



ГРАФЫ



Граф - это конечное множество точек на плоскости, некоторые пары которых соединены линиями. Эти точки называются вершинами, а линии - ребрами графа.

Степень вершины - это количество ребер выходящих из вершины графа.

№1 В графе с n вершинами любые две вершины соединены ребром. Сколько всего рёбер в этом графе?

№2а Можно ли расставить цифры от 1 до 9 по кругу так, чтобы сумма никаких двух соседних чисел не делилась ни на 3, ни на 5, ни на 7?

№2б Можно ли записать цифры от 0 до 9 в строку так, чтобы число, составленное из любых двух подряд идущих цифр, делилось на 7 или на 13?

№3 Каждые 5 минут случайные два призрак отправляют детей возрождаться. Оказалось, что каждый отправил детей возрождаться ровно три раза. Могло ли так оказаться, что к тому моменту прошло ровно 895 минут?

№4 Как связаны сумма степеней вершин и кол-во рёбер?

№5а Лемма о рукопожатиях. Докажите, что чётно число людей, которые в своей жизни сделали нечётное число рукопожатий.

№5б Верно ли, что число вершин нечётной степени любого графа чётно?

№6 В некой компании из шести человек любые двое либо знакомы друг с другом, либо не знакомы. Докажите, что среди этих шести человек найдутся трое попарно знакомых или трое попарно незнакомых.

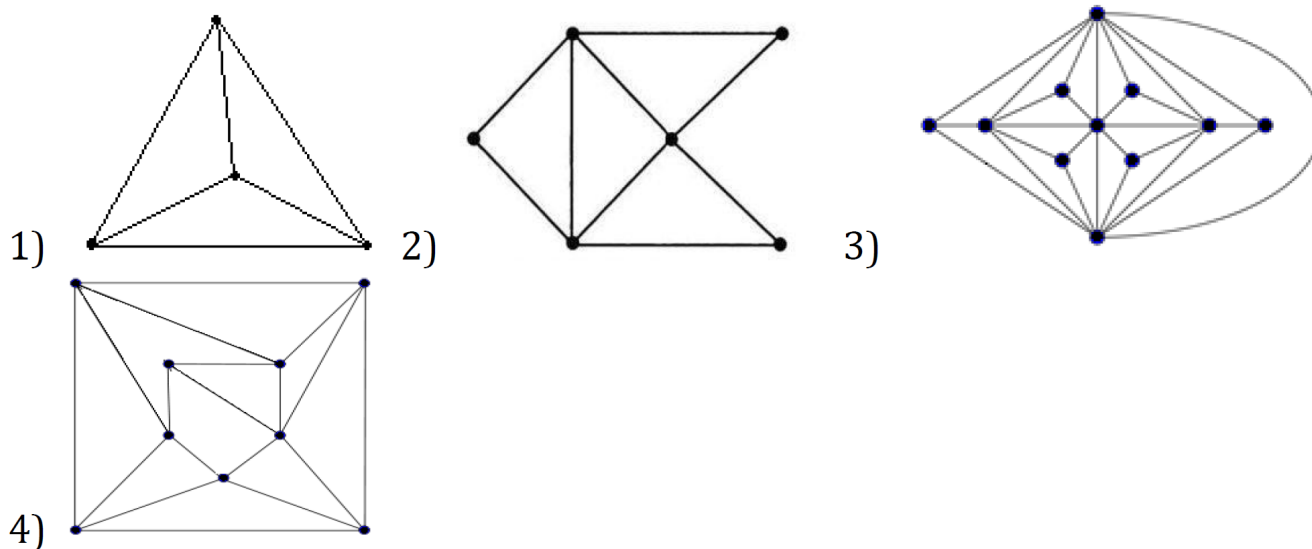
№7 Сколько ребер куба (максимум) можно перекусить посередине, чтобы он не распался на части?

Эйлеровым графом называется граф, в котором есть *эйлеров цикл*.

Эйлеров цикл - это путь, проходящий по всем рёбрам графа и притом только по одному разу

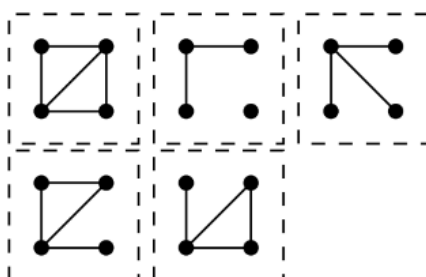
№8а Через город Кенигсберг протекает река, в русле которой расположены два острова. С большого острова ведет по два моста на каждый из берегов и один мост на меньший остров. Кроме этого моста с меньшего острова ведет по одному мосту на каждый из берегов. Некто хочет совершить прогулку по городу, пройдя по каждому мосту ровно один раз. Удастся ли ему это?

№8б Можно ли нарисовать изображенные на рисунках графы не отрывая карандаш от бумаги и проводя каждое ребро ровно один раз?



№8в Какое условие для графа должно выполняться, чтобы он был эйлеровым.

№9а В следующих задачах нужно восстановить исходный граф. Вначале был граф с пятью вершинами. Для каждой из пяти вершин нарисовали, какой граф останется после удаления этой вершины вместе с исходящими из неё рёбрами. Вы видите справа пять получившихся графов, каждый в отдельной рамке.



№9б В графе известны степени всех вершин: 6, 5, 3, 3, 2, 2, 1.

№9в В графе известны степени всех вершин: 5, 5, 4, 4, 4, 1, 1.