

La Ode Muhammad Yudhy Prayitno

EIEI 22 064

II Latihan Mandiri

① Tentukan nilai determinan dari matriks berikut.

$$A = \begin{pmatrix} 4^+ & -2^- & 3^+ & 5^- \\ 1 & 0 & -3 & 1 \\ 9 & 10 & 2 & 8 \\ 4 & 2 & -3 & 5 \end{pmatrix}$$

Jawab : Metode Ekspansi / Refaktor / Laplace

$$|A| = 4 \begin{vmatrix} 10 & 2 & 8 \\ 2 & -3 & 5 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 9 & 2 & 8 \\ 4 & -3 & 5 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 9 & 10 & 8 \\ 4 & 2 & 5 \end{vmatrix} - 5 \begin{vmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 9 & 10 & 2 \\ 4 & 2 & -3 \end{vmatrix}$$

I II III IV

$$(I) = 0 \begin{vmatrix} 2 & 8 \\ -3 & 5 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 10 & 8 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 10 & 2 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}$$

$$= 0 + 3(34) + 1(-34)$$

$$= 102 - 34$$

$$= 68$$

$$(II) = 1 \begin{vmatrix} 2 & 8 \\ -3 & 5 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 9 & 8 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 9 & 2 \\ 4 & -3 \end{vmatrix}$$

$$= -34 + 39 - 35$$

$$= -35 - 35$$

$$= -38$$

$$(III) = 1 \begin{vmatrix} 10 & 8 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} - 0 \begin{vmatrix} 9 & 8 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 9 & 10 \\ 4 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= 34 - 0 + 22$$

$$= 12$$

$$(IV) = 1 \begin{vmatrix} 10 & 2 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} - 0 \begin{vmatrix} 9 & 2 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} 9 & 10 \\ 4 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= -34 - 0 + 66 = 32$$

$$\begin{aligned}
 |A| &= 4(68) + 2(38) + 3(12) - 5(32) \\
 &= 272 + 76 + 36 - 160 \\
 &= 224 // \checkmark
 \end{aligned}$$

II Latihan Soal

$$(1) [A] = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 3 & 5 & -2 \\ 10 & 15 & 6 \end{bmatrix}$$

Jawab : Metode Sarrus

11 $D_1 - D_2$

$$|A| = \begin{vmatrix} 3 & 5 & 2 & 3 & 5 \\ 3 & 5 & -2 & 3 & 5 \\ 10 & 15 & 6 & 10 & 15 \end{vmatrix}$$

$$= [(3 \times 5 \times 6) + (5 \times (-2) \times 10) + (2 \times 3 \times 15)] -$$

$$[(2 \times 5 \times 10) + (3 \times (-2) \times 15) + (5 \times 3 \times 6)]$$

$$= [90 + (-100) + 90] - [100 + (-90) + 90]$$

$$= -20 // \checkmark$$

$$(2) [B] = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 0 & -3 \\ 10 & 7 & 5 & 2 \\ 2 & 6 & 3 & -3 \\ -3 & -1 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

Jawab :

Menggunakan Metode CHIO

$$|B| = \frac{1}{5^{4-2}} \begin{vmatrix} \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 10 & 7 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 5 & 0 \\ 10 & 5 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 5 & -3 \\ 10 & 2 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 5 & 0 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 5 & -3 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ -3 & -1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 5 & 0 \\ -3 & 4 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{25} \begin{vmatrix} (35-20) & (25-0) & (10-(-30)) \\ (30-4) & (15-0) & ((-15)-(-6)) \\ ((-5)-(-6)) & (20-0) & (5-0) \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{25} \begin{vmatrix} 15 & 25 & 40 \\ 26 & 15 & -9 \\ 1 & 20 & -5 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{25} \cdot \frac{1}{15^{3-2}} \begin{vmatrix} \begin{vmatrix} 15 & 25 \\ 26 & 15 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 15 & 40 \\ 26 & -9 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 15 & 25 \\ 1 & 20 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 15 & 40 \\ 1 & -5 \end{vmatrix} \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{25} \cdot \frac{1}{15} \begin{vmatrix} (225-650) & ((-135)-1040) \\ (300-25) & ((-60)-40) \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{375} \begin{vmatrix} -425 & -1175 \\ 275 & -100 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{375} (42500 + 323125) = 975 \quad \checkmark \checkmark$$

Menggunakan metode ekspansi / koefaktor / Laplace No.:

$$(3) [K] = \begin{bmatrix} 5^+ & 15^- & 2^+ & -3^- \\ -3 & 9 & 1 & 0 \\ 2 & 6 & 3 & -3 \\ 4 & 12 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$|K| = 5 \begin{vmatrix} 9 & 1 & 0 \\ 6 & 3 & -3 \\ 12 & 4 & 1 \end{vmatrix} - 15 \begin{vmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -3 \\ 4 & 4 & 1 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} -3 & 9 & 0 \\ 2 & 6 & -3 \\ 4 & 12 & 1 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} -3 & 9 & 1 \\ 2 & 6 & 3 \\ 4 & 12 & 4 \end{vmatrix}$$

$$(I) = 9 \begin{vmatrix} 3 & -3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 6 & -3 \\ 12 & 1 \end{vmatrix} + 0 \begin{vmatrix} 6 & 3 \\ 12 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= 9(15) - 1(42) + 0$$

$$= 93$$

$$(II) = -3 \begin{vmatrix} 3 & -3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} + 0 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= -3(15) + 1(14) + 0$$

$$= -59$$

$$(III) = -3 \begin{vmatrix} 6 & -3 \\ 12 & 1 \end{vmatrix} - 9 \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} + 0 \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 12 \end{vmatrix}$$

$$= -3(42) - 9(14) + 0$$

$$= -252$$

$$(IV) = -3 \begin{vmatrix} 6 & 3 \\ 12 & 4 \end{vmatrix} - 9 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 4 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 12 \end{vmatrix}$$

$$= -3(-12) - 9(-4) + 1(0) = 72$$

$$|C| = 5(93) - 15(-39) + 2(-230) + 3(72) \\ = 1062 // \checkmark \checkmark$$

$$4. [D] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ -3 & 9 & 1 & 0 & 6 \\ 2 & 2 & 3 & -3 & 7 \\ 4 & 10 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & -9 & 6 & 8 & 10 \end{bmatrix}$$

Jawab Metode CHIO

$$|D| = \frac{1}{1^{5-2}} \left[\begin{array}{c|c|c|c|c} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 9 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -3 & 6 \end{bmatrix} \\ \hline \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} \\ \hline \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 10 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \\ \hline \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -9 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 8 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 10 \end{bmatrix} \end{array} \right]$$



$$= \frac{1}{1^3} \begin{bmatrix} (9+6) & (1+9) & 0-12 & 6+15 \\ (2-4) & (3-6) & (-3-8) & (7-10) \\ (10-8) & (4-12) & (1-16) & (2-20) \\ (-4-4) & (6-6) & (8-8) & (10-10) \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{15} \begin{bmatrix} 15 & 10 & 12 & 21 \\ -2 & -3 & -11 & -3 \\ 2 & -8 & -15 & -18 \\ -8 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{15^{4-2}} \begin{bmatrix} \begin{vmatrix} 15 & 10 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 15 & 12 \\ -2 & -11 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 15 & 21 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 15 & 10 \\ 2 & -8 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 15 & 12 \\ 2 & -15 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 15 & 21 \\ 2 & -18 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 15 & 10 \\ -8 & 0 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 15 & 12 \\ -8 & 0 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 15 & 21 \\ -8 & 0 \end{vmatrix} \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{15^2} \begin{bmatrix} (-45+20) & (-165+24) & (-45+42) \\ (-120-20) & (-225-24) & (-270-42) \\ (0+80) & (0+96) & (0+168) \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{225} \begin{bmatrix} -25 & -141 & +3 \\ -140 & -249 & -312 \\ 80 & 96 & 168 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{225} \cdot \frac{1}{-25^{3-2}} \begin{bmatrix} \begin{vmatrix} -25 & -141 \\ -140 & -249 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} -25 & -3 \\ -140 & -312 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} -25 & -141 \\ 80 & 96 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} -25 & -3 \\ 80 & 168 \end{vmatrix} \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{225} \cdot \frac{1}{-25} \begin{bmatrix} (6225 - 19740) & (7800 - 420) \\ (-2400 + 11280) & (-4200 + 240) \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{-5625} \begin{vmatrix} -13515 & 7380 \\ 8880 & -3960 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{-5625} (53519400 - 65534400)$$

$$= \frac{-12015000}{-5625}$$

$$= 2136 // \checkmark \checkmark$$

$$5. [E] = \begin{bmatrix} 1^+ & 3^- & 2^+ & 4^- & 5^+ & 6^- \\ -3 & 9 & 1 & 0 & 6 & 6 \\ 2 & 2 & 3 & -3 & 7 & 6 \\ 4 & 10 & 4 & 1 & 2 & 6 \\ 2 & 6 & 4 & 8 & 10 & 12 \\ 2 & 6 & -4 & 8 & 10 & 12 \end{bmatrix}$$

Jawab

Metode CHD

$$[E] = \frac{1}{6-2} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 4 & 1 & 5 & 1 & 6 \\ -3 & 9 & -3 & 1 & -3 & 0 & -3 & 6 & -3 & 6 \\ 2 & 2 & 2 & 3 & 2 & -3 & 2 & 7 & 2 & 6 \\ 4 & 10 & 4 & 4 & 4 & 1 & 4 & 2 & 4 & 6 \\ 2 & 6 & 2 & 4 & 2 & 8 & 2 & 10 & 2 & 12 \end{bmatrix}$$

No. :									
1	3	2	1	4	5	6			
2	6	2	4	2	8	2	10	2	12

$$= \frac{1}{1} \begin{bmatrix} (9+9) & (1+6) & (0+12) & (6+15) & (6+18) \\ (2-6) & (3-4) & (-3-8) & (7-10) & (6-12) \\ (10-12) & (4-8) & (1-16) & (2-20) & (6-24) \\ (6-6) & (4-4) & (8-8) & (10-10) & (12-12) \\ (6-6) & (-4-4) & (8-8) & (10-10) & (12-12) \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 18 & 7 & 12 & 21 & 24 \\ -4 & -1 & -11 & -3 & -6 \\ -2 & -4 & -15 & -18 & -18 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -8 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{18^{5-2}} \begin{bmatrix} 18 & 7 & 12 & 21 & 24 \\ -4 & -1 & -11 & -3 & -6 \\ -2 & -4 & -15 & -18 & -18 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -8 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{18^3} \begin{bmatrix} (-18+28) & (-198+48) & (-54+84) & (-108+96) \\ (-72+14) & (-270+24) & (-324+42) & (-324+48) \\ (0-0) & (0-0) & (0-0) & (0-0) \\ (-144-0) & (0-0) & (0-0) & (0-0) \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{5832} \begin{bmatrix} 10 & -150 & 30 & -12 \\ -58 & -246 & -282 & -276 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -144 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{5832} \cdot \frac{1}{10^{4-2}} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & -150 \\ -58 & -246 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 10 & 30 \\ -58 & -282 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 10 & -12 \\ -58 & -276 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 10 & -150 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 10 & 30 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 10 & -12 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 10 & -150 \\ -144 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 10 & 30 \\ -144 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 10 & -12 \\ -144 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{5832} \cdot \frac{1}{10^2} \begin{bmatrix} (-2460 - 8700) & (-2820 + 1500) & (-2760 - 696) \\ (0 + 0) & (0 - 0) & (0 + 0) \\ (0 - 21600) & (0 + 4320) & (0 - 1728) \end{bmatrix}$$

1	-11160	-1320	-3456
583200	0	0	0
	-21600	4320	-1728

1		-11160	-1320	-1160	-3456
583200	-11160 ³⁻²	0	0	0	0
		-1160	-1320	-1160	-3456
		-21600	4320	-21600	-1728

1		(0 + 0)	(0 + 0)
583200	-11160	(-5011200 - 28512000) (2004480 - 74649600)	

1	0	0
-6508512000	-33523200	-72645120

1	0 + 0
-6508512000	

= 0 // ✓✓