

激光切割工艺路径的双向蚁群算法优化

王 娜, 王海艳, 姜云春

(青岛黄海学院 智能制造学院 机电工程系, 山东 青岛 266427)

摘要: 为了减少激光切割过程中的空行路程和切割时间, 提出了基于广义旅行商模型和双向蚁群算法的激光切割工艺路径优化方法。建立了切割轮廓和特征点的概念, 基于切割轮廓和特征点建立了优化切割路径的广义旅行商模型。提出了双向蚁群算法, 在传统蚁群算法中加入了新的引导信息, 针对激光切割路径的特殊性, 对正向和反向搜索蚁群的引导信息进行了不同的设计; 为了防止出现“打刀”问题, 规定了备选城市集合的确定规则。在排样完毕的板材上进行验证, 与传统蚁群算法规划的切割路径相比, 双向蚁群算法规划的切割路径的空行路程减少了16.44%、切割时间减少了3.18%, 证明了双向蚁群算法的有效性和优越性。

关键词: 激光切割路径; 广义旅行商问题; 双向蚁群算法; 空行路程; 切割时间; 特征点选取

DOI: 10.13330/j.issn.1000-3940.2020.11.006

中图分类号: TH164; TG458

文献标识码: A

文章编号: 1000-3940 (2020) 11-0030-06

Optimization on laser cutting process path based on bidirectional ant colony algorithm

Wang Na, Wang Haiyan, Jiang Yunchun

(Department of Mechanical and Electrical Engineering, Institute of Intelligent Manufacturing, Qingdao Huanghai University, Qingdao 266427, China)

Abstract: To reduce empty stroke and cutting time in laser cutting process, the optimization method of laser cutting process path based on generalized travel salesman model and bidirectional ant colony algorithm was proposed. Then, the concepts of cutting profile and feature point were built, and the generalized travel salesman model of cutting path optimization was built based on cutting profile and feature point. Furthermore, the bidirectional ant colony algorithm was put forward by introducing new guiding information to traditional ant colony algorithm, and for the particularity of laser cutting path, the guiding information of searching ant colony in forward and reverse directions was designed respectively. In order to avoid knife-touching problem, the certainty rules of alternative city set was specified. Finally, the experiment was executed on the layout plate. And compared with the cutting path planned by traditional ant colony algorithm, the empty stroke of cutting path planned by the bidirectional ant colony algorithm decreases by 16.44%, and the cutting time decreases by 3.18%, which proves the validity and priority of bidirectional ant colony algorithm.

Key words: laser cutting path; generalized travel salesman problem (GTSP); bidirectional ant colony algorithm; empty stroke; cutting time; selection of feature points

激光切割具有切割精度高、精密切割1次完成、切割时间短等诸多优点, 因此, 激光切割成为了钣金加工中最常见的切割方式^[1]。在排样完毕的板材上, 设计合理的切割路径, 不仅可以缩短加工时间、提高工作效率, 而且能够延长激光切割机的使用寿命, 因此, 研究激光切割路径优化的问题具有重要的经济意义。

目前, 我国对激光切割工艺路径的优化方法主要集中在智能算法优化上, 并取得了一定成果。文献[2]将激光路径优化问题建立为等价旅行商问题 (Traveling Salesman Problem, TSP) 的数学模型, 并使用最临近插入算法对蚁群算法的规划切割路径进行了再优化, 缩短了激光切割的总长度; 文献[3]以切割时间、距离最短为优化目标, 使用遗传算法生成蚁群算法初始信息素分布, 实现了轮廓切割顺序和轮廓起始点的同时优化; 文献[4]发现了CO₂激光切割机对切口角度和切割深度控制较差的问题, 提出了基于B样条曲线和高斯分布的激光切割轨迹自动化控制模型, 提高了切割效率和切割

收稿日期: 2020-02-11; 修订日期: 2020-05-10

基金项目: 山东省重点研发计划项目 (2019GGX105001); 山东省博士后创新项目专项资金项目 (201702038)

作者简介: 王 娜 (1983-), 女, 硕士, 副教授

E-mail: st6md3@163.com

精度; 文献 [5] 首先按照零件的大小进行分类, 使用遗传算法对大零件生成切割顺序, 而后使用改进最近插入法插入未排序的小零件, 最后选择切割起始点, 获得了较短的切割路径, 提高了切割效率。以上研究成果在一定程度上实现了激光切割路径的优化。但是, 大都存在以下问题: (1) 将排样后的零件作为 TSP 的城市处理, 使问题过于简化, 存在将零件切割顺序和切割点分开优化的弊端; (2) 激光切割路径优化的约束条件考虑不充分, 大多没有考虑到切割热变形和碰撞约束的问题。

本文研究了激光切割路径的优化问题, 充分考虑了“打刀”问题、“顺着切”、“不跨区域切割”等约束条件, 建立了激光切割问题的广义旅行商问题 (Generalized Traveling Salesman Problem, GTSP) 数学模型, 提出了双向蚁群算法的求解方法, 在满足约束的条件下, 达到了减少激光头空行路程和切割时间的目的。

1 问题描述与建模

1.1 问题描述

激光切割的对象为钣金件。首先, 使用专业的排样软件在二维板材上进行排样; 然后, 规划出切割路径; 最后, 数控机床的代码进行自动切割^[6]。本文研究的是排样完成后的激光切割工艺路径规划问题。

激光切割过程为: 从机床原点出发, 到达第 1 个切割环起止点, 完成切割后, 激光头运动到下一个切割环起止点, 直至完成所有零件的切割。激光切割过程如图 1 所示, 图 1 所示的板材上排样了零件 1 和零件 2, 零件 1 具有两个轮廓 (轮廓 1 和轮廓 2), 零件 2 具有一个轮廓, 即轮廓 3。A 点为轮廓 1 的切割起止点, 沿顺时针方向切割完毕后, 回到 A 点, 抬起激光头沿图 1 中路线到达 B 点, 顺时针方向切割完毕后, 再次回到 B 点, 再次抬起激光头沿线段 BC 到达 C 点, 沿顺时针方向完成轮廓 3

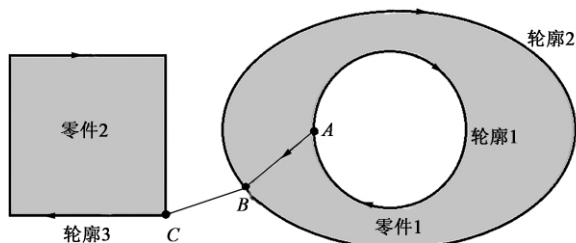


图 1 激光切割过程示意图

Fig. 1 Schematic diagram of laser cutting process

的切割, 激光头抬起后回到原点, 此时激光切割过程结束。根据激光切割过程, 切割路径优化就是对零件的切割起止点和切割顺序进行规划, 在满足约束条件的基础上, 达到空行路程最短的目的。

1.2 问题建模

首先建立轮廓的概念, 轮廓是一个闭环, 由直线、圆弧、圆等基本元素组成。为了方便后文中算法的描述和使用, 对轮廓编码方式和隶属关系进行定义。对于含有 m 个轮廓的零件, 由外至内分别编号为 $0 \sim (m-1)$, 编号为 0 的轮廓为零件的外轮廓, 将其命名为父轮廓, 编号为 $1 \sim (m-1)$ 的轮廓为零件的内轮廓, 将其命名为子轮廓, 子轮廓隶属于父轮廓。

为了在轮廓上规划切割起止点, 需要在轮廓上定义特征点作为切割起止点的备选点位。轮廓特征点按照以下两个原则确定: (1) 闭环由圆、圆弧、线段 3 个基本元素组成, 各元素之间的连接点为特征点; (2) 根据零件大小和规划的需要, 线段的 $1/2$ 点、 $1/4$ 点、圆弧的半分点、圆的 8 等分点等均可作为特征点。包含 3 个零件的某一板材排样的特征点选择如图 2 所示, 其中 $V_1 \sim V_{25}$ 为所选的特征点。图 2 中轮廓按照前文的标号方法, 零件 1 的环 0 为环 1 的父轮廓, 环 1 为环 0 的子轮廓。零件 2 和零件 3 的父轮廓不存在子轮廓。

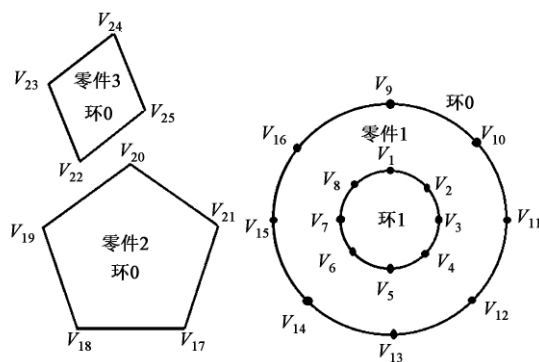


图 2 特征点选取方法

Fig. 2 Selecting method of feature points

按照以上对于轮廓和特征点的定义, 对于排样完成的板材, 记零件数量为 n , 则零件集合记为 $C = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$; 第 i 个零件具有 m 个轮廓, 则此零件的轮廓集合为 $L_i = \{L_{i1}, L_{i2}, \dots, L_{im}\}$; 假设第 i 个零件的第 j 个轮廓具有 k 个特征点, 则轮廓 L_{ij} 上的特征点集合为 $V_{ij} = \{V_{ij1}, V_{ij2}, \dots, V_{ijk}\}$; 特征点的横、纵坐标记为 $V_{ijk} = (x_{ijk}, y_{ijk})$ 。

根据以上建模过程, 将每 1 个特征点视为 1 个城市, 将每 1 个轮廓视为 1 个城市集合, 可以将激

光切割路径优化问题描述为: 从每个城市集合中选择 1 个城市, 使所有城市集合遍历 1 次且每个城市集合只允许经过 1 次。至此, 成功地将激光切割路径优化问题转化为广义旅行商问题^[7]。记机床原点为 O , 则激光切割工艺的空行路程和目标函数为:

$$\begin{cases} obj. \min D = S_0 + \sum_{i=1}^{n-1} S_i + S_n \\ S_0 = s(O, V_{1m_1k}) + \sum_{j=1}^{m_1-1} s(V_{1jk}, V_{1(j+1)k}) + s(V_{11k}, V_{10k}) \\ S_i = s(V_{i0k}, V_{(i+1)m_{i+1}k}) + \sum_{j=1}^{m_{i+1}-1} s(V_{(i+1)jk}, V_{(i+1)(j+1)k}) + \\ s(V_{(i+1)1k}, V_{(i+1)0k}) \\ S_n = s(V_{n0k}, O) \end{cases} \quad (1)$$

式中: D 为激光切割过程中的空行路程; S_0 表达式中的 3 项分别为: 机床原点到第 1 个零件最内轮廓的距离、第 1 个零件各内轮廓间距离之和、第 1 个零件最外的内轮廓与外轮廓的距离; m_i 为第 i 个零件的内轮廓数量; S_i 表达式中的 3 项分别为: 第 i 个零件外轮廓与第 $(i+1)$ 个零件最内轮廓的距离、第 i 个零件各内轮廓间距离之和、第 i 个零件最外的内轮廓与外轮廓的距离; S_n 为第 n 个零件外轮廓与原点的距离。

激光在切割过程中应满足以下约束条件: (1) 空行时, 应尽量避免经过已切割区域, 防止出现“打刀”问题^[8]; (2) 切割时应尽量选择相邻零件, 避免跨区域切割; (3) 为了减小切割热效应的影响, 应选择沿某一方向切割, 比如沿 X 轴或沿 Y 轴。为了实现约束条件的数学表达, 在此定义两个轮廓集合: 已切割轮廓集合 L_F 和紧邻轮廓集合 L_{is} , 若某轮廓 $L_{ij} \in L_F$, 表示零件 i 的轮廓 j 已切割完毕; 若零件 ζ 与零件 i 可以通过特征点连接, 且不经其他零件, 则将零件 ζ 的轮廓加入到零件 i 的紧邻轮廓 L_{is} 中。由此, 可以将约束条件 (1) 和约束条件 (2) 表达为:

$$\text{s. t. } \begin{cases} P_{ijk}^{uvw} = 0, \text{ if } V_{ijk} V_{uvw} \cap L_F \neq \emptyset \\ P_{ijk}^{uvw} = 0, \text{ if } \notin L_{is} \end{cases} \quad (2)$$

式中: P_{ijk}^{uvw} 为特征点 V_{ijk} 选择特征点 V_{uvw} 的概率; $V_{ijk} V_{uvw}$ 表示特征点 V_{ijk} 到特征点 V_{uvw} 的线段路径; \emptyset 为空集。

对于约束条件 (3), 在后文中以启发因子的形式实现。经过以上分析过程, 将激光切割路径优化问题转化为以式 (1) 为目标函数、以式 (2) 为约

束条件的广义旅行商问题。

2 双向蚁群算法

为了求解第 1 节建立的广义旅行商问题, 本节提出了双向蚁群算法进行求解, 将两个种群的蚁群分别放置于规划起点和终点, 蚁群相向进行规划直至相遇。针对激光切割路径的特殊性, 双向蚁群的概率公式和临近轮廓的选择方法需分别设计。

2.1 传统蚁群算法

传统蚁群算法是模拟蚁群在寻找食物过程中, 使用信息素相互配合的过程而提出的, 最初应用于解决旅行商问题^[9]。蚁群规模记为 M , 蚂蚁对城市的选择概率在信息素和启发信息的共同作用下完成^[10], 即:

$$P_{ab}^{(c)}(t) = \begin{cases} \frac{\tau_{ab}^{\alpha}(t) \cdot \eta_{ab}^{\beta}(t)}{\sum_{s \in \text{allowed}_c} \tau_{as}^{\alpha}(t) \cdot \eta_{as}^{\beta}(t)}, & b \in \text{allowed}_c \\ 0, & b \notin \text{allowed}_c \end{cases} \quad (3)$$

式中: $P_{ab}^{(c)}(t)$ 为 t 时刻蚂蚁 c 由城市 a 选择城市 b 的概率; $\tau_{ab}(t)$ 为 t 时刻城市 a 与城市 b 间的信息素浓度; $\eta_{ab}(t)$ 为 t 时刻城市 a 与城市 b 间的启发信息, 通常定义为城市 a 与城市 b 间的距离 d_{ab} 的倒数; α 为信息素启发因子; β 为启发信息的启发因子; allowed_c 为蚂蚁 c 当前可选的城市集合; s 为蚂蚁 c 当前可选的城市; $\tau_{as}(t)$ 为 t 时刻城市 a 与城市 s 间的信息素浓度; $\eta_{as}(t)$ 为 t 时刻城市 a 与城市 s 间的启发信息。

蚁群信息素更新包括局部信息素更新和全局信息素更新^[11], 本文使用半精英蚂蚁策略的信息素更新方法, 即每次迭代完毕后, 只对适应度靠前的 $M/2$ 只蚂蚁走过的路径进行信息素更新, 方法为:

$$\begin{cases} \tau_{ab}(t+1) = (1-\rho)\tau_{ab}(t) + \Delta\tau_{ab}(t) \\ \Delta\tau_{ab}(t) = \sum_{c=1}^{M/2} \Delta\tau_{ab}^{(c)}(t) \\ \Delta\tau_{ab}^{(c)}(t) = Q/L_c \end{cases} \quad (4)$$

式中: $\rho \in (0, 1)$, 为信息素挥发因子; $\Delta\tau_{ab}(t)$ 为前 $M/2$ 只蚂蚁在城市 a 与城市 b 间遗留的信息素; $\Delta\tau_{ab}^{(c)}(t)$ 为蚂蚁 c 在城市 a 与城市 b 间遗留的信息素; Q 为常数, 代表信息素总量; L_c 为蚂蚁 c 走过的路径长度。

2.2 双向蚁群算法

双向蚁群算法是将两个种群的蚂蚁分别放置于路径的起点和终点, 相向地进行规划直至相遇^[12]。

由于激光切割路径规划的特殊性, 双向蚁群算法需要分别设计。

前文中提到, 为了减小切割热效应的影响, 需要沿板材某一方向切割, 本文以沿板材的 X 轴进行切割为例, 在转移概率中加入新的引导信息进行引导, 方法为:

$$P_{ab}^{(c)}(t) = \begin{cases} \frac{\tau_{ab}^{\alpha}(t) \cdot \eta_{ab}^{\beta}(t) \cdot \chi_{ab}^{\gamma}(t)}{\sum_{s \in \text{allowed}_c} \tau_{as}^{\alpha}(t) \cdot \eta_{as}^{\beta}(t) \cdot \chi_{as}^{\gamma}(t)}, & b \in \text{allowed}_c \\ 0, & b \notin \text{allowed}_c \end{cases} \quad (5)$$

式中: γ 为引导信息启发因子; $\chi_{ab}(t)$ 为 t 时刻城市 a 与城市 b 间的引导信息。

对于从起点向终点搜索的蚁群, 沿着 X 轴增大的方向进行规划, 即 X 取值较小的轮廓和城市优先规划和选择。按照这一思路, 从起点向终点搜索的蚁群引导信息为:

$$\chi_{ab} = \frac{1}{X_b}, \vartheta \in \text{allowed}_c \quad (6)$$

式中: 城市 ϑ 为城市 a 的可选城市; X_{ϑ} 为待选城市 ϑ 的横坐标值; X_b 为城市 b 的横坐标值。

对于从终点向起点搜索的蚁群, 沿 X 轴减小的方向进行规划, X 轴取值较大的城市和轮廓具有优先选择和规划的权力。按照这一思路, 从终点向起点搜索的蚁群引导信息为:

$$\chi_{ab} = \frac{X_b}{\sum_{\vartheta} X_{\vartheta}}, \vartheta \in \text{allowed}_c \quad (7)$$

按照式 (6) 和式 (7) 的引导方式, 可以实现激光沿板材 X 轴方向的切割, 从而减小热效应的影响。

对于图 1 所示的零件 1, 若先切割轮廓 2, 再切割轮廓 1, 那么激光头由轮廓 1 的 A 点行驶至轮廓 3 的 C 点时, 必然要经过已切割轮廓 2, 具有发生“打刀”的风险, 由此可以看出: 对于具有子轮廓的零件, 应先切割子轮廓, 再切割父轮廓, 才能避免“打刀”问题的发生。根据以上分析, 对零件轮廓的切割优先权进行定义: (1) 对于含有多个子轮廓的零件, 最内层子轮廓具有第 1 优先权; (2) 对于含有并列子轮廓的情况, 当所有子轮廓切割完后才能切割父轮廓; (3) 父轮廓切割完后, 再从紧邻零件中选择备选轮廓。以上是激光切割的优先顺序, 也是从起点向终点搜索蚁群的优先顺序。而从终点向起点搜索蚁群的候选集合的确定规则与此恰好相反, 才能使激光切

割时不经过已切割区域。根据上述描述, 两个种群蚁群的候选集合的确定方法如图 3 所示。

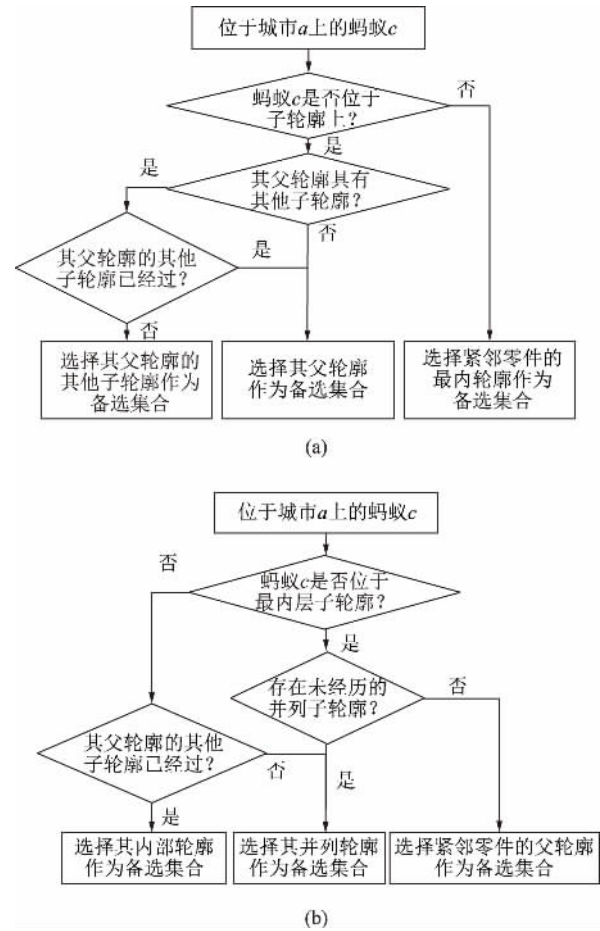


图 3 两个种群蚁群算法备选集合的确定规则

(a) 正向蚁群 (b) 反向蚁群

Fig. 3 Determining rules of candidate sets for two kinds of ant colony algorithms

(a) Forward ant colony (b) Reverse ant colony

2.3 基于双向蚁群算法的激光切割工艺路径规划流程

根据双向蚁群算法原理和激光切割路径的 GTSP 模型, 制定基于双向蚁群算法的激光切割路径规划流程如下所示:

Step 1, 在排样完毕的板材上确定路径起点和路径终点;

Step 2, 分别将两个种群的蚁群放置于起点和终点, 对两个种群的蚁群算法参数进行初始化;

Step 3, 两个种群的蚂蚁分别按照各自的城市选择规则相向运动, 当相向运动的蚂蚁在同一轮廓相遇时, 1 次迭代结束; 若前进过程中未遇到异向蚂蚁, 则整条路径规划完毕后 1 次迭代结束;

Step 4, 算法是否到达最大迭代次数。若否, 则转至 Step3; 若是, 则结束, 输出最优激光切割路径。

3 实验验证及分析

3.1 激光切割工艺及排样板材

本次实验的实验平台为：操作系统为 Windows Win7，CPU 2.5 GHz，2G RAM，开发软件为 Visual C++6.0。实验对象为排样完毕的待切割板材，板材的尺寸为 3000 mm×1800 mm×3 mm，在此板材上排样了 28 个零件，如图 4 所示。图 4 中编号相同的零件为同一规格零件，虚线轮廓为子轮廓，实线轮廓为父轮廓，由于篇幅限制，不再给出各零件的详细规格。激光切割机的性能为：切割速度为 1000 mm·min⁻¹，穿孔速度为 1 个·s⁻¹，空行速度为 4000 mm·min⁻¹。

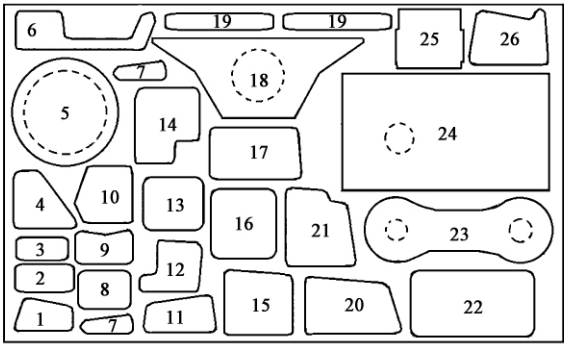


图 4 排样完毕的板材
Fig. 4 Sheet after layout

3.2 结果及分析

本文的创新点在于以下两点：（1）蚁群算法中加入了新的引导信息，使激光切割路径沿 X 轴切割；（2）提出了双向搜索方法，提高了激光切割路径的规划速度。为了验证改进的有效性，同时，使用传统蚁群算法和双向蚁群算法进行切割路径规划，传统蚁群算法的规划切割路径如图 5a 所示，双向蚁群算法规划的最优切割路径如图 5b 所示，图 5 中的数字为特征点选择顺序，虚线为规划的切割路径。统计图 5 所示的两种切割路径的空行路程、规划时间、切割机的切割时间，结果如表 1 所示。

对比双向蚁群算法与传统蚁群算法规划的切割路径可以看出：（1）双向蚁群算法的整个切割过程实现了沿 X 轴正向切割，最大程度上减小了切割热效应的影响；而传统蚁群算法存在反复的现象，说明了算法中加入引导信息的有效性；（2）双向蚁群算法的切割路径规划耗时为 0.71 s，传统蚁群算法的切割路径规划耗时为 1.26 s，相差 43.65%，说明双向搜索策略具有更高的搜索效率；（3）传统算法

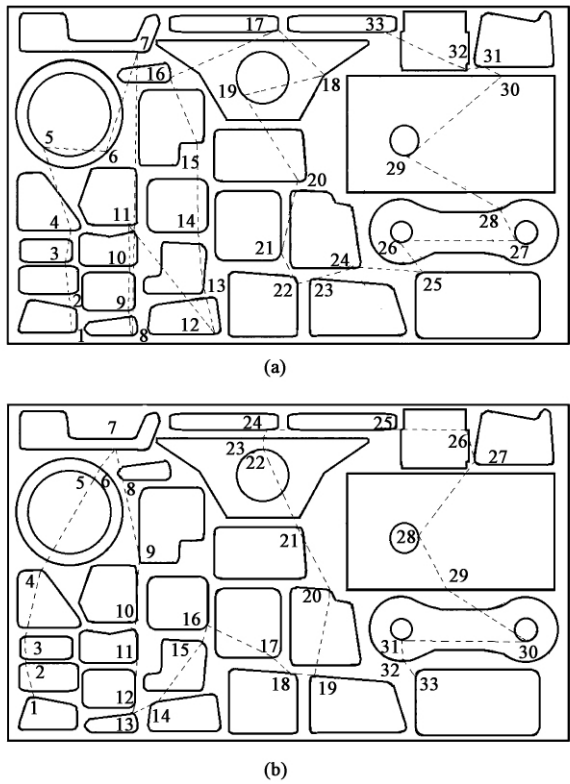


图 5 两种蚁群算法规划的切割路径比较
(a) 传统蚁群算法 (b) 双向蚁群算法
Fig. 5 Comparison of cutting paths planned by two kinds of ant colony algorithms
(a) Traditional ant colony algorithm
(b) Bidirectional ant colony algorithm

表 1 激光切割路径规划结果

Table 1 Results of laser cutting path planning

方法	空行路程/mm	规划时间/s	切割时间/min
传统蚁群算法	27042.26	1.26	50.28
双向蚁群算法	22596.07	0.71	48.68

规划的切割路径的空行路程为 27042.26 mm，切割过程耗时为 50.28 min；而双向蚁群算法规划路径的空行路程为 22596.07 mm，比原路径空行路程减少了 16.44%，切割耗时为 48.68 min，比原切割时间减少了 3.18%。以上结果证明了本文建立的 GTSP 模型和双向蚁群算法的有效性和优越性。

4 结论

（1）GTSP 模型可以有效地表征激光切割工艺的数学模型。

（2）设计了双向蚁群算法，与传统蚁群算法相比，规划的切割路径空行路程比原路径减少了 16.44%，切割时间减少了 3.18%。

参考文献:

- [1] 李世红, 袁跃兰, 刘绅绅, 等. 基于蚁群算法的激光切割工艺路径优化 [J]. 锻压技术, 2019, 44 (4): 69-72.
Li S H, Yuan Y L, Liu S S, et al. Optimization on laser cutting process path based on ant colony algorithm [J]. Forging & Stamping Technology, 2019, 44 (4): 69-72.
 - [2] 侯普良, 刘建群, 高伟强. 基于改进蚁群算法的激光切割加工路径优化研究 [J]. 机电工程, 2019, 36 (6): 653-657.
Hou P L, Liu J Q, Gao W Q. Optimization of laser cutting path based on improved ant colony algorithm [J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2019, 36 (6): 653-657.
 - [3] 刘山和, 钱晓明, 楼佩煌, 等. 基于遗传蚁群混合算法的激光切割路径优化 [J]. 机械制造与自动化, 2016, 45 (6): 92-95.
Liu S H, Qian X M, Lou P H, et al. Path optimization of laser cutting based on combination of genetic algorithm and ant algorithm [J]. Machine Building & Automation, 2016, 45 (6): 92-95.
 - [4] 张红勇, 张晓辉, 郑勤. 激光切割轨迹的自动化控制模型改进与实现 [J]. 激光杂志, 2017, 38 (11): 72-75.
Zhang H Y, Zhang X H, Zheng M. Improvement and realization of automatic control model of laser cutting trajectory [J]. Laser Journal, 2017, 38 (11): 72-75.
 - [5] 张青锋, 饶运清. 工艺约束下的激光切割路径优化算法设计 [J]. 机械设计与制造, 2014, (3): 34-36.
Zhang Q F, Rao Y Q. A optimization algorithm of laser cutting path with process constraints [J]. Machinery Design & Manufacture, 2014, (3): 34-36.
 - [6] 骆小俊. 基于五轴激光切割数控机床的 NURBS 曲线插补算法研究 [D]. 武汉: 华中科技大学, 2019.
Luo X J. Research on NURBS Curve Interpolation Algorithm for Five-axis Laser Cutting CNC Machine Tool [D]. Wuhan: Huazhong University of Science & Technology, 2019.
 - [7] 秦芙蓉, 罗朝晖, 董鹏. 基于 GTSP 问题的舰艇编队海上补给规划 [J]. 兵工自动化, 2018, 37 (10): 31-34.
Qin F R, Luo C H, Dong P. Scheduling of underway replenishment for a battle group based on generalized traveling salesman problem [J]. Ordnance Industry Automation, 2018, 37 (10): 31-34.
 - [8] 吴信涛, 丁方强, 刘国凯, 等. DP800 双相高强钢折弯及回弹研究 [J]. 精密成形工程, 2016, 8 (4): 38-42.
Wu X T, Ding F Q, Liu G K, et al. Bending and springback of high-strength dual phase steel DP800 [J]. Journal of Netshape Forming Engineering, 2016, 8 (4): 38-42.
 - [9] Chávez J J S, Escobar J W, Echeverri M G. A multi-objective pareto ant colony algorithm for the multi-depot vehicle routing problem with backhauls [J]. International Journal of Industrial Engineering Computations, 2016, 7 (1): 35-48.
 - [10] 涂亮杰, 李林升, 林国湘. 基于改进蚁群算法的果园移动机器人路径规划研究 [J]. 机床与液压, 2019, 47 (23): 69-73.
Tu L J, Li L S, Lin G X. Research on path planning of orchard mobile robot based on improved ant colony algorithm [J]. Machine Tool Hydraulics, 2019, 47 (23): 69-73.
 - [11] 侯宇超, 白艳萍, 胡红萍, 等. 基于精英蚁群算法的多目标生鲜配送路径优化研究 [J]. 数学的实践与认识, 2018, 48 (20): 50-57.
Hou Y C, Bai Y P, Hu H P, et al. Study of multi-objective fresh food distribution route optimization based on elite ant colony algorithm [J]. Mathematics in Practice and Theory, 2018, 48 (20): 50-57.
 - [12] 周浩理, 李太君, 肖沙, 等. 微正则退火的双向蚁群优化算法 [J]. 传感器与微系统, 2016, 35 (4): 127-130.
Zhou H L, Li T J, Xiao S, et al. Optimization for bidirectional ant colony algorithm based on microcanonical annealing [J]. Transducer and Microsystem Technologies, 2016, 35 (4): 127-130.
-
- (上接第 29 页)
- [5] 张正群, 邵建平, 汪健宏, 等. 高强汽车大梁钢折弯开裂原因分析 [J]. 物理测试, 2019, 37 (2): 50-53.
Zhang Z Q, Shao J P, Wang J H, et al. Analysis of cracking of high strength auto beam steel during bending [J]. Physics Examination and Testing, 2019, 37 (2): 50-53.
 - [6] 葛德龙, 李细锋, 肖华, 等. 基于三点弯曲的 1000 MPa 级超高强马氏体钢最大弯曲角度 [J]. 塑性工程学报, 2014, 21 (4): 52-55.
Ge D L, Li X F, Xiao H, et al. Maximum bending angle of UHSS with 1000 MPa strength based on three point bending experiment [J]. Journal of Plasticity Engineering, 2014, 21 (4): 52-55.
 - [7] 陈刚, 李治国, 陈伟. WELDOX960 高强度钢板折弯回弹角预测分析与试验验证 [J]. 锻压技术, 2019, 44 (4): 73-77.
Chen G, Li Z G, Chen W. Test verification and predictive analysis on springback angle for WELDOX960 high strength steel plate bending [J]. Forging & Stamping Technology, 2019, 44 (4): 73-77.
 - [8] Komgrit L, Hamasaki H, Hino R, et al. Elimination of springback of high-strength steel sheet by using additional bending with counter punch [J]. Journal of Materials Processing Tech., 2016, 229: 199-206.
 - [9] Yang X, Choi C, Sever N K, et al. Prediction of springback in air-bending of Advanced High Strength steel (DP780) considering Young's modulus variation and with a piecewise hardening function [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2016, 105: 266-272.
 - [10] Premanond V, Kaewtatip P, Moolsradoo N, et al. Effect of bending direction on springback of high strength steel sheet [J]. Advanced Materials Research, 2011, 299: 1103-1106.
 - [11] GB/T 228.1—2010, 金属材料 拉伸试验 第 1 部分: 室温试验方法 [S].
GB/T 228.1—2010, Metallic materials—Tensile testing—Part1: Method of test at room temperature [S].
 - [12] GB/T 5027—2016, 金属材料 薄板和薄带 塑性应变比 (r 值) 的测定 [S].
GB/T 5027—2016, Metallic materials—Sheet and strip—Determination of plastic strain ratio [S].