

INFORMATIK I

Tutorium 4 — 08. November 2024

haskell.hs

Name Last
Universität Münster



L^AT_EX-Vorlage von
Florian Sihler

Übungsblatt 3

1

EUKLIDISCHER ALGORITHMUS

Aufgabe 1: a)

Führen Sie den Algorithmus *schrittweise* für $m = 27$ und $n = 12$ aus.

EUKLIDISCHER ALGORITHMUS

Aufgabe 1: a)

Führen Sie den Algorithmus *schrittweise* für $m = 27$ und $n = 12$ aus.

Lösung 1

▷ $m = 27, n = 12$

```
if  $m = 0$  then  
    result  $\leftarrow n$   
else  
    while  $n \neq 0$  do  
        if  $m > n$  then  
             $m \leftarrow m - n$   
        else  
             $n \leftarrow n - m$   
        end if  
    end while  
    result  $\leftarrow m$   
end if
```

EUKLIDISCHER ALGORITHMUS

Aufgabe 1: a)

Führen Sie den Algorithmus *schrittweise* für $m = 27$ und $n = 12$ aus.

Lösung 1

```
if  $m = 0$  then
    result  $\leftarrow n$ 
else
    while  $n \neq 0$  do
        if  $m > n$  then
             $m \leftarrow m - n$ 
        else
             $n \leftarrow n - m$ 
        end if
    end while
    result  $\leftarrow m$ 
end if
```

▷ $m = 27, n = 12$
▷ $27 = 0?$

EUKLIDISCHER ALGORITHMUS

Aufgabe 1: a)

Führen Sie den Algorithmus *schrittweise* für $m = 27$ und $n = 12$ aus.

Lösung 1

```
if  $m = 0$  then                                ▷  $m = 27, n = 12$   
    result  $\leftarrow n$                         ▷  $27 = 0?$   
else  
    while  $n \neq 0$  do                          ▷  $12 \neq 0?$   
        if  $m > n$  then  
             $m \leftarrow m - n$   
        else  
             $n \leftarrow n - m$   
        end if  
    end while  
    result  $\leftarrow m$   
end if
```

EUKLIDISCHER ALGORITHMUS

Aufgabe 1: a)

Führen Sie den Algorithmus *schrittweise* für $m = 27$ und $n = 12$ aus.

Lösung 1

```
if  $m = 0$  then
    result  $\leftarrow n$ 
else
    while  $n \neq 0$  do
        if  $m > n$  then
             $m \leftarrow m - n$ 
        else
             $n \leftarrow n - m$ 
        end if
    end while
    result  $\leftarrow m$ 
end if
```

▷ $m = 27, n = 12$
▷ $27 = 0?$
▷ $12 \neq 0?$
▷ $27 > 12?$

EUKLIDISCHER ALGORITHMUS

Aufgabe 1: a)

Führen Sie den Algorithmus *schrittweise* für $m = 27$ und $n = 12$ aus.

Lösung 1

```
if  $m = 0$  then
    result  $\leftarrow n$ 
else
    while  $n \neq 0$  do
        if  $m > n$  then
             $m \leftarrow m - n$ 
        else
             $n \leftarrow n - m$ 
        end if
    end while
    result  $\leftarrow m$ 
end if
```

▷ $m = 15, n = 12$
▷ $27 = 0?$
▷ $12 \neq 0?$
▷ $27 > 12?$
▷ $m \leftarrow 27 - 12?$

EUKLIDISCHER ALGORITHMUS

Aufgabe 1: a)

Führen Sie den Algorithmus *schrittweise* für $m = 27$ und $n = 12$ aus.

Lösung 1

```
if  $m = 0$  then
    result  $\leftarrow n$ 
else
    while  $n \neq 0$  do
        if  $m > n$  then
             $m \leftarrow m - n$ 
        else
             $n \leftarrow n - m$ 
        end if
    end while
    result  $\leftarrow m$ 
end if
```

$\triangleright m = 15, n = 12$
 $\triangleright 15 = 0?$

EUKLIDISCHER ALGORITHMUS

Aufgabe 1: a)

Führen Sie den Algorithmus *schrittweise* für $m = 27$ und $n = 12$ aus.

Lösung 1

```
if  $m = 0$  then                                ▷  $m = 15, n = 12$   
    result  $\leftarrow n$                         ▷  $15 = 0?$   
else  
    while  $n \neq 0$  do                          ▷  $12 \neq 0?$   
        if  $m > n$  then  
             $m \leftarrow m - n$   
        else  
             $n \leftarrow n - m$   
        end if  
    end while  
    result  $\leftarrow m$   
end if
```

EUKLIDISCHER ALGORITHMUS

Aufgabe 1: a)

Führen Sie den Algorithmus *schrittweise* für $m = 27$ und $n = 12$ aus.

Lösung 1

```
if  $m = 0$  then
    result  $\leftarrow n$ 
else
    while  $n \neq 0$  do
        if  $m > n$  then
             $m \leftarrow m - n$ 
        else
             $n \leftarrow n - m$ 
        end if
    end while
    result  $\leftarrow m$ 
end if
```

▷ $m = 15, n = 12$
▷ $15 = 0?$
▷ $12 \neq 0?$
▷ $15 > 12?$

EUKLIDISCHER ALGORITHMUS

Aufgabe 1: a)

Führen Sie den Algorithmus *schrittweise* für $m = 27$ und $n = 12$ aus.

Lösung 1

```
if  $m = 0$  then                                ▷  $m = 3, n = 12$   
    result  $\leftarrow n$                         ▷  $15 = 0?$   
else  
    while  $n \neq 0$  do                            ▷  $12 \neq 0?$   
        if  $m > n$  then                            ▷  $15 > 12?$   
             $m \leftarrow m - n$                     ▷  $m \leftarrow 15 - 12?$   
        else  
             $n \leftarrow n - m$   
        end if  
    end while  
    result  $\leftarrow m$   
end if
```

EUKLIDISCHER ALGORITHMUS

Aufgabe 1: a)

Führen Sie den Algorithmus *schrittweise* für $m = 27$ und $n = 12$ aus.

Lösung 1

```
if  $m = 0$  then
    result  $\leftarrow n$ 
else
    while  $n \neq 0$  do
        if  $m > n$  then
             $m \leftarrow m - n$ 
        else
             $n \leftarrow n - m$ 
        end if
    end while
    result  $\leftarrow m$ 
end if
```

$\triangleright m = 3, n = 12$
 $\triangleright 3 = 0?$

EUKLIDISCHER ALGORITHMUS

Aufgabe 1: a)

Führen Sie den Algorithmus *schrittweise* für $m = 27$ und $n = 12$ aus.

Lösung 1

```
if  $m = 0$  then
    result  $\leftarrow n$ 
else
    while  $n \neq 0$  do
        if  $m > n$  then
             $m \leftarrow m - n$ 
        else
             $n \leftarrow n - m$ 
        end if
    end while
    result  $\leftarrow m$ 
end if
```

▷ $m = 3, n = 12$
▷ $3 = 0?$

▷ $12 \neq 0?$

EUKLIDISCHER ALGORITHMUS

Aufgabe 1: a)

Führen Sie den Algorithmus *schrittweise* für $m = 27$ und $n = 12$ aus.

Lösung 1

```
if  $m = 0$  then                                ▷  $m = 3, n = 12$   
    result  $\leftarrow n$                         ▷  $3 = 0?$   
else  
    while  $n \neq 0$  do                          ▷  $12 \neq 0?$   
        if  $m > n$  then                        ▷  $3 > 12?$   
             $m \leftarrow m - n$   
        else  
             $n \leftarrow n - m$   
        end if  
    end while  
    result  $\leftarrow m$   
end if
```

EUKLIDISCHER ALGORITHMUS

Aufgabe 1: a)

Führen Sie den Algorithmus *schrittweise* für $m = 27$ und $n = 12$ aus.

Lösung 1

```
if  $m = 0$  then
    result  $\leftarrow n$ 
else
    while  $n \neq 0$  do
        if  $m > n$  then
             $m \leftarrow m - n$ 
        else
             $n \leftarrow n - m$ 
        end if
    end while
    result  $\leftarrow m$ 
end if
```

▷ $m = 3, n = 9$
▷ $3 = 0?$
▷ $12 \neq 0?$
▷ $3 > 12?$
▷ $n \leftarrow 12 - 3?$

EUKLIDISCHER ALGORITHMUS

Aufgabe 1: a)

Führen Sie den Algorithmus *schrittweise* für $m = 27$ und $n = 12$ aus.

Lösung 1

if $m = 0$ **then**

$\text{result} \leftarrow n$

else

while $n \neq 0$ **do**

if $m > n$ **then**

$m \leftarrow m - n$

else

$n \leftarrow n - m$

end if

end while

$\text{result} \leftarrow m$

end if

▷ $m = 3, n = 9$

▷ $3 = 0?$

EUKLIDISCHER ALGORITHMUS

Aufgabe 1: a)

Führen Sie den Algorithmus *schrittweise* für $m = 27$ und $n = 12$ aus.

Lösung 1

```
if  $m = 0$  then
    result  $\leftarrow n$ 
else
    while  $n \neq 0$  do
        if  $m > n$  then
             $m \leftarrow m - n$ 
        else
             $n \leftarrow n - m$ 
        end if
    end while
    result  $\leftarrow m$ 
end if
```

▷ $m = 3, n = 9$
▷ $3 = 0?$
▷ $9 \neq 0?$

EUKLIDISCHER ALGORITHMUS

Aufgabe 1: a)

Führen Sie den Algorithmus *schrittweise* für $m = 27$ und $n = 12$ aus.

Lösung 1

```
if  $m = 0$  then
    result  $\leftarrow n$ 
else
    while  $n \neq 0$  do
        if  $m > n$  then
             $m \leftarrow m - n$ 
        else
             $n \leftarrow n - m$ 
        end if
    end while
    result  $\leftarrow m$ 
end if
```

▷ $m = 3, n = 9$
▷ $3 = 0?$
▷ $9 \neq 0?$
▷ $3 > 9?$

EUKLIDISCHER ALGORITHMUS

Aufgabe 1: a)

Führen Sie den Algorithmus *schrittweise* für $m = 27$ und $n = 12$ aus.

Lösung 1

```
if  $m = 0$  then
    result  $\leftarrow n$ 
else
    while  $n \neq 0$  do
        if  $m > n$  then
             $m \leftarrow m - n$ 
        else
             $n \leftarrow n - m$ 
        end if
    end while
    result  $\leftarrow m$ 
end if
```

▷ $m = 3, n = 6$
▷ $3 = 0?$
▷ $9 \neq 0?$
▷ $3 > 9?$
▷ $n \leftarrow 9 - 3?$

EUKLIDISCHER ALGORITHMUS

Aufgabe 1: a)

Führen Sie den Algorithmus *schrittweise* für $m = 27$ und $n = 12$ aus.

Lösung 1

if $m = 0$ **then**
 $\text{result} \leftarrow n$

else

while $n \neq 0$ **do**

if $m > n$ **then**

$m \leftarrow m - n$

else

$n \leftarrow n - m$

end if

end while

$\text{result} \leftarrow m$

end if

▷ $m = 3, n = 6$

▷ $3 = 0?$

EUKLIDISCHER ALGORITHMUS

Aufgabe 1: a)

Führen Sie den Algorithmus *schrittweise* für $m = 27$ und $n = 12$ aus.

Lösung 1

```
if  $m = 0$  then
    result  $\leftarrow n$ 
else
    while  $n \neq 0$  do
        if  $m > n$  then
             $m \leftarrow m - n$ 
        else
             $n \leftarrow n - m$ 
        end if
    end while
    result  $\leftarrow m$ 
end if
```

▷ $m = 3, n = 6$
▷ $3 = 0?$
▷ $6 \neq 0?$

EUKLIDISCHER ALGORITHMUS

Aufgabe 1: a)

Führen Sie den Algorithmus *schrittweise* für $m = 27$ und $n = 12$ aus.

Lösung 1

```
if  $m = 0$  then                                ▷  $m = 3, n = 6$   
    result  $\leftarrow n$                         ▷  $3 = 0?$   
else  
    while  $n \neq 0$  do                          ▷  $6 \neq 0?$   
        if  $m > n$  then                        ▷  $3 > 6?$   
             $m \leftarrow m - n$   
        else  
             $n \leftarrow n - m$   
        end if  
    end while  
    result  $\leftarrow m$   
end if
```

EUKLIDISCHER ALGORITHMUS

Aufgabe 1: a)

Führen Sie den Algorithmus *schrittweise* für $m = 27$ und $n = 12$ aus.

Lösung 1

```
if  $m = 0$  then
    result  $\leftarrow n$ 
else
    while  $n \neq 0$  do
        if  $m > n$  then
             $m \leftarrow m - n$ 
        else
             $n \leftarrow n - m$ 
        end if
    end while
    result  $\leftarrow m$ 
end if
```

▷ $m = 3, n = 3$
▷ $3 = 0?$
▷ $6 \neq 0?$
▷ $3 > 6?$
▷ $n \leftarrow 6 - 3?$

EUKLIDISCHER ALGORITHMUS

Aufgabe 1: a)

Führen Sie den Algorithmus *schrittweise* für $m = 27$ und $n = 12$ aus.

Lösung 1

if $m = 0$ **then**

$\text{result} \leftarrow n$

else

while $n \neq 0$ **do**

if $m > n$ **then**

$m \leftarrow m - n$

else

$n \leftarrow n - m$

end if

end while

$\text{result} \leftarrow m$

end if

▷ $m = 3, n = 3$

▷ $3 = 0?$

EUKLIDISCHER ALGORITHMUS

Aufgabe 1: a)

Führen Sie den Algorithmus *schrittweise* für $m = 27$ und $n = 12$ aus.

Lösung 1

```
if  $m = 0$  then
    result  $\leftarrow n$ 
else
    while  $n \neq 0$  do
        if  $m > n$  then
             $m \leftarrow m - n$ 
        else
             $n \leftarrow n - m$ 
        end if
    end while
    result  $\leftarrow m$ 
end if
```

▷ $m = 3, n = 3$
▷ $3 = 0?$

▷ $3 \neq 0?$

EUKLIDISCHER ALGORITHMUS

Aufgabe 1: a)

Führen Sie den Algorithmus *schrittweise* für $m = 27$ und $n = 12$ aus.

Lösung 1

```
if  $m = 0$  then                                ▷  $m = 3, n = 3$   
    result  $\leftarrow n$                         ▷  $3 = 0?$   
else  
    while  $n \neq 0$  do                          ▷  $3 \neq 0?$   
        if  $m > n$  then                        ▷  $3 > 3?$   
             $m \leftarrow m - n$   
        else  
             $n \leftarrow n - m$   
        end if  
    end while  
    result  $\leftarrow m$   
end if
```

EUKLIDISCHER ALGORITHMUS

Aufgabe 1: a)

Führen Sie den Algorithmus *schrittweise* für $m = 27$ und $n = 12$ aus.

Lösung 1

```
if  $m = 0$  then                                ▷  $m = 3, n = 0$ 
    result  $\leftarrow n$                         ▷  $3 = 0?$ 
else
    while  $n \neq 0$  do                          ▷  $3 \neq 0?$ 
        if  $m > n$  then                          ▷  $3 > 3?$ 
             $m \leftarrow m - n$ 
        else
             $n \leftarrow n - m$                 ▷  $n \leftarrow 3 - 3?$ 
        end if
    end while
    result  $\leftarrow m$ 
end if
```

EUKLIDISCHER ALGORITHMUS

Aufgabe 1: a)

Führen Sie den Algorithmus *schrittweise* für $m = 27$ und $n = 12$ aus.

Lösung 1

if $m = 0$ **then**

$\text{result} \leftarrow n$

else

while $n \neq 0$ **do**

if $m > n$ **then**

$m \leftarrow m - n$

else

$n \leftarrow n - m$

end if

end while

$\text{result} \leftarrow m$

end if

▷ $m = 3, n = 0$

▷ $3 = 0?$

EUKLIDISCHER ALGORITHMUS

Aufgabe 1: a)

Führen Sie den Algorithmus *schrittweise* für $m = 27$ und $n = 12$ aus.

Lösung 1

```
if  $m = 0$  then                                ▷  $m = 3, n = 0$   
    result  $\leftarrow n$                         ▷  $3 = 0?$   
else  
    while  $n \neq 0$  do                          ▷  $0 \neq 0?$   
        if  $m > n$  then  
             $m \leftarrow m - n$   
        else  
             $n \leftarrow n - m$   
        end if  
    end while  
    result  $\leftarrow m$   
end if
```

EUKLIDISCHER ALGORITHMUS

Aufgabe 1: a)

Führen Sie den Algorithmus *schrittweise* für $m = 27$ und $n = 12$ aus.

Lösung 1

```
if  $m = 0$  then                                ▷  $m = 3, n = 0$   
    result  $\leftarrow n$                         ▷  $3 = 0?$   
else  
    while  $n \neq 0$  do                          ▷  $0 \neq 0?$   
        if  $m > n$  then  
             $m \leftarrow m - n$   
        else  
             $n \leftarrow n - m$   
        end if  
    end while  
    result  $\leftarrow m$                           ▷ result  $\leftarrow 3$   
end if
```

Aufgabe 1: b)

Welches Ergebnis produziert der Algorithmus? Warum führen die Subtraktionen zum gewünschten Ergebnis?

EUKLIDISCHER ALGORITHMUS

Aufgabe 1: b)

Welches Ergebnis produziert der Algorithmus? Warum führen die Subtraktionen zum gewünschten Ergebnis?

Lösung 1: b)

- Der Algorithmus berechnet den größten gemeinsamen Teiler (ggT) von m und n .

Aufgabe 1: b)

Welches Ergebnis produziert der Algorithmus? Warum führen die Subtraktionen zum gewünschten Ergebnis?

Lösung 1: b)

- Der Algorithmus berechnet den größten gemeinsamen Teiler (ggT) von m und n .
- Jeder gemeinsame Teiler von $m > n$ muss auch Teiler von $m - n$ sein:
$$m = t \cdot k_1, n = t \cdot k_2 \implies m - n = t \cdot k_1 - t \cdot k_2 = t \cdot (k_1 - k_2)$$

Aufgabe 1: c)

Geben Sie das Ergebnis in Form einer Nachbedingung an.

Aufgabe 1: c)

Geben Sie das Ergebnis in Form einer Nachbedingung an.

Lösung 1: b)

`result = ggT(m, n):` `result` ist Teiler von m und n und für jede Zahl $z : z \mid m \wedge z \mid n$ gilt $z \leq \text{result}$.

Name Last

Münster, 7. November 2024

name.last@uni-muenster.de