История приближённого решения алгебраических и трансцендентных уравнений

Лансков Никита, 3640102/0020

5 ноября, 2020

Введение

Сегодня поговорим об истории решения уравнений. Как на протяжении всей человеческой истории люди находили приближённые решения уравнений, и какие задачи с их помощью решали. Вначале рассмотрим два основных класса уравнений, а также поговорим о том, что такое точное и приближённое решение уравнения.

Виды уравнений

Мы будем говорить об уравнениях следующих видов:

- Алгебраические уравнения

  Уравнения вида: $P(x) = 0$, где

  $$P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + ... + a_{n-1}x + a_n = 0, \forall j \; a_j \in F$$

- Трансцендентные уравнения

  Уравнения вида: $f(x) = g(x)$, где хотя бы одна из функций не является полиномом.

Способы решения уравнений

Как все прекрасно помнят, решить уравнение - найти все его корни или доказать, что их нет. Вспомним основные методы решения уравнений, их всего 4:

- Аналитический
- Графический
- Табличный
- Численный

До появления электронных вычислительных машин, преобладали аналитические методы решения уравнений. Но со временем перед людьми встала проблема решения уравнений, решение которых нельзя (или трудно) найти аналитически. Рассмотрим как исторически развивались подходы и методы решения уравнений, а затем более подробно разберём историю численных методов решения уравнений.

Древний мир

Ученые Вавилона в 2000 г. до н.э. уже умели решать квадратные уравнения и составлять таблицы для решения кубических уравнений путем приведения общего кубического многочлена к нормальному виду. В древней греции самый значительный вклад в решение уравнений внёс Доафант Александрийский. Первые сеьёзные достижения в области решения уравнений принадлежат Диофанту. В своих работах он поставил и решил несколько сотен различных алгебраических уравнений в целых числах, применяя при этом буквенные обозначения. После Диофанта долгое время сильных продвижений не было. Однако, Индийские и арабские мудрецы в средние века продолжали свои иcследования в области решения уравнений.

(a) Диофант Александрийский

(b) Омар Хайам

Рис. 1

Средние века

Первые попытки
решения кубических уравнений предпринимались ещё в средние века арабскими математиками. В частности, довольно интересный геометрический метод был предложен Омаром Хайямом. Для уравнения третьей степени вида $x^3 + a^2x = b,\ b > 0$. Он строил окружность вида $y^2 + x(x - \frac{b}{a^2}) = 0$, а затем искал её пересечение с параболой $y = \frac{x^2}{a}$.

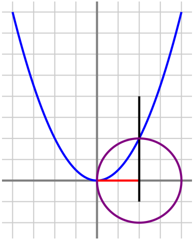

Рис. 2: Геометрическое решение для случая $a = 2, b = 16$, дающее корень 2.

Эпоха возрождения

Дальше, как хорошо известно, аналитический способ решения уравнений третьей степени был найден итальянским математиком Сципионом дель Ферро в 16 веке. Однако обнародовано оно было только в книге Джероламо Кардано, вместе с общим методом решения алгебраического уравнения четвёртой степени, найденным учеником Кардано - Людовико Феррари. При этом вопрос о решении уравнений высших степеней оставался открытым.

Дальнейшие исследования