Udledning af bevægelse

Skruebevægelse
En rotation bevæger sig lead'et (O) i skruen

$$s = \theta \cdot O$$

Hvilket medfører

$$v = \omega \cdot O$$

og

$$a = \alpha \cdot O$$

En skrue kan sættes i rotation igennem et kraftmoment

$$\tau = I \cdot \alpha$$

Her kan vinkelaccelerationen isoleres til

$$\frac{\tau}{I} = \alpha$$

Da en ledeskrue har en effektivitet på 0.5 i gennemsnit, antages overførslen af motorens kraftmoment halveres i praksis

$$\frac{1}{2} \cdot \tau_p = \tau$$

$$\frac{\frac{1}{2} \cdot \tau_p}{I} = \alpha$$

En skrue antages at have et roterende inertimoment lig en cylinders roterende inertimoment.

$$I = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$$

$$\frac{\frac{1}{2} \cdot \tau_p}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2} = \alpha$$

Dette kan skrives om:

$$\frac{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \tau_p}{m \cdot r^2} = \frac{\tau_p}{m \cdot r^2} = \alpha$$

Nu hvor den mulige vinkelacceleration i skruen er fundet, kan den bruges til at finde tiden det tager at accelerere skruen, til motorens maksimale rotationsfart.

$$\omega = \alpha \cdot t$$

$$\frac{\omega}{\alpha} = t$$

$$\frac{\omega}{\frac{\tau_p}{m \cdot r^2}} = \frac{m \cdot r^2 \cdot \omega}{\tau_p} = t_{acc}$$

En prik har minimalt en diameter på 0.1mm, for at fylde en kvadratcentimeter med prikker, vil der være 100 baner af 0,1mm, dette må markere den længste tid det kan tage at sætte prikker på en kvadratcentimeter.
Dette betyder at der skal 100 baners tid, hvor hver bane består af en acceleration, en deceleration og en tid ved tophastighed.

$$t_{cmsq} = 100 \cdot t_{bane} = 100 \cdot \left(2 \cdot t_{acc} + t_{top}\right)$$

Her må tiden ved topfart være afstanden den bevæger sig med topfart divideret med topfarten.

$$t_{top} = \frac{s_{top}}{v_{top}}$$

Fra tidligere vides det, at en lineær afstand ved skruen kommer fra en hvis vinkelændring

$$s = \theta \cdot O$$

Der kan tages den tidsafledte af dette udtryk, for at finde et udtryk for farten

$$\frac{ds}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \cdot O$$

$$v = \omega \cdot O$$

Her er ω rotationsfarten og O er leadet i skruen. Dette kan indsætte i den tidligere formel for tiden under topfart.

$$t_{top} = \frac{s_{top}}{\omega_{top} \cdot O}$$

Et udtryk for afstanden under topfart kan findes ved at trække accelerationsafstanden fra baneafstanden.

$$s_{bane} = 2 \cdot s_{acc} + s_{top}$$

$$s_{bane} - 2 \cdot s_{acc} = s_{top}$$

$$t_{top} = \frac{s_{bane} - 2 \cdot s_{acc}}{\omega_{top} \cdot O}$$

Baneafstanden er defineret som 1cm eller 10mm. Accelerationsafstanden, kan findes ved at finde vinkelændringen under acceleration, og gange det med leadet, for at finde afstanden.

$$s = \theta \cdot O$$

Vinkelændringen under acceleration kan findes ved formlen:

$$\theta = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot {t_{acc}}^2$$

Hvis de tidligere definitioner for tiden og vinkelaccelerationen indsættes fås udtrykket

$$\theta = \frac{1}{2} \cdot \frac{\tau_p}{m \cdot r^2} \cdot \left(\frac{m \cdot r^2 \cdot \omega_{top}}{\tau_p} \right)^2$$

$$\theta = \frac{1}{2} \cdot \frac{\tau_p}{m \cdot r^2} \cdot \frac{m^2 \cdot r^4 \cdot {\omega_{top}}^2}{{\tau_p}^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{m \cdot r^2 \cdot {\omega_{top}}^2}{\tau_p} = \frac{m \cdot r^2 \cdot {\omega_{top}}^2}{2 \cdot \tau_p}$$

Hvis dette indsættes i formlen for accelerationsafstanden fås et endeligt udtryk for afstanden

$$s_{acc} = \frac{m \cdot r^2 \cdot {\omega_{top}}^2}{2 \cdot \tau_p} \cdot O$$

Nu kan denne sætning bruges til at finde en endelig formel for tiden ved topfart.

$$t_{top} = \frac{s_{bane} - 2\cdot\frac{m\cdot r^2\cdot\omega_{top}{}^2}{2\cdot\tau_p}\cdot O}{\omega_{top}\cdot O} = \frac{s_{bane}}{\omega_{top}\cdot O} - \frac{2\cdot\frac{m\cdot r^2\cdot\omega_{top}{}^2}{2\cdot\tau_p}\cdot O}{\omega_{top}\cdot O} = \frac{s_{bane}}{\omega_{top}\cdot O} - \frac{m\cdot r^2\cdot\omega_{top}}{\tau_p}$$

Denne tid kan indsættes for at finde den samlede banetid

$$t_{bane} = \left(2\cdot t_{acc} + t_{top}\right) = \left(2\cdot\frac{m\cdot r^2\cdot\omega_{top}}{\tau_p} + \left(\frac{s_{bane}}{\omega_{top}\cdot O} - \frac{m\cdot r^2\cdot\omega_{top}}{\tau_p}\right)\right) = \left(2\cdot\frac{m\cdot r^2\cdot\omega_{top}}{\tau_p} - \frac{m\cdot r^2\cdot\omega_{top}}{\tau_p} + \frac{s_{bane}}{\omega_{top}\cdot O}\right) = \left(\frac{m\cdot r^2\cdot\omega_{top}}{\tau_p} + \frac{s_{bane}}{\omega_{top}\cdot O}\right)$$

Den samlede kvadratcentimeter tid kan herefter findes

$$t_{cmsq} = 100\cdot t_{bane} = 100\cdot\left(\frac{m\cdot r^2\cdot\omega_{top}}{\tau_p} + \frac{s_{bane}}{\omega_{top}\cdot O}\right)$$