Solido de Revolucíon - Planeta Saturno
Área y Volúmen por medio de Integrales

Karen Vanessa Bautista Joaqui, Cálculo Integral
Fundación Universitaria Juan de Castellanos
Tunja, Boyacá, Colombia

ID del Poster

Juan de Castellanos Fundación Universitaria
VIGILADA MINEDUCACIÓN

Resumen

A lo largo de este proyecto, realicé un sólido de revolución del planeta Saturno, haciendo uso del software GeoGebra para poder definir las funciones que formarían la figura y así, al revolucionar el eje X generaría la forma de Saturno con dichas funciones.
Inicialmente, empleé funciones polinómicas por medio de puntos para modelar la forma esférica del planeta y las curvas del anillo, teniendo en cuenta que cada parte que se formara al unir los puntos fuera simétrica para cuando se hiciera la revolución, estas pudieran mantener una proporción adecuada.
Por último, hice uso de integrales definidas, apoyándome del software: Mathos y el lenguaje de programación Python para calcular el área y el volúmen generado por el sólido de revolución; el planeta Saturno con sus anillos.

Problema

- Modelado del planeta Saturno mediante la técnica de creación de sólidos de revolución.

  Para entender mejor el propósito de este proyecto,se debe tener claro el concepto de "Sólido de Revolución". Este es un cuerpo geométrico que se obtiene al girar una superficie plana alrededor de un eje que está fijo [1]. El resultado de esta rotación es una figura tridimensional simétrica respecto al eje de giro. Existen ejemplos comunes como esferas, cilindros, conos y toroides[1], pero en este caso es algo más fuera de lo común, que viendolo desde el lado geométrico es la unión de una esfera y un anillo para la formación del planeta Saturno.

  Los sólidos de revolución juegan un papel importante para entender mejor el cálculo integral, ya que permiten determinar el volúmen y el área bajo la curva de cuerpos irregulares comunes en el entorno. Utilizando métodos como el método de discos y también el de arandelas, se pueden calcular estos valores [2].

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 \, dx \tag{1}$$

$$V = \pi \int_a^b \left[R(x)^2 - r(x)^2\right] dx \tag{2}$$

$$A = \int_a^b f(x) \, dx \tag{3}$$

Análisis Matemático

- Para generar el sólido de revolución del planeta Saturno, se inicia con la definición de las funciones por tramos que en el caso de mi figura son (e(x), f(x), g(x)) que representan el contorno de la esfera y del anillo. Cada función está definida en un intervalo, representando una parte de Saturno y la rotación del eje X genera el sólido tridimensional.

1.Volúmen:
Es posible calcularlo mediante una integral definida, como se muestra en las ecuaciones (1),(2). Este proceso se realiza al sumar los resultados individuales de la integral de cada función en su respectivo intervalo.
Volúmen para cada función:
Para entender mejor el concepto, este es un ejemplo en la función g(x) con el intervalo [0,40] usando la ecuación (1):

$$V_{g(x)} = \pi \int_0^{40} \left[-0{,}16x^2 + 2{,}69x\right]^2 dx \tag{4}$$

Este proceso se tiene en cuenta para cada función, aplicando la fórmula de integración necesaria. En este caso haría falta la integral entre las funciones e(x) y f(x) pero para estas funciones se usa la ecuación (2) que es el método de arandelas. Es necesario usarlo porque se calcula el volúmen entre dos curvas siendo e(x) la función externa y f(x) la interna.

2. Suma de los volúmenes:
La suma de los resultados de volúmenes individuales de cada función es el volúmen total del sólido de revolución.

$$V_{total} = (25020{,}65u^3 + 401326{,}314u^3) \approx 426346,96\,u^3 \tag{5}$$

3. Área Bajo la Curva
Es posible calcularlo mediante la integración de cada función individual siempre en su intervalo, como en la ecuación (3). Para entender mejor el concepto, este es un ejemplo en la función g(x) con el intervalo [0,40].

$$A_{g(x)} = \int_0^{40} \left[-0{,}16x^2 + 2{,}69x\right] dx \tag{6}$$

Al repetir el proceso con las demás funciones, la misma ecuación(3) y la suma combinada de los resultados de las integrales, se obtiene el siguiente resultado:

$$A_{\text{total}} = -1131{,}73u^2 \tag{7}$$

Conclusiones

- Se puede demostrar que los sólidos de revolución pueden llegar a ser herramientas de ayuda para comprender de manera correcta el concepto de el cálculo integral. Además, en el tema del diseño, se pueden obtener objetos pero simplificando el proceso complejo al construir un objeto tridimensional, ya que facilita la representación matemática gráfica con la resolución de problemas, hasta en áreas de la ingeniería.

Referencias

[1] Westreicher, G. (2024b, septiembre 9). ¿Qué es el sólido de revolución?. Economipedia.https://economipedia.com/definiciones/solido-de-revolucion.html

[2] García-Galván, K., Morales Olguín, B., Valdivieso Oviedo. (s. f.). Una forma interactiva de entender sólidos de revolución (pp. 334-339). Universidad Autónoma de Ciudad Juárez. Recuperado de https://cathi.uacj.mx/bitstream/handle/20.500.11961/8222/ Capitulo$_Solidos - 334 - 339.pdf?sequence = 1isAllowed = y$

FACULTAD DE INGENIERÍA Y CIENCIAS BÁSICAS

www.jdc.edu.co

MÁS INFOMACIÓN

Karen Vanessa Bautista Joaqui
FUJC – Ingeniería de Sistemas
Cálculo Integral
kbautista@jdc.edu.co

https://www.jdc.edu.co/