# Análise e Caracterização da Dinâmica de uma Rede de Transporte Aéreo em Época de Crise

Vítor de Castro Paes<sup>1</sup>, Luis Armando Quintanilla Villon<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Programa de Engenharia de Sistemas e Computação (PESC) – COPPE/UFRJ Redes Complexas (CPS765)

vitorcpaes@cos.ufrj.br, lvillon@cos.ufrj.br

Resumo. Neste trabalho foi estudada a rede de transporte aéreo de passageiros dos Estados Unidos da América (FUSA). A pesquisa foi realizada em dois períodos de tempo diferentes, próximos a eventos históricos de relevância: os atentados terroristas nas torres gêmeas de 11 de setembro de 2001 e a disseminação do vírus sars-cov 2 em 2020. O estudo da topologia da Rede mostra que o modelo matemático mais aproximado é o "small world", com uma distribuição de grau com cauda pesada "cortada" por uma função exponencial. Encontrou-se que os vértices da rede se associam de forma aleatória em relação aos seus graus. Descobriram-se correlações entre grau, pagerank e uma terceira métrica baseada na quantidade total de passageiros que entram e saem dos aeroportos. Em geral, determinou-se que a rede não é robusta no caso de ataques determinísticos.

# 1. Introdução

O crescimento contínuo do tráfego aéreo de passageiros desperta o interesse para estudar como se comporta a rede que a conforma, assim como a maneira em que o serviço possa se expandir sem comprometer a segurança ou a qualidade. Em particular, é de importância significativa entender como eventos locais ou globais, como ataques a aeroportos ou pandemias respectivamente, podem influenciar essa rede.

Assim, considerando especialmente a rede de transporte aéreo de passageiros dos EUA, a realização deste trabalho foi motivada fundamentalmente para compreender a estrutura e funcionamento desta rede, assim como o nível de robustez frente a eventos históricos recentes. Neste sentido, com o objetivo de organizar as informações encontradas e analisadas, este relatório é divido em várias seções, relatadas a seguir.

Na seção 2 é apresentado e delimitado o objeto de estudo, bem como a metodologia do trabalho. A seção 3 apresenta as análises e resultados obtidos, utilizando a teoria de redes complexas e estatística. São analisados: a topologia da rede, a dinâmica, e possíveis correlações. Ademais, dada a importância de determinar a robustez desta rede, é abordado uma análise de resiliência dos eventos local e global propostos, assim como o impacto deles no sistema de aviação. Finalmente, as conclusões são descritas na seção 4.

#### 2. Objeto de Estudo e Metodologia

O presente trabalho tem como objeto de estudo a rede de transporte aéreo de passageiros dos EUA (FUSA), que foi abordada em dois períodos de tempo, de cinco anos cada. Foram considerados, tanto os atentado às torres gêmeas de Nova Iorque do 2001

Tabela 1. Informação de FUSA por período

Informação		Perí	odo 1997-	2001		Período 2016-2020					
mormação	1997	1998	1999	2000	2001	2016	2017	2018	2019	2020	
Vértices	475	439	463	547	537	1236	1268	1304	1315	981	
Arestas	12395	12465	12864	13789	14039	24391	25319	25631	26994	16164	
SC	45	40	55	57	46	118	109	87	86	62	
WC	1	1	3	4	1	4	3	5	2	5	
Clusterização	0.59	0.59	0.57	0.56	0.59	0.49	0.49	0.49	0.47	0.49	
Distância média	2.28	2.27	2.28	2.42	2.45	2.90	2.96	3.00	2.94	3.08	
Assortatividade	-0.16	-0.14	-0.13	-0.10	-0.13	0.04	0.04	0.02	0.02	0.02	

(11/09/2001) quanto a crise mundial pela pandemia COVID-19 no 2020, como eventos que representam aos anos finais de cada período a se estudar. Desta forma, o primeiro período foi 1997-2001 e o segundo 2016-2020.

FUSA foi estudada através da biblioteca networkX da linguagem de programação Python. Para tanto, a rede foi representada mediante um grafo direcionado com peso, onde os vértices simbolizam os aeroportos dos EUA e as arestas são as viagens que foram realizadas de um aeroporto para outro. Os pesos representam a quantidade de passageiros trasladados. O foco foi no estudo dos seguintes itens:

- Ver o impacto dos atentados de 11 de setembro e COVID-19 em FUSA.
- Compreender a topologia da rede com o auxílio de métricas como clusterização, distância média e assortatividade.
- Verificar se há lei de potência para a distribuição empírica de grau.
- Encontrar correlação entre diferentes métricas que sejam relevantes em FUSA.
- Determinar o nível de robustez de FUSA perante os eventos do 2001 e 2020.

# 3. Análise e Resultados

## 3.1. Análise Topológica

Para caracterizar a estrutura da rede, foram necessários calcular o número de Componentes fortemente conexas (SC), o número de Componentes fracamente conexas (WC) e utilizar várias métricas estudadas em aula: Distância, Clusterização global, Assortatividade de grau (Tabela 1). Foi corroborado que a maior WC representa mais de um 95% dos aeroportos em todos os anos avaliados. Deste modo, a distância média foi calculada a partir dessa maior WC. Ademais, de acordo com os dados obtidos de SC, é possível inferir, que nem sempre será possível fazer uma viagem aérea de uma aeroporto para outro. Assim, uma viagem, direta ou mediante escala, entre quaisquer dois aeroportos apenas é viável se os dois nós pertencem à mesma componente fortemente conexa.

Encontrou-se um coeficiente de assortatividade de grau  $r_a$  com valor próximo a 0 em todos os casos. O que significa que os vértices tendem a associar-se, em relação a seus graus, de maneira aleatória. No entanto, é importante ressaltar que no primeiro período estudado, os valores de  $r_a$  foram levemente menores que 0, apresentando uma leve dissociação. O fato de  $r_a$  ser próximo a 0 exibe o que era intuitivamente previsto: dada a descentralização geográfica entre os estados e cidades dos EUA, esperava-se que ocorresse conectividade aleatória entre os aeroportos grandes e pequenos da rede.

De maneira geral, os graus de saída e entrada de todos os vértices são numericamente equivalentes, em pelo menos 90% dos casos. Assim, os voos de ida e volta ocorrem

com bastante frequência. Além disso, foi observado que as características topológicas da rede, quando estudadas em intervalos por ano, não mudaram significativamente nos anos "pré-crise" dos dois períodos de tempo.

A crise do 2001 causada pelos atentados terroristas não parecem ter afetado o suficiente a estrutura topológica da rede. No entanto, em 2020 há uma diminuição notável em relação ao número de vértices e arestas, como era de se esperar. Apesar desta diferença, o coeficiente de clusterização e a distância média preservaram-se estáveis neste período.

Destaca-se que o valor da clusterização global da rede C varia, em todos os anos, no intervalo  $0.47 \le C \le 0.59$ , e a distância média d está na faixa de  $2.27 \le d \le 3.08$ . Estes valores sugerem que a rede poderia ser considerada como do tipo "Small World" (WS). Para provar esta afirmação, considerem-se os valores C e d da rede em um ano em particular. Como foi estabelecido anteriormente, esta consideração não representa perda de generalidade na análise, dado que a estrutura não apresenta mudanças significativas. Assim, decidiu-se usar, por proximidade ao 2020, os dados da rede do ano 2019.

Seja o grau médio g. Considerando n= "número de vértices", m= "número de arestas" e as informações de 2019, tem-se: g=2m/n=2\*26994/1315=41.06. Ademais, seja uma rede aleatória do modelo G(n,p), com valor p parametrizado segundo o modelo WS (para p=1 do próprio modelo WS). Logo, obtém-se a clusterização e a distância média deste modelo teórico:  $C_{aleatório}=p=g/n=41.06/1315=0.03$ ,  $d_{aleatório}=ln(n)/ln(g)=ln(1315)/ln(41.06)=1.93$ . Usando os parâmetros propostos em [Humphries et al. 2006], definam-se as relações:  $\gamma=C_{2019}/C_{aleatório}=0.47/0.03=15.67$ ,  $\lambda=d_{2019}/d_{aleatório}=2.94/1.93=1.52$ , e  $S=\gamma/\lambda=15.67/1.52=10.31$ . Tal como foi concluído em referências anteriores [Bagler 2008], dado que  $\gamma>1$ ,  $\lambda\approx$  "na ordem de 1", e consequentemente, S>1, conclui-se que a rede é caracterizada como um WS.

## Distribuição empírica de Grau

A distribuição de grau é um característica importante que mostra, em grande medida, como está caracterizada a topologia de uma rede. Neste caso, dado que a FUSA é um WS, é bem mais interessante de se estudar o "Complementary cumulative distribution function" (CCDF) dos graus da rede. Em trabalhos anteriores sobre redes de transporte aéreo [Bombelli et al. 2020] [Wang et al. 2011] [Rocha 2017], encontraram-se que o CCDF segue, ou uma lei de potência padrão ou uma lei de potência cortada¹ por uma função exponencial.

Neste trabalho encontrou-se que a expressão mais aproximada para a CCDF, é descrita por uma função do tipo:  $P(X \geq k) = k^{-\alpha} e^{-\lambda k}$ , com um coeficiente de determinação  $^2R^2=0.9715$ . Assim, os parâmetros obtidos para FUSA são:  $\alpha=0.3995$  e  $\lambda=0.0086$ , sendo assim uma função em forma de lei de potência cortada por uma contribuição exponencial (Figura 1a). Na escala logaritmica, é possível apreciar melhor o momento em que a função exponencial age, "cortando" a cauda pesada para graus maiores que 100 (Figura 1b).

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Tradução livre para "cut off" do inglês

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Daqui em diante,  $R^2$  significará coeficiente de determinação

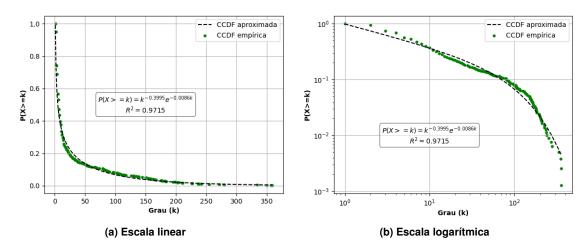


Figura 1. CCDF de Grau

# 3.2. Organização da dinâmica

Como foi comentado anteriormente, as características topológicas e estruturais da rede não mudaram significativamente ao longo do tempo. No entanto, a quantidade de passageiros exibe ampla variação conforme o mês de registro. Para representar melhor esse fenômeno, é necessário definir uma nova métrica. Seja  $s_i^{out} = \sum_{j=1}^n a_{i,j} w_{i,j}$  o "strength"do vértice i da rede, onde:  $a_{i,j}$  é um elemento da matriz de adjacência  $A_{i,j}$ , e  $w_{i,j}$  é o peso total de todas as arestas direcionadas (i,j). Esta métrica poderia ser entendida como o "grau fortalecido" do vértice i considerando o peso de cada aresta que sai dele.

Dado que, em regra, o voos diretos de ida e volta são realizados em igual número, é mais interessante considerar o fluxo total de passageiros por aeroporto. Assim, de forma análoga ao caso anterior, se considerou também o "strength de incidência"do vértice i:  $s_i^{in} = \sum_{j=1}^n a_{j,i} w_{j,i}$ , que mede a quantidade de pessoas que chegam ao aeroporto i. Portanto, o "strength total"de um vértice i que foi utilizado para este trabalho é definido como:  $s_i = s_i^{out} + s_i^{in}$ . Deste modo defina-se também, o "strength médio", representado como o valor médio de  $s_i$ :  $\overline{s} = (\sum_{i=1}^n s_i)/n$ .

Obtiveram-se algumas informações relevantes de  $\overline{s}$  (expressas em  $10^5$ ) calculada em cada mês (enumerados de 1 a 12) dos anos 2000, 2001, 2019 e 2020 (neste último, com dados disponíveis apenas até junho). O objetivo foi visualizar como ocorreu a queda de  $\overline{s}$  no ano da crise em relação ao ano anterior (Tabela 2). Assim, como era de se esperar, encontrou-se uma queda evidente depois de setembro de 2001 e fevereiro de 2020. Por outro lado, em 2000 e 2019, há uma alta nos valores de  $\overline{s}$  em torno de julho, que coincide com a época de verão dos EUA.

#### Distribuição empírica do Strength

No caso desta métrica, foi verificado que não é possível concluir qual seria o tipo de distribuição apropriado para o CCDF (Figura 2a). Quando analisado em escala logarítmica (Figura 2b), observa-se que não há uma cauda pesada, assim, a lei de potência é descartada.

Tabela 2. Strength médio por mês

Ano	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2000	2.44	2.44	2.95	2.80	2.94	3.07	3.06	3.05	2.47	2.74	2.89	2.73
2001	2.51	2.52	3.05	2.97	2.97	3.05	3.15	3.16	1.62	2.33	2.35	2.33
2019	1.52	1.42	1.79	1.65	1.70	1.74	1.85	1.70	1.51	1.67	1.62	1.75
2020	1.60	1.54	0.90	0.09	0.23	0.40	-	-	-	-	-	-

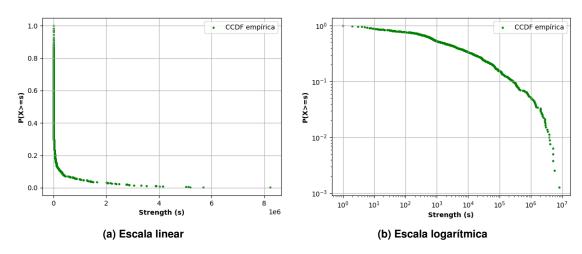


Figura 2. CCDF de Strength

## 3.3. Análise e Correlação

Realizou-se uma análise descritiva para determinar o nível de dependência entre diferentes métricas avaliadas. Os resultados mais interessantes foram representados graficamente (Figura 3). O coeficiente de correlação de Pearson  $r_p$  obtido entre o grau dos vértices tanto com a clusterização local dos nós (Figura 3a) quanto com o grau médio dos vizinhos (Figura 3b), foi de 0.0273 e 0.0322, respectivamente. Embora esse resultado mostre nitidamente que não há correlação entre o grau e as duas métricas referidas, ele reflete uma importante característica da topologia da rede. Assim, confirma-se a análise realizada previamente sobre o valor do coeficiente de assortatividade (cujo valor encontrado é próximo a 0): não há um padrão ou hierarquia na associação dos vértices em relação ao valor dos seus graus. No entanto, para nós com graus maior a 150, encontrou-se uma leve correlação linear decrescente, que implicaria a existência de desassortavidade neste grupo de vértices.

Por outro lado, constatou-se uma importante correlação do tipo  $y\sim x^\beta$ , quando comparados o grau e duas métricas, o strength (Figura 3c) e o pagerank (Figura 3d), encontrando  $\beta=1.8210$  e  $\beta=1.6994$  respectivamente. Resultados que eram de se esperar, dado que em geral, tanto o strength quanto o pagerank utilizam , dentro de seus cálculos, o peso de cada aresta, e indiretamente, o grau de um determinado vértice. Ainda, este resultado é bem melhor corroborado e visualizado quando é computado a correlação entre strength e pagerank (Figura 3e), onde foi descoberto uma relação linear entre ambas métricas.

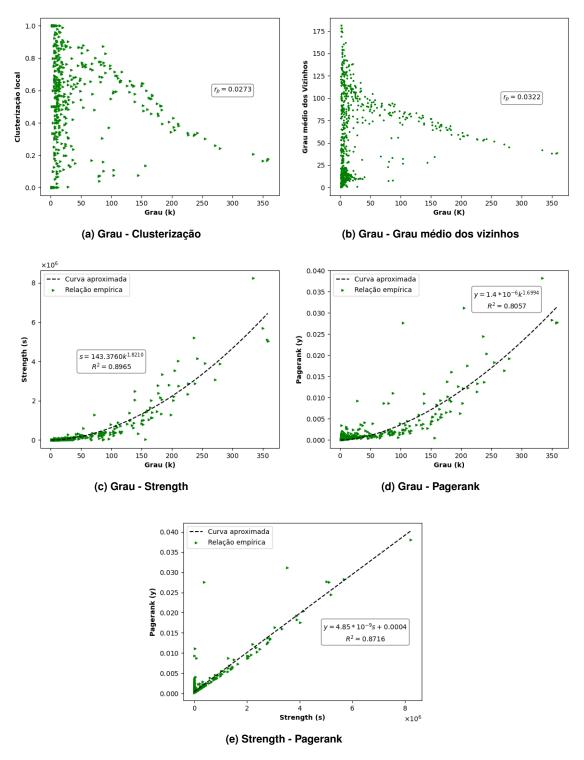


Figura 3. Correlação entre métricas

# 3.4. Análise de resiliência

Com o propósito de avaliar a robustez de FUSA, foram realizados remoções determinísticas dos primeiros 10 aeroportos de maior valor numérico de acordo com o grau, strength e as métricas de centralidade (Figura 4). O impacto das retiradas dos vértices

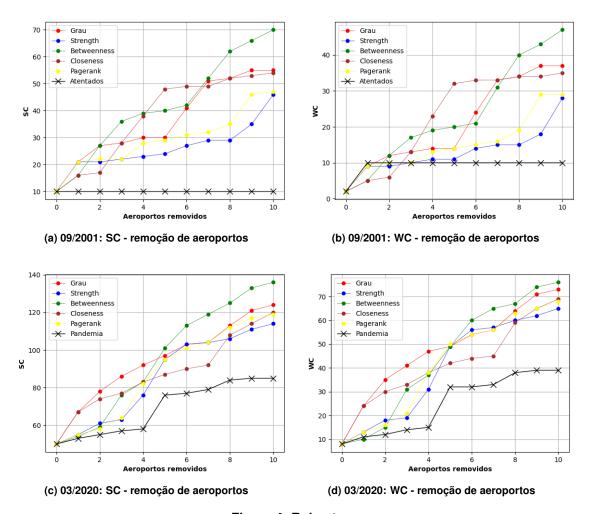


Figura 4. Robustez

pode ser visto no aumento da quantidade de componentes fortemente (SC) e fracamente conexas (WC). Além disso, foi considerado também, a remoção de aeroportos ocorrida nos atentados do 2001 (Figuras 4a e 4b) e em março do 2020 (Figuras 4c e 4d), quando se iniciou o primeiro pico de casos e mortes por COVID-19 nos EUA.

Observou-se que a rede não é robusta em todos os casos em que as métrica mencionadas foram avaliadas. Particularmente, o grau e o betweeness são as métricas que maior impacto causam na rede depois das 10 remoções. Ao contrário, um menor impacto é causado pelo strength. Assim, remover os aeroportos que têm maior fluxo de passageiros não gera, necessariamente, uma maior quantidade de componentes.

Adicionalmente, verificou-se que os atentados não conseguiram mudar significativamente a estrutura interna da rede (Figuras 4a e 4b). No entanto, no caso da pandemia, a estrutura interna foi alterada com mais componentes geradas (Figuras 4c e 4d).

Para entender este resultado, é importante acrescentar que os dois eventos têm naturezas distintas. Os atentados do 11/09 teriam um maior impacto na rede em um ou dois dias de acontecido o evento. Porém, os dados trabalhados foram coletados mensalmente. Ademais, os atentados prejudicaram principalmente uma cidade nos EUA: Nova Iorque.

No segundo evento estudado, as características que levam à redução das viagens são distintas. Na pandemia, notamos que o número de vértices, arestas e passageiros caem consideravelmente. Essa queda é devido às restrições e políticas impostas pelo governo. Os aeroportos fecham ou diminuem a quantidade de passageiros momentaneamente na medida que o surto esteja fora de controle, podendo ser em uma cidade grande ou pequena. Assim, a redução está distribuída em todos os vértices da rede, com maior probabilidade de gerar mais componentes conexas em relação aos atentados.

#### 4. Conclusões

Neste trabalho, foi realizado o estudo da rede FUSA. Apresentou-se uma exploração sobre os atributos dos vértices, verificando se há lei de potência na distribuição de grau. Abordou-se, também, uma breve análise sobre a robustez.

Inicialmente, foi realizado um estudo topológico, com foco nas componentes fortemente conexas, componentes fracamente conexas, distância média, clusterização global e assortatividade de grau. Na etapa seguinte, foi estudada a distribuição empírica de grau, seguida da organização da dinâmica e distribuição empírica do Strength. Por fim, realizou-se análise de correlação e resiliência.

Com base nos resultados obtidos, a rede é caracterizada como um WS. Concomitantemente, a rede possui uma função em forma de lei de potência cortada com uma contribuição exponencial. Além disso, não foi encontrada uma lei de potência para a CCDF do strength. Na análise topológica, determinou-se que o coeficiente de assortatividade é próximo a 0, resultado depois confirmado, quando foi estudado a correlação de grau com o grau médio dos vizinhos.

Encontrou-se correlação do tipo  $y \sim x^{\beta}$  entre, grau com o strength, e grau com o pagerank. Ademais, descubriu-se uma correlação linear entre strength e o pagerank.

A rede não é robusta em ataques determinísticos. FUSA é sensível, principalmente, à remoção dos aeroportos segundo o maior valor de grau e de betweeness. FUSA exibiu certo grau de robustez ante os ataques terroristas do 2001. No entanto, foi visivelmente afetada pela pandemia do COVID-19.

#### Referências

- Bagler, G. (2008). Analysis of the airport network of india as a complex weighted network. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 387(12):2972–2980.
- Bombelli, A., Santos, B. F., and Tavasszy, L. (2020). Analysis of the air cargo transport network using a complex network theory perspective. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 138:101959.
- Humphries, M. D., Gurney, K., and Prescott, T. J. (2006). The brainstem reticular formation is a small-world, not scale-free, network. *Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences*, 273(1585):503–511.
- Rocha, L. E. (2017). Dynamics of air transport networks: A review from a complex systems perspective. *Chinese Journal of Aeronautics*, 30(2):469–478.
- Wang, J., Mo, H., Wang, F., and Jin, F. (2011). Exploring the network structure and nodal centrality of china's air transport network: A complex network approach. *Journal of Transport Geography*, 19(4):712–721.