Travaux dirigés

TD N° 01 : Programmation linéaire (forme standard)

Pour mettre en valeur un terrain de 40 ha, un agriculteur dispose d'un montant de 63 000 unités monétaires (u.m.), de 840 journées de travail et se propose de semer du maïs, du blé et du soja. La préparation à la culture coûte : 1500 u.m. par ha pour le maïs, 1800 u.m. par ha pour le blé et 1050 u.m. par ha pour le soja. La culture d'un ha nécessite : 18 journées de travail pour le maïs, 27 journées pour le blé et 15 journées pour le soja.

Les rapports espérés sont respectivement proportionnels à : 420 u.m. pour le maïs, 510 u.m. pour le blé et 360 u.m pour le soja. Quels seront les espacesà exploiter pour ces trois cultures pour maximiser la rentabilité de l'agriculteur ?

TD N° 02 : Programmation linéaire (forme standard)

Une entreprise pharmaceutique fabrique trois types de médicaments : des euphorisants,des analgésiques et des somnifères, dont les bénéfices de production escomptés sont respectivement de 25, 60 et 30 milliers d'euros par kilo.

Pour fabriquer chacun de ces médicaments, troismatières premières sont utilisées : morphine, caféine et aspirine. Les quantités nécessaires deces produits pour fabriquer un kilo de médicaments sont résumées dans le tableau suivant :

	euphorisant	Analgésique	somnifère
Morphine	2	4	4
Caféine	1	2	0
Aspirine	2	5	4

Par ailleurs les quantités de morphine, caféine et aspirine sont limitées par leur productionà respectivement 20, 6 et 14 unités par jour.Le but de l'exercice est de plannifier les quantités de médicaments à produire afin de maximiser le bénéfice quotidien.

a. Modéliser le problème sous forme d'un programme linéaire.
b. Résoudre celui-ci avec l'algorithme du simplexe.

TD N° 03 : Programmation linéaire (forme standard)

Un atelier peut fabriquer trois types d'articles :

- l'article A_1 à la cadence de 35 objets à l'heure ;
- l'article A_2 à la cadence de 45 objets à l'heure et
- l'article A_3 à la cadence de 20 objets à l'heure.

Cette fabrication utilise une machine unique, disponible 200 heures par mois. Le bénéfice unitaire

- pour l'article A_1 est de 60 u.m. par objet,
- pour A_2 de 40 u.m.,
- pour A_3 de 80 u.m.

Ces objets sont vendus en totalité à des grossistes ; on a observé qu'on ne pouvait écouler, par mois,

- plus de 4 900 objets du type A_1,
- ni plus de 5 400 objets du type A_2,
- ni plus de 2 000 objets du type A_3.

Quels sont alors les nombres des objets à fabriquer pour avoir du bénéfice maximal ?

TD N° 04 : Programmation linéaire (forme standard)

L'entreprise Simtech doit, dans son processus de fabrication de ses produits, utiliser trois phases successives d'opération : l'usinage des pièces, l'assemblage et la finition. Pour simplifier le problème, supposons que l'entreprise fabrique trois produits P_1, P_2 et P_3. Les différentes phases d'opération ne peuvent toutefois fonctionner que pendant un certain nombre d'heures. La main d'œuvre actuelle limite le nombre d'heures disponibles aux valeurs suivantes :

Usinage : 100 heures
Assemblage : 120 heures
Finition : 200 heures

Le tableau suivant nous indique les temps de fabrication requis, en heure/unité, aux différentes phases d'opération pour fabriquer les produits P_1, P_2 et P_3.

	P_1	P_2	P_3
Usinage	1	2	1
Assemblage	3	4	2
Finition	2	6	4

Le département de comptabilité de l'entreprise a estimé aux valeurs suivantes la contribution au bénéfice de chaque produit : P_1 : 6 u.m./unité
P_2 : 7 u.m./unité
P_3 : 8 u.m./unité

Déterminer à l'aide de la méthode de simplexe, le meilleur programme de fabrication.

TD N° 05 : Programmation linéaire (forme générale)

On désire déterminer la composition, à coût minimal, d'un aliment pour bétail qui est obtenu en mélangeant au plus trois produits : orge, arachide, sésame. L'aliment ainsi conditionné devra comporter au moins 22 % de protéines et 3,6 % de graisses, pour se conformer aux exigences de la clientèle.

On a dans le tableau ci-dessous les pourcentages de protéines et de graisses contenus, respectivement, dans l'orge, les arachides et le sésame, ainsi que le coût par tonne de chacun des produits bruts :

Produit brut	Orge	arachides	sésame	Pourcentage requis
Pourcentage de protéines	12 %	52 %	42 %	22 %
Pourcentage de graisses	2 %	2 %	10 %	3,6 %
Coût par tonne	25 F	41 F	39 F	

On notera x_i (i = 1,2,3) la fraction de tonne de produit brut i contenu dans une tonne d'aliment. Formuler algébriquement le problème. Trouver les quantités x_1, x_2 et x_3 respectant les contraintes ci-dessus et en minimisant le coût de l'aliment.

TD N° 06 : Programmation linéaire (forme générale)

On désire faire un mélange de trois gaz combustibles dans les conditions suivantes :

- Le volume total doit atteindre 250 000 m^3 ;
- Le volume calorifique doit être compris ente 2 200 mth/m^3 et 2 600 mth/m^3 ;
- La teneur en soufre ne doit pas dépasser 3 grammes/m^3 ;
- La proportion du troisième gaz ne doit pas excéder 28 % du volume total.

Les teneurs respectifs en soufre sont de 7, ½, et 2 grammes par m^3. Les pouvoirs calorifiques respectifs se montent à 1 000, 2 000 et 6 000 mth/m^3.

Déterminer le mélange le moins coûteux, en admettant que les prix respectifs sont de 12, 36 et 10 unités monétaires par millier de m^3.

TD N° 07 : Programmation linéaire avec résolution graphique

Un artisan chocolatier décide de confectionner des œufs en chocolat. En allant inspecter ses réserves, il constate qu'il lui reste 18 kg de cacao, 8 Kg de noisettes et 14 Kg de lait. Il a deux spécialités : l'œuf Extra et l'œuf Sublime.

Un œuf Extra nécessite 1 Kg de cacao, 1 Kg de noisette et 2 Kg de lait. Un œuf Sublime nécessite 3 Kg de cacao, 1 Kg de noisette et 1 Kg de lait.

Il fera un profit de 20 euros en vendant un œuf Extra, et 30 euro en vendant un œuf Sublime. Combien d'œufs Extra et Sublime doit-il fabriquer pour faire le plus grand bénéfice possible ?

TD N° 08 : Programmation linéaire avec résolution graphique

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \leq 3 \\ x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 2 \end{cases}$$
$$\text{MAX}\,(Z = 2x_1 + x_2)$$

$$\begin{cases} x_2 \leq 1000 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 4500 \\ x_1 \geq 600 \\ x_2 \geq 600 \end{cases}$$
$$\text{MAX}\,(Z = 4x_1 + 5x_2)$$

TD N° 09 : Programmation linéaire par la dualité et avec la résolution graphique

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 6 \\ 6x_1 + x_2 \geq 6 \\ x_1 + 2x_2 \geq 4 \end{cases}$$
$$\text{MIN}\,(Z = 3x_1 + 4x_2)$$

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 \geq 8 \\ x_1 + 4x_2 \geq 8 \\ 7x_1 + 10x_2 \geq 47 \end{cases}$$
$$\text{MIN}\,(Z = 2x_1 + 3x_2)$$