Санкт-Петербургский Политехнический университет
Петра Великого
Институт прикладной математики и механики
Высшая школа прикладной математики и вычислительной физики

РАСЧЁТНОЕ ЗАДАНИЕ №1

на тему
"Исследование устойчивости системы"
по дисциплине
"Математическая теория управления"
вариант №3

Выполнил: студент гр.3630102/60101 **Лансков.Н.В.**
Руководитель: доцент **Суханов А.А.**

Санкт-Петербург
2020

Содержание

1 Список иллюстраций

2 Постановка задачи

Дана передаточная функция для разомкнутой цепи:

$$H_r = \frac{K(T_1p+1)}{p(p^2+\omega_0^2)(T_2p+1)(T_3p+1)} \tag{1}$$

где:

$$\begin{cases} K = 0.75 \\ \omega_0 = 3 \\ T_1 = 0.01 \\ T_2 = 0.06 \\ T_3 = 0.03 \end{cases} \tag{2}$$

Необходимо определить устойчивость системы с данной передаточной функцией, используя:

1. Алгебраический критерий Льенара-Шепара
2. Частотный критерий Михайлова
3. Частотный критерий Найквиста

3 Решение

3.1 Критерий Льенара-Шепара

Запишем формулу для передаточной функции замкнутой цепи:

$$H_z = \frac{H_r}{1+H_r} = \frac{K(T_1p+1)}{K(T_1p+1)+p(p^2+\omega_0^2)(T_2p+1)(T_3p+1)} \tag{3}$$

Нас интересует знаменатель, рассмотрим его отдельно:

$$\begin{aligned} \alpha(p) = K(T_1p+1) + p(p^2+\omega_0^2)(T_2p+1)(T_3p+1) = \\ = K + (T_2+T_3)p^4 + p\omega_0^2 + p^3 + (T_2+T_3)p^2\omega_0^2 + KT_1p + T_2T_3p^5 + T_2T_3p^3\omega_0^2 = \\ = p^5(T_2T_3) + p^4(T_2+T_3) + p^3(1+T_2T_3\omega_0^2) + p^2(T_2\omega_0^2+T_3\omega_0^2) + p(\omega_0^2+KT_1) + K \end{aligned} \tag{4}$$

Запишем матрицу Гурвица:

$$\begin{bmatrix} T_2+T_3 & T_2\omega_0^2+T_3\omega_0^2 & K & 0 & 0 \\ T_2T_3 & 1+T_2T_3\omega_0^2 & \omega_0^2+KT_1 & 0 & 0 \\ 0 & T_2+T_3 & T_2\omega_0^2+T_3\omega_0^2 & K & 0 \\ 0 & T_2T_3 & 1+T_2T_3\omega_0^2 & \omega_0^2+KT_1 & 0 \\ 0 & 0 & T_2+T_3 & T_2\omega_0^2+T_3\omega_0^2 & K \end{bmatrix}$$

Проверим, выполняются ли условия критерия:

1. $a_i > 0$
   В силу того, что все коэффициенты в условии положительны, это требование очевидно выполнено.

2. Нечётные(или чётные) главные миноры должны быть положительны
   $\Delta_1 > 0$ - очевидно из первого пункта
   $\Delta_3 = -0.0006074999999999829 < 0 \Rightarrow$ данное требование не выполнено, и, как следствие, согласно алгебраическому критерию система неустойчива.

3.2 Критерий Михайлова

Для того, чтобы применить критерий Михайлова, необходимо построить характеристический полином:

$$\alpha(j\omega) = jKT_1\omega + K + jT_2T_3\omega^5 - jT_2T_3\omega^3\omega_0^2 + T_2\omega^4 - T_2\omega^2\omega_0^2 + T_3\omega^4 - T_3\omega^2\omega_0^2 - j\omega^3 + j\omega\omega_0^2 \quad (5)$$

Данный полином представляет собой комплекснозначную функцию. Выпишем вещественную и мнимую части:

$$\begin{cases} Re(\alpha(j\omega)) = K + (T_2 + T_3)\omega^4 - (T_2 + T_3)\omega^2\omega_0^2 \\ Im(\alpha(j\omega)) = KT_1\omega + T_2T_3\omega^5 - T_2T_3\omega^3\omega_0^2 - \omega^3 + \omega\omega_0^2 \end{cases} \quad (6)$$

Построим зависимость мнимой части от вещественной, задав некоторый шаг по ω

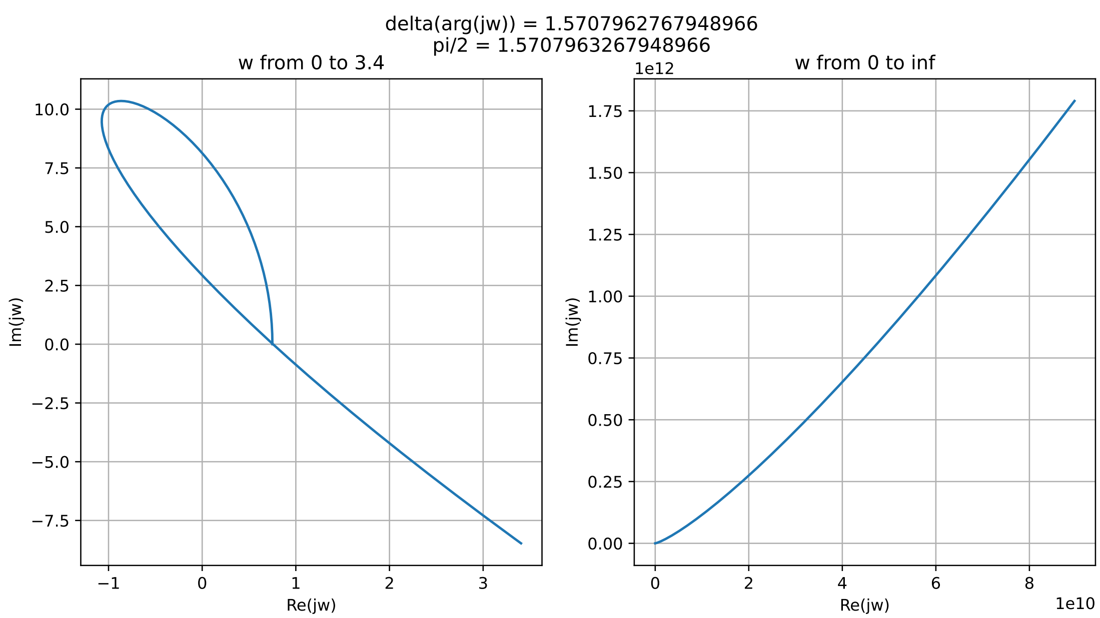

Рис. 1: Вид кривой Михайлова

По графику видно, что вектор кривой не оборачивается вокруг нуля. Чтобы система была устойчивой, построенный график должен лежать в пяти квадрантах (I, II, III, IV, I(V)), что в данном случае не выполняется. Кроме аппеляции к графику, можно также рассматривать значение $\Delta arg(\alpha(j\omega))$, которое в данном случае равняется $1.570796 \xrightarrow[\omega \to \infty]{} \frac{\pi}{2}$. Таким образом, системя не является устойчивой согласно данному критерию.

3.3 Критерий Найквиста

Исследуем аналогично предыдущему пункту годограф функции вида:

$$\psi(j\omega) = 1 + H_r(j\omega) \tag{7}$$

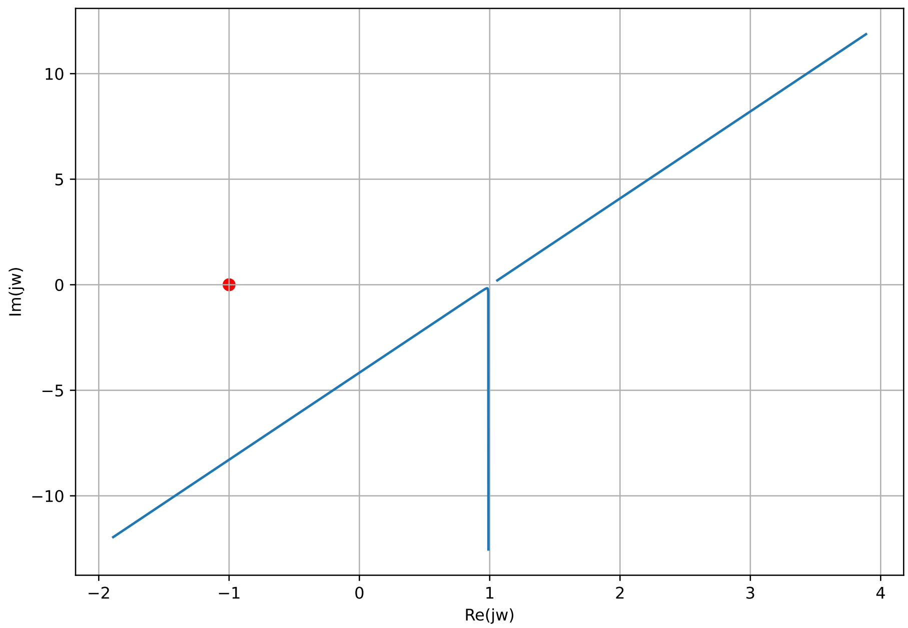

Рис. 2: Вид кривой Найквиста

Из графика видно, что годограф ‘охватывает‘ точку (-1, 0j). Отсюда следует, что исследуемая система является неустойчивой.

4 Результаты

В результате проведённых исследований, заданная система оказалась неустойчивой согласно всем трём использованным критериям