

## Statistique inférentielle

## TP 1 : Estimateurs du maximum de vraisemblance

Un compte rendu est à rendre à la fin du TP. Il devra être constitué des programmes informatiques R et d'un rapport au format PDF. Les TP sont à réaliser en binôme. **La qualité de la rédaction (programmes et rapport) sera prise en compte.** Les programmes et le rapport devront porter les noms des binômes et être envoyés par mail à la fin de la séance à [gwandji@polytech-lille.fr](mailto:gwandji@polytech-lille.fr).

Le fichier `fiabilites.csv` présente le temps de fonctionnement avant défaillance d'un circuit intégré d'ordinateur. On suppose que les données du fichier sont distribuées suivant une loi log-normale de paramètres  $\mu$  et  $\sigma^2$ .

1. Générer un échantillon aléatoire  $\{X_1, \dots, X_n\}$  de taille  $n = 30, 100, 500$  provenant des données fournies et représenter graphiquement sa distribution.
2. Écrire une fonction qui calcule la log-vraisemblance pour  $\{X_1, \dots, X_n\}$  en  $\mu$  et  $\sigma$ .
3. À l'aide des fonctions d'optimisation de R, estimer les paramètres  $\mu$  et  $\sigma$  par la méthode du maximum de vraisemblance pour  $n = 30, 100, 500$ .
4. Retrouver de manière analytique les estimateurs du maximum de vraisemblance des paramètres  $\mu$  et  $\sigma$ . Calculez-les pour  $n = 30, 100, 500$  et comparer aux résultats de la question précédente.
5. Calculer la moyenne et la variance empirique de  $\{X_1, \dots, X_n\}$  pour  $n = 30, 100, 500$ . Exprimer les paramètres  $\mu$  et  $\sigma$  en fonction de l'espérance et de la variance des  $X_i$ . En déduire des nouveaux estimateurs des paramètres  $\mu$  et  $\sigma$ .