Quantum Physics I: Homework 2

Due on March 5, 2024

Prof. Xingye Lu

郑晓旸 202111030007

Problem 1

使用普朗克黑体辐射公式推导维恩位移定律。
普朗克黑体辐射公式为：$E(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5}\frac{1}{e^{hc/\lambda kT-1}}$

Solution

维恩位移定律是指黑体辐射的最大辐射强度对应的波长与温度的关系。
对黑体辐射公式的波长项求导：

$$\frac{\partial}{\partial\lambda}(E(\lambda, T)) = \frac{\partial}{\partial\lambda}(\frac{8\pi hc}{\lambda^5}\frac{1}{e^{hc/\lambda kT-1}}) \tag{1}$$

$$= \frac{8\pi hc}{e^{hc/kT\lambda}-1}\frac{1}{\lambda^6}(\frac{hc}{kT\lambda}e^{\frac{hc}{kT\lambda}}\frac{1}{e^{hc/kT\lambda}-1}-5) \tag{2}$$

令上式等于 0，得到：

$$\frac{hc}{kT\lambda}e^{\frac{hc}{kT\lambda}}\frac{1}{e^{hc/kT\lambda}-1}-5=0 \tag{3}$$

令 $x = \frac{hc}{kT\lambda}$，则上式变为：

$$xe^x\frac{1}{e^x-1}-5=0 \tag{4}$$

$$\text{即:}(5-x)e^x = 5 \tag{5}$$

令上式的解为 x_0，则有：

$$\lambda_T = \frac{b}{T} \quad where\ b = \frac{hc}{x_0k} \tag{6}$$

此为维恩位移定律。

Problem 2

已知铯的逸出功为 1.9ev
(A) 求使其产生光电子的最长光波长和最小频率。
(B) 要得到 1.5ev 的光电子，光波长至少为多少?

Solution
Part A
由光电效应的能量守恒公式:

$$E_{photon} = E_{kinetic} + W \tag{7}$$

$$where\ E_{photon} = h\nu\ and\ E_{kinetic} = 0 \tag{8}$$

$$\nu = \frac{W}{h} = 4.5942 \times 10^{14}\ s^{-1} \tag{9}$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = 652.5\ nm \tag{10}$$

Part B
由公式（7），以及 $E_{kinetic} = 1.5eV$:

$$\nu = \frac{W + E_{kinetic}}{h} = 8.2212 \times 10^{14}\ s^{-1} \tag{11}$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = 364.60\ nm \tag{12}$$