

热学: 第 1 次作业

Due on 2024.3.4

周欣 *Section A*

郑晓昀

202111030007

Problem 1

道尔顿提出一种温标：规定理想气体体积的相对增量正比于温度的增量，在标准大气压下，规定水的冰点温度为零度，沸水温度为 100 度。试用摄氏度 t 来表示道尔顿温标的温度 τ

Solution

设大气压强为 P_{atm} , $T_0 = 273.15K$ 为摄氏 0 度, $T_{100} = 373.15K$ 为摄氏 100 度, t 为摄氏度, τ 为道尔顿温标的温度。 V_0 为理想气体在摄氏 0 度下的体积。

由题意可得：

$$\begin{aligned} P_{atm} V_0 &= \nu R T_0 \\ P_{atm} V_{100} &= \nu R T_{100} \end{aligned}$$

由定义：

$$\tau = \frac{V - V_0}{V_{100} - V_0} \times 100$$

并带入气体体积和摄氏度的关系：

$$V = \frac{\nu R(t + 273.15)}{P_{atm}}$$

得到道尔顿温度与摄氏温度的转化关系：

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{\frac{\nu R(t+273.15)}{P_{atm}} - V_0}{V_{100} - V_0} \times 100 \\ &= \frac{\frac{\nu R(t+273.15)}{P_{atm}} - \nu R T_0}{\nu R T_{100} - \nu R T_0} \times 100 \\ &= \frac{t}{100} \times 100 = t \end{aligned}$$

Problem 2

国际实用温标 (1990 年) 规定: 用于 13.803 (平衡氢三相点) 到 961.78°C (银在 0.101MPa 下的凝固点) 的标准测量仪器是铂电阻温度计。设铂电阻在 0°C 及 °C 时电阻的值分别为 R_0 及 $R(t)$, 定义 $W(t) = R(t)/R_0$, 且在不同测温区内 $W(t)$ 对 t 的函数关系是不同的, 在上述测温范围内大致有 $W(t) = 1 + At + Bt^2$ 若在 0.101MPa 下, 对应于冰的熔点、水的沸点、硫的沸点 (温度为 444.67°C) 电阻的阻值分别为 11.000Ω、15.247Ω、28.887Ω, 试确定上式中的常数 A 和 B。(正确标注常数 A 和 B 的单位)

Solution

由题意可得:

$$\begin{aligned} W(0) &= 1 \\ W(100) &= 1 + 100^\circ\text{C} \cdot A + 10000^\circ\text{C}^2 \cdot B \\ W(444.67) &= 1 + 444.67^\circ\text{C} \cdot A + (444.67^\circ\text{C})^2 \cdot B \end{aligned}$$

同时代入电阻的阻值:

$$\begin{aligned} 11/11 &= R_0/R_0 = 1 \\ 15.247/11 &= R_{100}/R_0 = 1 + 100^\circ\text{C} \cdot A + 10000^\circ\text{C}^2 \cdot B \\ 28.887/11 &= R_{444.67}/R_0 = 1 + 444.67^\circ\text{C} \cdot A + (444.67^\circ\text{C})^2 \cdot B \end{aligned}$$

得到 A、B、C 的解:

$$\begin{cases} A = 3.9201^\circ\text{C}^{-1} \\ B = -5.9205 \times 10^{-7}^\circ\text{C}^{-2} \end{cases}$$

Problem 3

求氧气压强为 0.1MPa、温度为 27°C 时的密度

Solution

由理想气体状态方程：

$$PV = \nu RT$$

导出：

$$\rho = \frac{M_{mol}P}{RT}$$

以及氧气的摩尔质量为 32g/mol，和标准状态（0°C，101kPa）下每摩尔理想气体体积

$$V^{\ominus} = 22.4L \quad M_{mol} = 32g$$

得到氧气在标准状态下密度： $\rho^{\ominus} = M_{mol}/V^{\ominus}$ 代入氧气压强为 0.1MPa、温度为 27°C 时的密度：

$$\rho = \frac{M_{mol}P}{RT} = \frac{M_{mol}P^{\ominus}}{RT^{\ominus}} \frac{T^{\ominus}P}{TP^{\ominus}} = \rho^{\ominus} \frac{T^{\ominus}P}{TP^{\ominus}}$$
$$\rho = 0.707g/L$$

Problem 4

容积为 10L 的瓶内贮有氢气，因开关损坏而漏气，在温度为 7.0°C 时，压强计的读数为 50atm 。过了些时候，温度上升为 17°C，压强计的读数未变，问漏去了多少质量的氢？

Solution

由理想气体状态方程：

$$\begin{aligned}\nu &= \frac{PV}{RT} \\ m &= \nu M_{mol} = \frac{PV}{RT} M_{mol} \\ \Delta m &= \frac{M_{mol} PV}{R} \Delta\left(\frac{1}{T}\right) \\ &= 727.21g\end{aligned}$$

Problem 5

现有一气球，体积为 8.7m^3 ，冲入温度为 15°C 的氢气。当温度升高到 37°C 时，维持其气压 p 及体积 V 不变，气球中多余的氢气跑掉了，而使其质量减少了，试求氢气在 0°C 、压强 p 下的密度

Solution

由理想气体状态方程：

$$\begin{aligned}PV &= \nu RT \\ \nu &= \frac{VP}{RT} \\ \Delta\nu &= \frac{Vp}{R} \Delta\frac{1}{T} \\ \frac{Vp}{R} &= \frac{\Delta\nu}{\Delta\frac{1}{T}} \\ \rho &= \frac{M_{\text{mol}}p}{RT}\end{aligned}$$

Problem 18

Evaluate $\sum_{k=1}^5 k^2$ and $\sum_{k=1}^5 (k-1)^2$.

Problem 19

Find the derivative of $f(x) = x^4 + 3x^2 - 2$

Problem 6

Evaluate the integrals $\int_0^1 (1-x^2)dx$ and $\int_1^\infty \frac{1}{x^2}dx$.