

变温霍尔效应

学号:202111999064

姓名: 郑力恒

2024 年 3 月 1 日

摘要

本实验利用范德堡尔测量法测量了 $77K \sim 300K$ 的温度范围内 InSb 半导体霍尔系数 R_H 随温度 T 变化的变化, 并绘制出 $\ln|R_H| - T$ 曲线. 然后结合半导体理论定性分析了曲线 $\ln|R_H| - T$ 各部分的变化趋势及其原因, 验证了理论给出的判断. 并定量计算了 $\ln|R_H|$ 极小值温度 $T_{min} = 147K$, 极大值温度 $T_{max} = 174K$. 并测得饱和霍尔系数为 $R_{HS} = 4.43 \times 10^{-3}(m^3 \cdot C^{-1})$ 和最大霍尔系数为 $R_{HM} = -2.07 \times 10^{-2}(m^3 \cdot C^{-1})$, 并根据此数据计算出电子和空穴的迁移率比值 $b = 20.64$. 之后, 在低温饱和区, 利用测量得到的饱和霍尔系数数据, 计算得出样品的掺杂浓度 $N_A = 1.66 \times 10^{15} cm^{-3}$. 最后在接近室温的 $250 \sim 300K$ 区域, 通过拟合 $\ln|npT^{-3}| - T^{-1}$ 曲线, 得到该样品的禁带宽度 $E_g = 0.236eV$.

1. 引言

1879 年为物理学家霍尔所发现, 对通电的导体或半导体施加一与电流方向相垂直的磁场, 则在垂直于电流和磁场方向上有一横向电位差出现, 这个现象被称为霍尔效应. 在本世纪的前半个世纪, 霍尔系数及电阻率的测量一直推动着固体导电理论的发展, 特别是在半导体电子论的发展中, 它起着尤为重要的作用.

本实验采用范德堡方法, 测量样品霍尔系数随温度的变化, 并依据曲线分析计算一些特性参数——样品掺杂浓度, 迁移率比值, 禁带宽度等。

2. 原理

2.1 实验基本公式

2.1.1 半导体中的载流子

半导体内有两种载流子: 电子和空穴, 浓度分别用 n, p 表示. 本征半导体中载流子全部来源于本征激发因此存在等式: $n_i = n = p$, 其中 n_i 称为本征载流子浓度, 基于经典玻尔兹曼统计:

$$n_i = CT^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{E_g}{2k_B T}\right) \quad (1)$$

其中, k_B 为玻尔兹曼常数, T 为绝对温度, E_g 为禁带宽度. 进一步可得到

$$\ln(npT^{-3}) = C - \frac{E_g}{k_B T} \quad (2)$$

所以, 禁带宽度 E_g , 可由如下公式经过线性拟合得出

$$E_g = -k_B \frac{\Delta(\ln(npT^{-3}))}{\Delta(1/T)} \quad (3)$$

2.1.2 霍尔效应及霍尔系数

霍尔效应是一种电流磁效应, 当样品通以电流 I , 并加一磁场 B 垂直于电流, 则在样品的两侧产生一个霍尔电势差 V_H :

$$V_H = R_H \frac{IB}{d} \quad (4)$$

其中, R_H 为霍尔系数, d 为样品在垂直磁场方向的厚度. 半导体中同时存在数量级相同的两种载流子时, 霍尔系数满足关系

$$R_H = \frac{3\pi}{8q} \frac{p - nb^2}{(p + nb)^2} \quad (5)$$

其中 $b = \frac{\mu_n}{\mu_p} \gg 1$, 为电子与空穴电导迁移率之比.

2.2 实验负效应及消除方法

在霍尔系数的测量过程中, 存在由于热流产生的电效应, 该效应会形成电势差并叠加在测量值 V 上, 引起测量误差. 这几个副效应是

- Ettingshausen 效应, 来源于温差电动势, 记作 $V_E \propto BI$, 该效应与 I, B 的方向均有关.
- Nernst 效应, 来源于沿电流方向的热流, 记作 $V_N \propto QB$, 该效应与 B 的方向有关.
- Righi-Leduc 效应, 来源于温度梯度分布, 记作 $V_R \propto QB$, 该效应与 B 的方向有关.

利用副效应与电流和磁场的方向的依赖, 改变电流和磁场方向即可消除部分副效应的影响, 具体的各个方向的电压表示和 V_H 的计算公式如下所示:

电流方向	磁场方向	测量电压 V_i 的表达式
+	+	$V_1 = V_H + V_E + V_N + V_R$
-	+	$V_2 = -V_H - V_E + V_N + V_R$
-	-	$V_3 = V_H + V_E - V_N - V_R$
+	-	$V_4 = -V_H - V_E - V_N - V_R$

最终得到

$$V_H \approx V_H + V_E = \frac{1}{4} (V_1 - V_2 + V_3 - V_4) \quad (6)$$

其中, 由于 Ettingshausen 效应与霍尔效应对 B, I 方向依赖相同, 无法消去, 但在 $V_H \gg V_E$ 的情况下, 公式可近似成立.

3. 实验数据处理与分析

3.1 $\ln|R_H| - T$ 曲线

3.1.1 室温测量霍尔系数

在室温下, PID 控温仪的测量值 $T = 297.03K$, 选择 S2 样品, 设定恒流源电流值为 $I = 10mA$. 调整磁极 N 面对测量者, 此时电流为正. 移动磁极与样品的相对位置至测量电压 V_H 最大, 此时磁场与样品的表面垂直, 标记此时的磁极位置. 之后依次调整磁极和电流的方向, 测量相应的电压.

$$V_{H1} = 1.505mV \quad V_{H2} = -1.504mV \quad V_{H3} = 1.498mV \quad V_{H4} = -1.496mV \quad (7)$$

此时磁场 $B = 422mT$, 样品厚度 $d = 1mm$, 计算可得室温霍尔系数

$$R_H = 3.56 \times 10^{-3} (\text{m}^3 \cdot C^{-1}) \quad (8)$$

3.1.2 $\ln|R_H| - T$ 曲线绘制

利用测量得到的霍尔电压的实验数据, 结合式 (4), 其中电流 $I = 10.003mA$, 磁场 $B = 422mT$, 样品厚度 $d = 1mm$. 代入得到 $\ln|R_H|$ 关于温度 T 的曲线如图所示:

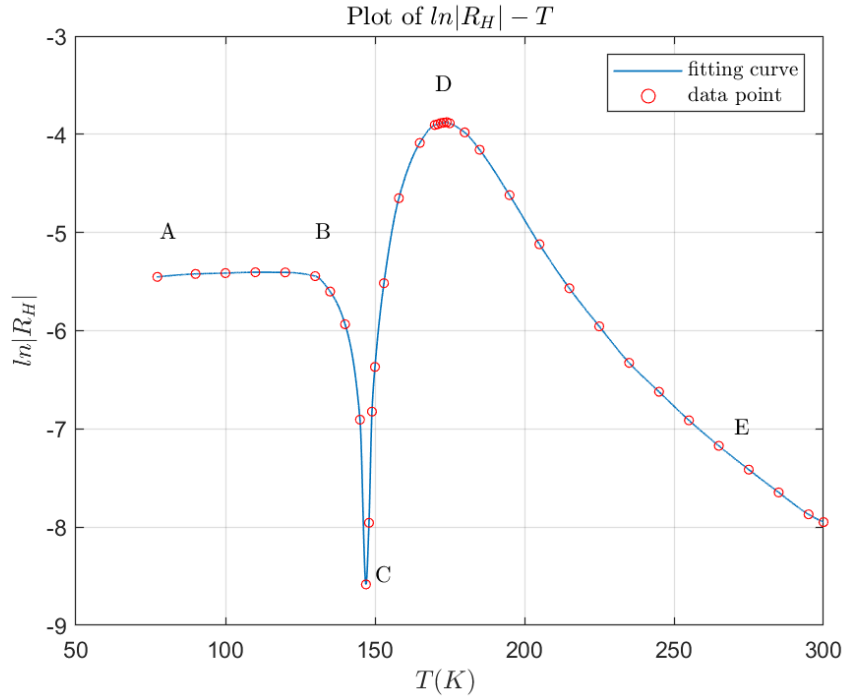


图 1: $\ln|R_H| - T$ 曲线

3.1.3 曲线的定性分析

曲线可大致分为四个阶段。随温度升高, 对于 $\ln|R_H|$, 在 AB 段保持不变, BC 段曲线迅速减小, CD 段曲线迅速增长至最大, DE 段逐渐减小。其中存在极小值 C 点和极大值 D 点, 并且在 C 点向负无穷发散。

对曲线各段, 可做如下分析:

- AB: 饱和段

在低温下半导体不存在本征激发, 载流子浓度由杂质电离提供, 杂质电离在实验所处的低温下便可完全电离。此时载流子浓度满足 $n \approx 0$, $p = N_A$, 其中 N_A 称为杂质电离的饱和浓度。将此时的霍尔系数称作低温饱和霍尔系数, 记为 R_{HS} , 等于

$$R_{HS} = \frac{3\pi}{8q} \frac{1}{p} \quad (9)$$

- BC: 下降段

在温度进一步升高时, 本征激发开始出现, 记半导体本征激发提供的载流子浓度即为 n_i , 则 $n = n_i$, $p = n_i + N_A$, 则霍尔系数可表示为

$$R_H = \frac{3\pi}{8q} \frac{N_A + n_i(1 - b^2)}{(N_A + n_i(1 + b))^2} \quad (10)$$

由于 $b \gg 1$, 在温度 T 升高时, n_i 增大, R_H 逐渐减小到 0, 则反映在 $\ln|R_H|$ 上的是减小到负无穷, 达到 C 点。

- C: 极小值点

在到达该临界温度 C 前, 该半导体 $R_H > 0$, 由空穴导电占主导, 反映为 p 型半导体。

- CD: 上升段

达到零点后, 温度升高, n_i 增大, R_H 由正值变为负值, $\ln|R_H|$ 逐渐增大。此时可计算 R_H 的导数, 可得到

$$\frac{dR_H}{dT} = \frac{3\pi b(b+2)}{8q} \frac{(b-1)n_i - N_A}{(N_A + n_i(1+b))^3} \frac{dn_i}{dT} \quad (11)$$

所以, 在 $n < \frac{N_A}{b-1}$ 时, R_H 减小, $\ln|R_H|$ 增大。

- D: 极大值点

所以, $\ln|R_H|$ 在 $n = \frac{N_A}{b-1}$ 时达到最大, 即

$$R_{HM} = -R_{HS} \frac{(b-1)^2}{4b} \quad (12)$$

其中, R_{HS} 为饱和霍尔系数。

- DE: 下降段

当 $n > \frac{N_A}{b-1}$ 时, $\ln|R_H|$ 开始减小, 并且存在 $\lim_{T \rightarrow \infty} R_H = 0$, 在极值点 C 之后, 该半导体由电子导电占主导, 反映为 n 型半导体。

3.1.4 极值温度

对于实验测量得到的数据点, 对得到的 $|R_H| - T$ 进行插值, 得到一个较为光滑的插值曲线, 如图所示:

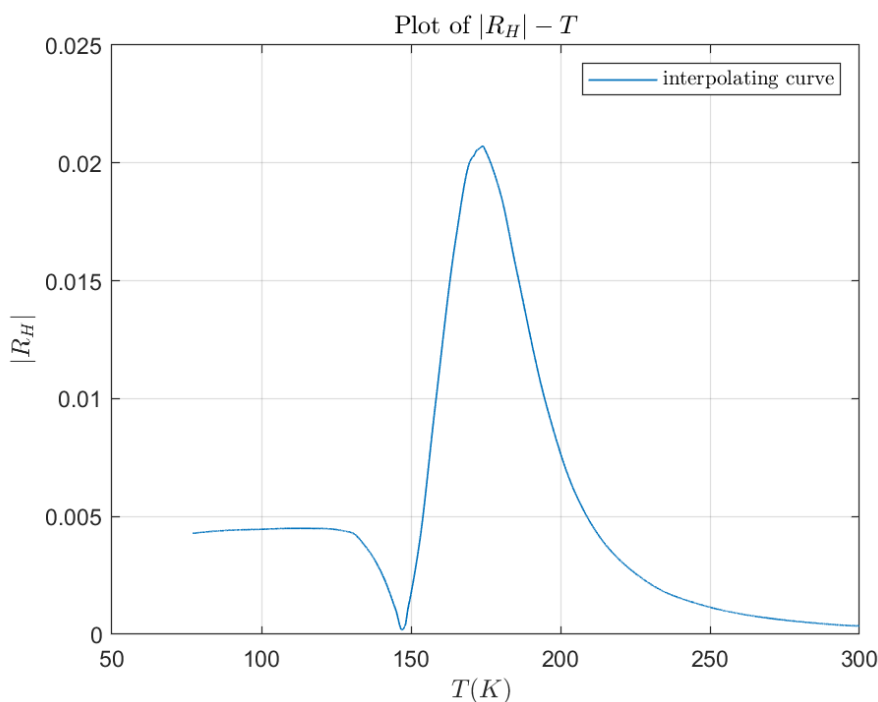


图 2: $|R_H| - T$ 插值曲线

并通过插值曲线计算找到极值点 C, D 所对应的温度为:

$$T_{\min} = 147K \quad T_{\max} = 174K \quad (13)$$

3.2 霍尔系数和迁移率比值计算

3.2.1 霍尔系数

在杂质饱和激发区, 选择 5 组温度数据点, 通过公式 $R_H = \frac{V_H d}{IB}$ 可计算得到, 此时的饱和霍尔系数如下表所示:

$T(K)$	77.22	90	100	110	120	平均值
$R_H(10^{-3}m^3 \cdot C^{-1})$	4.29	4.42	4.46	4.49	4.49	4.43

表 1: R_{HS} 结果表

所以饱和霍尔系数 R_{HS}

$$R_{HS} = 4.43 \times 10^{-3} (m^3 \cdot C^{-1})$$

同理通过插值曲线, 可计算得到对应的极大值的霍尔系数 R_{HM}

$$R_{HM} = -2.07 \times 10^{-2} (m^3 \cdot C^{-1})$$

3.2.2 迁移率比值

根据 (12) 可变换得到,(已取大于 1 的根)

$$b = 1 - \frac{2R_{HM}}{R_{HS}} + \sqrt{\left(1 - \frac{2R_{HM}}{R_{HS}}\right)^2 - 1} \quad (14)$$

代入可计算得到迁移率比值:

$$b = 20.64$$

与预期相同, 由于空穴的等效质量远大于电子, 故导体中电子迁移率比空穴迁移率可高出一个量级.

3.3 掺杂浓度和禁带宽度计算

3.3.1 掺杂浓度

通过低温饱和霍尔系数, 可计算得到半导体掺杂浓度为:

$$N_A = \frac{3\pi}{8qR_{HS}} = 1.66 \times 10^{21} \text{ m}^{-3} = 1.66 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3} \quad (15)$$

经过查询, 一般半导体的掺杂浓度位于 $1 \times 10^{13} \sim 1 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, 计算结果符合该范围。

3.3.2 禁带宽度计算

在接近室温的区间内, 半导体以本征激发主导. 由于电子的迁移率大于空穴, 此时将半导体视为 n 型半导体来计算载流子浓度. 作出 $\ln|npT^{-3}| - T^{-1}$ 曲线, 如下图所示:

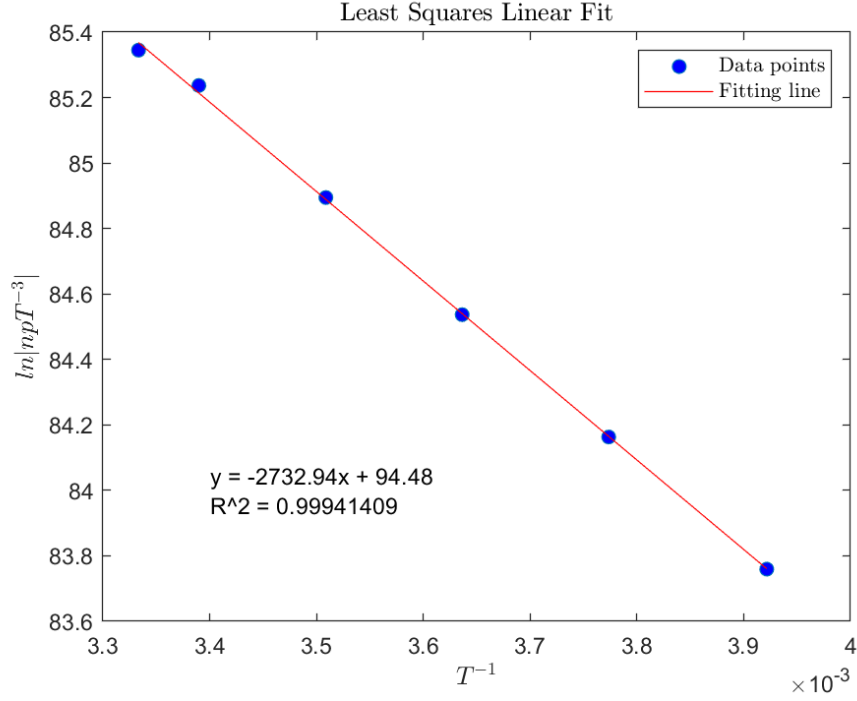


图 3: $\ln|npT^{-3}| - T^{-1}$ 曲线

根据最小二乘法, $R^2 = 0.9994$, 线性良好. 得到斜率:

$$\alpha = \frac{\Delta(\ln|npT^{-3}|)}{\Delta(T^{-1})} \approx -2733K \quad (16)$$

代入计算得到禁带宽度:

$$E_g = -\alpha k_B = 0.236 \text{ eV} \quad (17)$$

4. 实验结论

本实验利用范德堡尔测量法测量了 $77K \sim 300K$ 的温度范围内 InSb 半导体霍尔系数 R_H 随温度 T 变化的变化, 并绘制出 $\ln|R_H| - T$ 曲线. 然后结合半导体理论定性分析了曲线 $\ln|R_H| - T$ 各部分的变化趋势及其原因, 验证了理论给出的判断. 并定量计算了 $\ln|R_H|$ 极小值温度 $T_{min} = 147K$, 极大值温度 $T_{max} = 174K$. 并测得饱和霍尔系数为 $R_{HS} = 4.43 \times 10^{-3}(m^3 \cdot C^{-1})$ 和最大霍尔系数为 $R_{HM} = -2.07 \times 10^{-2}(m^3 \cdot C^{-1})$, 并根据此数据计算出电子和空穴的迁移率比值 $b = 20.64$. 之后, 在低温饱和区, 利用测量得到的饱和霍尔系数数据, 计算得出样品的掺杂浓度 $N_A = 1.66 \times 10^{15}cm^{-3}$. 最后在接近室温的 $250 \sim 300K$ 区域, 通过拟合 $\ln|npT^{-3}| - T^{-1}$ 曲线, 得到该样品的禁带宽度 $E_g = 0.236eV$.