11.

Задача: Доказать полиномиальную эквивалентность задач о клике (К), вершинном покрытии (ВП) и независимом множестве (НМ) в графе.

Решение:

1. К $\propto$ НМ, НМ $\propto$ К

   В $G$ $\exists$ множество клика W размера не менее В $\iff$ в $\overline{G}$ $\exists$ НМ размера не менее В, где $\overline{G}$ - Граф: $V(\overline{G}) = V(G), E(\overline{G})$ - все рёбра, которых нет в G и только они.

   Понятно, что $\forall\ u, v \in W : uv \in E(G)$, тогда для той же пары u и v $uv \notin E(\overline{G})$, по построению.

2. ВП $\propto$ НМ, НМ $\propto$ ВП

   В $G$ $\exists$ НМ W размера не менее В $\iff$ в $G$ $\exists$ ВП размера не менее $n - B, n = v(G)$

   Если W - НМ $\Rightarrow$ $\forall\ u, v \in HM, uv \notin E(G)$ $\Rightarrow$ все рёбра покрыты оставшимися вершинами из $V(G) \backslash W$ $\iff$ $\forall\ e \in E(G)\ \exists u \in V(G) \backslash W : u \in V(e)$

   Аналогично, если в $G$ $\exists$ ВП W размера не менее В $\Rightarrow$ в $G$ $\exists$ НМ размера не менее $n - B$ Таким образом между любыми двумя вершинами из $V(G) \backslash W$ нет ребра, иначе хотя бы одна из них входила в вершинное покрытие.

3. К $\propto$ ВП, ВП $\propto$ К

   По транзитивности:

   К $\propto$ НМ, НМ $\propto$ ВП $\Rightarrow$ К $\propto$ ВП

   ВП $\propto$ НМ, НМ $\propto$ К $\Rightarrow$ ВП $\propto$ К

Таким образом, все эти задачи полиномиально эквивалентны.