

# ALJABAR LINEAR

JURUSAN TEKNIK INFORMATIKA – FT UHO

(Dr. Arman, S.Si., M.Si.)

# PENGERTIAN MATRIKS:

Banyak informasi yang sering disajikan dalam bentuk tabel, diantaranya klasemen sementara dari kejuaraan, data rekening telepon, data tagihan listrik, data tabungan, data harga penjualan barang, data absensi siswa dan lain-lain. Sebagai ilustrasi awal untuk memahami pengertian matriks, pelajari uraian berikut.

Diketahui data kunjungan wisatawan, baik domestik maupun asing di suatu objek wisata selama empat bulan berturut-turut, disajikan dalam tabel berikut (dalam ribuan).

<b>Bulan</b> <b>Wisatawan</b>				
	<b>I</b>	<b>II</b>	<b>III</b>	<b>IV</b>
<b>Domestik</b>	7	6	8	6
<b>Asing</b>	1	2	1	3

Tabel yang baru anda baca dapat disederhanakan dengan menghilangkan keterangan-keterangan yang terdapat pada tabel dan mengganti tabel dengan tanda kurung seperti berikut ini:

$$\begin{bmatrix} 7 & 6 & 8 & 6 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Jadi matriks adalah kumpulan bilangan yang tersusun menurut baris dan kolom sedemikian sehingga tampak seperti bentuk sebuah persegi panjang atau bujur sangkar.

Secara umum matriks dengan  $m$  baris dan  $n$  kolom seperti berikut:

Bentuk umum

Bentuk umum dari  $A_{m \times n}$  adalah :

$$A_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix},$$

$a_{ij}$  disebut elemen dari  $A$  yang terletak pada baris  $i$  dan kolom  $j$ .

Masing-masing n-triple horizontal seperti:  $[a_{11}, a_{12}, a_{13}, \dots, a_{1n}]$ ,  $[a_{21}, a_{22}, a_{23}, \dots, a_{2n}]$ ,  $[a_{31}, a_{32}, a_{33}, \dots, a_{3n}]$ , ..... dan  $[a_{m1}, a_{m2}, a_{m3}, \dots, a_{mn}]$ , disebut baris matriks, sedangkan m-triple vertical seperti:

$$\begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ a_{32} \\ \vdots \\ a_{m2} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} a_{13} \\ a_{23} \\ a_{33} \\ \vdots \\ a_{m3} \end{bmatrix} \quad \dots \quad \begin{bmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ a_{3n} \\ \vdots \\ a_{mn} \end{bmatrix}$$

disebut kolom-kolom matriks.

# Jenis-Jenis Matriks:

## a. Matriks Bujur sangkar

Matriks bujur sangkar adalah matriks yang jumlah barisnya sama dengan jumlah kolomnya. Karena sifatnya yang demikian ini, dalam matriks bujur sangkar dikenal istilah *elemen diagonal* yang berjumlah  $n$  untuk matriks bujur sangkar yang berukuran  $n \times n$ , yaitu :  $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ .

### Contoh 1.2.1

$$A_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \text{ dengan elemen diagonal } a_{11} \text{ dan } a_{22}$$

$$A_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \text{ dengan elemen diagonal } a_{11}, a_{22} \text{ dan } a_{33}$$



**b. Matriks Diagonal**

Matriks diagonal adalah matriks yang elemen bukan diagonalnya bernilai nol. Dalam hal ini tidak disyaratkan bahwa elemen diagonal harus tak nol.

**Contoh 1.2.2**

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

**c. Matriks Nol**

Matriks Nol merupakan matriks yang semua elemennya bernilai nol.

**d. Matriks Segitiga**

Matriks segitiga adalah matriks bujur sangkar yang elemen – elemen dibawah atau diatas elemen diagonal bernilai nol. Jika yang bernilai nol adalah elemen – elemen dibawah elemen diagonal maka disebut *matriks segitiga atas* , sebaliknya disebut *matriks segitiga bawah*. Dalam hal ini, juga tidak disyaratkan bahwa elemen diagonal harus bernilai tak nol.

**Contoh 1.2.3**

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Matriks A adalah matriks segitiga bawah, matriks B adalah matriks segitiga atas sedangkan matriks C merupakan matriks segitiga bawah dan juga matriks segitiga atas.

## Matriks Identitas

Matriks identitas adalah matriks diagonal yang elemen-elemen diagonal utamanya sama dengan 1, dengan perkataan lain  $[A]$  adalah matriks identitas bila  $a_{ij} = 1$  untuk  $i = j$ , dan  $a_{ij} \neq 0$  bila  $i \neq j$ . Matriks identitas biasa ditulis  $[I]$ .

Contoh :

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

## Matriks Simetris

Matriks simetris adalah matriks bujur sangkar yang transposenya sama dengan dirinya sendiri.

$$A = A^T$$

Contoh :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

## Kesamaan Dua Matriks

Dalam matriks dikenal adanya kesamaan dua matriks yang didefinisikan sebagai berikut. Dua matriks dikatakan sama jika ordo yang dimiliki keduanya sama, dan elemen-elemen yang bersesuaian (seletak) sama.

Contoh

Diketahui persamaan matriks:

$$A = \begin{bmatrix} x + y & 2x + w \\ x - y & z - w \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

Apabila  $[A] = [B]$  maka tentukan nilai  $x$ ,  $y$ ,  $z$  dan  $w$ .