

2024 年第二十一届五一数学建模竞赛题目

B 题 未来新城背景下的交通需求规划与可达率问题

随着城市化的持续发展，交通规划在新兴城市建设中显得尤为关键。在未来新城规划中，自动驾驶技术预期将成为交通出行的主导模式，彻底改变出行方式和城市规划的基础理念。自动驾驶车辆，得益于先进的传感器、智能算法和通信技术，能够自动遵循预设路线，无需人为操作。将自动驾驶技术整合到一个特定未来新城的交通需求规划中，以期实现更高效、更可持续的城市交通网络。

交通需求指从特定起点出发，到达指定终点的交通量(车辆数)。以图 1 中的交通网络 1 为例，假设(起点,终点)对(1,4)的交通需求为 100 辆，其中 40 辆分配到路径 1-2-4, 60 辆车分配到路径 1-3-4，该过程称为交通需求分配。在道路完全通畅的情况下，从起点 1 到达终点 4 的交通量比例(以下称为“可达率”)为 $(40+60)/100=100\%$ 。而一旦产生突发状况，例如路段 1-2 发生了交通事故导致该路段无法通行，那么原本选择通过 1-2-4 路径的交通需求将无法满足。此时，只有通过路径 1-3-4 的交通需求才能够被实现，交通需求可达率为 $60/100=60\%$ 。

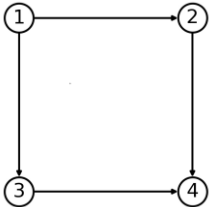


图 1 交通网络 1

假设每个(起点,终点)对之间使用的路径数不超过 5(各路段长度均为单位 1，优先选择距离短的路径)。假设交通网络中所有车辆均为无人驾驶车辆，并且所有车辆都服从系统预先规划的路径进行出行。注意：本题的图 2 和图 3 中的路段为双向路段，即路段 2-3 和路段 3-2 是两条不同的路段。在本题中，不要求交通流量值取整数，即交通流量值可以为任意的非负实数。请依据附件 1~3，建立数学模型，完成以下问题：

问题 1：图 2 为一个小型交通网络。各(起点,终点)对之间的交通需求见附件 1。请建立数学模型，给出各(起点,终点)对之间交通需求分配到对应路径上的交通量，使得网络中任意 1 条路段出现突发状况时(每个路段出现突发状况概率相同)，网络中所有交通需求的期望可达率最大。在表 1 中填入指定(起点,终点)对规划的路径，以及对应分配的交通量(若规划路径数不足 5 条无需填满表格)。

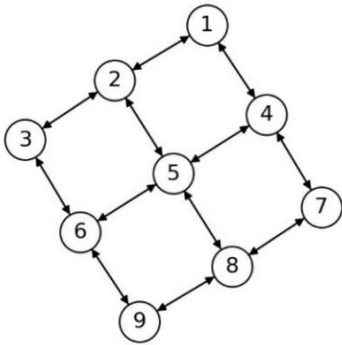


图 2 交通网络 2

表 1 问题 1 结果

(起点,终点)	规划路径 (依次给出经过的所有节点, 例如:1-2-3-6-9)	分配交通量
(1,9)		
(3,7)		

问题 2: 在图 3 所示的交通网络中, 各(起点,终点)对之间的交通需求见附件 2。请建立数学模型, 给出各(起点,终点)对之间交通需求分配到对应路径上的交通量, 使得网络中任意 5 条路段出现突发状况时(每个路段出现突发状况概率相同), 网络中所有交通需求的期望可达率最大。在表 2 中填入指定(起点,终点)对规划的路径, 以及对应分配的交通量(若规划路径数不足 5 条无需填满表格)。

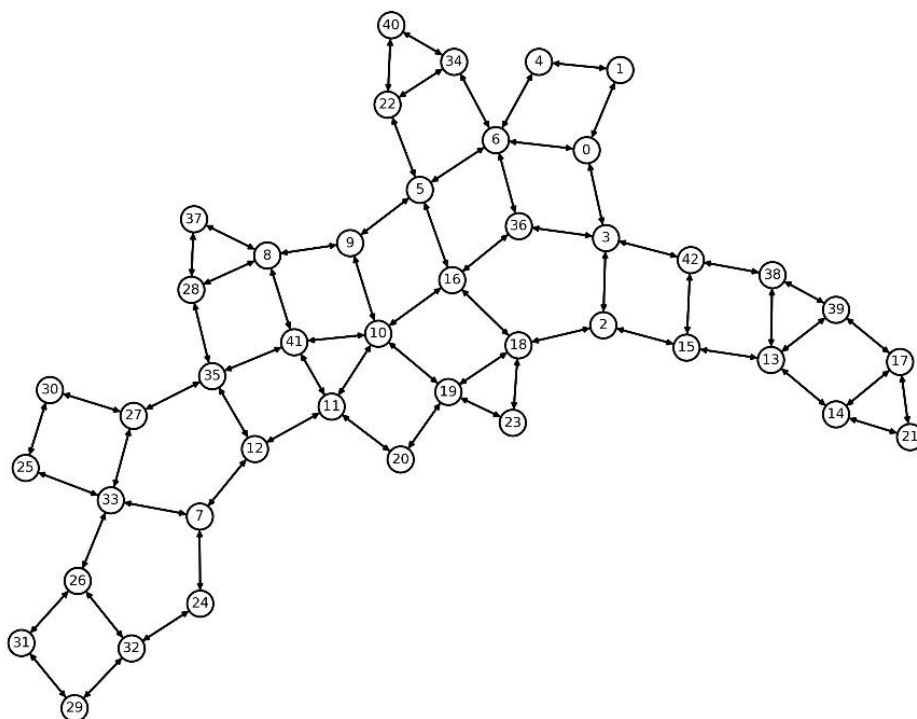


图 3 交通网络 3

表 2 问题 2 结果

(起点,终点)	规划路径 (依次给出经过的所有节点, 例如: 27-35-41-10-16-36-6)	分配交通量
(27,6)		
(19,25)		

问题 3: 在交通网络 3 中, 各(起点,终点)对之间的交通需求见附件 2, 各路段的容量上限见附件 3。请建立数学模型, 给出各(起点,终点)对之间交通需求分配到对应路径上的交通量, 使得网络中任意 5 条路段出现突发状况时(每个路段出现突发状况概率相同), 网络中所有交通需求的期望可达率最大, 且交通需求分配到对应的路径后, 各路段上的交通量不能超过路段容量(路段交通量计算方法: 路段交通量=经过该路段的路径交通量之和。例如, 路径 1-0-6 与路径 1-0-3 均经过路段 1-0, 则路段 1-0 交通量=路径 1-0-6 交通量+路径 1-0-3 交通量)。在表 3 中填入指定(起点,终点)对规划的路径, 以及对应分配的交通量(若规划路径数不足 5 条无需填满表格)。

表 3 问题 3 结果

(起点,终点)	规划路径 (依次给出经过的所有节点, 例如: 27-35-41-10-16-36-6)	分配交通量
(32,39)		
(17,8)		

问题 4: 现计划在交通网络 3 中新修建 6 条路段(单向直线路段且长度为单位 1，例如节点 31 至节点 32)，新建路段起点和终点必须是交通网络中的任意两个节点，并且假设新建路段的容量足够大。新建路段不能跨越其他路段(例如，不能在节点 21 与节点 39 之间修建路段)，只能在网络内部修建(例如，不能在节点 4 与节点 34 之间修建路段)。请建立数学模型，给出新修建路段方案，使得在新网络中任意 5 条路段出现突发事故时(包括新建路段，每个路段出现突发状况概率相同)，网络中所有交通需求的期望可达率尽可能最大，且交通需求分配到对应的路径后，各路段上的交通量不能超过路段容量(新建路段容量足够大，不用考虑这个因素)。在表 4 中填入期望可达率最大的 5 种方案及其可达率。

表 4 问题 4 结果

	新建路段 1 (给出新建路段的起点和终点，例如 9-16)	新建路段 2 (给出新建路段的起点和终点，例如 9-16)	新建路段 3 (给出新建路段的起点和终点，例如 9-16)	新建路段 4 (给出新建路段的起点和终点，例如 9-16)	新建路段 5 (给出新建路段的起点和终点，例如 9-16)	新建路段 6 (给出新建路段的起点和终点，例如 9-16)	可达率
方案 1							
方案 2							
方案 3							
方案 4							
方案 5							