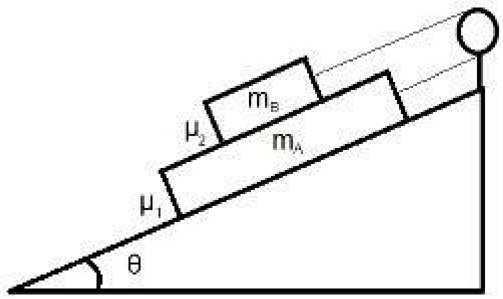
3. Dos bloques de madera se encuentran sobre un plano inclinado, unidos por una polea y una cuerda de masas y efectos despreciables, tal y como se ve en la siguiente figura:



Datos:

Masas de los bloques: $m_A = 20$ kg y $m_B = 10$ kg.

Coeficiente de rozamiento entre el plano y la masa A: $\mu_1 = 0{,}2$.

Coeficiente de rozamiento entre las masas A y B: $\mu_2 = 0{,}3$.

Ángulo del plano inclinado: $\theta = 50º$.

Calcular:

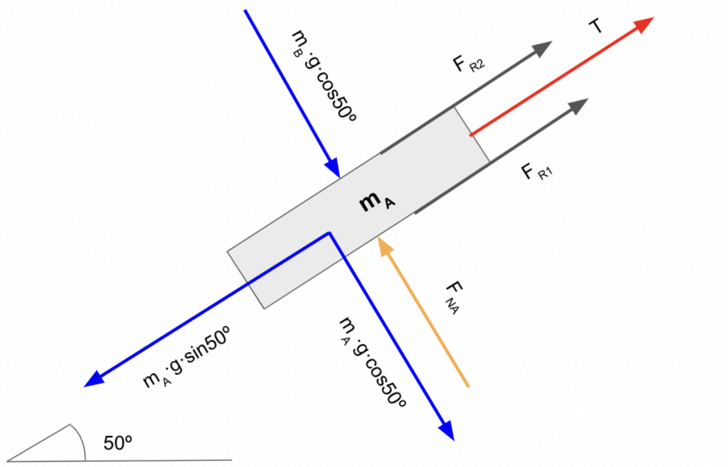
1. **Aceleración del sistema y su sentido.**
2. **Si el centro del bloque B está a 50 cm. de cada uno de los bloques (dicho de otro modo, que el bloque A mide 1 m.), calcular el tiempo que tarda el centro del bloque B en llegar al borde.**
3. **Valor del ángulo que impediría el movimiento de los bloques.**

SOLUCIÓN:

Supondremos inicialmente que será el bloque A el que se dirige hacia abajo y el bloque B hacia arriba. Si la aceleración obtenida finalmente fuese negativa, el desplazamiento de los bloques se produciría realmente en sentido inverso al supuesto inicialmente. Debido a que están unidos por la cuerda, la aceleración de ambos bloques es la misma, y la denominamos a, y aunque tenga igual módulo para los dos bloques, sus respectivos vectores de aceleración tienen sentidos opuestos.

Para el bloque A tenemos el siguiente conjunto de fuerzas:

1. F_{NA}: Fuerza normal que ejerce el suelo de la pendiente sobre el bloque A.
2. Componente de la fuerza de la gravedad sobre el bloque A, normal a la pendiente.
3. El peso del bloque B sobre el bloque A
4. Componente de la fuerza de la gravedad sobre el bloque A paralela a la pendiente
5. F_{R1}: Fuerza de rozamiento entre el bloque A y la pendiente
6. F_{R2}: Fuerza de rozamiento entre el bloque A y el bloque B
7. T: Tensión que ejerce la cuerda sobre la masa A (que no se anula con la Fuerza que ejerce la masa A sobre la cuerda, por estar aplicadas a diferentes cuerpos).



Por el principio de acción y reacción (tercera ley de Newton) los módulos de las fuerzas 1, 2 y 3 deben cumplir que:

$$\mathbf{F}_{NA} = (m_A+m_B)\cdot g\cdot cos\Theta\ \mathbf{j}$$

Para plantear las ecuaciones de movimiento del bloque A, tomamos el eje positivo horizontal en el sentido hacia abajo de la rampa. El origen de nuestro sistema de referencia podemos tomarlo en la posición inicial del centro de masas del bloque A. Las fuerzas de rozamiento podemos calcularlas a partir de la fuerza normal:

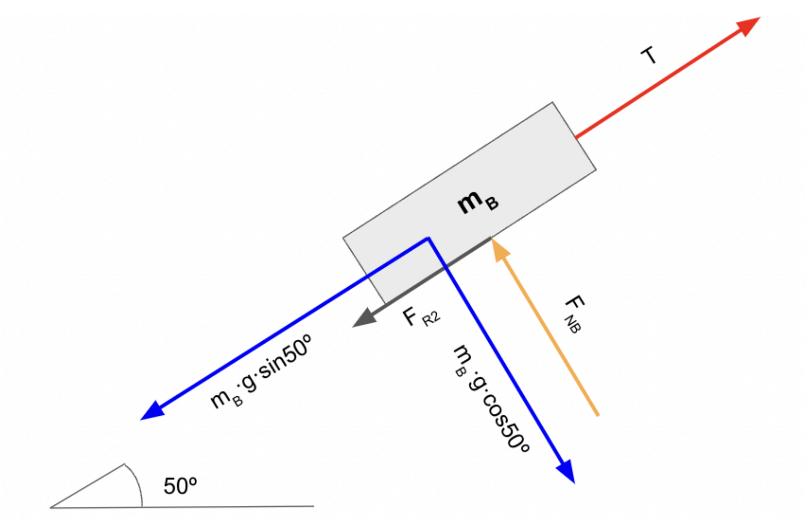
$$\mathbf{F}_{R1} = -\mu_1 \cdot F_{NA}\ \mathbf{i} = -\mu_1 \cdot (m_A + m_B) \cdot g \cdot \cos\Theta\ \mathbf{i} \qquad \mathbf{F}_{R2} = -\mu_2 \cdot m_B \cdot g \cdot \cos\Theta\ \mathbf{i}$$

Aplicando en el eje horizontal la segunda ley de Newton (ley fundamental de la dinámica) tendremos que:

$$m_A \cdot g \cdot \sin\Theta - T - \mu_1 \cdot (m_A + m_B) \cdot g \cdot \cos\Theta - \mu_2 \cdot m_B \cdot g \cdot \cos\Theta = m_A \cdot a \qquad \text{(Ec.1)}$$

Para el bloque B tendremos el siguiente conjunto de fuerzas:

1. F_{NB}: Fuerza normal que ejerce el bloque A sobre el bloque B.
2. Componente perpendicular a la pendiente de la fuerza de la gravedad sobre el bloque B.
3. Componente de la fuerza de la gravedad sobre el bloque B normal a la pendiente.
4. F_{R2}: Fuerza de rozamiento entre el bloque A y el bloque B.
5. T: Tensión que ejerce la cuerda sobre el bloque B, que no se cancela con la fuerza que ejerce el bloque B sobre la cuerda por estar aplicada en diferentes cuerpos.



Para nuestro sistema de referencia del bloque B el eje positivo ahora será hacia arriba paralelo a la rampa, que es el movimiento que supondremos

que tendrá. Entonces al aplicar la segunda ley de Newton en el eje horizontal tendremos:

$$T - m_B \cdot g \cdot sin\Theta - \mu_2 \cdot m_B \cdot g \cdot cos\Theta = m_B \cdot a \quad (Ec.\ 2)$$

Sumando las ecuaciones Ec. 1 y 2 se consigue eliminar T, y obtenemos una ecuación con una única incógnita, la aceleración:

$$g \cdot [(m_A - m_B) \cdot sin\Theta - \mu_1 \cdot (m_A + m_B) \cdot cos\Theta - 2 \cdot \mu_2 \cdot m_B \cdot cos\Theta] = (m_A + m_B) \cdot a \quad (Ec.3)$$

Sustituyendo valores:

$$9{,}8 m/s^2 \cdot [10kg \cdot sin50 - 0{,}2 \cdot 30kg \cdot cos50 - 2 \cdot 0{,}3 \cdot 10kg \cdot cos50] = 30kg \cdot a$$

$$a = 9{,}8 m/s^2 \cdot (10\text{kg} \cdot sin50 - 12\text{kg} \cdot cos50)/30\text{kg} \mathbf{= -0{,}017} \boldsymbol{m/s^2}$$

Como el signo es negativo, el sentido de los bloques es contrario al supuesto inicialmente, por lo que **el bloque A sube y el B baja**.

En el **apartado 2** del problema se nos pide el tiempo que tarda el bloque B (que se mueve con aceleración a hacia abajo) en llegar al borde del bloque A, que se encuentra también con aceleración a, pero hacia arriba. **La aceleración efectiva total del movimiento**, por lo tanto, **se duplica** (a_T=2a), ya que los bloques se desplazan en sentidos opuestos.

Conocidas la distancia (*x*) y la aceleración (a_T=2a), basta con aplicar la ecuación del MRUA (movimiento rectilíneo uniformemente acelerado) para obtener el tiempo buscado (*t*):

$$x = a_T \cdot t^2/2 = 2a \cdot t^2/2$$

$$t = (x/a)^{1/2} = (0{,}5/0{,}017)^{1/2} = \mathbf{5{,}4\ s}$$

En cuanto al último **apartado 3**, para obtener el ángulo que impediría el movimiento de los bloques, **basta con igualar a 0 la aceleración en la ecuación Ec. 3,** y dejar el ángulo como incógnita:

$$(10 \cdot sin\theta - 12 \cdot cos\theta) = 0$$

$$tan\ \theta = 1{,}2$$

$$\theta = \arctan 1{,}2 = \mathbf{50{,}19^o}$$

Es decir, **para que no se produzca movimiento sería suficiente aumentar la pendiente tan solo 0,19º sobre los 50º de partida.**