Institut
Mines-Télécom

Électronique des Systèmes d'acquisition

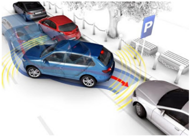
Chadi Jabbour

Convertisseur Analogique Numérique

Outline

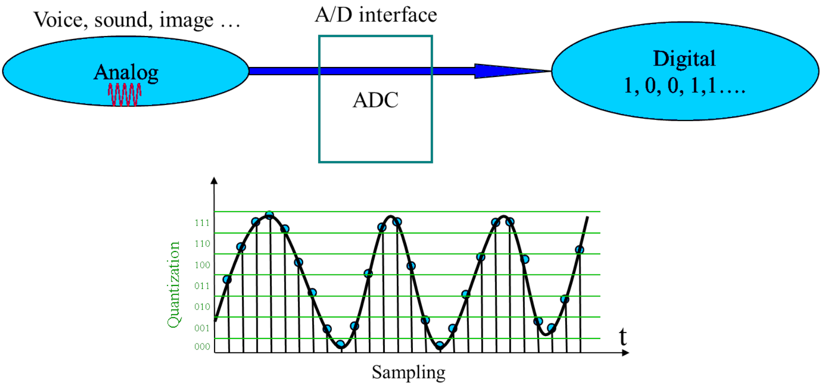
Outline

Le monde réel est analogique



Tous les systèmes de com. (filaires, sans fil, sur fibre), tous les systèmes de détection (radar, capteur de distance ...), tous les systèmes audio, un moment ou un autre, sont analogiques

Interface



Convertisseur Analogique Numérique

Le Convertisseur Analogique Numérique est l'interface entre le monde réel analogique et le monde numérique de caclul.

Outline

TELECOM Paris

Principe

La conversion analogique numérique requiert 2 étapes principales:

- Une discrétisation dans le temps autrement appelée échantillonnage
- Une discrétisation en valeur autrement appelée la quantification
  - consiste à réduire l'ensemble des valeurs traitées à un ensemble de valeurs connues.

Convertisseur Analogique Numérique

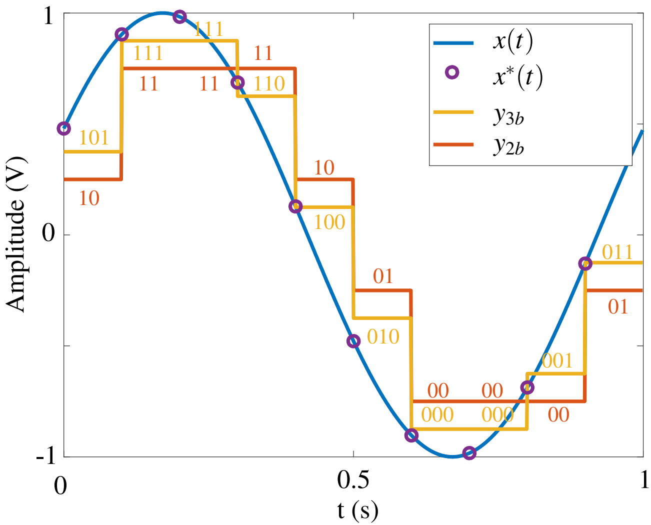
On utilise l'acronyme CAN pour désigner les Convertisseurs Analogique Numérique, ainsi que ADC pour *Analogue to Digital Converter*.

Fréquence d'échantillonnage

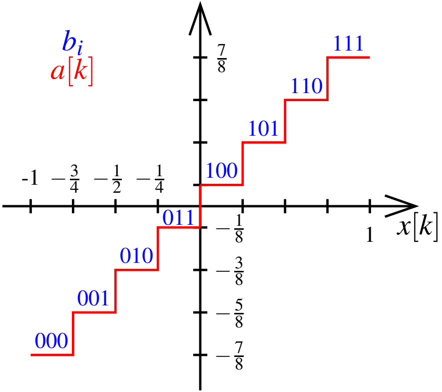
La fréquence d'échantillonnage est notée f_e, la notation f_s pour *Sampling frequency* est aussi souvent utilisée.

Exemple de quantification

$f_{signal} = 1\,\text{Hz} \quad A_{Signal} = 1\,\text{V} \quad f_e = 10\ \text{Hz}$



Exemple



Déterminer pour une entrée analogique $x[k] = -0.53$:

- la sortie numérique $N[k]$
- la sortie binaire $b_i[k]$
- l'estimation $a[k]$
- l'erreur de quantif. $e[k]$

nb=3 ; PE=2 V ; q=0.25 V

Définition

La grandeur analogique $x[k]$ est transformée en un signal num. $(b_1, b_2, ...b_{nb})$

$$x[k] = v_{min} + \left(b_1[k]\frac{PE}{2} + b_2[k]\frac{PE}{4} + \cdots b_n[k]\frac{PE}{2^{nb}}\right) + \frac{PE}{2^{nb+1}} + e$$

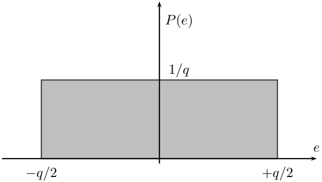
$$x[k] = N[k]\frac{PE}{2^{nb}} + \frac{PE}{2^{nb+1}} + v_{min} + e = N[k]q + \frac{q}{2} + v_{min} + e[k],$$

- PE : la pleine échelle du convertisseur, égale à la différence entre la valeur max. v_{max} et min. v_{min} supportées par le convertisseur.
- e : l'erreur de quantification du convertisseur comprise entre $\pm q/2$
- N : la sortie numérique du convertisseur
- nb : le nombre de bit ou la résolution du CAN
- b_1 : le bit de poids le plus fort (MSB : *Most Significant Bit*) et b_{nb} : le bit de poids le plus faible (LSB : *Least Significant Bit*).
- Pas de quantification ou quantum $q = \frac{PE}{2^{nb}}$.

On peut ainsi définir la grandeur $a[k]$ qui correspond à l'estimation de $x[k]$ avec:

$$a[k] = v_{min} + N[k]q + \frac{q}{2} = x[k] - e[k]$$

Erreur de quantification



- Variance d'une V.A. à densité (centrée) :

$$\sigma^2 = \frac{1}{q} \int_{-q/2}^{+q/2} e^2 de = \frac{q^2}{12}.$$

- Pour un signal *stationnaire* et *ergodique* (Théorème de Wiener-Khintchine) :

Rapport signal à bruit (RSB) - Signal to noise ratio (SNR)

- Signal utile : $x(t) \rightarrow dsp_x(f) \rightsquigarrow |TF(x)|^2$
- Bruit : $e(t) \rightarrow dsp_e(f)$
  - Uniforme : $dsp_e(f) = \text{constante}$

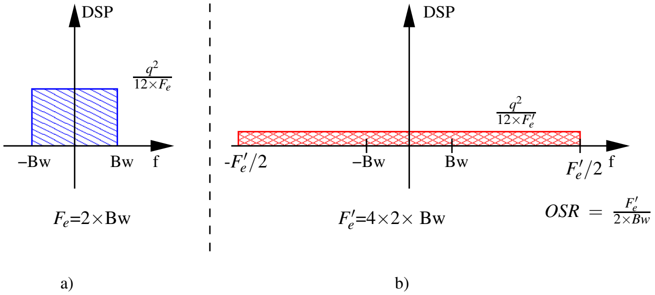
$$SQNR = \frac{\text{puissance du signal}}{\text{puissance du bruit}} = \frac{\int_{-f_e/2}^{+f_e/2} dsp_x(f) df}{\int_{-f_e/2}^{+f_e/2} dsp_e df}$$

Si $x(t) = Amp \sin(2\pi ft), \implies SQNR = \frac{3}{2} \cdot 2^{2nb} \cdot \left(\frac{2 \cdot Amp}{PE}\right)^2$

En dB:

$SQNR_{dB} = 10 \log_{10}(SQNR) = 1,76 + 6,02nb + 20 \log_{10}\left(\frac{2 \cdot Amp}{PE}\right)$

Sur-échantillonnage



Effet du sur-échantillonnage

Quand on sur-échantillonne, la puissance du bruit de quantification reste constante mais est étalée sur une bande de fréquence plus large

L'expression générale du SQNR devient

$$SQNR_{dB} \approx 6.02nb + 1.76 + 20\log_{10}\left(\frac{2\cdot Amp}{PE}\right) + 10\log_{10}\left(\frac{f_e}{2\cdot Bw}\right)$$

Budget de Bruit

- D'autres bruits comme le bruit thermique et le bruit en 1/f (*flicker noise*) impactent la précision des CANs
- Il faut établir un budget entre les différentes sources de bruit
- L'objectif est de trouver le meilleur compromis entre consommation et complexité tout en respectant le cahier des charges fixé
- Le calcul s'appuie sur l'approximation que tous les bruits sont décoréllés.

$$SNR_{Glob-dB} = 10\log\left(\frac{\text{puissance du signal}}{\text{puissance du bruit}}\right)$$

$$SNR_{Glob-dB} = 10\log\left(\frac{Ps}{PB_{Quant} + PB_{Ther} + PB_{Flicker}\dots}\right)$$

Exercice :capteur cardiaque

Nous souhaitons faire le *reverse engineering* d'un CAN d'un capteur cardiaque ayant un SNR de 40 dB sur une bande entre 0 et 50 Hz. 3 types de bruit y sont présents: le bruit thermique, le bruit 1/f (*flicker noise*) et le bruit de quantification.

$$PSD_{Flicker} = \frac{2.1 \times 10^{-7}}{f} \mathrm{V}^2/\mathrm{Hz} \quad ; \quad PSD_{Therm} = 10^{-7} \mathrm{V}^2/\mathrm{Hz}$$

- Vu que le *flicker noise* a un comportement en 1/f, expliquez pourquoi ceci n'est pas un problème.
- Calculer la puissance du bruit thermique et 1/f sur 1 µHz à 50 Hz.
- Avec $P_{Signal-utile} = 0.1\,\mathrm{V}^2$, calculer la puissance maximale autorisée pour le bruit total à la sortie du CAN.
- En déduire la puissance maximale autorisée pour le bruit de quantification et le budget de bruit adopté par le concurrent pour son CAN.
- Calculer le nombre de bits nécessaire pour le CAN pour une PE de 1 V.