

利用霍尔传感器测量磁场

郑晓旻

2024 年 4 月 19 日

目录

1	实验目的	2
2	实验原理	2
2.1	霍尔效应	2
2.2	亥姆霍兹线圈的磁场分布	3
2.3	铁球在均匀磁场中的感应磁场	4
3	实验过程	4
3.1	霍尔效应验证及灵敏度测量	4
3.1.1	实验装置搭建	4
3.1.2	霍尔电压与磁场关系测量	4
3.1.3	霍尔电压与工作电流关系测量	6
3.2	亥姆霍兹线圈磁场分布测量	8
3.2.1	建立 $V_H - U_{++}$ 关系	8
3.2.2	磁场分布测量	8
3.3	铁球感应磁场测量	9
4	误差分析	10

1 实验目的

1. 了解霍尔传感器的工作原理以及标定方法
2. 研究亥姆霍兹线圈的磁场分布规律
3. 研究测量磁介质对磁场的分布的影响

2 实验原理

2.1 霍尔效应

霍尔效应是载流子在磁场中受到洛伦兹力而发生偏转, 在材料两侧积累电荷从而形成霍尔电压的现象。如图 1 所示, 设材料中载流子电荷量为 q , 浓度为 n , 在电流 I_S 作用下沿 x 方向运动, 平均速度为 v 。施加垂直磁场 $\vec{B} = (0, 0, B)$ 后, 载流子在洛伦兹力 $\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}$ 作用下沿 y 方向偏转, 在两侧形成净电荷, 产生横向电场 $\vec{E} = (0, E, 0)$ 。当电场力 $\vec{F}_E = q\vec{E}$ 与洛伦兹力平衡时, 载流子不再偏转, 两侧电势差即为霍尔电压 V_H 。

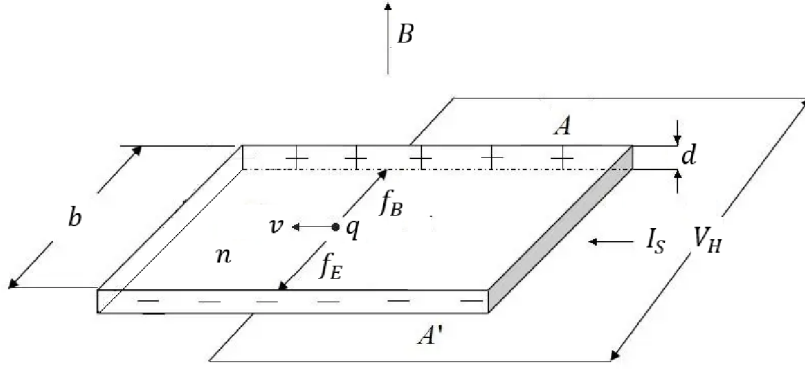


图 1 霍尔效应示意图(假定 $q > 0$)

图 1: 霍尔效应示意图

由洛伦兹力和电场力平衡条件可得:

$$qvB = qE \Rightarrow E = vB \quad (1)$$

而

$$V_H = Ed = vBd \quad (2)$$

结合材料中电流密度 $j = qnv$, 载流子速度 $v = \frac{I_S}{qnb d}$, 代入上式可得:

$$V_H = \frac{I_S B}{qnd} \equiv K_H I_S B \quad (3)$$

其中 $K_H = \frac{1}{qnd}$ 为霍尔元件的灵敏度, 与材料特性有关。

在实际测量中, 由于制作工艺和材料非理想性, 霍尔电压往往混有其他效应的贡献:

- 不等位电动势 U_p : 电极焊接位置不同, 存在与 I_S 成正比电势差

- 爱廷豪森效应 U_E : 载流子速度分布不均, 磁场下偏转程度不同, 两侧产生温差, 热电偶效应电动势正比于 $I_S B$
- 能斯特效应 U_N : 磁场存在时, 材料纵向温差会产生横向电势差, 正比于 $I_S^2 B$
- 里奇-勒杜克效应 U_R : 磁场存在时, 材料横向温差会产生纵向温差, 热电偶效应电动势正比于 $I_S^2 B$

霍尔元件输出电压为以上各项的叠加:

$$U = V_H + U_p + U_E + U_N + U_R \quad (4)$$

通过改变 I_S 和 B 的方向, 可以消除 U_p 、 U_N 和 U_R 的影响:

$$V_H + U_E = \frac{1}{4}(U_{++} - U_{+-} + U_{--} - U_{-+}) \quad (5)$$

其中下标 ++、+-、--、-+ 分别表示 I_S 和 B 同向、 I_S 反向 B 同向、 I_S 和 B 反向、 I_S 同向 B 反向。在 $|V_H| \gg |U_E|$ 时, 可近似得到 V_H 。

2.2 亥姆霍兹线圈的磁场分布

亥姆霍兹线圈由两个半径为 R 、匝数为 N 的同轴环形线圈组成, 两线圈平面间距为 R , 绕组方向相同, 如图 2 所示。当通以电流 I_M 时, 在轴线上产生较为均匀的磁场。

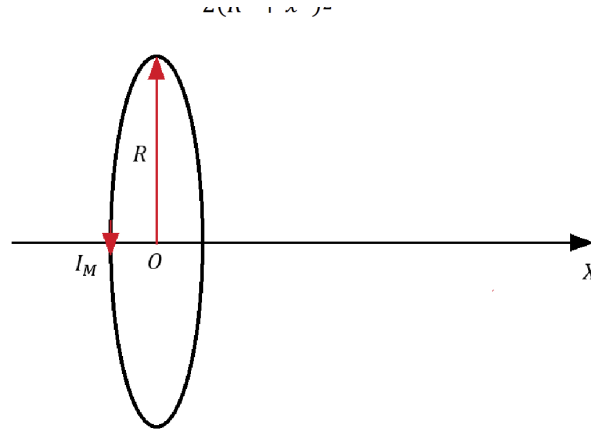


图 2: 亥姆霍兹线圈示意图

对于单个环形线圈, 轴线上 x 处的磁感应强度为:

$$B_x(x) = \frac{\mu_0 N I_M R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}} \quad (6)$$

由磁场叠加原理, 双线圈轴线上磁感应强度为:

$$B_x(x) = \frac{\mu_0 N I_M R^2}{2} \left[\frac{1}{(R^2 + (x + d/2)^2)^{3/2}} + \frac{1}{(R^2 + (x - d/2)^2)^{3/2}} \right] \quad (7)$$

可以证明, 当两线圈间距等于线圈半径时, 中心处 $x = 0$ 满足 $\frac{\partial B_x}{\partial x} = \frac{\partial^2 B_x}{\partial x^2} = \frac{\partial^3 B_x}{\partial x^3} = 0$, 磁场最为均匀。

2.3 铁球在均匀磁场中的感应磁场

将一个半径为 R 的铁球置于感应强度为 $\vec{B}_0 = (B_0, 0, 0)$ 的均匀磁场中, 铁球会产生感应磁化, 其磁化强度 \vec{M} 与外加磁场 \vec{B}_0 同方向。设真空磁导率为 μ_0 , 铁球的相对磁导率为 μ_r , 铁球内部感应磁场 \vec{B} 满足:

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H}_0 + \vec{M}) = \mu_0 \left(\frac{\vec{B}_0}{\mu_0} + \frac{\mu_r - 1}{\mu_r + 2} \vec{B}_0 \right) = \frac{3\mu_r}{\mu_r + 2} \vec{B}_0 \approx 3\vec{B}_0 \quad (\mu_r \gg 1) \quad (8)$$

即铁球内部磁场是外加磁场的 3 倍。

在铁球外部, 感应磁场 \vec{B}_e 相当于一个磁偶极子的磁场。取铁球中心为坐标原点, z 轴与外加磁场同向, 则铁球表面磁荷密度 $\sigma_m = \frac{3\mu_0}{4\pi} \vec{M} \cdot \vec{e}_r = \frac{3B_0}{4\pi} \cos \theta$, 其中 θ 为 \vec{e}_r 与 z 轴的夹角。由磁偶极子的磁位计算公式, 真空中一点 $P(r, \theta)$ 处感应磁场为:

$$\vec{B}_e(P) = \begin{cases} (2B_0, 0, 0) & r \leq R \\ \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{r^3} \left[\frac{3R^3 B_0}{r^3} (2 \cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \vec{e}_r + \frac{3R^3 B_0}{r^3} \sin \theta \cos \theta \vec{e}_\theta \right] & r > R \end{cases} \quad (9)$$

沿轴线 ($\theta = 0$ 或 π) 方向, 感应磁场与外加磁场同向, 磁场加强; 在赤道面 ($\theta = \pi/2$) 上, 感应磁场与外加磁场反向, 磁场减弱。总磁场是外加磁场与感应磁场的矢量和。

3 实验过程

3.1 霍尔效应验证及灵敏度测量

3.1.1 实验装置搭建

将两个线圈按照亥姆霍兹线圈的要求组装, 并将霍尔传感器放置在线圈中心。调节电源输出, 左路恒流源为线圈提供励磁电流 I_M , 右路恒流源为霍尔元件提供工作电流 I_S 。读取显示数据见识两路电流。

3.1.2 霍尔电压与磁场关系测量

固定 $I_S = 10mA$; $d = R$, 改变 I_{Mtotal} 从 $0 \sim 1000mA$, 每隔 $20mA$ 记录对应的 B 和 V_H 。由于

$$B_{center}(I_M) = \frac{\mu_0 N I_M R^2}{(R^2 + (R/2)^2)^{3/2}} \quad (10)$$

I_M 和 B 成正比, 改变 I_M 即可得到不同的 B_{center} 值。其中, 由于励磁电流供给两路线圈, 故实际励磁电流 $I_{Mtotal} = 2I_M$ 。

在每个 I_M 下, 需要测量 4 种 I_S 和 I_M 组合下的霍尔电压, 然后按照

$$V_H = \frac{1}{4}(U_{++} - U_{+-} + U_{--} - U_{-+}) \quad (11)$$

计算 V_H , 消除其他效应的影响。测量记录数据如下:

表 1: 霍尔电压与磁场关系测量数据记录

No.	I _m (mA)	U ₊₊ (mV)	U ₋ (mV)	U ₊₋ (mV)	U ₋₊ (mV)	V _h (mV)
1	10	-1.28	2.35	2.21	-1.41	0.07
2	20	-1.21	2.41	2.14	-1.48	0.13
3	30	-1.14	2.48	2.08	-1.54	0.20
4	40	-1.08	2.54	2.01	-1.63	0.27
5	50	-1.01	2.61	1.94	-1.69	0.34
6	60	-0.94	2.68	1.89	-1.76	0.40
7	70	-0.88	2.75	1.82	-1.83	0.47
8	80	-0.81	2.81	1.75	-1.89	0.53
9	90	-0.74	2.88	1.69	-1.95	0.60
10	100	-0.68	2.95	1.63	-2.03	0.67
11	110	-0.61	3.03	1.55	-2.08	0.74
12	120	-0.55	3.08	1.48	-2.14	0.80
13	130	-0.48	3.16	1.43	-2.21	0.87
14	140	-0.42	3.22	1.35	-2.28	0.93
15	150	-0.34	3.29	1.28	-2.36	1.01
16	160	-0.28	3.36	1.22	-2.41	1.07
17	170	-0.21	3.43	1.15	-2.48	1.14
18	180	-0.14	3.49	1.09	-2.56	1.21
19	190	-0.08	3.56	1.02	-2.62	1.27
20	200	-0.01	3.63	0.95	-2.68	1.34
21	210	0.06	3.69	0.89	-2.73	1.40
22	220	0.13	3.76	0.81	-2.81	1.47
23	230	0.19	3.83	0.74	-2.88	1.54
24	240	0.27	3.89	0.68	-2.95	1.61
25	250	0.33	3.96	0.61	-3.01	1.67
26	260	0.39	4.03	0.54	-3.08	1.74
27	270	0.46	4.10	0.49	-3.14	1.80
28	280	0.53	4.16	0.42	-3.21	1.87
29	290	0.59	4.23	0.36	-3.27	1.93
30	300	0.66	4.29	0.30	-3.34	2.00
31	310	0.73	4.36	0.22	-3.41	2.07
32	320	0.79	4.43	0.16	-3.48	2.14
33	330	0.87	4.49	0.09	-3.54	2.20
34	340	0.93	4.56	0.03	-3.60	2.26
35	350	0.99	4.62	-0.06	-3.68	2.34
36	360	1.06	4.69	-0.11	-3.74	2.40
37	370	1.12	4.74	-0.17	-3.81	2.46
38	380	1.20	4.83	-0.24	-3.88	2.54
39	390	1.26	4.89	-0.30	-3.94	2.60
40	400	1.33	4.95	-0.36	-4.01	2.66

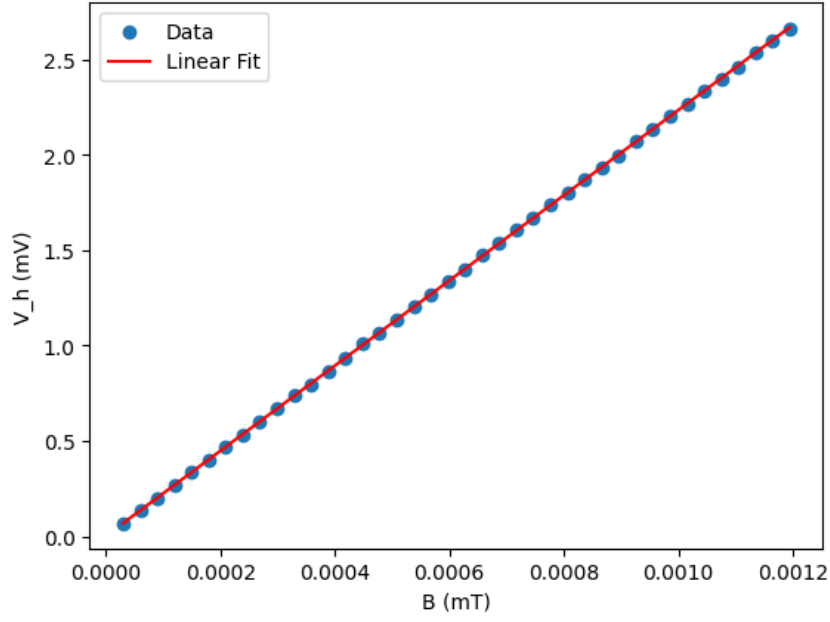


图 3: 测量霍尔电压与磁场关系图

数据记录完毕后, 以 B 为横轴, V_H 为纵轴作图, 如图 3。根据理论分析, 两者应呈线性关系:

$$V_H = K_H I_S B_{center} \quad (12)$$

用最小二乘法拟合直线 $V_h = A_m \cdot B + b_m$, 斜率即为灵敏度与霍尔电流的乘积 $K_H \cdot I_s$ 。回归得到, 数值:

$$K_H \cdot I_s = 2230.91 \text{ V/T} \quad (13)$$

3.1.3 霍尔电压与工作电流关系测量

固定 $I_M = 1000 \text{ mA}$, 改变 I_S 从 $0 \sim 10 \text{ mA}$, 每隔 0.5 mA 记录对应的 I_S 和 V_H 。测量步骤与数据处理方法同上。

作 $V_H - I_S$ 图, 两者应呈线性关系, 斜率为 $K_H B$ 。结合已知的 $K_H I$ 值, 可计算 K_H 。

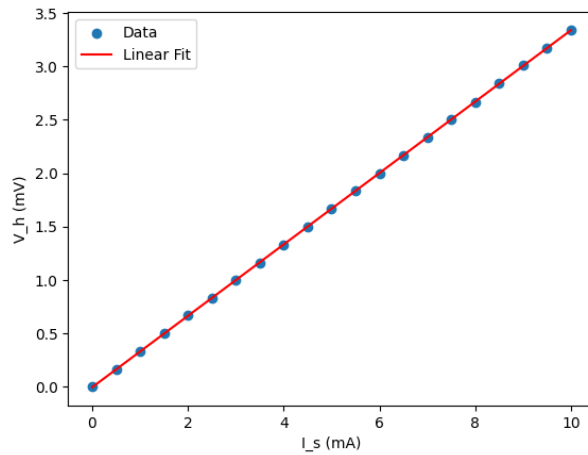


图 4: 测量霍尔电压与霍尔电流关系图

记录原始数据如下: 数据记录完毕后, 以 I_s 为横轴, V_H 为纵轴作图, 如图 4。根据理论分析, 两

No.	I _s (mA)	U ₊₊ (mV)	U ₋ (mV)	U ₊₋ (mV)	U ₋₊ (mV)	V _h (mV)
1	0	-0.31	-0.31	-0.31	-0.31	0
2	0.50	-0.20	-0.03	-0.36	-0.52	0.16
3	1	-0.08	0.27	-0.39	-0.74	0.33
4	1.50	0.03	0.56	-0.44	-0.96	0.50
5	2	0.15	0.85	-0.48	-1.18	0.67
6	2.50	0.26	1.14	-0.52	-1.39	0.83
7	3	0.38	1.43	-0.56	-1.62	1.00
8	3.50	0.49	1.72	-0.60	-1.84	1.16
9	4	0.61	2.01	-0.64	-2.05	1.33
0	4.50	0.72	2.31	-0.69	-2.25	1.49
11	5	0.84	2.59	-0.73	-2.49	1.66
12	5.50	0.95	2.89	-0.78	-2.71	1.83
13	6	1.06	3.18	-0.82	-2.93	2.00
14	6.50	1.18	3.48	-0.86	-3.13	2.16
15	7	1.29	3.78	-0.90	-3.38	2.34
16	7.50	1.41	4.06	-0.94	-3.60	2.50
17	8	1.53	4.36	-0.98	-3.80	2.67
18	8.50	1.65	4.66	-1.01	-4.04	2.84
19	9	1.76	5.01	-1.04	-4.26	3.02
20	9.50	1.87	5.26	-1.08	-4.48	3.17
21	10	1.99	5.58	-1.11	-4.70	3.34

者应呈线性关系:

$$V_H = K_H I_S B_{center} \quad (14)$$

用最小二乘法拟合直线 $V_h = A_s \cdot I_s + b_s$, 斜率即为灵敏度与霍尔电流的乘积 $K_H \cdot B_{center}$ 。回归得到, 数值:

$$K_H \cdot B_{center} = 0.3347 \text{ V/A} \quad (15)$$

进一步计算得到:

$$K_H = \sqrt{\frac{A_m \cdot A_s}{I_s \cdot B_{center}}} = 86.41 \text{ VT}^{-1} \text{ A}^{-1} \quad (16)$$

3.2 亥姆霍兹线圈磁场分布测量

3.2.1 建立 $V_H - U_{++}$ 关系

根据上一节 3.1.2 的测量结果, 建立 V_H 与 U_{++} 的对应关系。首先, 绘制 $V_H - U_{++}$ 的相关图像, 并进行拟合。相关性如图 5: 可采用线性拟合:

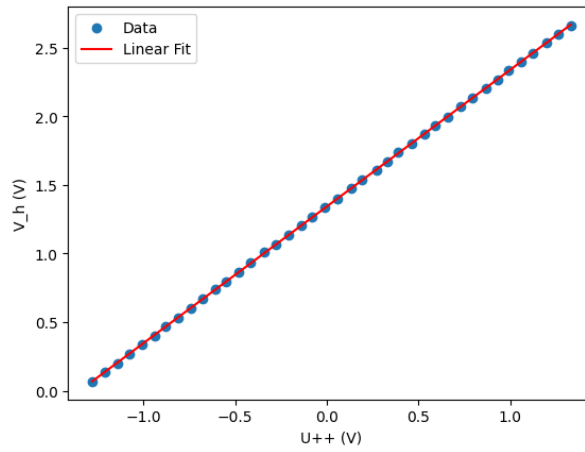


图 5: $V_H - U_{++}$ 关系图

$$V_H = kU_{++} + b \quad (17)$$

拟合得到:

$$V_H = 0.996 \cdot U_{++} + 1.344 \text{ V} \quad (18)$$

线性模型拟合优度即较高, 后续只需测量 U_{++} 即可代入 18 间接得到 V_H 。

3.2.2 磁场分布测量

固定 $I_M = 1000 \text{ mA}$, 将两励磁线圈间隔为 R 摆放, 沿线圈轴线方向移动霍尔传感器, 每隔 5 mm 测量 U_{++} , 并换算为 B 。以轴线坐标 x 为横轴, B 为纵轴作图, 得到磁场分布曲线。

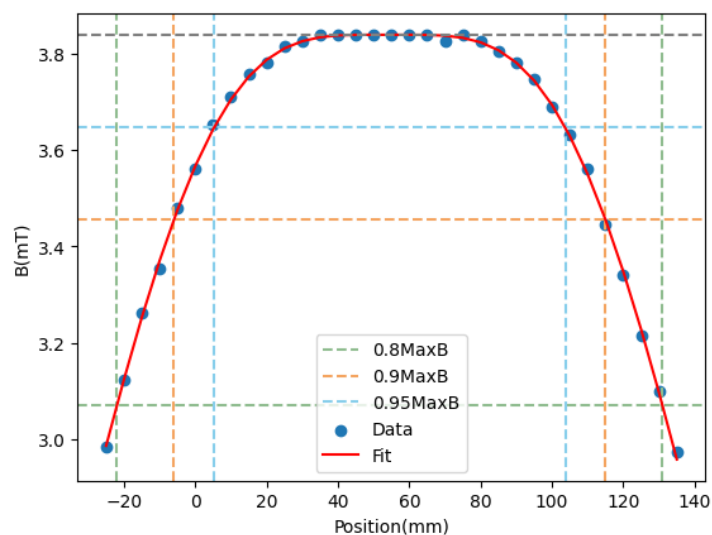


图 6: 亥姆霍兹线圈轴线上磁场分布

从曲线上找出磁场最大值 B_{max} , 分别计算 $0.95B_{max}$ 、 $0.9B_{max}$ 和 $0.8B_{max}$ 对应的 x 坐标分别为:

均匀度	0.95	0.9	0.8
范围 (mm)	98.46	121.08	152.94

3.3 铁球感应磁场测量

将铁球置于亥姆霍兹线圈中心, 调节 $I_M = 1000mA$, 测量轴线上不同位置的磁感应强度 B_{total} 。由于

$$\vec{B}_{total} = \vec{B}_0 + \vec{B}_e \quad (19)$$

为了得到铁球的感应磁场 \vec{B}_e , 需要扣除外加磁场 \vec{B}_0 。使用测量结果扣除 3.2.2 中测量得到的背景场数据, 且推测中心点得到导出的 x , 并使用函数 $B = \frac{A}{(x-B)^3} + C$ 进行拟合

得到如下结果:

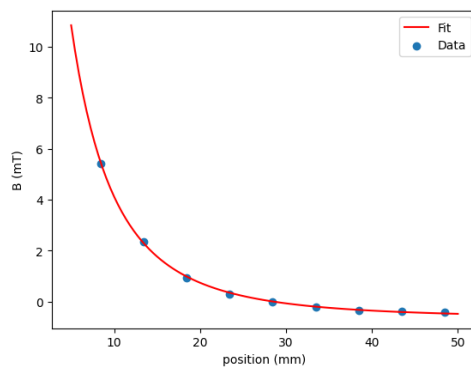


图 7: 铁球感应磁场分布

参数	A	B	C
数值	36314.5	-9.92	0.07

将测量结果与理论计算公式对比：

$$\vec{B}_e(x) = \frac{2R^3 B_0}{x^3} \vec{e}_x \quad (x > R) \quad (20)$$

其中 R 为铁球半径, x 为距离铁球中心的距离, A 的理论值应为:39437, 与实验值相差约为:8.6%。

4 误差分析

1. 由于实验环境的影响, 霍尔元件的输出电压可能受到其他效应的影响, 导致实验结果与理论值有一定偏差。
2. 由于铁球的非理想性, 磁导率不可能为无穷大, 实验测量的结果与理论值有一定偏差。
3. 由于实验仪器的精度限制, 实验结果与理论值有一定偏差。
4. 由于实验中大量参数为实际测得, 并且误差传递较为复杂且积累较大, 可能导致最中测量结果不理想