_{\text{tot},2} = P_{\text{sat},e}(T_0)$ donc la vapeur est sèche ($n_{V,\text{tot}} = n_{\text{tot}}$).
Autre raisonnement :
Si l'eau est sous forme de vapeur saturante, $P_{e,2} = P_{\text{sat},e} = P_{\text{tot},2}$
donc $P_{a,2} = P_{\text{tot},2} - P_{e,2} = 0$, ce qui n'est pas possible. La vapeur d'eau est donc sèche.

8. Déterminer la pression partielle $P_{a,2}$ du diazote dans l'état (2). En déduire V_2 .

$P_{a,2} = \frac{n_a}{n_{\text{tot}}} P_{\text{tot},2} = 0,5 \times 10^4 \text{ Pa}$.
Et $V_2 = n_a RT_0 / P_{a,2} = 55,3 \text{ L}$.

9. Préciser dans l'état (2) les quantités de matières $n_{e,L,2}$ et $n_{e,V,2}$.

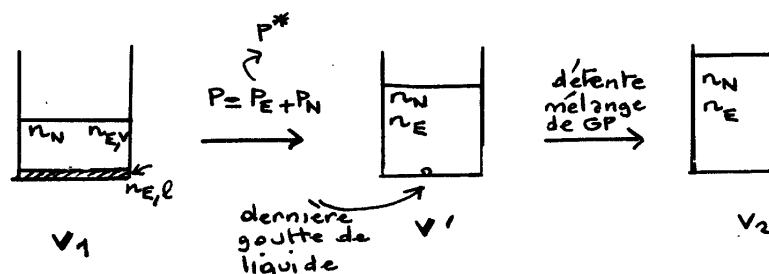
$n_{e,V,2} = n_{e,2} = 0,300 \text{ mol}$ et $n_{e,L,2} = 0$.

2.4 Travail et transferts thermiques

10. Calculer le travail W reçu par le système {eau+diazote} au cours de cette transformation.

On divise la détente en deux phases : durant la première le diazote se détend tandis que l'eau se détend en changeant de phase donc à pression constante $P_{\text{sat},e}$; durant la seconde phase, les deux gaz parfaits se détendent.

Détente isotherme à T_0 de V_1 à V_2



Pour faire les calculs, il faut calculer V' le volume du système à l'état intermédiaire entre les deux phases. P_a' est inconnue mais pas $P_e' = P_{\text{sat},e}$ car il reste une dernière goutte de liquide donc $V' = n_e RT_0 / P_{\text{sat},e} = V_0$ d'après la question 1.

On calcule les travaux reçus lors de ces deux phases quasi-statiques :

$$W_1 = \int_{V_1}^{V'} -(P_{\text{sat},e} + P_a) dV$$

$$W_1 = -P_{\text{sat},e}(V' - V_1) - n_a RT_0 \int_{V_1}^{V'} \frac{dV}{V} = -P_{\text{sat},e}(V' - V_1) - n_a RT_0 \ln(V'/V_1)$$

$$W_2 = \int_{V'}^{V_2} -(P_e + P_a) dV = -(n_e + n_a) RT_0 \int_{V'}^{V_2} \frac{dV}{V} = -(n_e + n_a) RT_0 \ln(V_2/V')$$

Finalement, $W = W_1 + W_2$ donc

$$W = -P_{\text{sat},e}(V' - V_1) - n_a RT_0 \ln(V'/V_1) - (n_e + n_a) RT_0 \ln(V_2/V') = -707 \text{ J}$$

11. Quelle est l'énergie associée à la vaporisation de l'eau lors de cette détente ? Que peut-on conclure sur les transferts thermiques ? Justifier.

L'énergie reçue par l'eau pour se vaporiser est

$$\Delta H_{e,\text{vap}} = (n_{e,L,1} - n_{e,L,2}) \Delta_{\text{vap}} H_{m,e}(T_0) = n_{e,L,1} \Delta_{\text{vap}} H_{m,e}(T_0) = 4,25 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

De plus $\Delta U_{e,v} = 0$ et $\Delta U_a = 0$ tout au long de la transformation isotherme pour des gaz parfaits. $\Delta U_{e,L} = \Delta H_{e,\text{vap}}$ pour la première partie de la transformation.

On peut appliquer le premier principe au système {eau+diazote} :

$$Q + W = \Delta U_{\text{tot}} = \Delta U_{e,v} + \Delta U_{e,L} + \Delta U_a = \Delta H_{e,L}$$

Donc $Q = \Delta H_{e,L} - W = 4,93 \text{ kJ}$. Le système reçoit également une énergie thermique du thermostat pour vaporiser l'eau et maintenir sa température à T_0 .