



Elektronika dan Instrumentasi: Elektronika Digital 2 – Gerbang Logika, Aljabar Boolean

Yusron Sugiarto

Materi Kuliah

Minggu ke-	Materi	Dosen Pengampu	Keterangan
1	Pengenalan	YSO	Elektronika Analog
2	Komponen Pasif dan Aktif	YSO	Elektronika Analog
3	Adaptor, Transistor	YSO	Elektronika Analog
4	Op Amp	YSO	Elektronika Analog
5	Elektronika Digital (Pencacah Biner, Sistem Bilangan), Gerbang Logika dan Penggunaannya	DFA	Elektronika Digital
6	Kode, Dekode, Encode, 7 Segment, Flip Flop	DFA	Elektronika Digital
7	Pencacah, ADC, DAC	DFA	Elektronika Digital
UTS			Elektronika Digital
8	Pengenalan Instrumentasi, Review	DFA	Instrumentasi
9	Sistem Pengukuran	DFA	Instrumentasi
10	Pengukuran Kecepatan dan Percepatan	YHD	Instrumentasi
11	Pengukuran Tekanan	YHD	Instrumentasi
12	Pengukuran Temperatur	YHD	Instrumentasi
13	Pengukuran Aliran	YHD	Instrumentasi
14	Aneka Pengukuran Aplikatif	YHD	Instrumentasi

Rangkaian Logika

Ada beberapa operasi-operasi dasar pada suatu rangkaian logika dan untuk menunjukkan suatu perilaku dari operasi-operasi tersebut biasanya ditunjukkan dengan menggunakan suatu tabel kebenaran. Tabel kebenaran berisi statemen-statemen yang hanya berisi:

- Benar yang dilambangkan dengan huruf “T” kependekan dari “True” atau bisa juga dilambangkan dengan angka 1. Atau
- Salah yang dilambangkan dengan huruf “F” kependekan dari “False” atau bisa juga dilambangkan dengan angka 0.

Apa itu Gerbang Logika

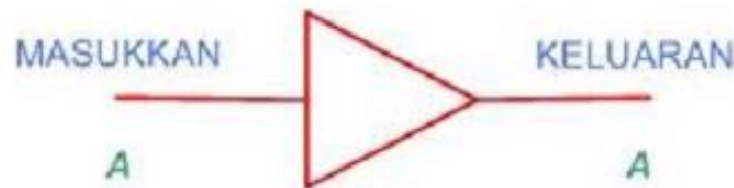
- Gerbang logika adalah piranti dua keadaan, yaitu mempunyai keluaran dua keadaan: keluaran dengan nol volt yang menyatakan logika 0 (atau rendah) dan keluaran dengan tegangan tetap yang menyatakan logika 1 (atau tinggi).
- Gerbang logika dapat mempunyai beberapa masukan yang masing-masing mempunyai salah satu dari dua keadaan logika, yaitu 0 atau 1.
- Gerbang-gerbang logika yang khususnya dipakai di dalam sistem digital, dibuat dalam bentuk IC (Integrated Circuit) yang terdiri atas transistor-transistor, diode dan komponen-komponen lainnya. Gerbang-gerbang logika ini mempunyai bentuk-bentuk tertentu yang dapat melakukan operasi-operasi INVERS, AND, OR serta NAND, NOR, dan XOR (Exclusive OR). NAND merupakan gabungan AND dan INVERS sedangkan NOR merupakan gabungan OR dan INVERS.

Gerbang Dasar

- BUFFER
- NOT
- OR
- AND

Gerbang Dasar: BUFFER

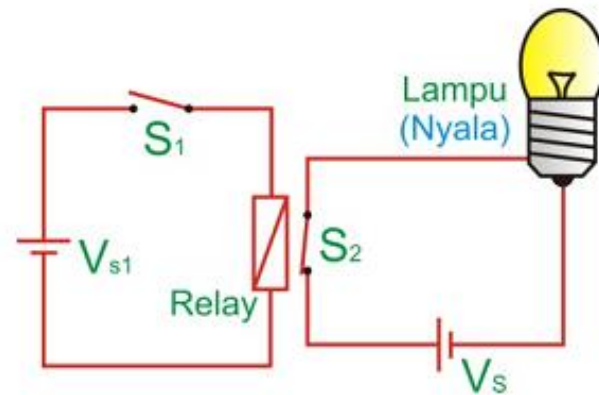
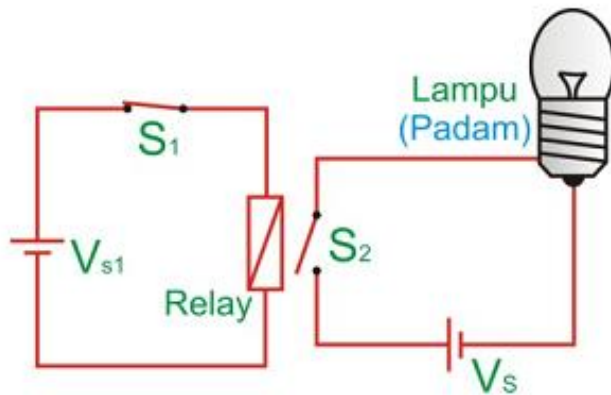
- Buffer adalah gerbang logika yang digunakan untuk menyangga kondisi logika. Kondisi logika dari keluaran gerbang ini akan sama dengan kondisi logika dari masukannya. Simbol gerbang logika ini ditunjukkan pada gambar dibawah ini.



Masukkan	Keluaran
A	A
0	0
1	1

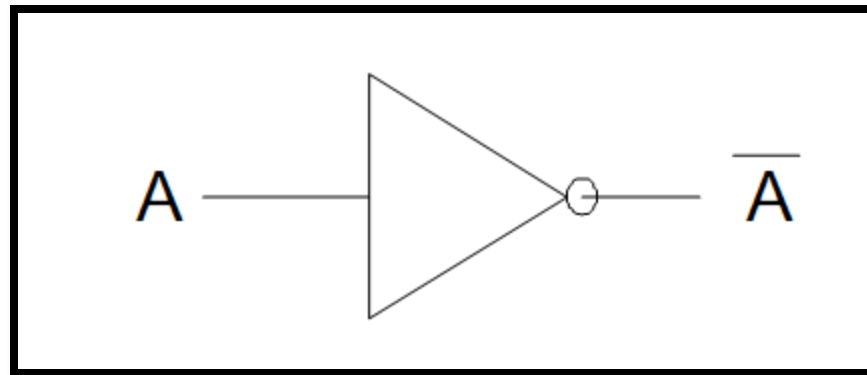
Gerbang Dasar: NOT

- Gerbang NOT ini disebut inverter (pembalik). Rangkaian ini mempunyai satu masukan dan satu keluaran. Gerbang NOT bekerja membalik sinyal masukan, jika masukannya rendah, maka keluarannya tinggi, begitupun sebaliknya.



Gerbang Dasar: NOT

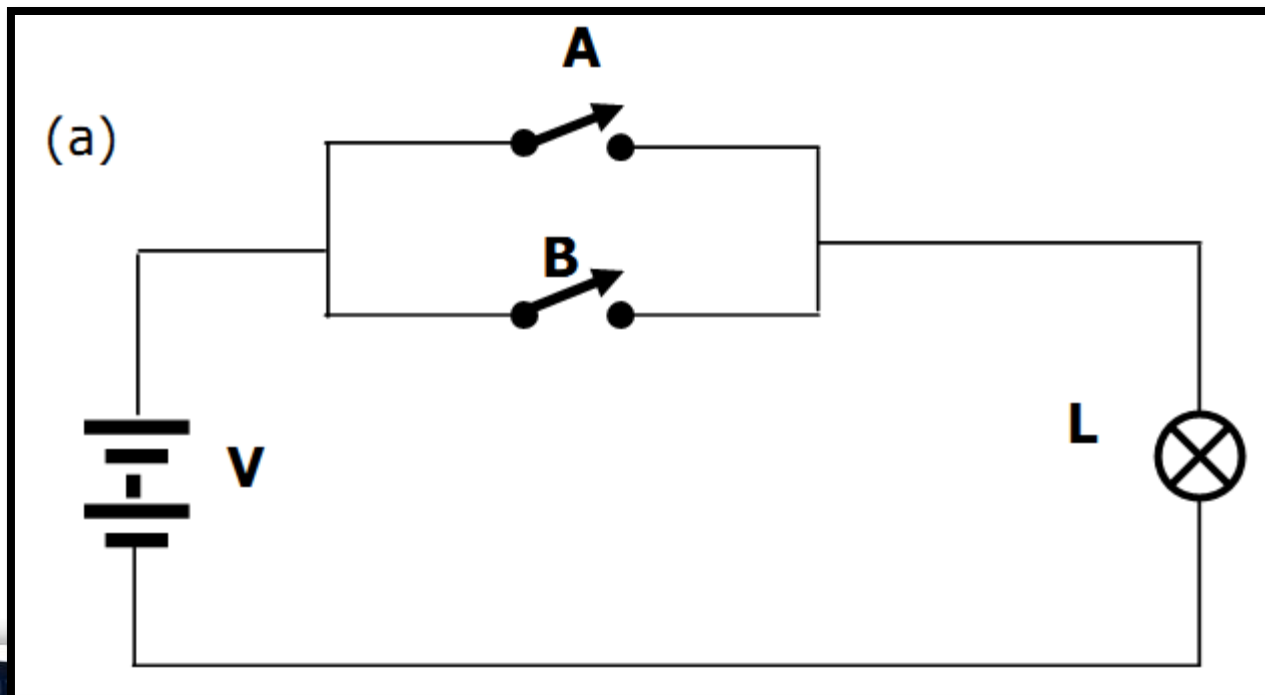
Simbol dan Tabel Kebenaran



Masukan A	Keluaran A*
1	0
0	1

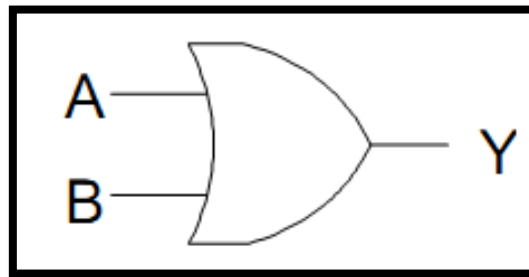
Gerbang Dasar: OR

- Gerbang OR diterjemahkan sebagai gerbang “ATAU” artinya sebuah gerbang logika yang keluarannya berlogika “1” jika salah satu atau seluruh inputnya berlogika “1”.



Gerbang Dasar: OR

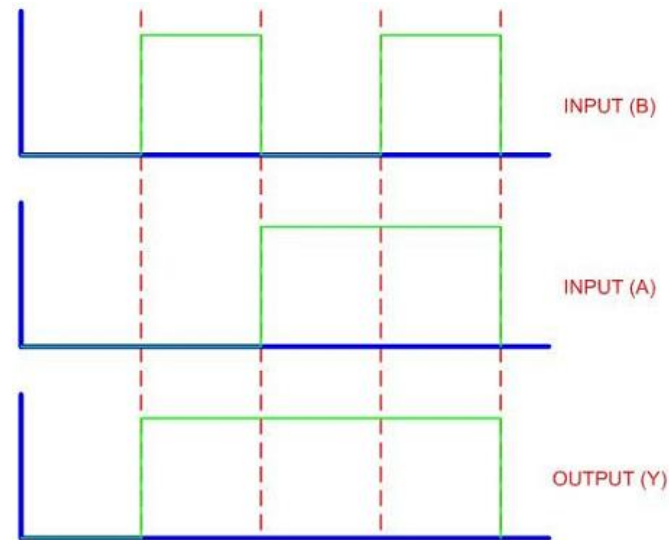
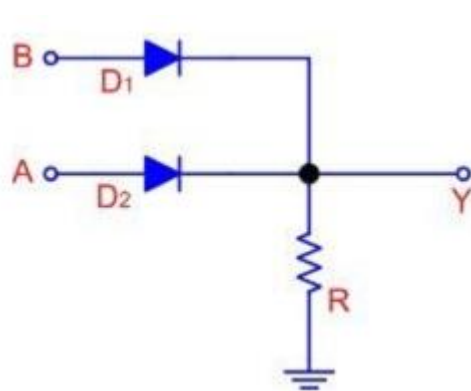
Simbol dan Tabel Kebenaran



Input		Output
A	B	Y / L
0 (off)	0 (off)	0 (padam)
0 (off)	1 (on)	1 (nyala)
1 (on)	0 (off)	1 (nyala)
1 (on)	1 (on)	1 (nyala)

Gerbang Dasar: OR

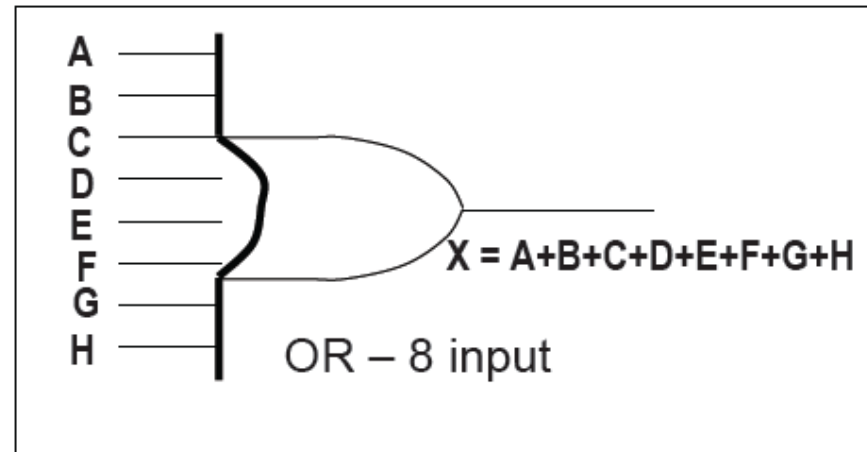
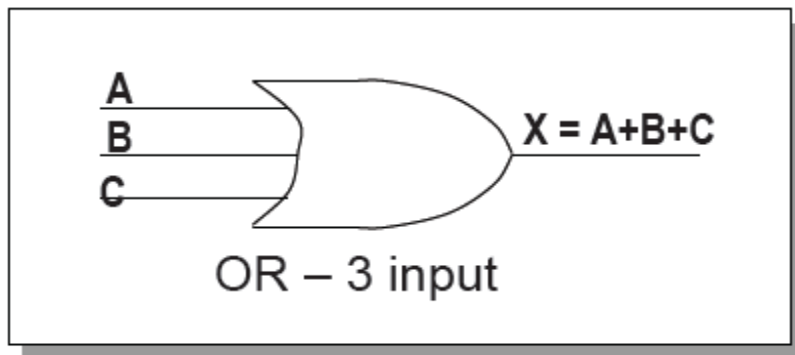
Rangkaian Dioda Equivalent dan Timing Diagram



Berdasarkan gambar diatas, jika A dan B terhubung dengan Ground (Logika 0) maka output (Y) memiliki nilai tegangan sebesar 0 volt (Logika 0) karena pada A dan B tidak terdapat tegangan.

Sekarang jika A dan B tidak terhubung ke ground ($A = 1$, $B = 1$) maka seolah-olah disini tidak ada diode, dengan demikian pada output (Y) memiliki nilai tegangan VCC (logika 1)

Gerbang OR dengan banyak Input

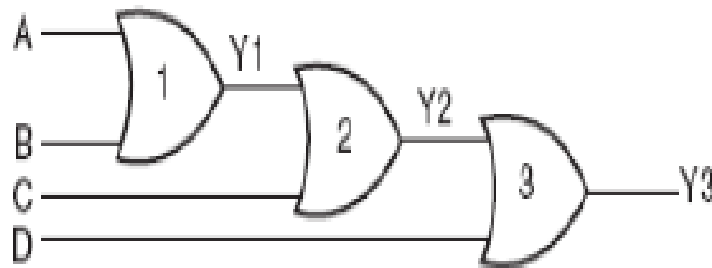


Tabel Kebenaran OR - 3 input

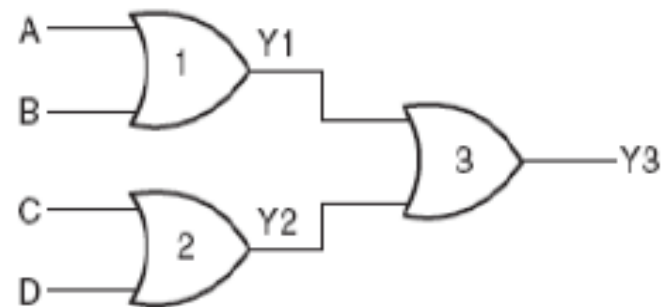
INPUT			Output
A	B	C	X
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Contoh :

- Bagaimana cara mengaplikasikan gerbang OR 4 masukan dengan menggunakan gerbang OR 2 masukan?
- Penyelesaian :



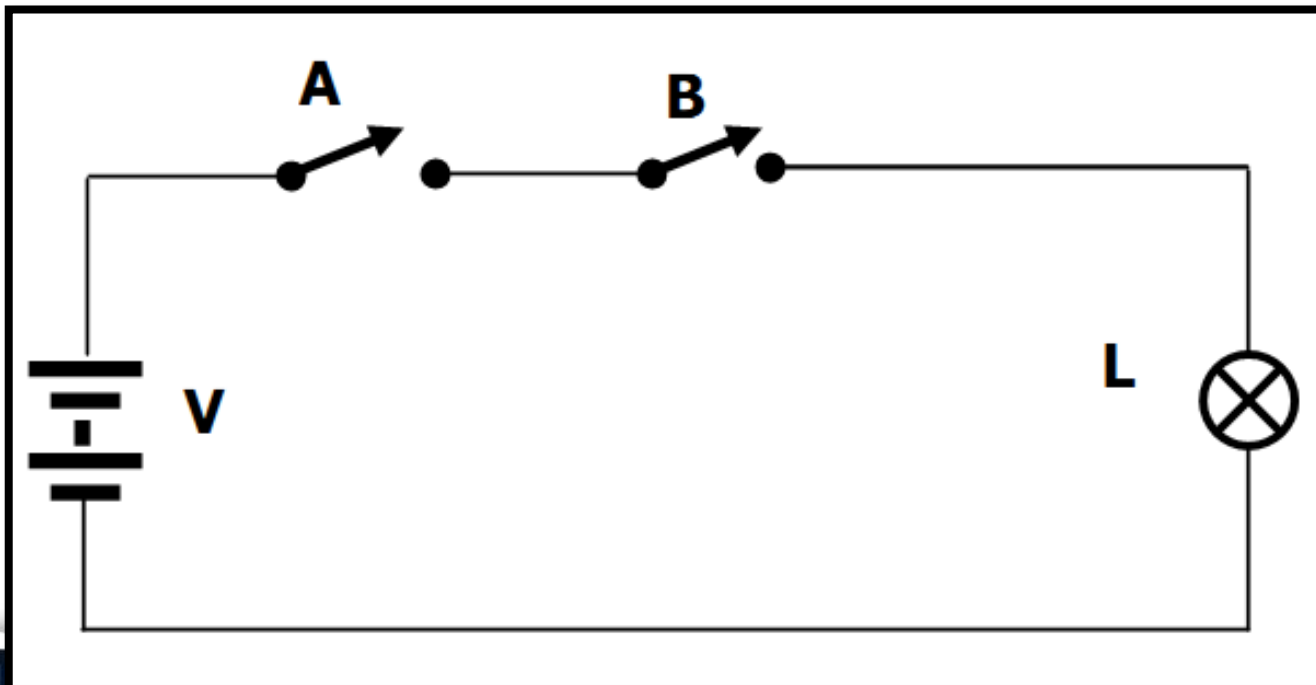
a



b

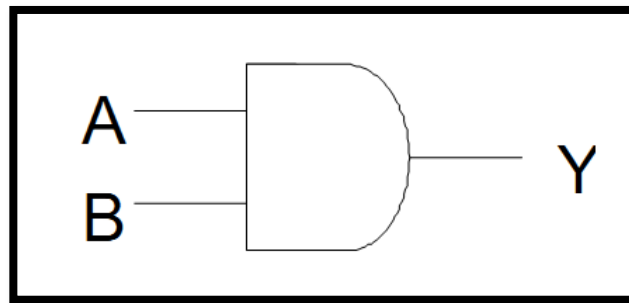
Gerbang Dasar: AND

- Gerbang AND merupakan jenis gerbang digital keluaran 1 jika seluruh inputnya 1. Gerbang AND diterjemahkan sebagai gerbang “DAN” artinya sebuah gerbang logika yang keluarannya berlogika “1” jika input A dan input B dan seterusnya berlogika “1”.



Gerbang Dasar: AND

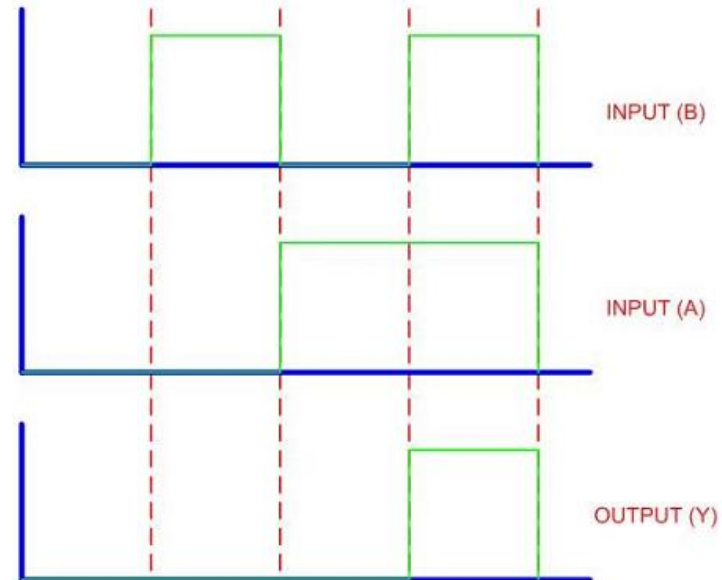
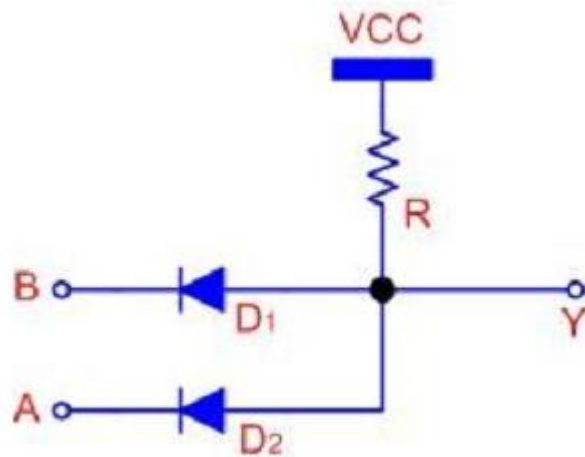
Simbol dan Tabel Kebenaran



Input		Output
A	B	Y /L
0 (off)	0 (off)	0 (padam)
0 (off)	1 (on)	0 (padam)
1 (on)	0 (off)	0 (padam)
1 (on)	1 (on)	1 (nyala)

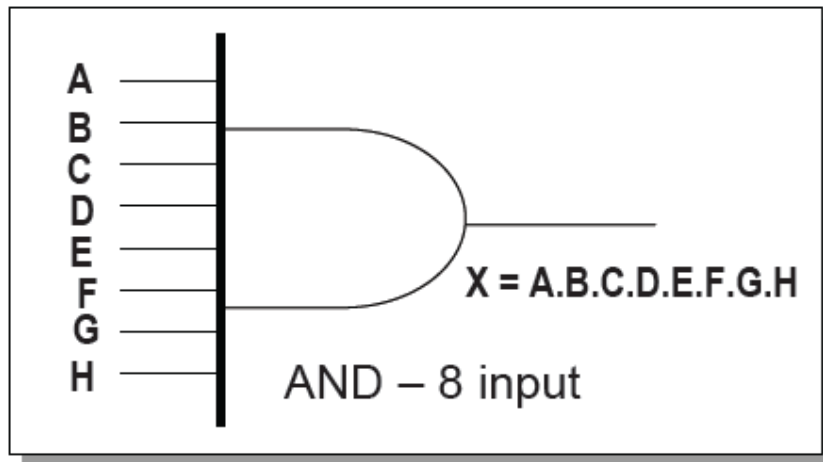
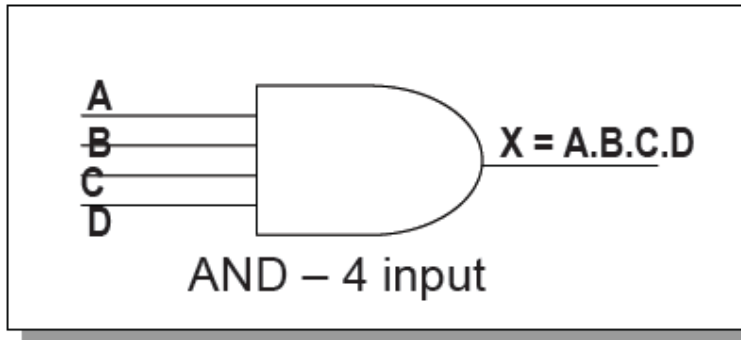
Gerbang Dasar: AND

Rangkaian Dioda Equivalent dan Timing Diagram



Berdasarkan gambar diatas, jika A dan atau B terhubung dengan Ground (Logika 0) maka arus listrik akan mengalir dari sumber arus (VCC) melalui resistor (R) menuju ke diode. Karena diode mengalirkan arus listrik, maka output (Y) akan terhubung ke ground sehingga output (Y) memiliki nilai tegangan sebesar 0 volt (Logika 0). Dan sebaliknya jika A dan B tidak terhubung ke ground ($A = 1$, $B = 1$) maka seolah-olah disini tidak ada diode, dengan demikian pada output (Y) memiliki nilai tegangan VCC (logika 1)

Gerbang AND dengan banyak Input

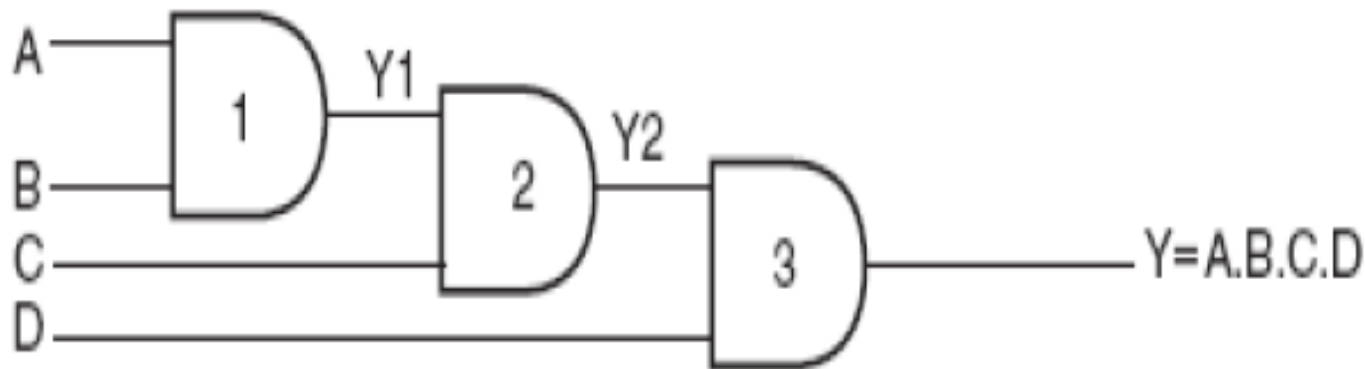


INPUT				Output
A	B	C	D	X
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

Tabel Kebenaran AND - 4 input

Contoh :

- Susunlah gerbang AND 4 masukan dengan menggunakan gerbang AND 2 masukan.
- Penyelesaian :

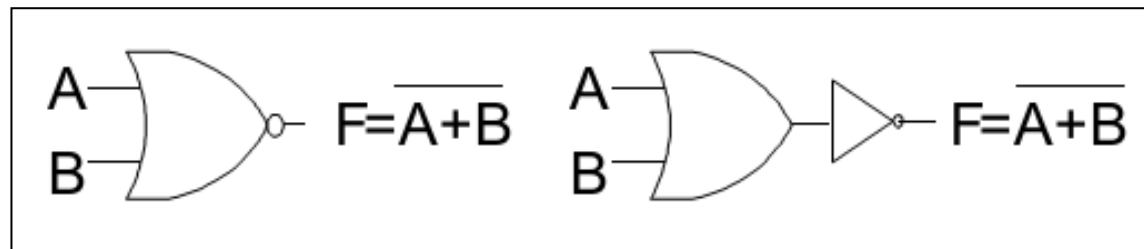


Gerbang Kombinasional

- NOR
- NAND
- X-OR
- X-NOR

Gerbang Kombinasional: NOR

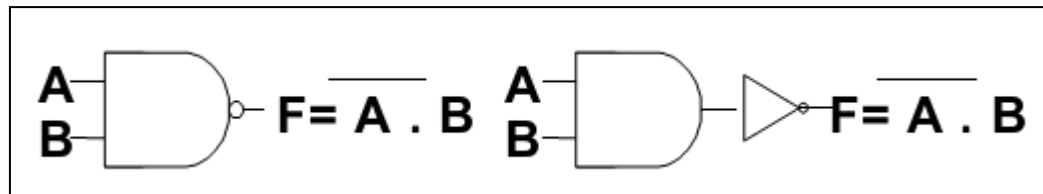
- Gerbang NOR adalah gerbang kombinasi dari gerbang NOT dan gerbang OR. Dalam hal ini ada empat kondisi yang dapat dianalisis dan disajikan pada tabel kebenaran.



Input		Output
A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

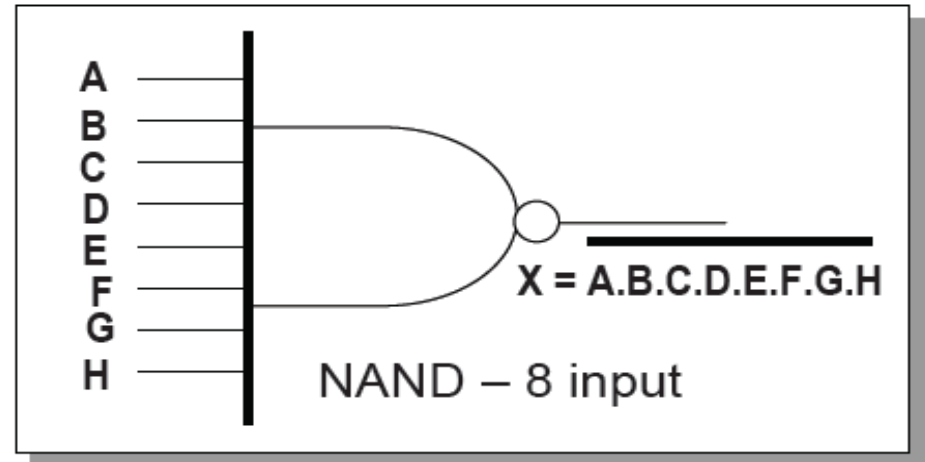
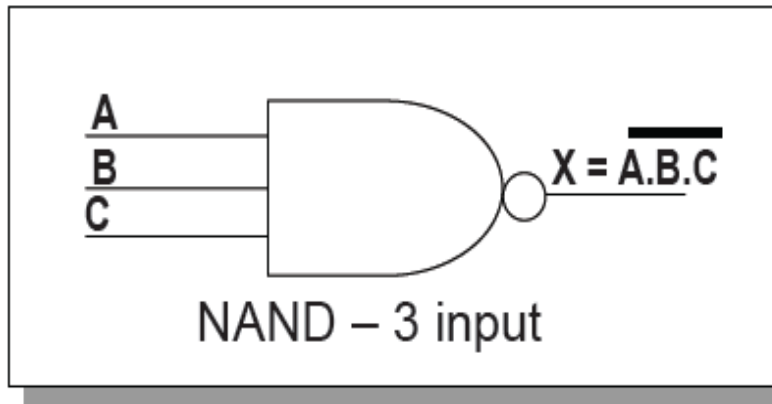
Gerbang Kombinasional: NAND

- Gerbang NAND adalah gerbang kombinasi dari gerbang NOT dan gerbang AND. Dalam hal ini ada empat kondisi yang dapat dianalisis dan disajikan pada tabel kebenaran.



Input		Output
A	B	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Gerbang NAND dengan Banyak Input

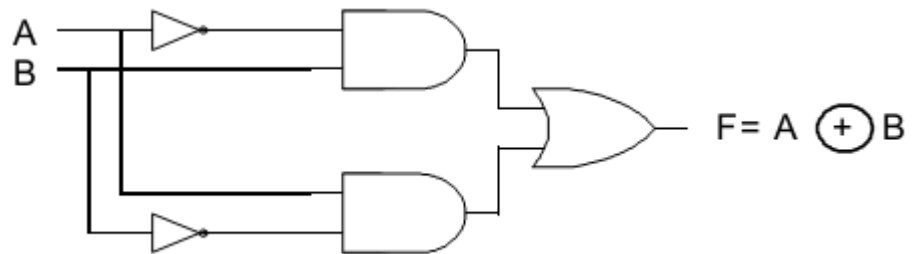
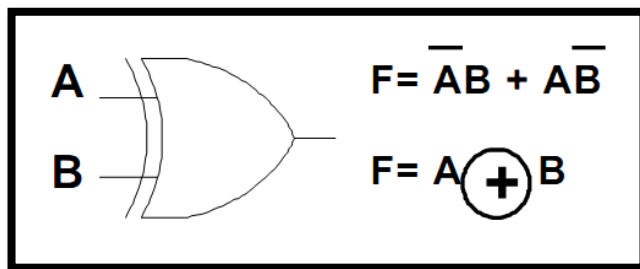


Tabel Kebenaran NAND - 3 input

INPUT			Output X
A	B	C	
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Gerbang Kombinasional: X-OR

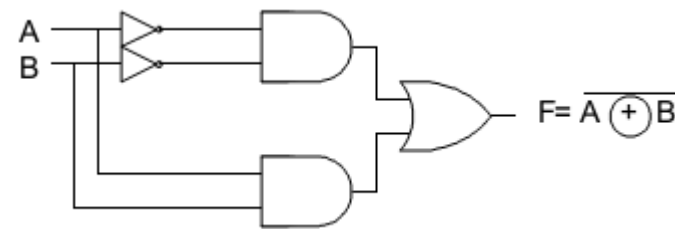
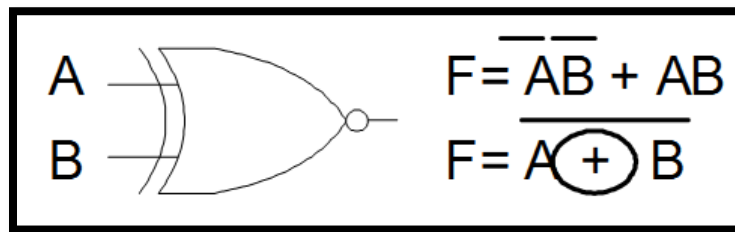
- Gerbang X-OR (dari kata exclusive-or) akan memberikan keluaran 1 jika kedua masukannya mempunyai keadaan yang berbeda.



Input		Output
A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

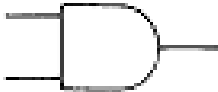

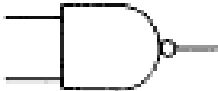





Gerbang Kombinasional: X-NOR

- X-NOR dibentuk dari kombinasi gerbang OR dan gerbang NOT yang merupakan inversinya atau lawan X-OR, sehingga dapat juga dibentuk dari gerbang X-OR dengan gerbang NOT.



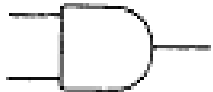











Input		Output
A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Contoh Kombinasi Gerbang Logika

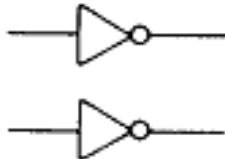


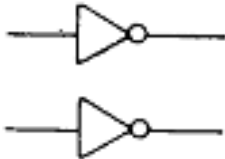

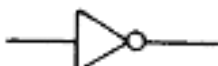
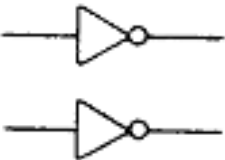


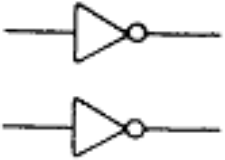


Gerbang asal/asli	Pembalik tambahkan pada keluaran	Fungsi logika baru
	+ 	= NAND
	+ 	= AND
	+ 	= NOR
	+ 	= OR

Simbol (+) berarti penambahan pada peta ini

Tambahkan pembalik pada masukan	Gerbang asal	Fungsi logika baru
 + 		= NOR
 + 		= NAND
 + 		= OR
 + 		= AND


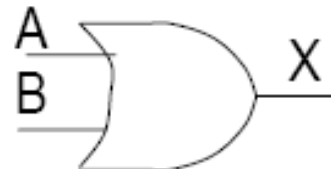


Simbol (+) berarti penambahan pada peta ini.

Contoh Kombinasi Gerbang Logika

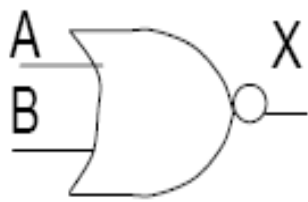


Tambahkan pembalik pada masukan		Gerbang asal		Tambahkan pembalik pada keluaran		Fungsi logika baru
	+		+		=	OR
	+		+		=	AND
	+		+		=	NOR
	+		+		=	NAND

Simbol (+) berarti penambahan pada peta ini

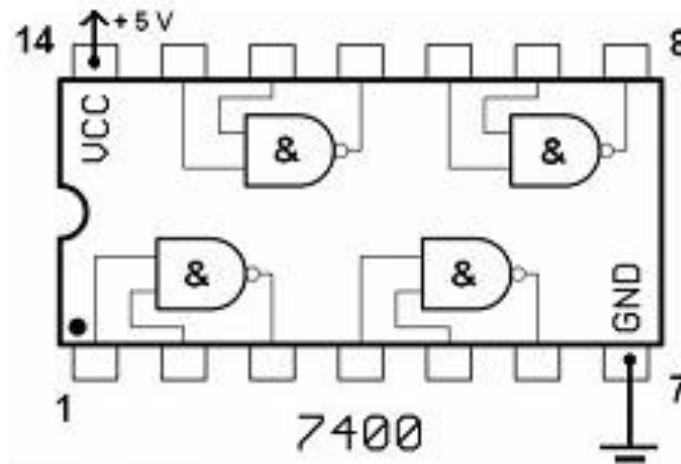
Contoh IC Gerbang Logika

No	NAMA	TIPE IC	Simbol Logika	Persamaan	Tabel Kebenaran																		
1	AND	7408		$X=A.B$	<table><tr><th colspan="2">INPUT</th><th>Output</th></tr><tr><th>A</th><th>B</th><th>X</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	INPUT		Output	A	B	X	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1
INPUT		Output																					
A	B	X																					
0	0	0																					
0	1	0																					
1	0	0																					
1	1	1																					
2	OR	7432		$X=A+B$	<table><tr><th colspan="2">INPUT</th><th>Output</th></tr><tr><th>A</th><th>B</th><th>X</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	INPUT		Output	A	B	X	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1
INPUT		Output																					
A	B	X																					
0	0	0																					
0	1	1																					
1	0	1																					
1	1	1																					
3	NOT	7404		$X=\overline{A}$	<table><tr><th>INPUT</th><th>Output</th></tr><tr><th>A</th><th>X</th></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td></tr></table>	INPUT	Output	A	X	0	1	1	0										
INPUT	Output																						
A	X																						
0	1																						
1	0																						
4	NAND	7400		$X=\overline{A.B}$	<table><tr><th colspan="2">INPUT</th><th>Output</th></tr><tr><th>A</th><th>B</th><th>X</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	INPUT		Output	A	B	X	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0
INPUT		Output																					
A	B	X																					
0	0	1																					
0	1	1																					
1	0	1																					
1	1	0																					

Contoh IC Gerbang Logika

No	NAMA	TIPE IC	Simbol Logika	Persamaan	Tabel Kebenaran																		
5	NOR	7402		$X=\overline{A+B}$	<table><tr><th colspan="2">INPUT</th><th>Output</th></tr><tr><th>A</th><th>B</th><th>X</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	INPUT		Output	A	B	X	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0
INPUT		Output																					
A	B	X																					
0	0	1																					
0	1	0																					
1	0	0																					
1	1	0																					
6	Ex-OR	7486		$X=A\oplus B$	<table><tr><th colspan="2">INPUT</th><th>OUTPUT</th></tr><tr><th>A</th><th>B</th><th>X</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	INPUT		OUTPUT	A	B	X	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0
INPUT		OUTPUT																					
A	B	X																					
0	0	0																					
0	1	1																					
1	0	1																					
1	1	0																					
7	Ex-NOR			$X=\overline{A\oplus B}$	<table><tr><th colspan="2">INPUT</th><th>OUTPUT</th></tr><tr><th>A</th><th>B</th><th>X</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	INPUT		OUTPUT	A	B	X	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1
INPUT		OUTPUT																					
A	B	X																					
0	0	1																					
0	1	0																					
1	0	0																					
1	1	1																					

Contoh IC Gerbang Logika

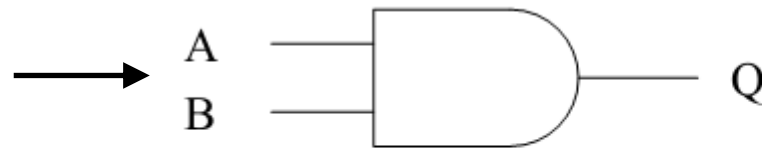


Aljabar Boolean

- Aljabar Boolean adalah **rumusan matematika** untuk menjelaskan **hubungan logika** antara fungsi pensaklaran digital. Aljabar boolean memiliki dasar dua macam nilai logika. Hanya **bilangan biner** yang terdiri dari angka 0 dan 1 maupun pernyataan rendah dan tinggi.
- Keluaran dari satu atau kombinasi beberapa buah gerbang dapat dinyatakan dalam suatu ungkapan logika yang disebut ungkapan Boole. Teknik ini memanfaatkan aljabar Boole dengan notasi-notasi khusus dan aturan-aturan yang berlaku untuk elemen-elemen logika termasuk gerbang logika
- Aljabar boolean mendefinisikan aturan-aturan untuk memanipulasi ekspresi simbol logika biner. Ekspresi logika simbol biner yang terdiri dari variabel biner dan operator-operator seperti AND, OR dan NOT (contoh: $A+B+C$). Nilai-nilai dari ekspresi boolean dapat ditabulasikan dalam tabel kebenaran (Truth Table)

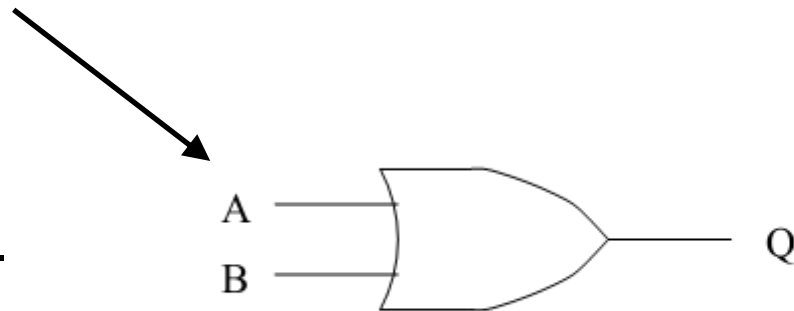
Teori Dasar Aljabar Boolean

- AND: $Q = AB$



A	B	Q
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

- OR: $Q = A + B$



A	B	Q
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

- NAND: $Q = \overline{AB}$

- NOR: $Q = \overline{A + B}$

- XOR: $Q = A \oplus B$

- INV: $Q = \overline{A}$

- BUF: $Q = A$



A	B	Q
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	0

Teori Dasar Aljabar Boolean

Boolean Postulates in 0 and 1

OR	AND	NOT
$0 + 0 = 0$	$0 \cdot 0 = 0$	$\overline{0} = 1$
$0 + 1 = 1$	$0 \cdot 1 = 0$	$\overline{1} = 0$
$1 + 0 = 1$	$1 \cdot 0 = 0$	
$1 + 1 = 1$	$1 \cdot 1 = 1$	

Boolean Theorems in One Variable

OR	AND	NOT
$A + 0 = A$	$A \cdot 0 = 0$	$\overline{\overline{A}} = A$
$A + 1 = 1$	$A \cdot 1 = A$	
$A + A = A$	$A \cdot A = A$	
$A + \overline{A} = 1$	$A \cdot \overline{A} = 0$	

Boolean Theorems in More Than One Variable

Commutation rules:

$$A + B = B + A$$

$$A \cdot B = B \cdot A$$

Absorption rules:

$$A + (A \cdot B) = A$$

$$A \cdot (A + B) = A$$

Association rules:

$$A + (B + C) = (A + B) + C$$

$$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$$

Distribution rules:

$$A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$$

$$A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$$

DeMorgan's theorems:

$$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$

Teori Dasar Aljabar Boolean

Elementer	1. $x + 0 = x$	1d. $x \cdot 1 = x$
	2. $x + x' = 1$	2d. $x \cdot x' = 0$
	3. $x + x = x$	3d. $x \cdot x = x$
	4. $x + 1 = 1$	4d. $x \cdot 0 = 0$
	5. $(x')' = x$	
Commutative	6. $x + y = y + x$	6d. $x \cdot y = y \cdot x$
Associative	7. $x + (y + z) = (x + y) + z$	7d. $x(yz) = (xy)z$
Distributive	8. $x(y + z) = xy + xz$	8d. $x + (yz) = (x + y)(x + z)$
Teori De Morgan	9. $(x + y)' = x'y'$	9d. $(xy)' = x' + y'$
Absorption	10. $x + xy = x$	10d. $x(x + y) = x$

Teori De Morgan

Secara umum teori De Morgan dapat ditulis sebagai:

$$F'(X_1, X_2, \dots, X_n, 0, 1, +, \circ) = F(X_1', X_2', \dots, X_n', 1, 0, \circ, +)$$

Dualitas suatu pernyataan logika didapatkan dengan mengganti 1 dengan 0, 0 dengan 1, + dengan \circ , \circ dengan +, dengan semua variabel tetap

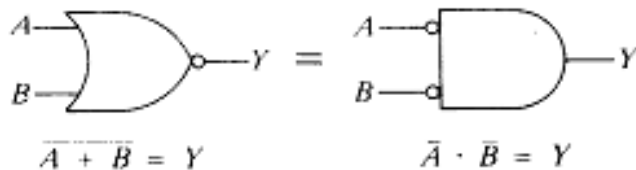
$$F(X_1, X_2, \dots, X_n, 0, 1, +, \circ) \Leftrightarrow F(X_1, X_2, \dots, X_n, 1, 0, \circ, +)$$

Bukti teori De Morgan: $(x + y)' = x'y'$

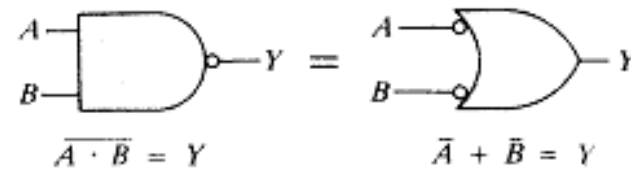
Dengan **tabel kebenaran**

x	y	$x + y$	$(x+y)'$	x'	y'	$x'y'$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0
1	0	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0

Teori De Morgan



(a) Fungsi NOR



(b) Fungsi NAND

$$\overline{A + B} = \overline{A} \overline{B} \quad (\text{or, } A + B = \overline{\overline{A} \overline{B}})$$

$$\overline{A \overline{B}} = \overline{A} + \overline{\overline{B}} \quad (\text{or, } AB = \overline{\overline{A} + \overline{B}})$$

TABEL KEBENARAN (TRUTH TABLE)

A	B	C	$A'B$	$A'BC'$	$A+B$	$(A+B)C$	$A'BC'+(A+B)C$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	1	1	0	1
0	1	1	1	0	1	1	1
1	0	0	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	1	1	1
1	1	0	0	0	1	0	0
1	1	1	0	0	1	1	1

Aplikasi soal Aljabar Boole

Dari Postulat dan Teorema Aljabar Boolean diatas tujuan utamanya adalah untuk penyederhanaan :

- Ekspresi Logika
- Persamaan Logika
- Persamaan Boolean (Fungsi Boolean)

yang inti-intinya adalah untuk mendapatkan Rangkaian Logika(Logic Diagram) yang paling sederhana.

Contoh 1

Sederhanakan $A . (A . B + C)$

Penyelesaian

$$A . (A . B + C) = A . A . B + A . C \quad (T3a)$$

$$= A . B + A . C \quad (T4b)$$

$$= A . (B + C) \quad (T3a)$$

Contoh 2

Sederhanakan $A' . B + A . B + A' . B'$

$$A . B + A' . B' = (A' + A) . B + A' . B' \quad (\text{T3a})$$

$$= 1 . B + A' . B' \quad (\text{T8a})$$

$$= B + A' . B' \quad (\text{T7b})$$

$$= B + A' \quad (\text{T9a})$$

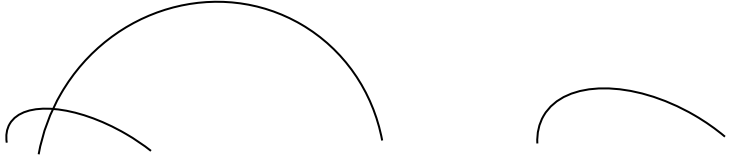
Sederhanakan $A + A . B' + A' . B$

Penyelesaian

$$A + A . B' + A' . B = (A + A . B') + A' . B$$
$$= A + A' . B \quad (\text{T6a})$$

$$= A + B \quad (\text{T9a})$$

Contoh penyederhanaan


$$\begin{aligned} F &= ABC + A'B'C + A'BC + ABC' + A'B'C' \\ &= (AB + A'B')C + BC + (AB + A'B')C' \\ &= (A \oplus B)' + BC \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G &= [(BC' + A'D)(AB' + CD')] \\ &= (BC' + A'D)' + (AB' + CD')' \\ &= (BC')'(A'D)' + (AB')'(CD')' \\ &= (B' + C)(A + D') + (A' + B)(C' + D) \\ &= AB' + AC + B'D' + CD' + A'C' + A'D + BC' + BD \\ &= 1 \text{ (dari mana???)} \end{aligned}$$

SOAL LATIHAN

Sederhanakan fungsi berikut:

1. $F_1(A,B,C) = A'B'C' + ABC' + AB'C' + A'B'C + AB'C$

2. $F_2(A,B,C,D) = A'B'C'D + A'B'CD + A'BCD + ABCD + ABCD' + AB'C'D + AB'CD + AB'CD'$

3. $G(A,B,C) = [A'B'C' + ABC' + AB'C' + A'B'C + AB'C]'$

Bentuk kanonis Sum Of Product (SOP) & Product Of Sum (POS)

A	B	C	F1
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Dalam bentuk SOP:

$$\begin{aligned} F1 &= A'BC + AB'C' + AB'C + ABC' + ABC \\ &= \sum(m3, m4, m5, m6, m7) \\ &= \sum(3, 4, 5, 6, 7) \end{aligned}$$

Dalam bentuk POS:

$$\begin{aligned} F1 &= (A+B+C)(A+B+C')(A+B'+C) \\ &= \prod(M0, M1, M2) \\ &= \prod(0, 1, 2) \end{aligned}$$

Tuliskan bentuk SOP & POS

A	B	C	P
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

Bentuk SOP:

$$\begin{aligned}P &= A'B'C' + A'B'C + AB'C' + AB'C \\&= \sum(m_0, m_1, m_4, m_5) \\&= \sum(0, 1, 4, 5)\end{aligned}$$

Bentuk POS:

$$\begin{aligned}P &= (A+B'+C)(A+B'+C')(A'+B'+C)(A'+B'+C') \\&= \prod(M_2, M_3, M_6, M_7) \\&= \prod(2, 3, 6, 7)\end{aligned}$$

Pemetaan antar SOP & POS

1. Minterm to Maxterm conversion:

rewrite minterm shorthand using maxterm shorthand
replace minterm indices with the indices not already used

$$\text{E.g., } F(A,B,C) = \sum m(3,4,5,6,7) = \prod M(0,1,2)$$

2. Maxterm to Minterm conversion:

rewrite maxterm shorthand using minterm shorthand
replace maxterm indices with the indices not already used

$$\text{E.g., } F(A,B,C) = \prod M(0,1,2) = \sum m(3,4,5,6,7)$$

3. Minterm expansion of F to Minterm expansion of F':

in minterm shorthand form, list the indices not already used in F

$$\begin{array}{ll} \text{E.g., } F(A,B,C) = \sum m(3,4,5,6,7) & \longrightarrow F'(A,B,C) = \sum m(0,1,2) \\ & \longrightarrow = \prod M(3,4,5,6,7) \\ & = \prod M(0,1,2) \end{array}$$

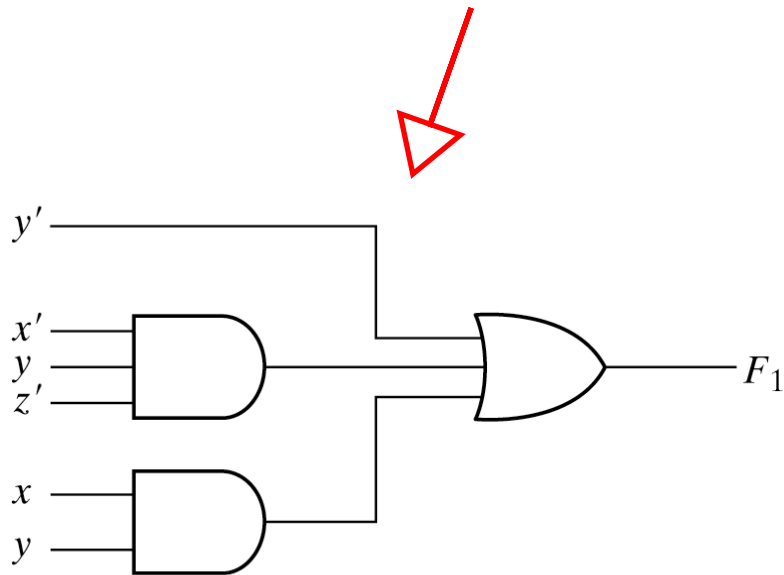
4. Minterm expansion of F to Maxterm expansion of F':

rewrite in Maxterm form, using the same indices as F

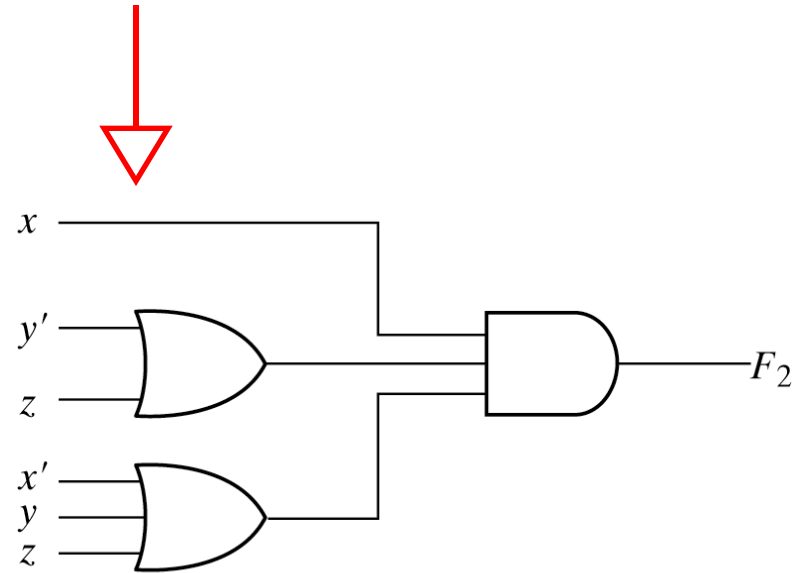
$$\begin{array}{ll} \text{E.g., } F(A,B,C) = \sum m(3,4,5,6,7) & \longrightarrow F'(A,B,C) = \prod M(3,4,5,6,7) \\ & \longrightarrow = \sum m(0,1,2) \\ & = \prod M(0,1,2) \end{array}$$

Standard SOP & POS

Sum of Product (SOP)



Product of Sum (POS)



Bentuk Nonstandar

Bentuk Nonstandar (tidak dalam SOP maupun POS)

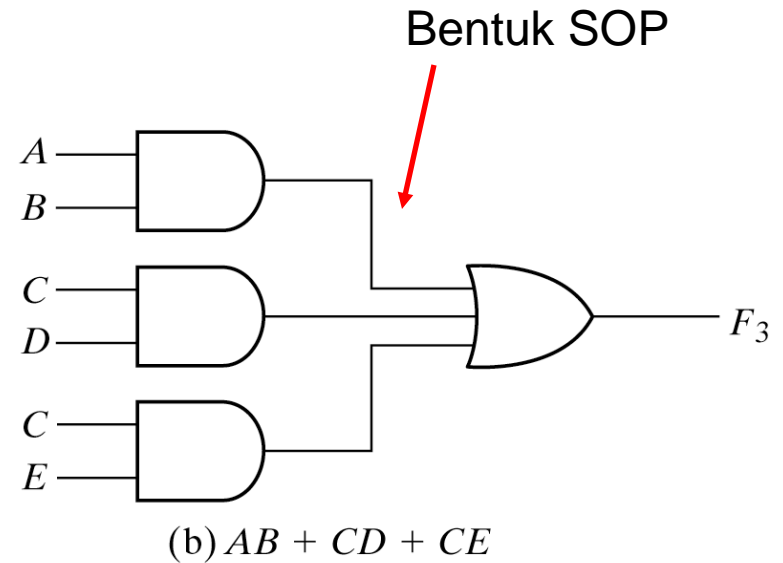
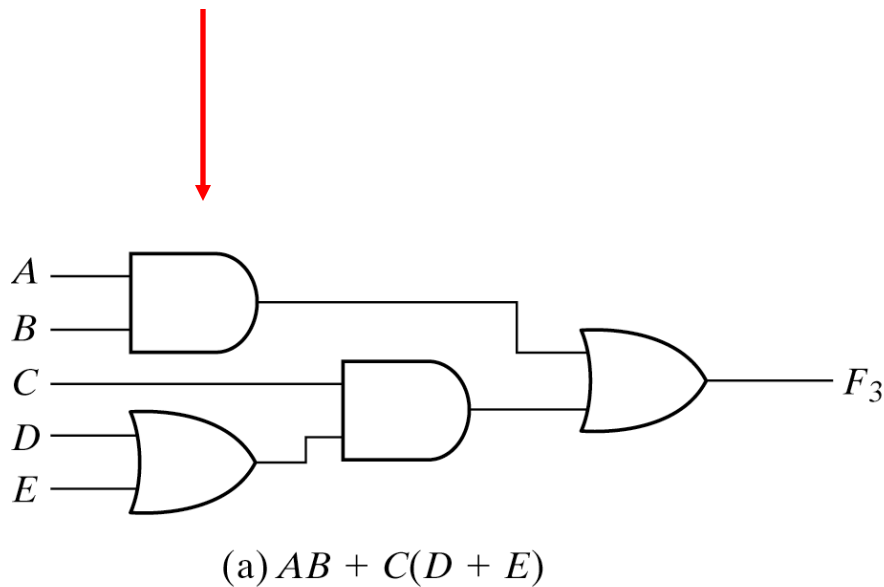


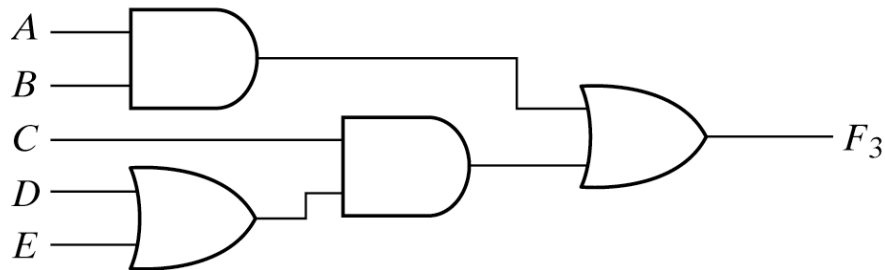
Fig. 2-4 Three- and Two-Level implementation

Implementasi

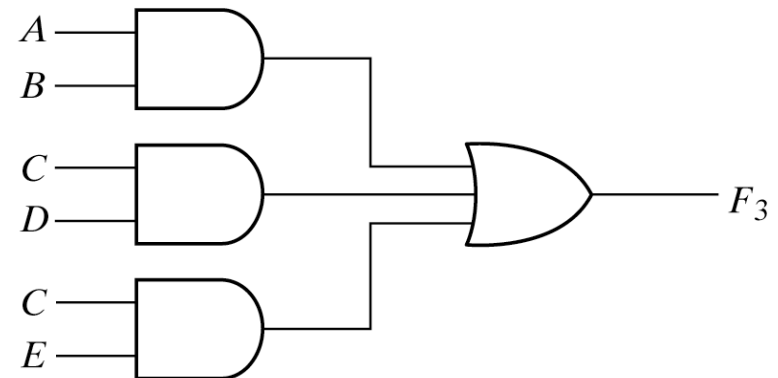
Implementasi tiga level

vs.

Implementasi dua level



(a) $AB + C(D + E)$



(b) $AB + CD + CE$

Implementasi dua level lebih disukai karena alasan delay

Penyederhanaan dengan menggunakan Peta-K (Karnaugh Map)

Peta-K dengan 2 variabel

x \ y	0	1
0	m0	m1
1	m2	m3

x \ y	0	1
0	$x'y'$	$x'y$
1	xy'	xy

x \ y	0	1
0		1
1		1

$x'y + xy = (x' + x)y = y$

Peta-K dengan 3 & 4 variabel

Peta-K dengan 3 variabel

x \ yz	00	01	11	10
0	$x'y'z'$	$x'y'z$	$x'yz$	$x'yz'$
1	$xy'z'$	xyz'	xyz	xyz'

x \ yz	00	01	11	10
0			1	
1	1	1	1	1

Diagram showing groupings for the 3-variable K-map:
 - A blue oval groups the bottom row (x=1), representing the term x .
 - A red oval groups the cells (0,11) and (1,11), representing the term yz .

$$F1 = \sum(3,4,5,6,7)$$

$$= x + yz$$

Peta-K dengan 4 variabel

		C			
		00	01	11	10
A \ B	0				
	1				

Diagram showing groupings for the 4-variable K-map:
 - A blue rectangle groups the top-left 2x2 area (A=0, B=0), representing the term $B'C'$.
 - A red oval groups the cells (0,11) and (1,11), representing the term $A'CD'$.
 - A blue oval groups the bottom-left 2x2 area (A=1, B=0), representing the term $B'D'$.
 - A light blue oval groups the cells (0,11) and (1,11), representing the term $B'D'$.

$$F = A'B'C' + B'CD' + A'BCD' + AB'C' =$$

$$= B'C' + B'D' + A'CD'$$

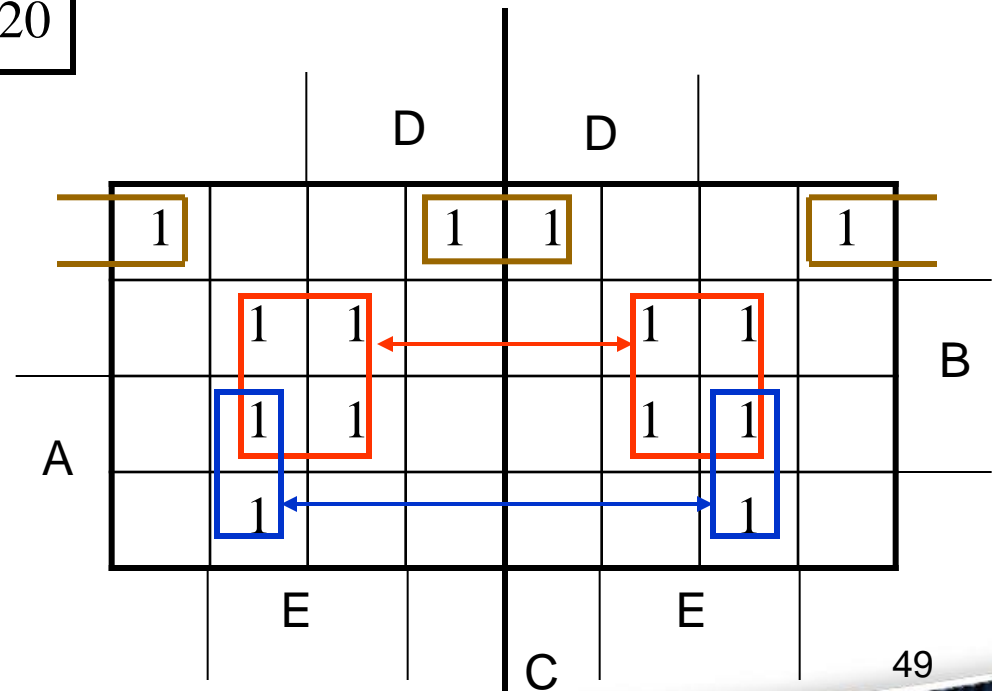
Peta-K dengan 5 & 6 variabel

Peta-K dengan 5 variabel

CDE		D		D				
AB	0	1	3	2	6	7	5	4
	8	9	11	10	14	15	13	12
A	24	25	27	26	30	31	29	20
	16	17	19	18	22	23	21	20
E				E				
				C				

$$F(A,B,C,D,E) = \sum(0,2,4,6,9,11,13,15,17,21,25,27,29,31)$$

$$= BE + AD'E + A'B'E'$$



Untuk peta-K dengan 6 variabel,
baca buku teks

The background of the slide is a vibrant blue field filled with a dense, flowing pattern of white and light blue digital data. This pattern consists of numerous small, horizontal lines of varying lengths and thicknesses, creating a sense of rapid movement and depth, reminiscent of a high-speed data stream or a complex network visualization. The overall effect is one of technological sophistication and dynamic energy.

Thankyou

Soal Latihan I :

Sederhanakan ekspresi logika dibawah dengan Aljabar Boolean :

1. $AB' + BC + C'A$
2. $A'(BC + AB + BA')$
3. $ABC + AB + A$
4. $(A' + AB)(A'B)$
5. $BC + AD + ABCD + ADC + A'$

Soal Latihan II :

BUATLAH TABEL KEBENARAN DARI PERSAMAAN LOGIKA DIBAWAH:

(a) $X \cdot Y + X' \cdot Y + X' \cdot Y' = X' + Y$

(b) $A \cdot B \cdot C + A \cdot C + B \cdot C = A + B + C$

(c) $(X' \cdot Y + Y' \cdot X) + X \cdot Y = (X \cdot Y')$

(d) $A \cdot B \cdot D + A' \cdot B' \cdot D + A \cdot B' \cdot D' = A \cdot (B' \cdot D' + B \cdot D)$