1. Soit $n, p \geqslant 2$ avec $n \neq p$. Soit O un ouvert de $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p$, et $f : O \to \mathbb{R}^n$ une fonction. Soit $(a, b) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p$. On peut appliquer le théorème des fonctions implicites à f au point (a, b) si :

   Réponse – Vrai

   f est de classe $\mathcal{C}^k$, $f(a, b) = 0_{\mathbb{R}^n}$, et $d[f(\cdot, b)]_a$ est inversible.

   Réponse – Faux

   f est de classe $\mathcal{C}^k$, $f(a, b) = 0_{\mathbb{R}^p}$, et $d[f(a, \cdot)]_b$ est inversible.

   Réponse – Faux

   f est de classe $\mathcal{C}^k$, $f(a, b) = 0_{\mathbb{R}^n}$, et $\partial_2 f(a, b) \neq 0$.

   Réponse – Faux

   f est de classe $\mathcal{C}^k$, $f(a, b) = 0_{\mathbb{R}^p}$, et $\partial_1 f(a, b) \neq 0$.

2. Dans quel cas regarde-t-on une des dérivées partielles de $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p \to \mathbb{R}^p$ pour appliquer le théorème des fonctions implicites plutôt que de regarder la jacobienne de f ?

   Réponse – Vrai

   Quand $p = 1$.

   Réponse – Faux

   Quand $n = 1$.

   Réponse – Faux

   Quand $p = n$.

   Réponse – Faux

   Quanq $n > p$.

3. Du coup, c'est quoi le R dans la formule $PV = nRT$?

Réponse – Vrai

La constante des gaz parfaits.

Réponse – Faux

Le rotationnel.

Réponse – Faux

La constante d'Avogadro.

Réponse – Faux

La constante de Planck.

4. Pourquoi on a appliqué le théorème des fonctions implicites à la variable x plutôt qu'aux varibles a_0, a_1, ..., a_n dans l'application pour trouver les racines des polynômes ?

Réponse – Vrai

Parce qu'on veut savoir comment les racines du polynômes bougent en fonction des coefficients.

Réponse – Faux

Parce que les autres dérivées partielles f ne s'annulent pas.

Réponse – Faux

Parce que les autres dérivées partielles f ne sont pas de classe $\mathcal{C}^k$.

Réponse – Faux

C'était un choix arbitaire.

5. Soit $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ de classe $\mathcal{C}^1$, et $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ tels que $f(a, b) = 0$. Quand on cherche un ouvert $U \subseteq \mathbb{R}$ et une fonction $\phi : U \to \mathbb{R}$ telle que $f(\phi(x), x) = 0$ sur U pour pouvoir appliquer le théorème des fonctions implicites, on regarde :

Réponse – Vrai

$\partial_1 f$

Réponse – Faux

$\partial_2 f$

Réponse – Faux

$\partial_1 f$ et $\partial_2 f$

Réponse – Faux

La copie du voisin.

6. Soit $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ de classe $\mathcal{C}^1$. Pourquoi a-t-on le droit de dériver l'expression $f(x, y) = 0$ par rapport à x au voisinage de (x_0, y_0) quand $f(x_0, y_0) = 0$ et $\partial_2 f(x_0, y_0) \neq 0$?

Réponse – Vrai

Parce que $y = \phi(x)$ sur un ouvert U qui contient x, donc on peut dériver l'expression par rapport à x.

Réponse – Faux

Parce que si une fonction s'annule en un point, sa dérivée s'annule aussi en ce point.

Réponse – Faux

Parce que la fonction f est nulle pour tous les couples (x, y) au voisinaage de (x_0, y_0) et que la dérivée d'une fonction nulle est nulle.

Réponse – Faux

On n'a pas le droit.

7. Pourquoi calcule-t-on un développement limité de ϕ dans l'exercice fait en cours plutôt que de donner l'expression de ϕ ?

Réponse – Vrai

Parce qu'on ne peut pas donner l'expression explicite de ϕ.

Réponse – Faux

Parce que c'est plus facile.

Réponse – Faux

Parce que ϕ n'est pas de classe $\mathcal{C}^\infty$.

Réponse – Faux

Il faut calculer les dérivées secondes de f pour donner une expression explicite de ϕ.