

# 利用波耳共振仪研究受迫振动实验实验报告

郑晓旻

2024 年 5 月 22 日

## 目录

1	实验目的	2
2	实验仪器	2
3	实验原理	2
4	实验过程和数据	3
4.1	实验步骤	3
4.1.1	衰减法测量振子的固有频率和品质因数	3
4.1.2	测量电动机驱动信号频率 ( $f$ ) 与驱动圆频率 ( $\omega$ ) 之间的关系	4
4.1.3	稳态振动测量	4
5	数据处理	4
6	注意事项	5

## 1 实验目的

1. 深入理解受迫振动的基本规律。
2. 学习受迫振动模型基本参数的测量方法。
3. 练习用曲线拟合方法处理数据。

## 2 实验仪器

- 波耳共振仪
- PASCO850 通用接口
- 转动传感器
- Capstone 软件

## 3 实验原理

振动是一类非常普遍的运动形式。最简单的振动模型是简谐振动，其特点是回复力与物体（振子）离开平衡的位移成正比。简谐振动的微分方程可写成以下标准形式：

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \quad (1)$$

其中  $\omega_0$  称为固有（角）频率。简谐振动的一般形式为：

$$x(t) = A \sin(\omega_0 t + \phi) \quad (2)$$

其中  $A$  和  $\phi$  分别称为振幅和初始相位。

实际物理系统中总存在一定的摩擦力、空气阻力等耗散因素。假设摩擦力与速度成正比，简谐振动方程变成线性阻尼振动方程：

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \quad (3)$$

其中无量纲的正数  $Q$  称为品质因数。 $Q$  越大，阻尼越小，振子维持振动的能力越强。阻尼振动方程的通解是

$$x(t) = A e^{-\frac{\omega_0}{2Q}t} \sin \left( \sqrt{1 - \left( \frac{1}{2Q} \right)^2} \omega_0 t + \phi \right) \quad (4)$$

在受迫振动中，如果振子受到外界正弦驱动，则振动方程为：

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = h \sin(\omega t) \quad (5)$$

其中  $h$  和  $\omega$  分别称为驱动振幅和驱动频率。微分方程的稳定解为：

$$x(t) = g \sin(\omega t + \phi) \quad (6)$$

其中

$$g = \frac{hQ\omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega\omega_0}{Q}\right)^2}}, \quad \phi = \tan^{-1} \left( \frac{\frac{\omega\omega_0}{Q}}{\omega_0^2 - \omega^2} \right) \quad (7)$$

## 4 实验过程和数据

本次实验使用波耳共振仪研究受迫振动。波耳共振仪是一个可以加驱动和阻尼的扭簧振子，其结构如图 1 所示。

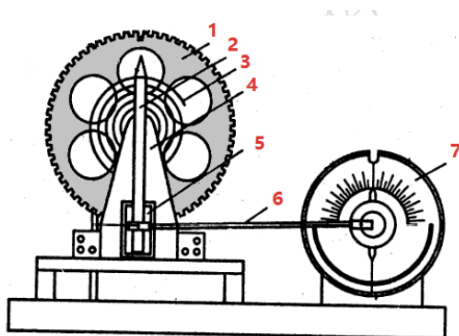


图 3 波耳共振仪结构图

1. 铝质摆轮 2. 摇杆 3. 蜗卷弹簧 4. 固定支架 5. 阻尼线圈 6. 连杆 7. 转盘

图 1: 波耳共振仪结构图

### 4.1 实验步骤

#### 4.1.1 衰减法测量振子的固有频率和品质因数

1. 不加驱动，阻尼线圈的电压从 8-12V 范围取值并固定。
2. 手动让振子偏离平衡位置，然后释放，记录衰减振动曲线  $\theta(t)$ 。
3. 得到数据如下图 2 所示：

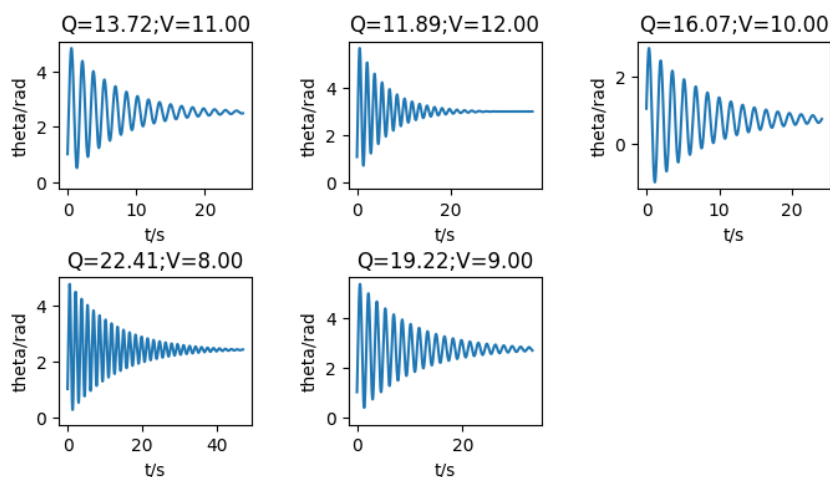


图 2: 衰减振动曲线

4. 用 Capstone 软件自带的“阻尼正弦”  $\theta(t) = Ae^{-Bt} \sin(\omega t + \phi)$  拟合实验数据。
5. 根据拟合参数计算  $\omega_0$  和  $Q$ :

$$\omega_0 = \sqrt{\omega^2 + B^2}, \quad Q = \frac{\omega_0}{2B} \quad (8)$$

6. 实验拟合得到  $\omega$  均为  $3.92\text{rad/s}$ 。可见，不同阻尼下的固有频率变化极小，品质因数随阻尼变化较为明显。
7. 改变线圈电压，重复以上步骤。

#### 4.1.2 测量电动机驱动信号频率 ( $f$ ) 与驱动圆频率 ( $\omega$ ) 之间的关系

1. 设定步进电动机的控制信号，输出 1 设为直流电压  $15\text{V}$ ，输出 2 设为方波信号。
2. 记录摇杆的角度变化曲线，用 Capstone 软件拟合实验数据，得到驱动频率  $\omega$ 。
3. 多次改变电动机转速  $f$ ，测量相应驱动频率  $\omega$ ，并进行回归，得到结果如图 3， $r = 0.9996$ 。

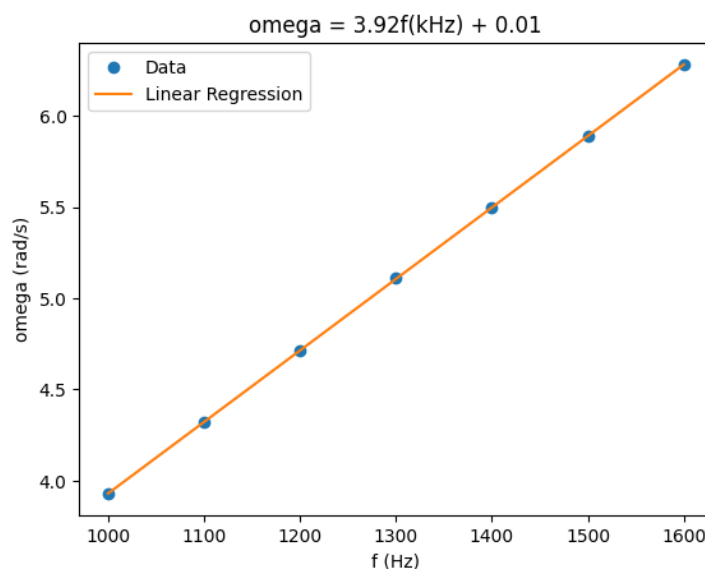


图 3: 步进电机驱动频率相应

4. 根据公式计算  $N = \frac{2\pi f}{\omega} = 1600$ 。

#### 4.1.3 稳态振动测量

1. 固定阻尼线圈电压为  $8\text{V}$  和  $10\text{V}$ ，测量幅-频特性和相频特性曲线。
2. 选择适当测量点，记录振动达到稳定后的数据，如下图所示。
3. 改变阻尼线圈电压，重复测量，比较不同  $Q$  值的频率特性曲线。

## 5 数据处理

1. 利用曲线拟合方法，从衰减振动曲线中提取参数，计算固有频率  $\omega_0$  和品质因数  $Q$ 。
2. 通过测量不同驱动频率下的稳态振幅，绘制幅频特性曲线和相频特性曲线，分析共振现象。

## 6 注意事项

1. 测量前确保传感器连接正常。
2. 步进电动机通电前确认驱动电压的极性正确。
3. 做受迫振动实验时必须加合适的阻尼，保证共振时摆轮的振幅不超过 180 度。
4. 每次改变频率后，必须等足够长时间，达到稳态后再测量。
5. 注意识别实验装置中存在的非线性因素。