Actividad 1

Liz Ángel Núñez Torres

3 de noviembre de 2024

1. Ejercicio.

Realiza la sustitución de la ecuación 2 en la ecuación 3 para llegar a obtener una expresión de $\theta(r)$. Una vez conseguida la ecuación de $\theta(r)$, despeja r en función de θ, para obtener así r.

Continua ahora empleando la ecuación 1, para obtener una expresión de $r(\theta)$ dependiente de las variables iniciales del problema v_1, v_2, t_c.

Esta última ecuación que has obtenido (ecuación 4) será la que empleemos más adelante para dibujar gráficamente la parte no lineal del recorrido

1. $D = \frac{v_1 v_2 t_c}{v_2 - v_1}$
2. $r\left(t\right) = v_1\left(t - t_i\right) + D$
3. $\theta\left(t\right) = \sqrt{\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 - 1}\; ln\left(1 + \frac{v_1(t-t_i)}{D}\right)$

2. Expresión $\theta\left(r\right)$

Tomaremos la *ecuación 2* para obtener la expresiónque se adecua en nuestra *ecuación 3.*

$$r\left(t\right) = v_1\left(t - t_i\right) + D \Rightarrow \frac{r(t)}{D} = \frac{v_1(t-t_i)}{D} + \frac{D}{D} \Rightarrow \frac{r(t)}{D} - 1 = \frac{v_1(t-t_i)}{D}$$

Obteniendo la siguiente expresión:

$$\boxed{\frac{r(t)}{D} - 1 = \frac{v_1\left(t - t_i\right)}{D}}$$

Que sustituiremos en la *ecuación 3* para obtener $\theta(r)$.

$$\theta\left(t\right) = \sqrt{\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 - 1}\, ln\left(1 + \frac{r(t)}{D} - 1\right) \Rightarrow \theta\left(t\right) = \sqrt{\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 - 1}\, ln\left(\frac{r(t)}{D}\right)$$

3. Despejar r en función de θ.

$$\theta = \sqrt{\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 - 1}\, ln\left(\frac{r}{D}\right) \Rightarrow \frac{\theta}{\sqrt{\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 - 1}} = ln\left(\frac{r}{D}\right) \Rightarrow e^{\frac{\theta}{\sqrt{\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 - 1}}} = \frac{r}{D}$$

Llegando a la siguiente ecuación:

$$\boxed{r = D \cdot e^{\frac{\theta}{\sqrt{\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 - 1}}}}$$

4. Expresión de r(θ).

Para este punto, recordamos la *ecuación 1* y la *ecuación r*.

- $D = \frac{v_1 v_2 t_c}{v_2 - v_1}$
- $r = D \cdot e^{\frac{\theta}{\sqrt{\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 - 1}}}$

Como podemos observar, podemos sustituir y obtener $r(\theta)$ en términos de las variables iniciales de la *ecuación 1*.

$$\boxed{r(\theta) = \frac{v_1 v_2 t_c}{v_2 - v_1} \cdot e^{\frac{\theta}{\sqrt{\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 - 1}}}}$$