PHY1301P - MÉCANIQUE DU POINT

DM - *Correction*

EXERCICE 1. En voiture - Distance d'arrêt

Un expérimentateur conduit une voiture à $v_0 = 96{,}5\,\mathrm{km}\cdot\mathrm{h}^{-1}$, en ligne droite. Il fait beau. Un obstacle apparaît au milieu de la route à l'instant $t = 0$: l'expérimentateur se met alors à freiner, avec un temps de réaction $t_\mathrm{r} = 0{,}50\,\mathrm{s}$. Le vecteur accélération est supposé constant, de norme égale à $a_0 = 8{,}20\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$.

1. Schématiser la situation.

2. Déterminer la durée et la distance d'arrêt.

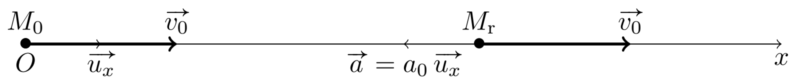
EXERCICE 1. En voiture - Distance d'arrêt

Correction

1. ▷ L'axe choisi pour le mouvement est l'axe Ox, orienté dans le sens du mouvement. Le point O correspond à la position de la voiture à l'instant initial $t = 0$, auquel l'obstacle surgit. La voiture possède à ce moment-là un vecteur vitesse initial $\vec{v_0} = v_0\,\vec{u_x}$, de norme $v_0 = 96{,}5\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$.

▷ Pour $t < t_\mathrm{r} = 0{,}5\,\mathrm{s}$, la voiture roule avec la vitesse v_0 car l'expérimentateur ne commence à freiner qu'à partir de l'instant $t = t_\mathrm{r}$. La position de la voiture à l'instant $t = t_\mathrm{r}$ est indiquée par le point M_r.

▷ Pour $t > t_\mathrm{r}$, le mouvement (de sens $+\vec{u_x}$) est décéléré, donc le vecteur accélération constant s'écrit : $\vec{a} = -a_0\,\vec{u_x}$, avec $a_0 = 8{,}20\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.



2. ▷ Pour $t \in [0, t_\mathrm{r}]$, le mouvement est rectiligne uniforme, avec le point O d'abscisse $x_0 = 0$ comme point de départ. Il vient : $\boxed{\dot{x}(t) = v_0}$ et $\boxed{x(t) = v_0 t}$. La distance parcourue entre l'instant initial $t = 0$ et l'instant $t = t_\mathrm{r}$ est alors : $\boxed{d_\mathrm{r} = x(t_\mathrm{r}) = v_0 t_\mathrm{r}}$.

▷ Pour $t \geq t_\mathrm{r}$, le mouvement est rectiligne décéléré, avec vecteur accélération constant. Par ailleurs, à l'instant t_r, la vitesse et la position sont : $\dot{x}(t_\mathrm{r}) = v_0$ et $x(t_\mathrm{r}) = d_\mathrm{r}$. Il vient : $\boxed{\ddot{x}(t) = -a_0}$, $\boxed{\dot{x}(t) = -a_0\,(t - t_\mathrm{r}) + v_0}$, et $\boxed{x(t) = -\dfrac{1}{2}a_0\,(t - t_\mathrm{r})^2 + v_0\,(t - t_\mathrm{r}) + d_\mathrm{r}}$.

▷ La voiture s'arrête à l'instant t_a tel que $v_x(t_\mathrm{a}) = 0$. Il vient : $\boxed{t_\mathrm{a} = t_\mathrm{r} + \dfrac{v_0}{a_0}}$.

L'application numérique s'écrit : $t_\mathrm{a} = 0{,}50 + \dfrac{96{,}5 \times \frac{1000}{3600}}{8{,}20}$, soit $\boxed{t_\mathrm{a} = 3{,}77\,\mathrm{s}}$ (3 CS).

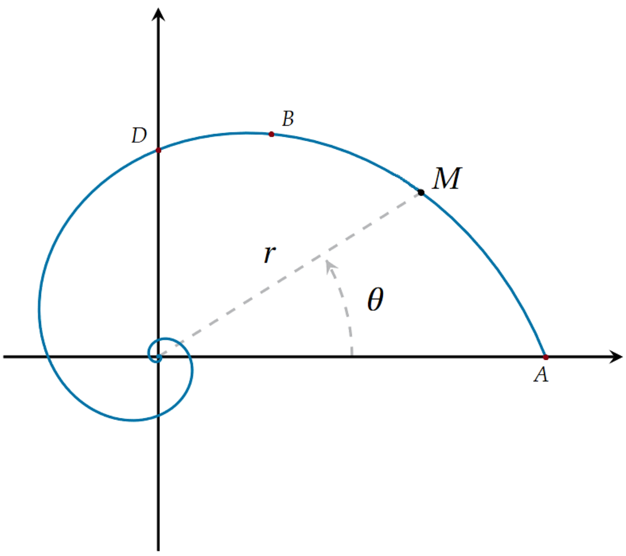
▷ La distance alors parcourue par la voiture est donnée par la position $x(t_\mathrm{a})$:

$$
\begin{aligned}
x(t_\mathrm{a}) &= -\frac{1}{2}a_0\,(t_\mathrm{a} - t_\mathrm{r})^2 + v_0\,(t_\mathrm{a} - t_\mathrm{r}) + d_\mathrm{r} \\
&= -\frac{1}{2}a_0\left(\frac{v_0}{a_0}\right)^2 + v_0\left(\frac{v_0}{a_0}\right) + d_\mathrm{r}
\end{aligned}
$$

Il vient : $\boxed{d_\mathrm{a} = x\,(t_\mathrm{a}) = v_0 t_\mathrm{r} + \dfrac{1}{2}\dfrac{v_0^2}{a_0}}$. L'application numérique donne : $\boxed{d_\mathrm{a} = 57\,\mathrm{m}}$ (2 CS).

EXERCICE 2. Mouvement sur une spirale logarithmique

Soit un point matériel M en mouvement dans un plan. Le système de coordonnées polaires est choisi pour la description du mouvement : $M\,(r,\theta)$. L'allure de la trajectoire pour θ variant de 0 à 2π est :



Cette trajectoire est une spirale logarithmique d'équation polaire : $\mathrm{r}\,(\theta) = a\,\mathrm{e}^{-\theta}$, parcourue dans le sens des θ croissants, avec a une constante positive.

1. Pour cette question, le mouvement est défini par la loi horaire : $\theta = \omega\mathrm{t}$, où la vitesse angulaire $\omega = \dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$ est une constante positive.

(a) Reproduire la figure puis dessiner, aux points A, M, B et D, les vecteurs de la base locale $(\overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_\theta})$.

(b) Dans cette base locale, établir l'expression de la norme du vecteur vitesse en fonction de a, ω et t. Le mouvement est-il uniforme ?

(c) Dans cette base locale, établir l'expression de la norme du vecteur accélération en fonction de a, ω et t.

(d) Donner l'expression du vecteur vitesse au point $A(\theta_A = 0)$ en fonction de a et ω. Même chose au point $D\left(\theta_D = \frac{\pi}{2}\right)$. Même chose pour le vecteur accélération aux mêmes points A et D, en fonction de a et ω^2.

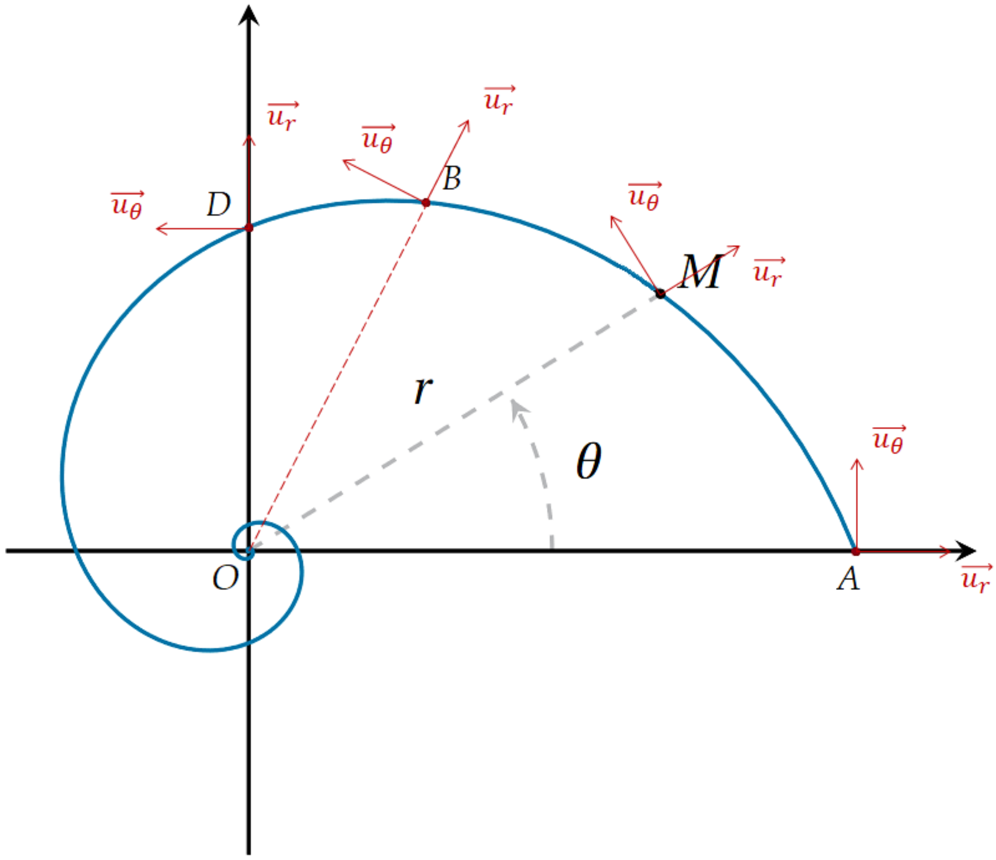
(e) Sur le schéma, représenter approximativement les vecteurs vitesses et accélération aux point A et D. Commenter.

2. Pour cette question, le mouvement est uniforme, de vitesse $v_0 > 0$. En prenant $\theta = 0$ pour $t = 0$, montrer que la loi horaire vérifiée par θ est : $\theta(t) = \ln\left(\dfrac{1}{1 - \dfrac{1}{\sqrt{2}}\dfrac{v_0}{a}t}\right)$. Quelle est la durée totale du parcours ? Quelle est la longueur de la spirale ?

EXERCICE 2. Mouvement sur une spirale logarithmique

Correction

1. (a) La base polaire est une base locale : elle suit le point M, donc lorsque M suit la spirale logarithmique, la base polaire tourne avec lui. *ATTENTION, ici, le mouvement n'est pas circulaire, donc le vecteur $\overrightarrow{u_\theta}$ n'est pas tangent à la trajectoire ! Le vecteur $\overrightarrow{u_\theta}$ est toujours perpendiculaire au vecteur $\overrightarrow{u_r}$, qui lui est dirigé suivant le vecteur position $\overrightarrow{OM} = r\,\overrightarrow{u_r} = a\,\mathrm{e}^{-\omega t}\,\overrightarrow{u_r}$.*



(b) Vecteur vitesse : $\vec{v} = \dot{r}\,\overrightarrow{u_r} + r\dot{\theta}\,\overrightarrow{u_\theta} = a\omega\,\mathrm{e}^{-\omega t}\,(-\overrightarrow{u_r} + \overrightarrow{u_\theta})$. Sa norme est donc :

$$\boxed{\|\vec{v}\| = \sqrt{2}a\omega\,\mathrm{e}^{-\omega t}} \neq \text{cte}$$

Le mouvement n'est pas uniforme.

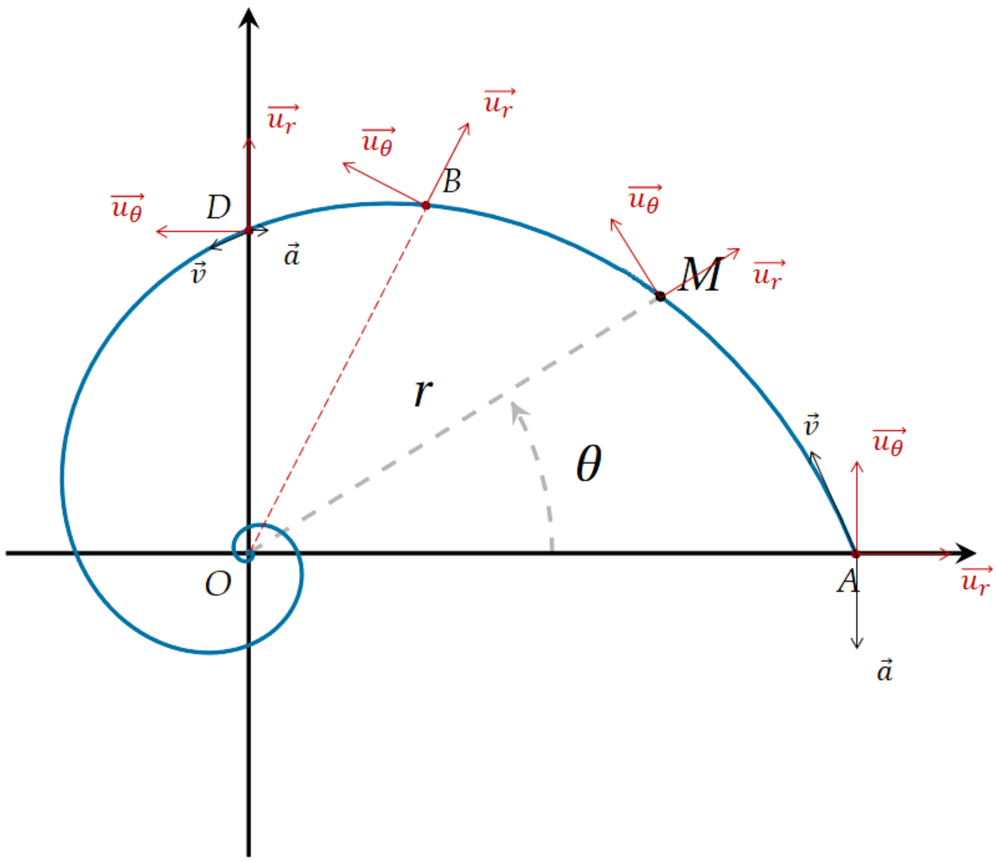
(c) Vecteur accélération : $\vec{a} = \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\overrightarrow{u_r} + \left(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}\right)\overrightarrow{u_\theta} = -2a\omega^2\,\mathrm{e}^{-\omega t}\,\overrightarrow{u_\theta}$. Sa norme est donc :

$$\boxed{\|\vec{a}\| = 2a\omega^2\,\mathrm{e}^{-\omega t}}$$

(d) ▷ Au point A, $\theta = \omega t = 0$, donc $\boxed{\vec{v} = a\omega\,(-\overrightarrow{u_r} + \overrightarrow{u_\theta})}$ et $\boxed{\vec{a} = -2a\omega^2\,\overrightarrow{u_\theta}}$.

▷ Au point D, $\theta = \omega t = \dfrac{\pi}{2}$, donc $\boxed{\vec{v} = a\omega\,\mathrm{e}^{-\frac{\pi}{2}}\,(-\overrightarrow{u_r} + \overrightarrow{u_\theta})}$ et $\boxed{\vec{a} = -2a\omega^2\,\mathrm{e}^{-\frac{\pi}{2}}\,\overrightarrow{u_\theta}}$, avec $\mathrm{e}^{-\frac{\pi}{2}} \approx 0{,}2$.

(e) Sur le schéma, sans se soucier des échelles pour représenter $1 \times a\omega^2$ et $1 \times a\omega$, mais en respectant bien l'orientation locale de la base polaire, il vient :



Le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire, il n'est pas colinéaire au vecteur $\overrightarrow{u_\theta}$. Le vecteur accélération est dirigé dans la concavité de la courbe. Le produit scalaire $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{v}$ est toujours négatif, donc le mouvement est décéléré : la norme $\|\overrightarrow{v}\|$ diminue quand t augmente.

2. $\|\overrightarrow{v}\| = v_0 = \sqrt{2}a\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\,\mathrm{e}^{-\theta}$, avec a et $\dot{\theta} = \dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$ positifs. Cette équation à variables séparables s'intègre en :

$$\sqrt{2}a\left[-\mathrm{e}^{-\theta}\right]_0^\theta = v_0 t \quad \Rightarrow \quad \boxed{\theta(t) = -\ln\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{v_0}{a}t\right)}$$

L'angle polaire tend vers l'infini pour une durée totale de parcours finie : $\theta \to +\infty$ pour $t \to \boxed{\tau = \dfrac{a\sqrt{2}}{v_0}}$.

La longueur de la spirale est finie : $\tau \times v_0 = \boxed{L = \sqrt{2}a}$, pour un nombre infini de tours !

EXERCICE 3. Gouttes d'eau

Durée de transit d'une goutte d'eau dans l'atmosphère

Une goutte d'eau de rayon $a = a_1 = 0{,}010\,\mathrm{mm}$, indéformable et de masse volumique $\rho = 1{,}0 \cdot 10^3\,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3}$, tombe dans le champ de pesanteur uniforme, de norme $g = 9{,}8\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$, suivant un axe vertical Oz dirigé vers le bas. L'atmosphère est modélisée par une couche d'air uniforme de hauteur $h = 8\,\mathrm{km}$. La goutte subit la force de traînée $\overrightarrow{F} = -6\pi\eta \dfrac{a}{1+\frac{\ell}{a}} \overrightarrow{v}$, avec $\eta = 1{,}7 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{N} \cdot \mathrm{s} \cdot \mathrm{m}^{-2}$ et $\ell = 0{,}070\,\mathrm{\mu m}$.

1. Quel est le système ? Choisir un référentiel $(\mathcal{R})$.

2. Montrer que la norme de la poussée d'Archimède $\overrightarrow{\Pi_{\mathrm{A}}}$ est négligeable par rapport à celle du poids $\overrightarrow{P}$.

3. Faire un liste simplifiée des forces et un schéma de la situation.

4. Établir l'expression de la vitesse limite $\overrightarrow{v}_{\mathrm{lim}}$.

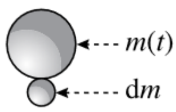
5. Calculer $v_{\mathrm{lim}} = \|\overrightarrow{v}_{\mathrm{lim}}\|$. Même chose pour $a = a_2 = 0{,}10\,\mathrm{mm}$.

6. Estimer la durée de transit T_{g} de gouttes d'eau de rayons $a = a_1 = 0{,}010\,\mathrm{mm}$ partant du haut de l'atmosphère. Même chose pour $a = a_2 = 0{,}10\,\mathrm{mm}$.

7. Quelle serait la durée de transit T_{b} dans l'atmosphère de **bulles** *(et non pas des gouttes)* de rayon $a_2 = 0{,}10\,\mathrm{mm}$ et d'épaisseur $e = 0{,}10 \times a_2$?

Chute d'une goutte d'eau à travers un nuage de gouttes immobiles

Un autre modèle est de considérer que la goutte étudiée traverse un nuage de gouttes immobiles, qui s'agrègent à cette goutte qui chute et qui font augmenter sa masse (phénomène d'accrétion).



Dans ce second modèle, il est admis que la masse de la goutte possède un taux d'accroissement proportionnel à sa vitesse de chute : $\dfrac{1}{m(t)}\dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = \lambda v(t)$, où λ est une constante (de proportionnalité) positive. Ici, la force de trainée n'est pas prise en compte et le système étudié est de masse variable $m(t)$, donc le principe fondamental de la dynamique s'écrit : $\overrightarrow{P} = \dfrac{\mathrm{d}\,\overrightarrow{p}}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[m(t)\,\overrightarrow{v}(t)\right]$.

8. Quelle est la dimension de λ ?

9. Écrire l'équation différentielle vérifiée par $v(t)$. La résoudre et exprimer $v(t)$ pour une goutte tombant initialement du haut de l'atmosphère, où sa vitesse est nulle.

10. Donner les expressions de la durée caractéristique τ_v d'évolution de la vitesse et de la vitesse limite v_{lim}.

11. Calculer τ_v et v_{lim} pour $\lambda = 5{,}0 \cdot 10^{-4}$ (exprimé dans les unités du Système international). Pour quel rayon de goutte y a-t-il égalité de cette vitesse limite avec celle que donne l'expression obtenue avec le premier modèle ? Commenter.

EXERCICE 3. Gouttes d'eau

Correction

1. ▹ Système (Σ) fermé : {goutte}, modélisée par un point matériel M de masse m constante.

▹ Référentiel $(\mathcal{R})$: terrestre, considéré galiléen, auquel est associé un axe vertical Oz orienté vers le bas.

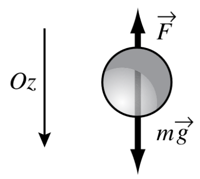
2. La poussée d'Archimède correspond à la résultante des forces de pression exercées par le fluide extérieur (ici l'air) sur le système « immergé » (ici la goutte, de volume immergé V_{im}). Le rapport des normes des deux forces est :

$$\frac{\left\|\overrightarrow{\Pi_{\text{A}}}\right\|}{\left\|\overrightarrow{P}\right\|} = \frac{\rho_{\text{air}} V_{\text{im}} g}{mg} = \frac{\rho_{\text{air}}\,\cancel{\frac{4}{3}\pi a^3 g}}{\rho\,\cancel{\frac{4}{3}\pi a^3 g}} = \frac{\rho_{\text{air}}}{\rho}$$

ce qui est de l'ordre de 10^{-3} dans les conditions normales de température et de pression. La poussée d'Archimède n'est alors pas prise en compte dans cette étude.

3. ▹ Liste simplifiée des forces : le poids $\overrightarrow{P}$ (de direction verticale, de sens vers le bas, et de norme mg) et la force de traînée $\overrightarrow{F}$ (de direction verticale car le mouvement est selon une droite verticale, de sens vers le haut car le mouvement est vers le bas, et de norme $+6\pi\eta\frac{a}{1+\frac{\ell}{a}}v$).

▹ Schéma :



4. Le PFD (principe fondamental de la dynamique) appliqué à M dans $(\mathcal{R})$ galiléen s'écrit : $\overrightarrow{P} + \overrightarrow{F} = m\,\overrightarrow{a}$. L'équation du mouvement est alors :

$$\frac{\mathrm{d}\,\overrightarrow{v}}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{m}\frac{6\pi\eta a}{1+\ell/a}\,\overrightarrow{v} = \overrightarrow{g}$$

C'est une équation différentielle linéaire du premier ordre, à coefficients constants, et avec second membre. La vitesse limite (constante) est obtenue quand $\frac{\mathrm{d}\,\overrightarrow{v}}{\mathrm{d}t}$ s'annule, soit : $\overrightarrow{v}_{\text{lim}} = \left(1+\frac{\ell}{a}\right)\frac{m}{6\pi\eta a}\,\overrightarrow{g}$. Avec $m = \frac{4}{3}\pi\rho a^3$, il vient : $\boxed{\overrightarrow{v}_{\text{lim}} = \left(1+\frac{\ell}{a}\right)\frac{2}{9}\frac{\rho a^2}{\eta}\,\overrightarrow{g}}$, d'où $\boxed{v_{\text{lim}} = \left(1+\frac{\ell}{a}\right)\frac{2}{9}\frac{\rho a^2 g}{\eta}}$. Plus les gouttes sont volumineuses (rayon a grand), plus elles chutent rapidement.

Remarque

- *Prendre en compte la poussée d'Archimède conduit à l'équation du mouvement suivante :*

$$m\frac{\mathrm{d}\,\overrightarrow{v}}{\mathrm{d}t} = \left(1-\frac{\rho_{\text{air}}}{\rho}\right)m\,\overrightarrow{g} - \frac{6\pi\eta a}{1+\ell/a}\,\overrightarrow{v}$$

5. Les applications numériques donnent (avec 2 CS) : $\boxed{v_{\text{lim}\,1} = 1{,}3\,\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}}$ pour $a = a_1$ et $\boxed{v_{\text{lim}\,2} = 1{,}3\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}}$ pour $a = a_2$.

6. Selon l'équation du mouvement, la vitesse limite est atteinte au bout de quelques $(4-5)$ durées caractéristiques $\tau_v = \left(1 + \dfrac{\ell}{a}\right)\dfrac{m}{6\pi\eta a}$, soit $\tau_v = \dfrac{v_{\text{lim}}}{g} = \left(1+\dfrac{\ell}{a}\right)\dfrac{2}{9}\dfrac{\rho a^2}{\eta}$.
Les applications numériques donnent (avec 2 CS) : $\tau_{v\,1} = 1{,}3\cdot 10^{-3}\,\text{s}$ pour $a = a_1$ et $\tau_{v\,2} = 1{,}3\cdot 10^{-1}\,\text{s}$ pour $a = a_2$. Ces « petites » valeurs conduisent à faire l'hypothèse de prendre la vitesse du mouvement égale à sa vitesse limite durant toute la durée de transit :

La hauteur h est traversée à la vitesse v_{lim} en une durée de transit $T_{\text{g}} = \dfrac{h}{v_{\text{lim}}}$, soit : $\boxed{T_{\text{g}} = \dfrac{1}{1+\ell/a}\dfrac{9}{2}\dfrac{h\eta}{\rho a^2 g}}$.

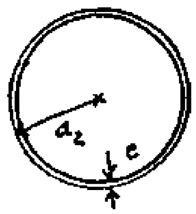
Les applications numériques donnent (avec 1 CS) : $\boxed{T_{\text{g}\,1} = 6\cdot 10^5\,\text{s}}$ (environ 7 jours) pour $a = a_1$ et $\boxed{T_{\text{g}\,2} = 6\cdot 10^3\,\text{s}}$ (environ 2 heures) pour $a = a_2$.

Remarque

- *Sans trop attacher d'importance aux valeurs numériques exactes, car établies sur des cas hypothèses simplistes, la conclusion implicite de l'ordre de grandeur obtenu pour la valeur numérique est que la durée de transit T_{g} des gouttes d'eau dans l'atmosphère est susceptible d'assurer l'existence d'un arc-en-ciel pendant quelques minutes.*

7. ▷ La poussée d'Archimède est encore négligeable devant le poids. (faire un raisonnement quasi-identique à celui de la question 2).

▷ L'épaisseur e de la bulle est faible par rapport à son rayon a_2 ($\dfrac{e}{a_2} = 0{,}10$), donc le volume de l'eau qui constitue la bulle est estimé par la relation $4\pi a_2^2 \times e$, ce qui permet de calculer sa masse en négligeant celle de l'air enfermé : $m = \rho \times 4\pi a_2^2 e$.



Il vient la vitesse limite et la durée de transit : $\boxed{v_{\text{lim}} = \left(1+\dfrac{\ell}{a_2}\right)\dfrac{2}{3}\dfrac{\rho a_2 e g}{\eta}}$ et $\boxed{T_{\text{b}} = \dfrac{1}{1+\ell/a_2}\dfrac{3}{2}\dfrac{h\eta}{\rho a_2 e g}}$.

Les applications numériques donnent (avec 1 CS) : $\boxed{v_{\text{lim}} = 0{,}4\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}}$ et $\boxed{T_{\text{b}} = 2\cdot 10^4\,\text{s}}$ (environ 6 heures).

Remarques

- *La vitesse limite de la goutte est multipliée par $\dfrac{3}{10}$ pour obtenir celle de la bulle et la durée de transit de la goutte est divisée par $\dfrac{3}{10}$ pour obtenir celle de la bulle.*
- *Avec les valeurs numériques proposées, le terme correctif en ℓ/a est négligeable devant 1, donc toute l'étude aurait pu se faire avec une expression plus simple de la force de traînée. Cela simplifie les expressions des vitesses limites, de la durée de transit, et de la durée caractéristique d'évolution de la vitesse.*

8. $\lambda = \dfrac{1}{mv}\dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}$ donc $[\lambda] = \mathrm{L}^{-1}\cdot\mathrm{T}\cdot\mathrm{T}^{-1}$, soit : $\boxed{[\lambda] = \mathrm{L}^{-1}}$.

9. Maintenant, le « PFD » (pour le système ouvert...) cette fois :

$$m\,\vec{g} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[m(t)\,\vec{v}(t)\right] = m\frac{\mathrm{d}\,\vec{v}}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}\,\vec{v}$$

En divisant par m, le taux d'accroissement massique $\left(\frac{1}{m}\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = \lambda v\right)$ apparaît, ce qui laisse apparaît une « traînée effective » en v^2 :

$$m\frac{\mathrm{d}\,\vec{v}}{\mathrm{d}t} = m\,\vec{g} - \lambda m v\,\vec{v}$$

En projetant sur l'axe vertical descendant Oz, il vient une équation différentielle non linéaire :

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = g - \lambda v^2 = g\left(1 - \frac{v^2}{v_{\mathrm{lim}}^2}\right), \quad \text{avec } v_{\mathrm{lim}} = \sqrt{\frac{g}{\lambda}}$$

En posant $u = \dfrac{v}{v_{\mathrm{lim}}}$ (donc $\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = \dfrac{1}{v_{\mathrm{lim}}}\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$), il vient une équation différentielle à variables séparables :

$$\frac{\mathrm{d}u}{1-u^2} = \frac{g}{v_{\mathrm{lim}}}\,\mathrm{d}t$$

Avec $u(0) = 0$ et en posant $\tau_v = \dfrac{v_{\mathrm{lim}}}{g}$, l'intégration donne : $\boxed{\mathrm{argtanh}(u) = \dfrac{t}{\tau_v}}$. Il vient : $\boxed{v(t) = v_{\mathrm{lim}}\tanh\left(\dfrac{t}{\tau_v}\right)}$.

Remarque

- *La fonction tangente hyperbolique définie par* $x \mapsto \tanh(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{x} - \mathrm{e}^{-x}}{\mathrm{e}^{x} + \mathrm{e}^{-x}}$ *permet bien de retrouver que* $v(t \to +\infty) = v_{\mathrm{lim}}$.

10. La vitesse limite de chute est : $\boxed{v_{\mathrm{lim}} = \sqrt{\dfrac{g}{\lambda}}}$. La durée caractéristique d'évolution de la vitesse est $\tau_v = \dfrac{v_{\mathrm{lim}}}{g}$, soit : $\boxed{\tau_v = \dfrac{1}{\sqrt{\lambda g}}}$.

11. ▷ Les applications numériques donnent (raisonnablement avec 2 CS) : $v_{\mathrm{lim}} = 1{,}4\cdot 10^{2}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ (ce qui est très « élevé ») et $\tau_v = 14\,\mathrm{s}$.

▷ Avec le premier modèle et sans tenir compte du terme correctif en ℓ/a, cette vitesse limite serait atteinte pour : $\boxed{a = \sqrt{\dfrac{9}{2}\dfrac{\eta}{\rho}\dfrac{1}{\sqrt{\lambda g}}}}$.

L'application numérique donne (raisonnablement avec 1 CS) : $\boxed{a = 1\,\mathrm{mm}} \gg a_2 \gg a_1$.

Le freinage par accrétion concerne les « grosses » gouttes (par exemple lorsqu'il y a de fortes pluies d'orage, à cause de nuages bas).