上海交通大学巴黎卓越工程师学院阶段测试
Devoir supervisé

2021 至 2022 学年，第 1 学期
Année universitaire 2021-2022, 1er semestre

课程名称：**信号学**
Cours : **Signaux**
PH248 (PHY2302P)

班级号 N° de classe		学号 N° d'étudiant(e)	
中文姓名 Nom, prénom chinois		法文名字 Prénom français	

成绩 **Note**	

说明
Avertissement

1．考试的时间：持续**1小时40分钟。**
1. Durée de l'examen : **1 heure 40 minutes.**

2．**可以使用计算器。**但不能使用其它电子设备（包括手机、平板电脑）和任何参考资料。也不能带自己的草稿纸。
2. L'utilisation d'une calculatrice est **autorisée**. Les autres outils électroniques (téléphone, tablette, etc.) et tous les documents sur papier sont interdits. Il est aussi interdit d'apporter son propre papier de brouillon.

3．各个课题是不相关的，可以按照任何顺序来完成。
3. Les exercices sont indépendants. Ils peuvent être traités dans un ordre quelconque.

4．请注意会影响阅卷老师批改试卷的书写质量：不清楚的或者没有清楚表述的答题将影响得分。
4. La correction tient compte de la qualité de la rédaction : toute copie illisible ou mal présentée sera pénalisée.

Exercice 1 – Tension et intensité d'une bobine en RSE (40)

Une bobine idéale est purement inductive, sans résistance. Alors une bobine réelle est modélisée, aux basses et moyennes fréquences (jusqu'à 10 kHz environ), par l'association série de son inductance L et de la résistance r de son bobinage.

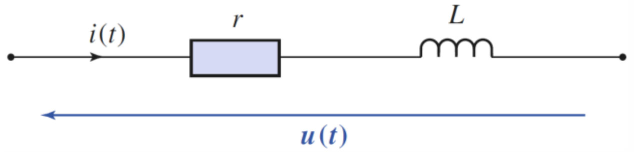

Figure 1. Modélisation d'une bobine aux basses et moyennes fréquences

1. Une bobine *idéale* d'inductance L est connectée à une source de tension idéale $u(t) = u_{\mathrm{m}} \cos(\omega t)$. Calculer le courant $i(t)$ qui traverse la bobine en régime sinusoïdal établi.

2. Montrer que la caractéristique dynamique, la courbe $i(u)$, de la bobine idéale est une ellipse. Tracer cette ellipse en mettant la tension en abscisse, et indiquer le sens de parcours de l'ellipse.

On étudie désormais une bobine réelle d'inductance $L = 100$ mH et de résistance interne $r = 10\ \Omega$. Les caractéristiques de la source de tension : $u_{\mathrm{m}} = 10$ V et $\omega = 320$ rad · s^{-1}.

3. Calculer l'intensité qui traverse la bobine réelle et faire l'application numérique. Quelle est la valeur efficace de l'intensité ? Quelle est le facteur de puissance de cette bobine réelle ?

4. Tracer la caractéristique dynamique de cette bobine réelle.

5. On veut augmenter le facteur de puissance à 1 en ajoutant un condensateur en série dans le circuit. Déterminer la capacité nécessaire du condensateur. Une résonance a lieu en ce moment, c'est la résonance de l'intensité ou la résonance de $u_{\mathrm{c}}(t)$ (tension aux bornes du condensateur) ? Justifiez votre réponse.

Exercice 2 – Spectres des signaux triangulaires et créneaux (40)

On fait les analyses spectrales des signaux triangulaires et créneaux de même fréquence f. Les deux signaux ont une valeur moyenne de 0 et une même amplitude crête-à-crête $2A$.

On donne le théorème de Fourier ici : une fonction T-périodique peut être décomposée en une série de fonctions sinusoïdales de la forme :

$$f(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[A_n \cos\left(n\frac{2\pi}{T}t\right) + B_n \sin\left(n\frac{2\pi}{T}t\right) \right]$$

Où les coefficients A_n et B_n, **coefficients de Fourier**, vérifient (on note $\omega = \frac{2\pi}{T}$) :

$$A_n = \frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} f(t)\cos(n\omega t)\,\mathrm{d}t \text{ pour } t_0 \text{ quelconque, et } B_n = \frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} f(t)\sin(n\omega t)\,\mathrm{d}t$$

1. Montrer que le signal créneau peut être décomposé en harmoniques (tous impairs) d'amplitudes $\frac{4A}{\pi}, \frac{4A}{3\pi}, \frac{4A}{5\pi}, \frac{4A}{7\pi} \dots \frac{4A}{(2n+1)\pi}$ et de fréquences $f, 3f, 5f, 7f\ \dots (2n+1)f$.

2. En déduire que le signal triangulaire peut être décomposé en harmoniques (tous impairs) d'amplitudes $a, \frac{a}{9}, \frac{a}{25}, \frac{a}{49} \dots \frac{a}{(2n+1)^2}$ avec $a = \frac{8A}{\pi^2}$ et de fréquences $f, 3f, 5f, 7f \dots (2n+1)f$.

3. Tracer le schéma d'un filtre passe-bas RC, et calculer la fréquence de coupure à –3,0 dB avec les grandeurs $R = 1{,}0\ \mathrm{k\Omega}$ et $C = 0{,}10\ \mu\mathrm{F}$.

4. La fréquence f est 100 Hz pour cette question. Après avoir passé le filtre passe-bas RC, quel signal se déforme moins, le signal créneau ou le signal triangulaire ? Donner une explication **qualitative**.

5. La fréquence f est $1{,}0 \cdot 10^5$ Hz pour cette question. Justifier que le filtre passe-bas fonctionne comme un intégrateur. Le signal d'entrée est le signal triangulaire, calculer le signal de sortie en précisant son amplitude et le tracer dans la figure en-dessous.

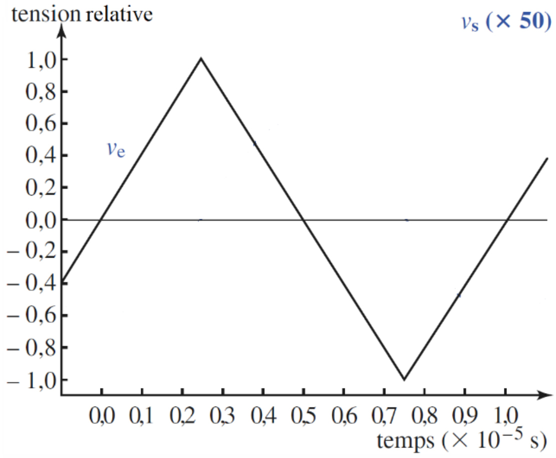

Figure 2 Le signal triangulaire comme signal d'entrée. Ajouter le signal de sortie dans cette figure.

Exercice 3 – Théorème de Parseval (20)

On veut redresser un signal sinusoïdal de fréquence f_0 et d'amplitude u_0. Le **redressement** simple alternance coupe les valeurs négatives d'un signal, alors que le redressement double alternance extrait la valeur absolue d'un signal sinusoïdal, comme montré en figure ci-dessous :

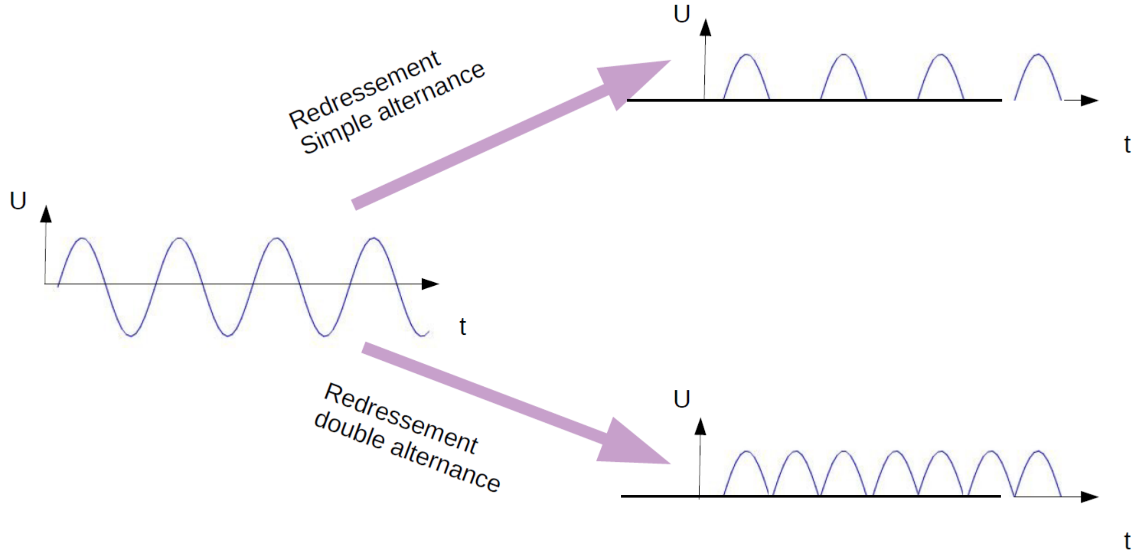

Figure 3 Redressement simple alternance et double alternance

1. Calculer, en utilisant sa définition, la valeur efficace u_{eff} de la tension sinusoïdale redressé par la simple alternance et double alternance.

2. Ce courant, redressé en double alternance, est filtré par un filtre passe-bas **parfait**, de fréquence de coupure f_c. Déterminer la valeur minimale de f_c pour que 99 % de la puissance moyenne soit transmise. On donne la décomposition en série de Fourier d'un signal redressé double alternance :

$$u(t) = \frac{2u_0}{\pi}\left[1 - 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos(2n\omega_0 t)}{4n^2 - 1}\right]$$