

蚁群算法在最优路径规划中的应用

谢 民, 高利新

XIE Min, GAO Li-xin

温州大学 运筹与控制研究所, 浙江 温州 325000

Institute of Operations Research and Control Science, Wenzhou University, Wenzhou, Zhejiang 325000, China

E-mail: xieqingmin2000@163.com

XIE Min, GAO Li-xin. Ant algorithm applied in optimal path planning. Computer Engineering and Applications, 2008, 44(8): 245-248.

Abstract: Optimal path planning is the important function of road traffic navigation system. Transforming the path planning problem to the weighting network and using the linear combination of distance and time as objective function, an improved ant algorithm for path planning is proposed, so that the planned path can be more fit for the different demands. Simulation results show that the algorithm, which can plan the different roads according to the different demands in a relatively short time, is effective.

Key words: ant algorithm; weighted path; path planning

摘 要: 最优路径规划是道路交通导航系统中很重要的一个功能。将路径规划问题转化为以加权路径网的以路径长度与通行时间的线性组合为目标函数的优化问题, 并提出一种改进的蚁群算法应用于该问题, 使规划的路径更加符合各种要求。仿真结果表明, 该算法能在较短时间内根据不同需求规划出较优的路径, 是行之有效的办法。

关键词: 蚁群算法; 加权路径; 路径规划

文章编号: 1002-8331(2008)08-0245-04 文献标识码: A 中图分类号: TP18

1 引言

道路交通导航系统是集卫星定位技术、地理信息系统、互联网技术为一体的综合应用系统, 能实时反映区域内交通路况, 指引最优最快捷的行驶路线, 提高道路和车辆的使用效率。最优路径规划问题是道路交通导航问题的一个重要组成部分。现代城市道路网络四通八达、非常复杂, 如何有效、快捷地规划出一条最优路径显得颇有意义。最优路径规划问题是在给定的道路交通网中, 依据道路的拓扑结构, 在已知起点和终点的情况下, 向人们提供一条较为合理的路径。最优路径规划问题是最短路径搜索问题的一个扩展, 考虑的不仅仅是路径最短这一问题。道路最短路径搜索问题可以归结为图论中的最短路径问题, 对实时性的要求很高, 且目前由于城市道路密度不断增大使得可行路线空间指数地增大, 应用传统的优化方法计算, 时间也会随之指数地增多, 很难发挥较高的计算效率。从应用的角度来说, 导航系统中的路径规划问题不仅要给出较为合理的路径还要快速响应。最优路径规划问题一直是计算机科学、运筹学、地理信息科学的一个研究热点, 国内外大量专家学者对此问题进行了深入地研究。如何较快规划出一条较为合理的路径是非常有实际意义的研究问题。

蚁群算法(ant algorithm)是由意大利学者 Dorigo, Maniezzo 等人在 20 世纪 90 年代初首先提出来的^[1,2], 充分利用了蚁群搜索食物的过程与著名的旅行商问题(TSP)之间的相似性, 通过

人工模拟蚂蚁搜索食物的过程(即通过个体之间的信息交流与相互协作最终找到从蚁穴到食物源的最短路径)来求解 TSP 问题。用蚁群算法求解旅行商问题(TSP)^[3]、分配问题(QAP)^[4]、调度问题(JSP)^[5]、最短路径搜索问题^[6,7]等, 均取得了一系列较好的实验结果。如今, 蚁群算法已经成为一个备受关注的研究热点和前沿性课题^[8-11], 本文尝试用蚁群算法来解决道路交通导航问题中的最优路径规划问题。

考虑到人们对通行道路的具体要求不同, 根据各种情况建立了不同的路径加权矩阵(Weighted-Table, 带权邻接矩阵), 加权矩阵用来描述人们对道路的真实需求。第 2 章介绍基本蚁群算法原理, 在此基础上在第 3 章提出一个改进的蚁群算法, 该算法的主要功能是实现已知起点和终点之间的路径规划, 可为人们出行动态给出准确、及时、优化的道路情况, 对人们的出行进行主动而合理地引导, 满足人们的不同需求。第 4 章给出仿真实例表明所提出的算法能在较短时间内根据不同情况规划出不同所需的较优路径。

2 基本蚁群算法原理^[12,13]

蚁群算法是受到自然界中蚂蚁寻路行为启发而产生的一种具有自适应特征的分布式算法, 是一种随机搜索算法, 不需要进行大量的概率计算和建立复杂的数学模型, 容易实现。

蚁群算法模拟真实蚁群的协作过程, 算法由许多人工蚂蚁

基金项目: 国家自然科学基金 the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60674071; 浙江省高校中青年学科带头人资助项目。

作者简介: 谢民(1983-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为控制理论; 高利新(1969-), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为复杂系统理论、鲁棒控制等。

收稿日期: 2007-06-27 修回日期: 2007-08-21

共同构成, 每只人工蚂蚁在候选解的空间中, 独立地搜索解, 并在所得的解上留下一称之谓为信息素的物质进行信息传递。解的性能越好, 人工蚂蚁留在其上的信息量越大, 信息量越大的解被选择的可能性也越大, 因此, 由大量蚂蚁组成的集体行为便表现出一种信息正反馈现象。在算法的初始阶段所有解上的信息量是相同的, 随着算法的推进, 较优解上的信息量增加, 算法渐渐收敛。

下面简单介绍求解 n 个城市的 TSP 问题 ($0, 1, \dots, n-1$ 表示城市序号) 的基本蚁群算法。 n 个城市的 TSP 问题是寻找通过 n 个城市各一次且最后回到出发点的最短路径。TSP 问题可以用有向图 $G=(V, E)$ 表示, 其中 $V=\{1, 2, \dots, n\}$ 表示节点的集合, $E=\{(i, j)\}$ 表示边的集合。在蚁群算法中, 人工蚂蚁 k ($k=1, 2, \dots, m$) 在运动过程中会根据各条路径上的信息素轨迹量决定下一步的转移方向, 采用如下的状态转移公式进行选择:

$$p_{ij}^k = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}]^\alpha \cdot [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{s \in \text{allowed}_k} [\tau_{is}]^\alpha \cdot [\eta_{is}]^\beta} & \text{如果 } j \in \text{allowed}_k \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \quad (1)$$

其中, p_{ij}^k 表示人工蚂蚁 k 从节点 i 转移到节点 j 的概率, $\text{allowed}_k=\{0, 1, \dots, n-1\}-\text{tabu}_k$ 表示人工蚂蚁 k 下一步允许选择的节点, 禁忌表 tabu_k 用来记录人工蚂蚁 k 当前所走过的点, 随着进化过程作动态调整, τ_{ij} 表示边 (i, j) 上的信息素浓度, $\eta_{ij}=1/d_{ij}$ 表示节点 j 相对于节点 i 的可见度, d_{ij} 表示节点 i 到节点 j 的距离, α 和 β 则是信息素浓度和控制可见度的权衡。

随着时间推移, 以前留下的信息逐渐消逝, 经过 n 个时刻, 人工蚂蚁完成一次循环, 各路径上信息量根据下式作调整:

$$\tau_{ij}(t+n) = \tau_{ij}(t) + \Delta \tau_{ij} \quad (0, 1) \quad (2)$$

其中 τ_{ij} 是一个参数, $1-\tau_{ij}$ 表示在时刻 t 和 $t+n$ 之间信息素消逝程度。 $\Delta \tau_{ij} = \sum_{k=1}^m \Delta \tau_{ij}^k$, $\Delta \tau_{ij}^k$ 表示在时刻 t 和 $t+n$ 之间第 k 只蚂蚁在路径 (i, j) 上留下的信息素数量, $\Delta \tau_{ij}$ 表示在时刻 t 和 $t+n$ 之间路径 (i, j) 上信息素的增量。Dorigo M 曾给出三种不同的模型, 分别称之为: ant cycle system, ant quantity system, ant density system^[14]。它们的区别在于表达式 $\Delta \tau_{ij}^k$ 的不同。

在 ant cycle system 模型中:

$$\Delta \tau_{ij}^k = \begin{cases} \frac{Q}{L_k}, & \text{若时刻 } t \text{ 和 } t+n \text{ 之间第 } k \text{ 个蚂蚁经过 } (i, j) \\ 0, & \text{其它情况} \end{cases} \quad (3)$$

其中, Q 是一个常数, L_k 表示第 k 只蚂蚁在本次循环中所走的路径长度。

在模型 ant quantity system 中:

$$\Delta \tau_{ij}^k = \begin{cases} \frac{Q}{d_{ij}}, & \text{若时刻 } t \text{ 和 } t+n \text{ 之间第 } k \text{ 个蚂蚁经过 } (i, j) \\ 0, & \text{其它情况} \end{cases} \quad (4)$$

在模型 ant density system 中:

$$\Delta \tau_{ij}^k = \begin{cases} Q, & \text{若时刻 } t \text{ 和 } t+n \text{ 之间第 } k \text{ 个蚂蚁经过 } (i, j) \\ 0, & \text{其它情况} \end{cases} \quad (5)$$

它们的区别在于后两种模型中利用的是局部信息, 而前者利用的是整体信息, 在求解 TSP 问题时 ant cycle system 性能较好, 因而采用它作为基本模型。

在初始时刻 $t=0$ ($Q=C$ 常数), $\tau_{ij}^k=0$ ($i, j=0, 1, \dots, n-1$)。参数 Q, C, α, β , 可以用实验方法确定其最优组合, 用固定最大

迭代次数作为停止条件。由算法复杂度理论可知, 该算法复杂度为 $O(nc \cdot n^2 \cdot m)$, 其中 nc 表示迭代次数^[13]。下面依据道路交通导航问题的特征, 把蚁群算法应用于道路交通导航系统中的路径规划问题。

3 问题描述和改进蚁群算法

3.1 问题描述

道路最优路径规划问题是指在给定城市道路交通路网拓扑结构的条件下, 选择目的地进行路径规划, 使所规划的路径较优。在对路径进行选择时, 人们往往更倾向于走宽敞、顺畅的大道, 有的路径虽然较短, 但有可能会崎岖不平或道路狭窄, 甚至经常发生交通阻塞等问题, 因而可能需要较长时间通过; 人们还往往会对道路的重要程度有些要求, 比如公共交通系统希望经过比较繁华的商业地段或是比较重要的住宅小区, 但这些繁华地段更容易存在交通拥挤等问题。全方面地考虑这些因素, 就形成了一个如何规划一条尽量满足各种要求、较为合理路径的问题。显然, 人们对合理路径选择主要考虑以下几个方面的内容: (1) 距离最短寻优; (2) 道路重要程度寻优; (3) 道路宽敞、通畅寻优; (4) 时间最短寻优。

本文的目的是根据人们日常生活的不同需求及道路的实际情况规划出距离较短而且省时的最优路径, 区别于以往仅满足路径最短的优化问题。

在路径规划中, 增加两个启发因素 w_{ij} 和 z_{ij} 。 w_{ij} 表示道路的重要程度, 当 w_{ij} 值越大时, 说明道路 (V_i, V_j) 越重要, 可能地处商业中心或是比较重要的住宅小区, 因而被选的概率越大, w_{ij} 值越小时, 说明公共交通系统希望避开道路 (V_i, V_j) , 因而被选的概率越小; $z_{ij}(t)$ 表示 t 时刻道路 (V_i, V_j) 的宽敞、通畅程度, $z_{ij}(t)$ 越大, 说明 t 时刻道路 (V_i, V_j) 越宽敞、通畅, 这条路径被选的概率越大。不同时间不同路段的交通情况不同, 可以根据实时的反馈数据绘制成多个不同时刻不同情况的权矩阵, 人们可以在不同时间根据不同情况选择不同的权矩阵来实现实时道路寻优。

文献[15]考虑的是带约束条件的路径最短问题, 将等待时间与车流量作为约束条件进行最短路径规划, 虽然得到的路径长度较短, 但所需的通行时间却不一定理想。本文将时间约束添加到目标函数中, 将交通情况添加到概率选择公式中, 提出以路径长度与通行时间的线性组合为目标函数的最优路径规划问题, 来规划省时省路的最优路径。以下提出的优化模型更符合蚁群算法的框架, 能更好地用蚁群算法来实现:

$$F = \min \left(a \sum_{i=\text{tabu}_k(0)}^{\text{tabu}_k(s-1)} d_{i,i+1} + b \sum_{i=\text{tabu}_k(0)}^{\text{tabu}_k(s-1)} t_{i,i+1} \right) \quad (6)$$

式中 $\sum_{i=\text{tabu}_k(0)}^{\text{tabu}_k(s-1)} d_{i,i+1}$ 为规划路径的长度; $\sum_{i=\text{tabu}_k(0)}^{\text{tabu}_k(s-1)} t_{i,i+1}$ 为规划路径的通行时间。其中 t_{ij} 表示经过道路 (V_i, V_j) 所需时间, 与道路的长度和宽敞通畅程度有关, 若道路越长越拥挤, t_{ij} 值越大, 说明经过道路 (V_i, V_j) 所需时间越长; t_{ij} 值越小, 道路所需通行时间越短, 道路越优。 $\text{tabu}_k(0)$ 表示初始点, $s=\text{length}(\text{tabu}_k)$ 表示禁忌表中元素的个数, 即经过交叉路口的个数, a 和 b 是路径长度和通行时间的权衡, $a+b=1$ 。作者希望规划出的路径不仅距离较短而且通行时间也较短。规划出的路径考虑了条件 (2) (3), 所以不一定是距离最短的, 也不一定是通行时间最少的, 而是各方面的

最优组合。采用图论的方法表示交通网络, 从中抽取交通网络中街道

交叉路口作为分析的对象之一, 并对分析的另一对象—街道, 以交叉路口为点进行分割, 成为路段, 同时把弯度较大的街道也分割为路段。这样整个网络图将由交叉路口点和路段组成, 并定义路段和路段的交点为交通网络的节点, 路段为网络的边^[6]。V 表示路网的节点集合, $V \in V_1, V_2, \dots, V_n$, E 表示图中所有边的集合, 假定相邻两节点间最多仅有一条边, $s \in V$ 表示路由节点 (即源节点), d 表示路由终点 (即目的节点)。对网络图中的边 V_i, V_j , 采用三元组表示 d_{ij}, z_{ij}, w_{ij} , 其中若 V_i, V_j 之间连通, 则 d_{ij}, z_{ij}, w_{ij} 分别表示实时的道路长度、宽敞、通畅程度和重要性, 若 V_i, V_j 之间不连通, 则对 z_{ij}, w_{ij} 置一个足够小的值, 对 d_{ij} 置一个足够大的值。

为方便问题的叙述和理解, 仅分三种情况对道路 V_i, V_j 连通时的权值函数进行讨论:

$$z_{ij} = \begin{cases} z_1 & \text{道路 } V_i, V_j \text{ 宽敞且通畅} \\ z_2 & \text{道路 } V_i, V_j \text{ 轻微交通阻塞} \\ z_3 & \text{道路 } V_i, V_j \text{ 严重交通阻塞} \end{cases} \quad (7)$$

$$w_{ij} = \begin{cases} w_1 & \text{道路 } V_i, V_j \text{ 地处商业中心或想过的小区} \\ w_2 & \text{道路 } V_i, V_j \text{ 为一般道路} \\ w_3 & \text{道路 } V_i, V_j \text{ 为不太希望经过的道路} \end{cases} \quad (8)$$

$$t_{ij} = \begin{cases} t_1 \cdot \frac{d_{ij}}{z_{ij}} & \text{道路 } V_i, V_j \text{ 宽敞且通畅} \\ t_2 \cdot \frac{d_{ij}}{z_{ij}} & \text{道路 } V_i, V_j \text{ 轻微交通阻塞} \\ t_3 \cdot \frac{d_{ij}}{z_{ij}} & \text{道路 } V_i, V_j \text{ 严重交通阻塞} \end{cases} \quad (9)$$

其中, $z_i, w_i, i=1, 2, 3$ 对应函数的不同取值。z 值越大, 道路越宽敞通畅, 被选的概率越大; w_i 值越大, 道路越重要, 可能地处商业中心或是比较重要的住宅小区, 被选的概率越大, w_i 值越小, 说明公共交通系统希望避开此道路, 被选的概率越小。t ($i=1, 2, 3$) 为比例系数, 类似于车速常数。要想使结果更好、更精确, 可以考虑更多的启发因素及对权值函数作进一步细致地分类, 并且不会增加算法的难度, 是切实可行的。

3.2 求解道路交通导航问题的改进蚁群算法

通过增加两个启发因素 w_{ij} 和 z_{ij} , 本文提出了一种改进的状态转移规则:

$$p_{ij}^k = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}]^\alpha \cdot [\eta_{ij}]^\beta \cdot [w_{ij}]^\gamma \cdot [z_{ij}]^\theta}{\sum_{s \in \text{allowed}_k} [\tau_{is}]^\alpha \cdot [\eta_{is}]^\beta \cdot [w_{is}]^\gamma \cdot [z_{is}]^\theta} & \text{如果 } j \in \text{allowed}_k \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \quad (10)$$

其中, w_{ij} 表示道路 V_i, V_j 的重要程度, z_{ij} 表示道路 V_i, V_j 的宽敞、通畅程度, γ 和 θ 则是道路重要程度和道路宽敞、通畅程度的权衡。其余参数同基本蚁群算法。

在求解道路交通导航问题时, 可以模仿蚂蚁的行为, 将 m 只人工蚂蚁定位于起始点, 每个蚂蚁使用改进后的状态转移规则式 (10) 从一个状态到另一个状态 (即从一个路口到另一个路口), 直到最终到达目标点, 完成一条路径导航。

当所有蚂蚁完成了各自路径的选择过程, 必须对各边上的信息素按公式 (2) 作一次全局的更新, 由于在求解 TSP 问题时 ant cycle system 模型性能较好, 因而采用它作为基本模型, 此时式 (3) 中的 $\Delta \tau_{ij}^k$ 为:

$$\Delta \tau_{ij}^k = \begin{cases} \frac{Q}{L^k}, & \text{若时刻 } t \text{ 和 } t+n \text{ 之间第 } k \text{ 个蚂蚁经过 } V_i, V_j \\ 0, & \text{其它情况} \end{cases}$$

其中, F 为目标函数, 路径越优, F 值越小, 该路径上增加的信息素量就越多。当然, 对于其它两种模型也可以给出类似的算法。

算法步骤描述:

步骤 1 参数初始化。令迭代次数 $nc=0$, 设置最大迭代次数 NC, 设定蚂蚁数 m, 将 m 个蚂蚁置于初始顶点上, 令有向图上每条边 i, j 的初始化信息量 $\tau_{ij}=C$, 且初始时刻 $\Delta \tau_{ij}(0)=0$ 。

步骤 2 将各蚂蚁的出发点置于当前解中。

步骤 3 对每个蚂蚁 $k (k=1, 2, \dots, m)$ 按改进后的状态转移规则 p_{ij}^k 移至下一顶点 j, 将顶点 j 置于当前解中。

步骤 4 若所有蚂蚁的当前解集包含了目标点, 进行步骤 5, 否则转步骤 3。

步骤 5 计算各蚂蚁的目标函数值, 记录当前的最好解。

步骤 6 将当前最好解的各边按全局信息素更新公式进行信息素的全局更新。

步骤 7 对各边弧 i, j , 置 $\Delta \tau_{ij}=0, nc=nc+1$ 。

步骤 8 若 nc 小于最大的迭代次数, 转步骤 2, 否则终止迭代并输出程序计算结果。

4 仿真实验

为了检验本文改进算法的性能, 仿真选取 25 个十字路口作为节点进行道路交通导航, 起始点为 $s=1$, 目的点为 $d=24$, 每个实例有不同的约束条件, 基于不同的约束条件建立相应的权矩阵, 运用蚁群算法进行路径规划, 规划出的路径如图中粗线所示。实验中各参数设置情况见表 1、表 2。在 PC 机上用 MATLAB 语言编程实现该算法, 并将结果与文献[15]算法得到的结果进行比较。

表 1 参数设置

α	β	γ	θ		C	Q	m	NC	a	b
1	2	1	1	0.2	1	100	20	300	0.6	0.4

表 2 道路权值设置

z_1	z_2	z_3	t_1	t_2	t_3	w_1	w_2	w_3
0.8	0.3	0.1	0.8	0.6	0.5	0.7	0.5	0.3

设定等待时间不超过 20, 若道路 V_i, V_j 之间不连通, 则将 z_{ij}, w_{ij} 置为 0.000 1, 将 d_{ij} 置为 10 000。

仿真实例 1 本例表示的是交通畅通时的仿真情况, 其中, 路段 7-10 道路狭窄, 路段 10-15、15-20 为商业中心, 路段 15-17、17-20 为希望经过的住宅小区, 仿真结果如表 3、图 1 所示。

表 3 仿真实例 1 结果对比

	所规划的路径	路径长度	通行时间
文献[15]方法	1-2-4-8-10-15-20-21-24	21.407 1	21.407 1
本文方法	1-2-4-8-10-15-20-21-24	21.407 1	21.407 1

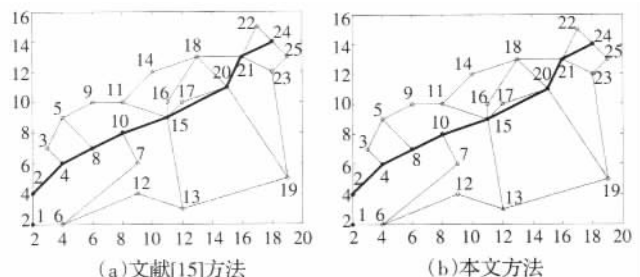


图 1 实例 1 仿真结果

仿真结果: 在交通情况畅通时, 两种算法的结果相同, 规划

出的路径实现了路径长度和时间最短寻优,且经过商业中心及希望经过的住宅小区附近,达到预期的效果。

仿真实例2 本例表示的是商业中心附近交通拥挤时的仿真情况,其中,路段7-10道路狭窄,路段18-20、20-21严重交通阻塞,路段15-16、15-17、17-20、15-20轻微交通阻塞,路段10-15、15-20为商业中心,路段15-17、17-20为希望经过的住宅小区,仿真结果如表4、图2所示。

表4 仿真实例2结果对比

	所规划的路径	路径长度	通行时间
文献[15]方法	1-2-4-8-10-15-20-21-24	21.407 1	37.059 6
本文方法	1-2-4-8-10-15-16-18-21-24	22.304 5	23.304 5

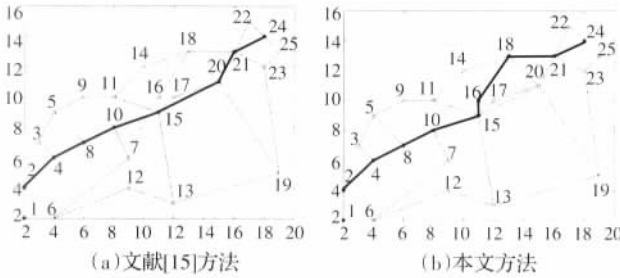


图2 实例2 仿真结果

仿真结果:在商业中心地段发生严重交通阻塞时,改进后的算法规划出的路径为离商业中心及希望经过的住宅小区较近的一条距离较短、道路畅通且通行时间较短的路径,虽然距离比用文献[15]算法得到的结果稍长,但所需时间明显减少,规划出的路径较优。

仿真实例3 本例表示的是市区中心路段发生严重交通阻塞时的仿真情况,其中,路段7-10道路狭窄,路段10-15、15-17、17-20、15-20、18-20、20-21严重交通阻塞,路段15-16、16-18、18-21轻微交通阻塞,路段10-15、15-20为商业中心,路段15-17、17-20为希望经过的住宅小区,仿真结果如表5、图3所示。

表5 仿真实例3结果对比

	所规划的路径	路径长度	通行时间
文献[15]方法	1-2-4-8-10-15-16-18-21-24	22.304 5	45.721 4
本文方法	1-6-12-13-19-23-25-24	27.727 0	27.727 0

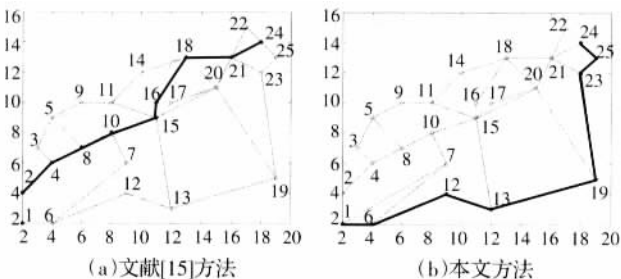


图3 实例3 仿真结果

仿真结果:在市区中心路段发生严重交通阻塞时,规划出的路径为郊区的一条距离较短、道路畅通且通行时间较短的路径,虽然路径长度比用文献[15]算法得到的结果稍长,但所需时间明显减少,达到预期规划的目的。

仿真实验结果表明:用改进蚁群算法得到的全局路径具有较好的优化性,在局部路径规划中能有效地避开道路狭窄和交通拥挤地段且经过预期的道路,并且规划的路径长度和通行时

间都较短,符合人们日常生活所需。可见,本文提出的最优路径规划方法具有可行性。

5 结论

本文从道路交通导航问题的实际情况出发,提出对于加权路径进行选择的改进蚁群算法,将其应用于最优路径规划问题。以路径长度与通行时间的线性组合为目标函数,不仅考虑到时间最短或路径最短问题,还考虑到了通过某些重要小区或繁华地段的期望程度。仿真实验表明本文提出的算法能够高效地规划出省时省路的较优路径,能满足不同所需,这在一定程度上说明了该方法的有效性。在实际路径规划中要考虑很多因素,为了方便叙述及简化问题,本文在仿真时只考虑了25个节点,规模较小,路径选择时只考虑了道路的距离、重要程度和宽敞通畅程度等因素,对道路的重要程度和宽敞通畅程度只考虑了三种情况,且假设在某一时段内的道路交通情况是不变的,而实际情况却是实时动态变化的。如果想使结果更完美、更贴近实际情况,可以考虑实时动态变化的、更大规模的仿真实例和更多的启发因素及对启发因素作进一步细致地分类,这也是今后将进一步研究的内容。

参考文献:

[1] Dorigo M.Optimization, learning and natural algorithms[D].Milano, Italy: Dipartimento di Elettronica, Politecnico di Milano, 1992.

[2] Dorigo M, Gambardella L M.Ant colony system: a cooperative learning approach to the traveling salesman problem[J].IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 1997, 1(1): 53-66.

[3] Gambardella L M, Dorigo M.Ant-Q: a reinforcement learning approach to the traveling salesman problem[C]//Proceedings of the 12th International Conference on Machine Learning.Tahoe City, CA: Morgan Kaufman, 1995: 252-260.

[4] Maniezzo V, Colomi A, Dorigo M.The ant system applied to the quadratic assignment problem, IRIDIA/94-28[R].Belgium: Universite de Bruxelles, 1994.

[5] Colomi A, Dorigo M, Maniezzo V, et al.Ant system for job-shop scheduling[J].Belgian Journal of Operations Research, Statistics and Computer Science, 1994, 34: 39-53.

[6] 靳凯文,李春葆,秦前清.基于蚁群算法的最短路径搜索方法研究[J].公路交通科技, 2006, 23(3): 128-130.

[7] 黄贵玲,高西全,靳松杰,等.基于蚁群算法的最短路径问题的研究和应用[J].计算机工程与应用, 2007, 43(13): 233-235.

[8] 张纪会,徐心和.一种新的进化算法——蚁群算法[J].系统工程理论与实践, 1999, 3: 84-87.

[9] 覃刚力,杨家本.自适应调整信息素的蚁群算法[J].信息与控制, 2002, 31(3): 198-201.

[10] 谢剑英,王颖.一种自适应蚁群算法及其仿真研究[J].系统仿真学报, 2002, 14(1): 31-33.

[11] 李开荣,陈宏建,陈峻.一种动态自适应蚁群算法[J].计算机工程与应用, 2004, 40(29): 149-152.

[12] 李士勇.蚁群算法及其应用[M].哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2004.

[13] 段海滨.蚁群算法原理及其应用[M].北京: 科学出版社, 2005.

[14] Dorigo M, Maniezzo V, Colomi A.Ant system: optimization by a colony of cooperating agents[J].IEEE Transactions on SMC, 1996, 26(1): 28-41.

[15] 陈宏,胡宁静.基于改进蚂蚁算法的城市交通最佳路径选择[J].长沙电力学院学报: 自然科学版, 2006, 21(1): 62-65.