Derivadas.

January 7, 2024

Calcular las siguientes derivadas:

1) $f(x) = \left(2x^2 - 3x + 1\right)^5$**.**

2) $f(x) = lnx\sqrt{x}$**.**

3) $f(x) = \frac{x^2+x-1}{\sqrt{x}}$**.**

4) $f(x) = \left[ln\left(3x^2 + 2x + 3\right)\right]^5$**.**

5) $f(x) = \frac{\sqrt{x}\left(x^2-1\right)^3}{ln(x+1)^2}$.

SOLUCIÓN:

1) $f(x) = \left(2x^2 - 3x + 1\right)^5$.

$f'(x) = 5(2x^2 - 3x + 1)^4.(4x - 3)$

2) $f(x) = lnx\sqrt{x}$.

Recordemos que $f(x) = In(x) \rightarrow \boxed{f'(x) = \frac{1}{x}}$

También $f(x) = \sqrt{x} = f(x) = x^{\frac{1}{2}} \rightarrow f'(x) = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1} = f'(x) = \frac{1}{2}x^{\frac{-1}{2}} \rightarrow f'(x) = \frac{1}{2x^{\frac{1}{2}}} \rightarrow \boxed{f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}}$

Teniendo esto en cuenta aplicamos la regla del producto dado que tenemos una multiplicación

$$f'(x) = \frac{1}{x}.\sqrt{x} + lnx.\frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{x} + \frac{lnx}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{lnx}{2\sqrt{x}} = \frac{2}{2\sqrt{x}} + \frac{lnx}{2\sqrt{x}} = \boxed{\frac{lnx+2}{2\sqrt{x}}}$$

3) $f(x) = \frac{x^2+x-1}{\sqrt{x}}$.

Obtenemos la derivada del numerador y denominador primero.

$$f(x) = x^2 + x - 1 \rightarrow f'(x) = \boxed{2x+1}$$

$$f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}} \rightarrow f'(x) = \boxed{\frac{1}{2\sqrt{x}}}$$

Procedemos

$$f'(x) = \frac{(2x+1)\sqrt{x} - \left(x^2+x-1\right)\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\left(\sqrt{x}\right)^2} = \frac{(2x+1)\sqrt{x}}{x} - \frac{\frac{x^2+x-1}{2\sqrt{x}}}{x} = \frac{(2x+1)x^{-\frac{1}{2}}}{1} - \frac{x^2+x-1}{2x^{\frac{1}{2}}x} = \frac{2x+1}{x^{\frac{1}{2}}} - \frac{x^2+x-1}{2x^{\frac{3}{2}}}$$

multiplicamos denominador y numerador por $2x$ en $\frac{2x+1}{x^{\frac{1}{2}}}$ para poder simplificar la resta de las fracciones.

$$f'(x) = \frac{4x^2+2x}{2x^{\frac{3}{2}}} - \frac{x^2+x-1}{2x^{\frac{3}{2}}} = \frac{4x^2+2x-x^2-x+1}{2\sqrt{x^3}} = \boxed{\frac{3x^2+x+1}{2\sqrt{x^3}}}$$

4) $f(x) = \left[ln\left(3x^2+2x+3\right)\right]^5$

$$f'(x) = [5ln(3x^2+2x+3)]^4.\frac{6x+2}{3x^2+2x+3} = \frac{5(6x+2)ln^4\left(3x^2+2x+3\right)}{3x^2+2x+3}$$

$$f'(x) = \boxed{\frac{(30x+10)ln^4\left(3x^2+2x+3\right)}{3x^2+2x+3}}$$

5) $f(x) = \frac{\sqrt{x}\left(x^2-1\right)^3}{ln(x+1)^2}$

Al igual que en otros casos, vamos a hacer las derivadas del numerador y denominador:

$$f(x) = \sqrt{x}\left(x^2-1\right)^3 \rightarrow f'(x) = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}\left(x^2-1\right)^3 \sqrt{x}\ 3\left(x^2+1\right)2x.$$

$$f\left(x\right) = ln\left(x+1\right)^{2} \rightharpoonup 2.ln\left(x+1\right)\frac{1}{x+1}1$$

Ahora, procedemos a ejecutar la regla del cociente.

$$f'(x) = \frac{\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\left(x^2-1\right)^3\sqrt{x}\ 3\left(x^2+1\right)2x\right)\left(ln(x+1)^2\right)-(2.ln(x+1))\frac{1}{x+1}\left(\sqrt{x}\left(x^2-1\right)^3\right)}{\left[ln(x+1)^2\right]^2}$$

$$f'(x) = \frac{\frac{\left(x^2-1\right)^3}{2\sqrt{x}}+x^{\frac{1}{2}}\ 6x\left(x^2+1\right)\left(ln(x+1)^2\right)-\frac{2.ln(x+1)}{x+1}\left(\sqrt{x}\left(x^2-1\right)^3\right)}{\left[ln(x+1)^2\right]^2}$$

$$f'(x) = \frac{\frac{\left(x^2-1\right)^3}{2\sqrt{x}}+6\sqrt{x^3}\left(x^2+1\right)\left(ln(x+1)^2\right)-\frac{2.ln(x+1)\sqrt{x}\left(x^2-1\right)^3}{x+1}}{ln(x+1)^4}$$

$$f'(x) = \frac{\frac{\left(x^2-1\right)^3}{2\sqrt{x}}+6\sqrt{x^3}\left(x^2+1\right)-\frac{ln(x+1)2\sqrt{x}\left(x^2-1\right)^3}{x+1}}{ln(x+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{\frac{\left(x^2-1\right)^3}{2\sqrt{x}}}{\frac{ln(x+1)^2}{1}} + \frac{6\sqrt{x^3}\left(x^2+1\right)}{ln(x+1)^2} - \frac{\frac{ln(x+1)2\sqrt{x}\left(x^2-1\right)^3}{x+1}}{\frac{ln(x+1)^2}{1}}$$

$$f'(x) = \boxed{\frac{\left(x^2-1\right)^3}{2\sqrt{x}ln(x+1)^2} + \frac{6\sqrt{x^3}\left(x^2+1\right)}{ln(x+1)^2} - \frac{2\sqrt{x}\left(x^2-1\right)^3}{(x+1)ln(x+1)}}$$