

利用波耳共振仪研究受迫振动实验预习报告

郑晓旻

2024 年 5 月 17 日

目录

| | | |
|-------|---|---|
| 1 | 实验目的 | 2 |
| 2 | 实验仪器 | 2 |
| 3 | 实验原理 | 2 |
| 4 | 实验装置与方法 | 3 |
| 4.1 | 实验步骤 | 3 |
| 4.1.1 | 衰减法测量振子的固有频率和品质因数 | 3 |
| 4.1.2 | 测量电动机驱动信号频率 (f) 与驱动圆频率 (ω) 之间的关系 | 3 |
| 4.1.3 | 稳态振动测量 | 4 |
| 5 | 数据处理 | 4 |
| 6 | 注意事项 | 4 |

1 实验目的

1. 深入理解受迫振动的基本规律。
2. 学习受迫振动模型基本参数的测量方法。
3. 练习用曲线拟合方法处理数据。

2 实验仪器

- 波耳共振仪
- PASCO850 通用接口
- 转动传感器
- Capstone 软件

3 实验原理

振动是一类非常普遍的运动形式。最简单的振动模型是简谐振动，其特点是回复力与物体（振子）离开平衡的位移成正比。简谐振动的微分方程可写成以下标准形式：

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \quad (1)$$

其中 ω_0 称为固有（角）频率。简谐振动的一般形式为：

$$x(t) = A \sin(\omega_0 t + \phi) \quad (2)$$

其中 A 和 ϕ 分别称为振幅和初始相位。

实际物理系统中总存在一定的摩擦力、空气阻力等耗散因素。假设摩擦力与速度成正比，简谐振动方程变成线性阻尼振动方程：

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \quad (3)$$

其中无量纲的正数 Q 称为品质因数。 Q 越大，阻尼越小，振子维持振动的能力越强。阻尼振动方程的通解是

$$x(t) = A e^{-\frac{\omega_0}{2Q}t} \sin \left(\sqrt{1 - \left(\frac{1}{2Q} \right)^2} \omega_0 t + \phi \right) \quad (4)$$

在受迫振动中，如果振子受到外界正弦驱动，则振动方程为：

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = h \sin(\omega t) \quad (5)$$

其中 h 和 ω 分别称为驱动振幅和驱动频率。微分方程的稳定解为：

$$x(t) = g \sin(\omega t + \phi) \quad (6)$$

其中

$$g = \frac{hQ\omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega\omega_0}{Q}\right)^2}}, \quad \phi = \tan^{-1} \left(\frac{\frac{\omega\omega_0}{Q}}{\omega_0^2 - \omega^2} \right) \quad (7)$$

4 实验装置与方法

本次实验使用波耳共振仪研究受迫振动。波耳共振仪是一个可以加驱动和阻尼的扭簧振子，其结构如图 1 所示。

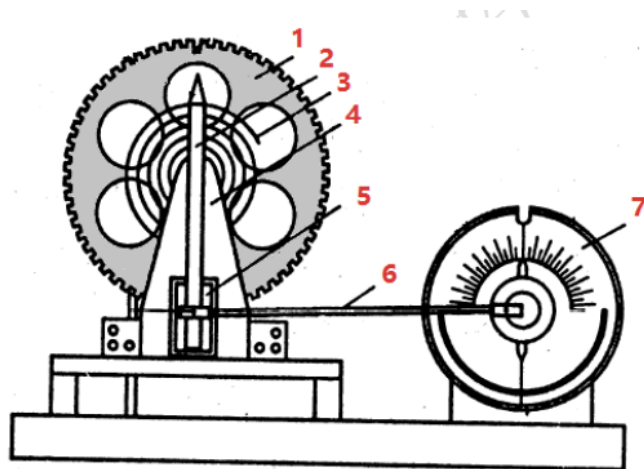


图 3 波耳共振仪结构图

1. 铝质摆轮 2. 摇杆 3. 蜗卷弹簧 4. 固定支架 5. 阻尼线圈 6. 连杆 7. 转盘

图 1: 波耳共振仪结构图

4.1 实验步骤

4.1.1 衰减法测量振子的固有频率和品质因数

1. 不加驱动，阻尼线圈的电压从 0-12V 范围取值并固定。
2. 手动让振子偏离平衡位置，然后释放，记录衰减振动曲线 $\theta(t)$ 。
3. 用 Capstone 软件自带的“阻尼正弦” $\theta(t) = Ae^{-Bt} \sin(\omega t + \phi)$ 拟合实验数据。
4. 根据拟合参数计算 ω_0 和 Q ：

$$\omega_0 = \sqrt{\omega^2 + B^2}, \quad Q = \frac{\omega_0}{2B} \quad (8)$$

5. 改变线圈电压，重复以上步骤。

4.1.2 测量电动机驱动信号频率 (f) 与驱动圆频率 (ω) 之间的关系

1. 设定步进电动机的控制信号，输出 1 设为直流电压 15V，输出 2 设为方波信号。
2. 记录摇杆的角度变化曲线，用 Capstone 软件拟合实验数据，得到驱动频率 ω 。
3. 多次改变电动机转速 f ，测量相应驱动频率 ω 。
4. 根据公式计算 $N = \frac{2\pi f}{\omega}$ ，并验证结果是否为常数。

4.1.3 稳态振动测量

1. 固定阻尼线圈电压，测量幅-频特性和相频特性曲线。
2. 选择适当测量点，记录振动达到稳定后的数据。
3. 改变阻尼线圈电压，重复测量，比较不同 Q 值的频率特性曲线。

5 数据处理

1. 利用曲线拟合方法，从衰减振动曲线中提取参数，计算固有频率 ω_0 和品质因数 Q 。
2. 通过测量不同驱动频率下的稳态振幅，绘制幅频特性曲线和相频特性曲线，分析共振现象。

6 注意事项

1. 测量前确保传感器连接正常。
2. 步进电动机通电前确认驱动电压的极性正确。
3. 做受迫振动实验时必须加合适的阻尼，保证共振时摆轮的振幅不超过 180 度。
4. 每次改变频率后，必须等足够长时间，达到稳态后再测量。
5. 注意识别实验装置中存在的非线性因素。