

Санкт-Петербургский Политехнический университет Петра Великого Институт
прикладной математики и механики
Кафедра «Прикладная математика»

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2

по дисциплине
"Математическая статистика"

Выполнил студент гр. **33631/1**
Лансков.Н.В.

Санкт-Петербург
2019

Содержание

| | | |
|---|-------------------|---|
| 1 | Список таблиц | 2 |
| 2 | Постановка задачи | 3 |
| 3 | Теория | 3 |
| 4 | Реализация | 3 |
| 5 | Результаты | 4 |
| 6 | Обсуждение | 6 |
| 7 | Выводы | 6 |
| 8 | Приложения | 6 |
| 9 | Список литературы | 7 |

1 Список таблиц

| | | |
|---|-------------------|---|
| 1 | normal | 4 |
| 2 | cauchy | 4 |
| 3 | laplace | 5 |
| 4 | uniform | 5 |
| 5 | poisson | 5 |

2 Постановка задачи

Любыми средствами сгенерировать выборки размеров 20, 60, 100 элементов для 5ти распределений. Для каждой выборки вычислить \bar{x} , $med\ x$, Z_R , Z_Q , Z_{tr} , при $r = \frac{n}{4}$.

Распределения:

1. Стандартное нормальное распределение
2. Стандартное распределение Коши
3. Распределение Лапласа с коэффициентом масштаба $\sqrt{2}$ и нулевым коэффициентом сдвига.
4. Равномерное распределение на отрезке $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$
5. Распределение Пуассона со значением матожидания равным двум.

3 Теория

1. Выборочное среднее [1]

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1)$$

2. Выборочная медиана [2]

$$med\ x = \begin{cases} x_{k+1}, & n = 2k + 1 \\ \frac{1}{2} (x_k + x_{k+1}), & n = 2k \end{cases} \quad (2)$$

3. Полусумма экстремальных значений [3]

$$Z_R = \frac{1}{2} (x_1 + x_n) \quad (3)$$

4. Полусумма квантилей [4]

$$Z_Q = \frac{1}{2} \left(Z_{\frac{1}{4}} + Z_{\frac{3}{4}} \right) \quad (4)$$

5. Усечённое среднее [5]

$$Z_{tr} = \frac{1}{n - 2r} \sum_{i=r+1}^{n-r} x_i \quad (5)$$

4 Реализация

Выполнено средствами *python* с применением библиотеки *numpy*[6]

5 Результаты

Таблица 1: normal

| | | | | | |
|---------|-----------|-----------|-----------|-----------|-------------|
| n = 20 | average | med | Zr | Zq | Ztr r = n/4 |
| E = | 0.003889 | -0.001204 | 0.004247 | -0.002884 | 0.014986 |
| D = | 0.050065 | 0.069428 | 0.135281 | 0.056127 | 0.060241 |
| n = 60 | average | med | Zr | Zq | Ztr r = n/4 |
| E = | 0.005639 | -0.001905 | 0.006317 | 0.003647 | -0.005183 |
| D = | 0.017071 | 0.024751 | 0.109666 | 0.020065 | 0.019645 |
| n = 100 | average | med | Zr | Zq | Ztr r = n/4 |
| E = | -0.000990 | -0.008915 | -0.003211 | -0.007140 | 0.000411 |
| D = | 0.010270 | 0.015038 | 0.091469 | 0.012224 | 0.011148 |

Таблица 2: cauchy

| | | | | | |
|---------|---------------|-----------|----------------|-----------|-------------|
| n = 20 | average | med | Zr | Zq | Ztr r = n/4 |
| E = | 0.574031 | -0.009207 | 4.314604 | 0.009490 | 0.024569 |
| D = | 380.673006 | 0.127344 | 24864.038520 | 0.290641 | 0.156087 |
| n = 60 | average | med | Zr | Zq | Ztr r = n/4 |
| E = | 16.889466 | 0.007131 | -14.877379 | -0.006227 | -0.007330 |
| D = | 218415.033090 | 0.039049 | 268917.253813 | 0.087454 | 0.042852 |
| n = 100 | average | med | Zr | Zq | Ztr r = n/4 |
| E = | -1.147046 | -0.000622 | -23.949387 | -0.002369 | -0.008024 |
| D = | 604.646590 | 0.024850 | 1995730.222185 | 0.051894 | 0.023969 |

Таблица 3: laplace

| | | | | | |
|---------|-----------|-----------|-----------|-----------|-------------|
| n = 20 | average | med | Zr | Zq | Ztr r = n/4 |
| E = | -0.001627 | -0.000952 | 0.032669 | 0.003535 | 0.005730 |
| D = | 0.045803 | 0.031761 | 0.402496 | 0.046401 | 0.033325 |
| n = 60 | average | med | Zr | Zq | Ztr r = n/4 |
| E = | -0.006856 | -0.002807 | 0.050344 | -0.000216 | -0.000712 |
| D = | 0.016743 | 0.009838 | 0.431677 | 0.017332 | 0.009962 |
| n = 100 | average | med | Zr | Zq | Ztr r = n/4 |
| E = | -0.000800 | 0.001184 | -0.024119 | -0.002611 | -0.000909 |
| D = | 0.009861 | 0.005529 | 0.409545 | 0.009740 | 0.006101 |

Таблица 4: uniform

| | | | | | |
|---------|-----------|-----------|-----------|-----------|-------------|
| n = 20 | average | med | Zr | Zq | Ztr r = n/4 |
| E = | -0.004788 | 0.011925 | -0.000665 | -0.003460 | -0.002870 |
| D = | 0.049107 | 0.134658 | 0.013457 | 0.071206 | 0.097207 |
| n = 60 | average | med | Zr | Zq | Ztr r = n/4 |
| E = | 0.001583 | -0.004005 | -0.001657 | -0.005769 | -0.003667 |
| D = | 0.016670 | 0.045087 | 0.001706 | 0.024632 | 0.033966 |
| n = 100 | average | med | Zr | Zq | Ztr r = n/4 |
| E = | 0.000676 | 0.004193 | -0.000025 | -0.005675 | 0.004133 |
| D = | 0.010255 | 0.028780 | 0.000621 | 0.015457 | 0.019007 |

Таблица 5: poisson

| | | | | | |
|---------|----------|----------|----------|----------|-------------|
| n = 20 | average | med | Zr | Zq | Ztr r = n/4 |
| E = | 2.016900 | 1.868000 | 2.531500 | 1.899250 | 1.865800 |
| D = | 0.099684 | 0.179576 | 0.290758 | 0.133599 | 0.115410 |
| n = 60 | average | med | Zr | Zq | Ztr r = n/4 |
| E = | 2.005733 | 1.932500 | 2.945000 | 1.936875 | 1.843400 |
| D = | 0.033034 | 0.054194 | 0.233475 | 0.034812 | 0.041836 |
| n = 100 | average | med | Zr | Zq | Ztr r = n/4 |
| E = | 1.997070 | 1.961500 | 3.128000 | 1.963625 | 1.844780 |
| D = | 0.020288 | 0.033268 | 0.217616 | 0.017067 | 0.027989 |

6 Обсуждение

При вычислении средних значений пришлось отбрасывать некоторое число знаков после запятой, так как дисперсия может гарантировать порядок точности среднего значения только до первого значащего знака после запятой в дисперсии включительно. Единственное исключение - стандартное распределение Коши, так как оно имеет бесконечную дисперсию, а значит не может гарантировать никакой точности.

7 Выводы

В процессе работы вычислены значения характеристик положения для определённых распределений на выборках фиксированной мощности и получено следующее ранжирование характеристик положения:

1. Стандартное нормальное распределение

$$\bar{x} < Z_{tr} < Z_Q < med\ x < Z_R$$

2. Стандартное распределение Коши

$$med\ x < Z_Q < Z_{tr} < \bar{x} < Z_R$$

3. Распределение Лапласа (коэффициент масштаба $\sqrt{2}$ коэффициент сдвига равен нулю)

$$med\ x < Z_{tr} < \bar{x} < Z_Q < Z_R$$

4. Равномерное распределение на отрезке $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$

$$Z_R < \bar{x} < Z_{tr} < Z_Q < med\ x$$

5. Распределение Пуассона (значение мат ожидания равно 3)

$$\bar{x} < Z_{tr} < Z_Q < med\ x < Z_R$$

8 Приложения

Исходники: https://github.com/LanskovNV/math_statistics/tree/master/lab_2

9 Список литературы

- [1] Выборочное среднее - https://en.wikipedia.org/wiki/Sample_mean_and_covariance
- [2] Выборочная медиана - http://femto.com.ua/articles/part_1/2194.html
- [3] Полусумма экстремальных значений - <https://studopedia.info/8-56888.html>
- [4] Квартили - <https://studfiles.net/preview/2438125/page:13/>
- [5] Усечённое среднее - <https://ole-olesko.livejournal.com/15773.html>
- [6] Модуль numpy - <https://physics.susu.ru/vorontsov/language/numpy.html>