Universidad Internacional de la Rioja
Grado de Física

Cálculo y Geometría Diferencial
Prof. Zoraida Sivoli Barrios.

Taller Final

1. Suponga que $F(x)$ es una antiderivada de $f(x)$ ¿Qué propiedad debe tener la función $f(x)$, para garantizar que $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$?.

2. Considere la función:

$$f(x) = \begin{cases} \sin^5(x)\cos^4(x) & si \ \ x \leq \ \ 0 \\ \\ \sqrt{x}\ln(x) & si \ \ x > \ \ 0 \end{cases}$$

y sea

$$F(x) = \int_{-\pi}^{x} f(x)dx$$

Resuelva las siguientes cuestiones:

- Determine $F(-\frac{\pi}{6})$
- Encuentre los puntos críticos de $F(x)$ en el intervalo $[-\pi, \pi]$
- Intervalos de crecimiento y decrecimiento

3. Una hormiga se mueve en una montaña descrita por la ecuación

$$z = 20 - \sqrt{(x-1)^2 + (y+2)^2}, z \geq 0$$

Encuentre:

- La región $D \subseteq \mathbb{R}^2$ tal que $z = f(x,y) \geq 0, \forall (x,y) \in D$
- La dirección de mayor inclinación en la que la hormiga debe caminar si se encuentra en el punto $p(4, -2 + 2\sqrt{10}, 13)$ y desea llegar a la cima de la montaña.
- La derivada direccional en la dirección del vector $\vec{v} =< 1, -1 >$
- El plano tangente a la montaña en el punto $p(4, -2 + 2\sqrt{10}, 13)$
- La recta normal a la superficie en el punto $p(4, -2 + 2\sqrt{10}, 13)$

4. Encuentre el valor de

$$\int\int\int_D x dv$$

Donde D es la porción superior de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 16$, entre los planos $y = 0$, $z = 0$ y $y - \sqrt{3}x = 0$

5. Sea E, el sólido limitado por arriba por la semiesfera $x^2 + y^2 + z^2 = 16$, $z \geq 0$. Por abajo por el cono $z = \sqrt{3x^2 + 3y^2}$

Encuentre el volumen de E.

6. Integre el campo vectorial $F(x, y, z) = \langle xy, yz, xz \rangle$, a lo largo de $C : r(u) = \langle u, u^2, u^3 \rangle$ desde $P_1(-1, 1, -1) a P_2(1, 1, 1)$

7. Calcule la masa del alambre que tiene la forma del resorte

$$\begin{cases} x &= & 1 + \cos(t) \\ y &= & \sin(t) \\ z &= & t \end{cases} \qquad t \in [0, \pi]$$

   Si sabemos que la densidad de la masa en un punto es directamente proporcional al cuadrado de la distancia al origen

8. Encuentre el volumen del sólido acotado por el paraboloide $z = x^2 + y^2$ lateralmente por el cilindro $x^2 + y^2 = 9$ e inferiormente por el plano $z = 0$

9. Evalúe la integral

$$\int\int\int_D y dv$$

   Donde D es el sólido en el semiespacio $y \geq 0$, encerrado por los planos $y = 0$, $x = 4$, y el paraboloide $x = y^2 + z^2$

10. Encuentre el valor de

$$\int\int\int_D dv$$

   donde D es la región comprendida por la parte de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ que queda dentro del cono $z = \sqrt{x^2 + y^2}$