

拉伸法测量杨氏模量实验报告

郑晓旻

2024 年 4 月 26 日

目录

1	实验原理	2
2	实验过程	2
3	实验结果和数据分析	4
3.1	实验结果	4
3.2	误差分析	4
3.3	讨论	4
4	附录	5
4.1	原始数据	5

1 实验原理

在弹性范围内, 物体的形变量与外力成正比。描述这种关系的参数称为杨氏模量 E , 定义为

$$E = \frac{F/S}{\Delta L/L} = \frac{FL}{S\Delta L} \quad (1)$$

其中 F 为外力, S 为横截面积, L 为原长, ΔL 为伸长量。

本实验采用光杠杆放大法测量金属丝的伸长量。如图 1 所示, 待测金属丝下端与光杠杆动足相连, 上端固定。施加外力 F 后, 金属丝伸长 δL , 带动光杠杆转过角度 $\delta\theta$

$$\delta\theta \approx \frac{\delta L}{D} \quad (2)$$

其中 D 为光杠杆动足到转轴的距离。反射镜偏转 $\delta\theta$ 后, 反射光线偏转 $2\delta\theta$, 在标尺上的位移为

$$\delta x \approx 2H\delta\theta = \frac{2H}{D}\delta L \quad (3)$$

其中 H 为反射镜到标尺的距离。由此可知, 光杠杆的放大倍数为 $K = 2H/D$ 。

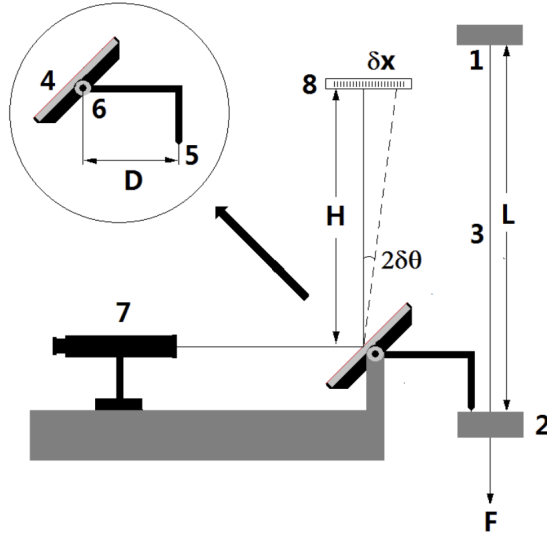


图 1: 光杠杆放大法原理图

将一系列外力 F_i 和对应的标尺读数 x_i 进行线性拟合

$$x_i = \alpha F_i + \beta \quad (4)$$

然后根据斜率 α 计算杨氏模量

$$E = \frac{8LH}{\pi d^2 D \alpha} \quad (5)$$

其中 d 为金属丝直径。

2 实验过程

1. 调节测试架, 连接信号线, 打开数字拉力计, 预热 10min。
2. 调节望远镜, 使视野清晰, 十字分划线与标尺刻度平行。

3. 测量金属丝原长 L 、反射镜到标尺距离 H 、光杠杆常数 D 和金属丝直径 d 。

(a) 用千分尺测量金属丝直径 d 。在不同位置测量 10 次，数据如下：

$d(\text{mm})$
0.70
0.70
0.70
0.70
0.70
0.71
0.70
0.71
0.70
0.70

(b) 使用卷尺和游标卡尺测量金属丝原长 L 、反射镜到标尺距离 H ，以及光杠杆长度 D 。数据如下：

$L(\text{mm})$	$H(\text{mm})$	$D(\text{mm})$
764.0	703.0	34.56

4. 缓慢旋转施力螺母，每隔 1kg 记录一次标尺读数，测量加力和卸力两个过程。

(a) 施力过程由 0.51kg 开始，每隔 1kg 记录一次标尺读数，直至 10.51kg。

(b) 然后加至 11.51kg，松弛一部分。

(c) 从 10.21kg 开始记录，每隔 1kg 记录一次标尺读数，直至 0.34kg。

(d) 记录数据如下图 2:

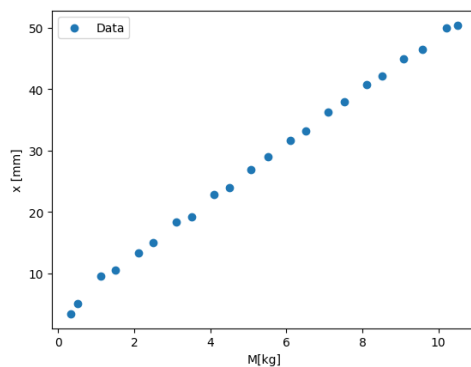


图 2: 原始测量数据

5. 数据处理, 根据公式 (3) 计算 $\delta L = \frac{D\delta x}{2H}$ 和拉力 $F = Mg$ 。
6. 数据处理, 线性拟合 $F_i - x_i$, 结果如下图 3, 计算杨氏模量 E 及其不确定度 $u(E)$ 。

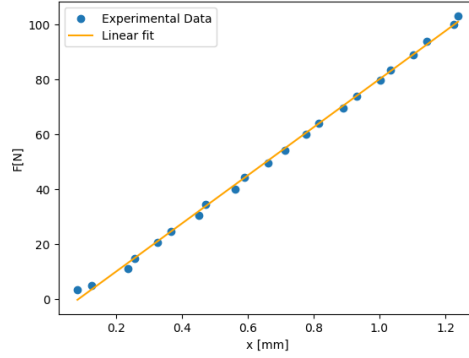


图 3: 拟合结果

3 实验结果和数据分析

3.1 实验结果

根据公式 (1), 由钢丝伸长量 δL 和所受外力 F 的关系, 得到计算杨氏模量 E 的公式:

$$E = \frac{F/S}{\Delta L/L} = \frac{4FL}{\pi d^2 \Delta L} \quad (6)$$

由拟合得到的: $F/\delta L = 87.5849 \text{ N/mm}$ 计算得到杨氏模量 $E = 173 \pm 2 \text{ GPa}$ 。

3.2 误差分析

1. 金属丝直径 d 的不确定度为 $u(d) = \sqrt{\frac{\sigma(d_i - \bar{d})^2}{n(n-1)} + \frac{0.001}{\sqrt{3}}} = 0.0038 \text{ mm}$ 。
2. 金属丝原长 L 、反射镜到标尺距离 H 、光杠杆长度 D 的不确定度为 $u(L) = u(H) = u(D) = 0.6 \text{ mm}$ 。
3. 金属丝拉力与伸长量比值 $F/\delta L$ 的不确定度为 $u(F/\delta L) = \sqrt{\frac{\frac{1}{x^2} - 1}{n-2}} = 0.80 \text{ N/mm}$ 。
4. 由公式 (3) 和 (4) 计算得到杨氏模量 E 的不确定度为

$$\frac{u(E)}{E} = \sqrt{\left(\frac{u(F/\delta L)}{F/\delta L}\right)^2 + \left(\frac{u(L)}{L}\right)^2 + \left(\frac{2u(d)}{d}\right)^2} = 1.42\% \quad (7)$$

3.3 讨论

1. 与理论值比较钢的杨氏模量约为 210 GPa , 本实验测得的杨氏模量为 173 GPa , 与理论值相差较大。可能的原因有: 实验用金属丝不是结构钢丝, 而是精钢丝, 或者蒙乃尔合金丝。
2. 实验中的不确定度本实验中的主要不确定度来源是金属丝直径 d 的测量误差, 其次是金属丝拉力与伸长量比值 $F/\delta L$ 的测量误差。通过减小这两项误差, 可以提高实验结果的精度。
3. 实验中的系统误差本实验中的系统误差主要来源是金属丝的弯曲和滞弹性。通过预拉金属丝, 可以消除弯曲的影响; 通过测量加卸载两个过程的拉伸, 可以消除滞弹性的影响。

4 附录

4.1 原始数据

见附页