

热学: 第 1 次作业

Due on 2024.3.4

周欣 *Section A*

郑晓旻

202111030007

Problem 1

道尔顿提出一种温标：规定理想气体体积的相对增量正比于温度的增量，在标准大气压下，规定水的冰点温度为零度，沸水温度为 100 度。试用摄氏度 t 来表示道尔顿温标的温度 τ

Solution

设大气压强为 P_{atm} , $T_0 = 273.15K$ 为摄氏 0 度, $T_{100} = 373.15K$ 为摄氏 100 度, t 为摄氏度, τ 为道尔顿温标的温度。 V_0 为理想气体在摄氏 0 度下的体积。

由题意可得：

$$\begin{aligned} P_{atm}V_0 &= \nu RT_0 \\ P_{atm}V_{100} &= \nu RT_{100} \end{aligned}$$

由定义：

$$\tau = \frac{V - V_0}{V_{100} - V_0} \times 100$$

并带入气体体积和摄氏度的关系：

$$V = \frac{\nu R(t + 273.15)}{P_{atm}}$$

得到道尔顿温度与摄氏温度的转化关系：

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{\frac{\nu R(t+273.15)}{P_{atm}} - V_0}{V_{100} - V_0} \times 100 \\ &= \frac{\frac{\nu R(t+273.15)}{P_{atm}} - \nu RT_0}{\nu RT_{100} - \nu RT_0} \times 100 \\ &= \frac{t}{100} \times 100 = t \end{aligned}$$

Problem 2

国际实用温标（1990 年）规定：用于 13.803（平衡氢三相点）到 961.78°C（银在 0.101MPa 下的凝固点）的标准测量仪器是铂电阻温度计。设铂电阻在 0°C 及 °C 时电阻的值分别为 R_0 及 $R(t)$ ，定义 $W(t) = R(t)/R_0$ ，且在不同测温区内 $W(t)$ 对 t 的函数关系是不同的，在上述测温范围内大致有 $W(t) = 1 + At + Bt^2$ 若在 0.101MPa 下，对应于冰的熔点、水的沸点、硫的沸点（温度为 444.67°C）电阻的阻值分别为 11.000Ω、15.247Ω、28.887Ω，试确定上式中的常数 A 和 B。（正确标注常数 A 和 B 的单位）

Solution

由题意可得：

$$\begin{aligned} W(0) &= 1 \\ W(100) &= 1 + 100^\circ C \cdot A + 10000^\circ C^2 \cdot B \\ W(444.67) &= 1 + 444.67^\circ C \cdot A + (444.67^\circ C)^2 \cdot B \end{aligned}$$

同时代入电阻的阻值：

$$\begin{aligned} 11/11 &= R_0/R_0 = 1 \\ 15.247/11 &= R_{100}/R_0 = 1 + 100^\circ C \cdot A + 10000^\circ C^2 \cdot B \\ 28.887/11 &= R_0 = 1 + 444.67^\circ C \cdot A + (444.67^\circ C)^2 \cdot B \end{aligned}$$

得到 A、B、C 的解:

$$\begin{cases} A = 3.9201^\circ\text{C}^{-1} \\ B = -5.9205 \times 10^{-7}^\circ\text{C}^{-2} \end{cases}$$

Problem 3

求氧气压强为 0.1MPa、温度为 27°C 时的密度

Solution

由理想气体状态方程:

$$PV = \nu RT$$

导出:

$$\rho = \frac{M_{mol}P}{RT}$$

以及氧气的摩尔质量为 32g/mol, 和标准状态 (0°C, 101kPa) 下每摩尔理想气体体积

$$V^\ominus = 22.4L \quad M_{mol} = 32g$$

得到氧气在标准状态下密度: $\rho^\ominus = M_{mol}/V^\ominus$ 代入氧气压强为 0.1MPa、温度为 27°C 时的密度:

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{M_{mol}P}{RT} = \frac{M_{mol}P^\ominus}{RT^\ominus} \frac{T^\ominus P}{TP^\ominus} = \rho^\ominus \frac{T^\ominus P}{TP^\ominus} \\ \rho &= 0.707g/L \end{aligned}$$

Problem 4

容积为 10L 的瓶内贮有氢气, 因开关损坏而漏气, 在温度为 7.0°C 时, 压强计的读数为 50atm。过了些时候, 温度上升为 17°C, 压强计的读数未变, 问漏去了多少质量的氢?

Solution

由理想气体状态方程:

$$\begin{aligned} \nu &= \frac{PV}{RT} \\ m &= \nu M_{mol} = \frac{PV}{RT} M_{mol} \\ \Delta m &= \frac{M_{mol}PV}{R} \Delta\left(\frac{1}{T}\right) \\ &= 727.21g \end{aligned}$$

Problem 5

现有一气球，体积为 8.7m^3 ，冲入温度为 15°C 的氢气。当温度升高到 37°C 时，维持其气压 p 及体积 V 不变，气球中多余的氢气跑掉了，而使其质量减少了，试求氢气在 0°C 、压强 p 下的密度

Solution

由理想气体状态方程：

$$\begin{aligned}
 PV &= \nu RT \\
 \nu &= \frac{VP}{RT} \\
 \Delta\nu &= \frac{Vp}{R} \Delta \frac{1}{T} \\
 \frac{Vp}{R} &= \frac{\Delta\nu}{\Delta \frac{1}{T}} \\
 \rho &= \frac{M_{mol}p}{RT} = \frac{pV}{R} \frac{1}{VT} M_{mol} \\
 &= \frac{\Delta m}{\Delta \frac{1}{T}} \frac{1}{VT} \\
 &= 0.00889\text{kg/m}^3
 \end{aligned}$$

Problem 6

一个不漏气的氢气球可以膨胀，保持气球内外压强相等，随着气球不断升高，大气压强不断减少，氢气球就不断膨胀。如果忽略掉大气温度和摩尔质量随高度的变化，假设氢气和大气都是理想气体，试问：

(A) 气球在上升过程中所受的净浮力（浮力-氢气自身重量）是否变化？

(B) 在标准状态下给氢气球充气后，体积 $V = 556\text{m}^3$ 球壳的体积可以忽略不计，球壳的质量 $m = 12.5\text{kg}$ ，在 0°C 的等温大气中，这个气球还可悬挂多重物体而不坠下？已知 $M_{h_2}^{mol} = 2\text{g/mol}$, $M_{air}^{mol} = 28.9\text{g/mol}$

Solution

Part A

由理想气体状态方程：

$$\begin{aligned}
 PV &= \nu RT \\
 PM_{mol} &= \rho RT
 \end{aligned}$$

计算浮力：

$$\begin{aligned}
 F_b &= \rho_{air} V_{air} g - \rho_{h_2} V_{h_2} g \\
 &= \frac{PM_{air}^{mol} V}{RT} g - \frac{PM_{h_2}^{mol} V}{RT} g \\
 &= \nu_{h_2} (M_{air}^{mol} - M_{h_2}^{mol}) g
 \end{aligned}$$

由上式可知, 气球在上升过程中所受的净浮力不变。

Part B

受力平衡方程:

$$\begin{aligned} F_{\text{浮}} &= Mg + mg + \rho_{h_2} g V \\ (M_{\text{air}}^{\text{mol}} - M_{h_2}^{\text{mol}}) g V &= (M + m) g \\ M &= \frac{PV}{RT} (M_{\text{air}}^{\text{mol}} - M_{h_2}^{\text{mol}}) V - m \\ &= 664.6 \text{ kg} \end{aligned}$$

Problem 7

某混合气体由 H_2, CO_2, CH_4, C_2H_4 组成, 其摩尔质量分别为 $2g \cdot mol^{-1}, 44g \cdot mol^{-1}, 16g \cdot mol^{-1}, 28g \cdot mol^{-1}$ 。在 $20^\circ C$ 时, 上述四种气体对应的分压强为 $200mmHg, 150mmHg, 320mmHg, 105mmHg$

(A) 求混合气体的总压强

(B) 求氢气的质量分数

Solution

Part A

$$P = \Sigma p_i = 775 \text{ mmHg}$$

Part B

$$\eta_{H_2}^m = \frac{M_{H_2}^{\text{mol}} p_{H_2}}{\sum_i M_i^{\text{mol}} p_i} = \frac{20}{753}$$

Problem 8

所谓某混合理想气体中各组分的体积百分比, 是指各组分单独处在与混合理想气体相同压强和温度状态下, 其体积在混合理想气体中所占的百分数。空气可当作理想气体, 空气中几种主要组分的体积百分比是: 氮 78%, 氧 21%, 氩 1%

求标准情况下空气的密度

已知: $M_{N_2}^{\text{mol}} = 28.0g/mol, M_{O_2}^{\text{mol}} = 32.0g/mol, M_{Ar}^{\text{mol}} = 39.9g/mol$

Solution

$$\begin{aligned}
\rho &= \frac{M_{N_2}^{mol} p_{N_2} + M_{O_2}^{mol} p_{O_2} + M_{Ar}^{mol} p_{Ar}}{RT} \\
&= \frac{P(M_{N_2}^{mol} \eta_{N_2} + M_{O_2}^{mol} \eta_{O_2} + M_{Ar}^{mol} \eta_{Ar})}{RT} \\
&= \frac{M_{N_2}^{mol} \eta_{N_2} + M_{O_2}^{mol} \eta_{O_2} + M_{Ar}^{mol} \eta_{Ar}}{V_{mol}^\Theta} \\
&= 1.29 \text{ kg/m}^3
\end{aligned}$$

Problem 9

一段开口、横截面积处处相等的长管中冲有压强为 p 的空气。先对管子加热，使其形成从开口温度 1000K 均匀变为 200K 的温度分布，然后把管子开口段密封，再使整体温度降为 100K。求管中最终压强。

Solution

由理想气体状态方程：

$$\begin{aligned}
\nu &= \int d\nu \\
&= \int \frac{P}{RT} dV \\
&= \int_0^l \frac{P}{RT} A dx \\
&= \int_0^l \frac{PA}{R(T_{200} + x/l(T_{1000} - T_{200}))} dx \\
&= \frac{PA}{R} \frac{l}{T_{1000} - T_{200}} \ln \frac{T_{1000}}{T_{200}}
\end{aligned}$$

将上式代入理想气体状态方程：

$$P' = \frac{\nu RT'}{Al} = P \frac{T'}{T_{1000} - T_{200}} \ln \frac{T_{1000}}{T_{200}} = \frac{\ln 5}{8} P$$