

利用霍尔传感器测量磁场

郑晓旻

2024 年 4 月 10 日

目录

1	实验目的	2
2	实验仪器	2
3	实验原理	2
3.1	霍尔效应	2
3.2	亥姆霍兹线圈的磁场分布	3
3.3	铁球在均匀磁场中的感应磁场	4
4	实验过程	4
4.1	霍尔效应验证及灵敏度测量	4
4.1.1	实验装置搭建	4
4.1.2	霍尔电压与磁场关系测量	5
4.1.3	霍尔电压与工作电流关系测量	5
4.2	亥姆霍兹线圈磁场分布测量	5
4.2.1	建立 $V_H - U_{++}$ 关系	5
4.2.2	磁场分布测量	5
4.3	铁球感应磁场测量	6
4.4	其他测量 (可选)	6
5	预习思考题	7
5.1	根据霍尔效应能否确定材料中载流子带的是正电荷还是负电荷?	7
5.2	不等位电动势能否单独测量?	7
5.3	如何尽量准确地把传感器放到亥姆霍兹线圈的对称中心点?	7
5.4	如何测量铁球的感应磁场?	7
5.5	磁场中两个铁球的感应磁场是否具有可加性? 为什么?	8

1 实验目的

1. 了解霍尔传感器的工作原理以及标定方法
2. 研究亥姆霍兹线圈的磁场分布规律
3. 研究测量磁介质对磁场的分布的影响

2 实验仪器

1. 多种磁场传感器及适配模块
2. 电源
3. 换向开关
4. 亥姆霍兹线圈
5. 导轨和支架
6. 多功能物理测试仪
7. 铁球

3 实验原理

3.1 霍尔效应

霍尔效应是载流子在磁场中受到洛伦兹力而发生偏转, 在材料两侧积累电荷从而形成霍尔电压的现象。如图 1所示, 设材料中载流子电荷量为 q , 浓度为 n , 在电流 I_S 作用下沿 x 方向运动, 平均速度为 v 。施加垂直磁场 $\vec{B} = (0, 0, B)$ 后, 载流子在洛伦兹力 $\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}$ 作用下沿 y 方向偏转, 在两侧形成净电荷, 产生横向电场 $\vec{E} = (0, E, 0)$ 。当电场力 $\vec{F}_E = q\vec{E}$ 与洛伦兹力平衡时, 载流子不再偏转, 两侧电势差即为霍尔电压 V_H 。

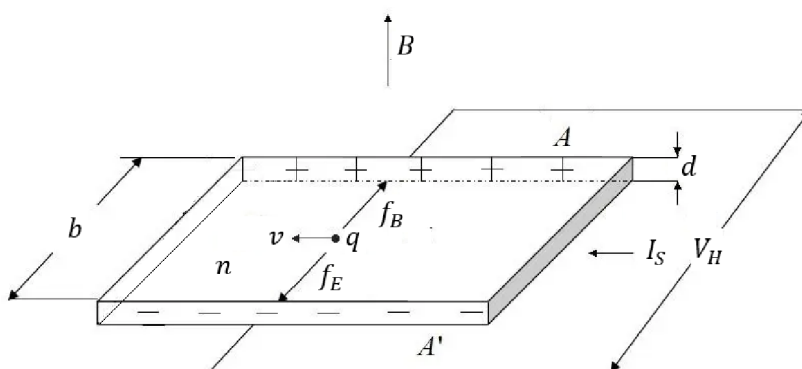


图 1 霍尔效应示意图(假定 $q > 0$)

图 1: 霍尔效应示意图

由洛伦兹力和电场力平衡条件可得:

$$qvB = qE \Rightarrow E = vB \quad (1)$$

而

$$V_H = Ed = vBd \quad (2)$$

结合材料中电流密度 $j = qnv$, 载流子速度 $v = \frac{I_S}{qnd}$, 代入上式可得:

$$V_H = \frac{I_S B}{qnd} \equiv K_H I_S B \quad (3)$$

其中 $K_H = \frac{1}{qnd}$ 为霍尔元件的灵敏度, 与材料特性有关。

在实际测量中, 由于制作工艺和材料非理想性, 霍尔电压往往混有其他效应的贡献:

- 不等位电动势 U_p : 电极焊接位置不同, 存在与 I_S 成正比电势差
- 爱廷豪森效应 U_E : 载流子速度分布不均, 磁场下偏转程度不同, 两侧产生温差, 热电偶效应电动势正比于 $I_S B$
- 能斯特效应 U_N : 磁场存在时, 材料纵向温差会产生横向电势差, 正比于 $I_S^2 B$
- 里奇-勒杜克效应 U_R : 磁场存在时, 材料横向温差会产生纵向温差, 热电偶效应电动势正比于 $I_S^2 B$

霍尔元件输出电压为以上各项的叠加:

$$U = V_H + U_p + U_E + U_N + U_R \quad (4)$$

通过改变 I_S 和 B 的方向, 可以消除 U_p 、 U_N 和 U_R 的影响:

$$V_H + U_E = \frac{1}{4}(U_{++} - U_{+-} + U_{--} - U_{-+}) \quad (5)$$

其中下标 ++、+-、--、-+ 分别表示 I_S 和 B 同向、 I_S 反向 B 同向、 I_S 和 B 反向、 I_S 同向 B 反向。在 $|V_H| \gg |U_E|$ 时, 可近似得到 V_H 。

3.2 亥姆霍兹线圈的磁场分布

亥姆霍兹线圈由两个半径为 R 、匝数为 N 的同轴环形线圈组成, 两线圈平面间距为 R , 绕组方向相同, 如图 2 所示。当通以电流 I_M 时, 在轴线上产生较为均匀的磁场。

对于单个环形线圈, 轴线上 x 处的磁感应强度为:

$$B_x(x) = \frac{\mu_0 N I_M R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}} \quad (6)$$

由磁场叠加原理, 双线圈轴线上磁感应强度为:

$$B_x(x) = \frac{\mu_0 N I_M R^2}{2} \left[\frac{1}{(R^2 + (x + d/2)^2)^{3/2}} + \frac{1}{(R^2 + (x - d/2)^2)^{3/2}} \right] \quad (7)$$

可以证明, 当两线圈间距等于线圈半径时, 中心处 $x = 0$ 满足 $\frac{\partial B_x}{\partial x} = \frac{\partial^2 B_x}{\partial x^2} = \frac{\partial^3 B_x}{\partial x^3} = 0$, 磁场最为均匀。

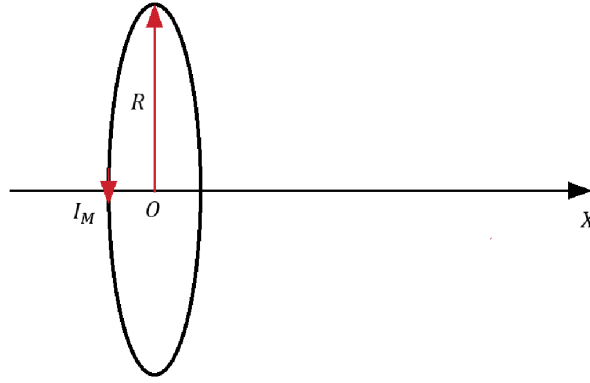


图 2: 亥姆霍兹线圈示意图

3.3 铁球在均匀磁场中的感应磁场

将一个半径为 R 的铁球置于感应强度为 $\vec{B}_0 = (B_0, 0, 0)$ 的均匀磁场中, 铁球会产生感应磁化, 其磁化强度 \vec{M} 与外加磁场 \vec{B}_0 同方向。设真空磁导率为 μ_0 , 铁球的相对磁导率为 μ_r , 铁球内部感应磁场 \vec{B} 满足:

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H}_0 + \vec{M}) = \mu_0 \left(\frac{\vec{B}_0}{\mu_0} + \frac{\mu_r - 1}{\mu_r + 2} \vec{B}_0 \right) = \frac{3\mu_r}{\mu_r + 2} \vec{B}_0 \approx 3\vec{B}_0 \quad (\mu_r \gg 1) \quad (8)$$

即铁球内部磁场是外加磁场的 3 倍。

在铁球外部, 感应磁场 \vec{B}_e 相当于一个磁偶极子的磁场。取铁球中心为坐标原点, z 轴与外加磁场同向, 则铁球表面磁荷密度 $\sigma_m = \frac{3\mu_0}{4\pi} \vec{M} \cdot \vec{e}_r = \frac{3B_0}{4\pi} \cos \theta$, 其中 θ 为 \vec{e}_r 与 z 轴的夹角。由磁偶极子的磁位计算公式, 真空中一点 $P(r, \theta)$ 处感应磁场为:

$$\vec{B}_e(P) = \begin{cases} (2B_0, 0, 0) & r \leq R \\ \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{r^3} \left[\frac{3R^3 B_0}{r^3} (2 \cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \vec{e}_r + \frac{3R^3 B_0}{r^3} \sin \theta \cos \theta \vec{e}_\theta \right] & r > R \end{cases} \quad (9)$$

沿轴线 ($\theta = 0$ 或 π) 方向, 感应磁场与外加磁场同向, 磁场加强; 在赤道面 ($\theta = \pi/2$) 上, 感应磁场与外加磁场反向, 磁场减弱。总磁场是外加磁场与感应磁场的矢量和。

4 实验过程

4.1 霍尔效应验证及灵敏度测量

4.1.1 实验装置搭建

将两个线圈按照亥姆霍兹线圈的要求组装, 并将霍尔传感器放置在线圈中心。调节电源输出, 左路恒流源为线圈提供励磁电流 I_M , 右路恒流源为霍尔元件提供工作电流 I_S 。用万用表分别检查 I_M 和 I_S 是否达到设定值。

4.1.2 霍尔电压与磁场关系测量

固定 $I_S = 10mA$, 改变 I_M 从 $0 \sim 1000mA$, 每隔 $100mA$ 记录对应的 B 和 V_H 。由于

$$B_{center}(I_M) = \frac{\mu_0 N I_M R^2}{(R^2 + (d/2)^2)^{3/2}} \quad (10)$$

I_M 和 B 成正比, 改变 I_M 即可得到不同的 B_{center} 值。

在每个 I_M 下, 需要测量 4 种 I_S 和 I_M 组合下的霍尔电压, 然后按照

$$V_H = \frac{1}{4}(U_{++} - U_{+-} + U_{--} - U_{-+}) \quad (11)$$

计算 V_H , 消除其他效应的影响。

数据记录完毕后, 以 B 为横轴, V_H 为纵轴作图。根据理论分析, 两者应呈线性关系:

$$V_H = K_H I_S B_{center} \quad (12)$$

用最小二乘法拟合直线, 斜率即为灵敏度 K_H 。

4.1.3 霍尔电压与工作电流关系测量

固定 $I_M = 1000mA$, 改变 I_S 从 $0 \sim 10mA$, 每隔 $1mA$ 记录对应的 I_S 和 V_H 。测量步骤与数据处理方法同上。

作 $V_H - I_S$ 图, 两者应呈线性关系, 斜率为 $K_H B$ 。结合已知的 B 值, 可再次计算 K_H , 并与上一小节的结果对比, 验证实验的重复性。

4.2 亥姆霍兹线圈磁场分布测量

4.2.1 建立 $V_H - U_{++}$ 关系

根据上一节的测量结果, 建立 V_H 与 U_{++} 的对应关系。可采用线性拟合:

$$V_H = kU_{++} + b \quad (13)$$

或多项式拟合:

$$V_H = a_0 + a_1 U_{++} + a_2 U_{++}^2 + \cdots + a_n U_{++}^n \quad (14)$$

选择拟合优度高的模型, 后续只需测量 U_{++} 即可间接得到 V_H 和 B 。

4.2.2 磁场分布测量

固定 $I_M = 1000mA$, 沿线圈轴线方向移动霍尔传感器, 每隔 $1cm$ 测量 U_{++} , 并换算为 B 。以轴线坐标 x 为横轴, B 为纵轴作图, 得到磁场分布曲线。

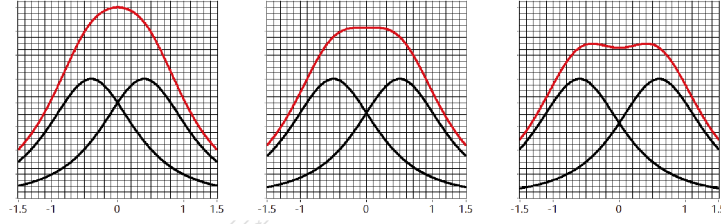


图3 共轴线圈轴线上的磁场分布示意图 黑线为单独线圈产生的磁场，红线为合成磁场
横坐标为 x/R ，从左到右 d 分别等于 $0.8R, R, 1.2R$ 。

图 3: 亥姆霍兹线圈轴线上磁场分布 (示意图)

从曲线上找出磁场最大值 B_{max} ，分别计算 $0.95B_{max}$ 、 $0.9B_{max}$ 和 $0.8B_{max}$ 对应的 x 坐标范围，即磁场均匀度不同的区域大小。

4.3 铁球感应磁场测量

将铁球置于亥姆霍兹线圈中心，调节 $I_M = 1000mA$ ，测量轴线上不同位置的磁感应强度 B_{total} 。由于

$$\vec{B}_{total} = \vec{B}_0 + \vec{B}_e \quad (15)$$

为了得到铁球的感应磁场 \vec{B}_e ，需要扣除外加磁场 \vec{B}_0 。

将测量结果与理论计算公式对比：

$$\vec{B}_e(x) = \frac{2R^3 B_0}{x^3} \vec{e}_x \quad (x > R) \quad (16)$$

其中 R 为铁球半径， x 为距离铁球中心的距离。

比较实验结果与理论预期，分析误差来源。

4.4 其他测量 (可选)

可以探究铁球尺寸、材料、外加磁场强度等因素对感应磁场的影响。

以上是实验过程的详细描述，包括实验装置搭建、测量步骤、数据记录与处理、结果分析等。通过测量霍尔电压与磁场、工作电流的关系，验证霍尔效应的理论公式，并计算灵敏度。通过测量亥姆霍兹线圈轴线上的磁场分布，分析磁场的均匀性。通过测量铁球在均匀磁场中的感应磁场，并与理论计算结果对比，加深对磁介质磁化过程的理解。

在实验过程中需要注意以下事项：

- 霍尔电压较小，读数时避免外界电磁干扰，做好屏蔽措施
- 改变 I_S 和 I_M 方向时动作要轻，避免线圈和传感器移位
- 测量磁场分布时，每次移动传感器后让读数稳定再记录
- 铁球表面应洁净，感应磁场测量前先退磁

5 预习思考题

5.1 根据霍尔效应能否确定材料中载流子带的是正电荷还是负电荷？

根据霍尔效应能确定载流子电荷的符号, 从而确定其是正电荷还是负电荷。由公式:

$$V_H = \frac{I_S B}{qnd} \equiv K_H I_S B \quad (17)$$

可见, 不同电荷的载流子在相同条件下, 霍尔电压的符号相反。因此, 通过测量霍尔电压的正负号, 可以确定载流子的电荷是正电荷还是负电荷。

5.2 不等位电动势能否单独测量？

不等位电动势 U_p 可以单独测量, 因为 U_p 是所有附加电动势和霍尔电动势中唯一与磁场无关的, 只要做好磁屏蔽, 就能直接测量不等位电动势。

5.3 如何尽量准确地把传感器放到亥姆霍兹线圈的对称中心点？

可以利用磁场分布的对称性, 通过以下步骤找到亥姆霍兹线圈的中心点:

1. 先将传感器大致放在两线圈的中间位置, 调节 I_M 至较大值, 记录此时的霍尔电压 V_H^0 , 左右移动霍尔传感器, 分辨此时中间位置为局部极强还是极弱。
2. 沿轴线方向略微移动传感器, 记录 V_H 的变化。如果 V_H 增大, 则向 V_H 增大(减小)的方向移动; 如果 V_H 减小, 则向相反方向移动。
3. 重复步骤 2, 直到找到 V_H 局部极强或极弱的位置, 该位置即为也就是线圈中心。
4. 在中心附近的小范围内多次测量, 取 V_H 最大时传感器的位置, 以进一步提高精度。

之所以 V_H 最大处为线圈中心, 是因为亥姆霍兹线圈的磁场分布在中心处取局部极值, 且沿轴线方向对称。设中心处磁感应强度为 B_0 , 则轴线上任一点的磁感应强度为:

$$B(x) = B_0 \left[\frac{1}{(1+x'^2)^{3/2}} + \frac{1}{(1+x'^2)^{3/2}} \right], \quad x' = \frac{2x}{R} \quad (18)$$

其中 x 为距中心的距离, R 为线圈半径。函数 $B(x)$ 在 $x=0$ 处取得极值。

5.4 如何测量铁球的感应磁场？

测量铁球的感应磁场, 需要先测量外加均匀磁场 \vec{B}_0 , 再测量铁球置于磁场中时的总磁场 \vec{B}_{total} , 两者相减即为铁球的感应磁场 \vec{B}_e :

$$\vec{B}_e = \vec{B}_{total} - \vec{B}_0 \quad (19)$$

具体步骤如下:

1. 先不放铁球, 只用亥姆霍兹线圈产生均匀磁场, 测量不同位置的 \vec{B}_0 。
2. 将铁球置于线圈中心, 测量不同位置的 \vec{B}_{total} , 注意传感器不要碰到铁球。
3. 根据位置对应相减, 得到铁球在不同位置产生的感应磁场 \vec{B}_e 。

4. 将测量结果与理论公式对比:

$$\vec{B}_e(r, \theta) = \begin{cases} \frac{2\mu_0}{3} \vec{B}_0 & r < R \\ \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{R^3}{r^3} [(2 \cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \vec{e}_r + \sin \theta \cos \theta \vec{e}_\theta] B_0 & r > R \end{cases} \quad (20)$$

其中 R 为铁球半径, r 、 θ 为极坐标系下铁球中心到测量点的距离和天顶角, \vec{e}_r 和 \vec{e}_θ 为单位径向矢量和单位角向矢量。

5.5 磁场中两个铁球的感应磁场是否具有可加性? 为什么?

两个铁球的感应磁场不具有可加性, 即两个铁球同时置于磁场中产生的感应磁场, 不等于它们分别置于磁场中产生的感应磁场之和。这是因为每个铁球磁化时, 除了外加磁场 \vec{B}_0 之外, 还受到另一个铁球感应磁场的影响。。