姿态估计的误差EKF实现

## 1.误差EKF介绍

误差状态EKF又三部分组成：预测、更新、修正。其状态变量为目标变量的小扰动误差，预测时目标变量与其误差变量同步更新，观测更新时对估计误差进行更新，最终用更新的误差去修正目标变量。

乍看之下，这操作像是脱裤子放屁，实则不然：目标变量可能建立在非欧几里得空间中，比如四元数q，其建立在三维球面空间中，无法使用欧几里得空间中定义的加减法，也就没法实现卡尔曼滤波中的核心公式 。而误差卡尔曼可以将误差变量建立在目标变量的切空间中，通过小扰动的一阶近似使得欧几里得空间性质近似成立。从而使卡尔曼滤波过程更准确也更具解释性。

下面分别对预测、更新、修正三大环节进行介绍，并在最后介绍对加速度的修正方式。

## 2.预测过程

本文的四元数采用右乘约定和哈密顿约定。选择四元数为目标变量，其切空间的轴角表达式为误差变量，所以有：

由四元数的动力学和运动学公式可以得到四元数的更新过程为：

切空间性质与四元数变换相同，但是处于so(3)空间中，相应的处于SO(3)空间，所以有：

其中：

两个角速度变换矩阵分别是在SO(3)空间和so(3)空间中，需要注意的是中的skew阵符号与正好相反。在实际操作中，我们只使用式对四元数进行预测，而对于其切空间误差，我们只预测其不确定度，记：

并设的不确定度为3x3的矩阵，则有：

其中为角速度测量的确定度；为过程不确定度，由主观选取。

所以，预测过程由公式给出，并结合实现。

## 3.更新过程

更新环节根据加速度计测量的在体坐标系中的加速度来更新估计误差，与一般卡尔曼不同的是：正常卡尔曼通过观测函数将将目标变量四元数映射到观测空间，而此处需要将观测函数表示为的形式。

我们记真实状态的四元数为，误差所对应的小扰动四元数为，所以有：

我们知道，体坐标系测量的是在真实姿态下测量的，所以它一定与重力加速度在对应的坐标系中相等：

其中表示所对应的旋转矩阵。因为残差为与的不相同导致的，所以残差表达式应为：

现在我们需要知道的雅可比的表达形式，以满足残差不确定度公式

上式中，为的不确定度，为3x3矩阵在切空间中。所以H应该是应该3x3矩阵。且按照定义，本身就是的一阶近似，所以原卡尔曼中的应可以写为该形式：

下面我们想办法将式化为含的格式，考虑到：

所以有：

此处使用李代数右扰动形式的一阶展开：

其中表示叉乘算子：，带入上式得：

根据恒等式得：

对比式可得：

所以，残差协方差为：

下面操作和普通卡尔曼一样：

不过状态更新需要改成如下形式，因为本身就是误差：

公式就是更新过程的公式，结合使用。

## 4.修正过程

在有了更新后的误差（后验误差）后，需要使用其修正预测的，通常情况下使用如下公式（注意四元数二倍覆盖）：

但是为了计算简便，通常使用的一阶近似：

在实际使用过程中，加速度观测会导致偏航角yaw的变化，这是我们不希望的。我们只希望加速度修正倾斜角。我们得到的修正四元数它是右扰动形式，也就是说它是在旋转的基础上再旋转一个，旋转作用发生在体坐标系中。所以先回到右乘四元数的原始定义：

通过变换将映射为世界坐标系中的旋转:

这样，我们将的第四个分量（z轴分量）置零：

就消除了世界坐标系中绕z轴的旋转，也就是yaw角所定义的旋转，这样子就可以避免对yaw角的错误修正。最终使用左乘修正（注意是左乘，因为是世界坐标系中的变换）即可得到修正后的：

公式结合就是yaw角无关的误差修正过程。

## 5.加速度干扰剔除

由于运动过程中合加速度往往与重力加速度不共线，所以直接使用测得的加速度对姿态进行修正会严重干扰姿态估计的精确度（尤其是在进行大幅度机动的时候）。而角速度积分短时间内其实有较高的精度，所以需要防止加速度的错误修正。

此处介绍一套复合异常加速度剔除方法，读者也可以结合其他方法使用，但是所有的方法都只能缓解影响，不能根本解决。

### 5.1 门限剔除

这是异常加速度观测的第一步，当加速度模值没有落入门限时，直接拒绝该次观测结果：

### 5.2 马氏距离剔除

马氏距离衡量一个残差向量在其协方差定义的“环境”（即误差分布的尺度和方向）中，到底“偏离得有多远”，定义为：

其中为残差，为残差协方差。其为一个已经过标准化的无量纲值，服从n卡方分布。本文模型中的n=3，采用95%的置信度时可以得到如下剔除标准：

### 5.3 模长及马氏距离动态调整协方差

加速度模值越大，认为其测量越不可靠，马氏距离越大，认为其越不可靠：

其中通常取0.2-1,取10-100，为动态加速度不确定度，为原始加速度不确定度，D为马氏距离。