



# Localización espectral de resonancias plasmónicas en nanoesferas tipo Drude de tamaño arbitrario

Luna González, Dana L.<sup>1</sup>, Urrutia Anguiano, Jonathan A.<sup>2</sup> y Reyes Coronado, Alejandro<sup>3</sup>

Departamento de Física, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México

<sup>1</sup>dana.larissalg@ciencias.unam.mx, <sup>2</sup>jaurrutia.95@ciencias.unam.mx, <sup>3</sup>coronado@ciencias.unam.mx

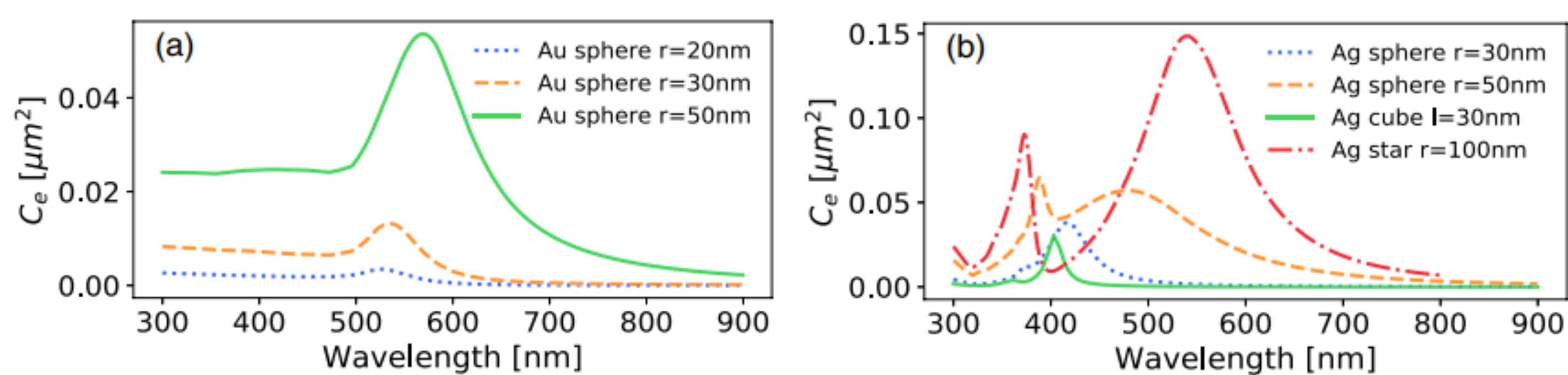


## Resumen

La **nanoplasmónica** es el estudio de la respuesta electromagnética en sistemas con respuesta metálica a la nanoescala, es decir, con dimensiones menores a 100 nm. En sistemas espacialmente confinados a esta escala, se presenta el fenómeno de **resonancia de plasmón de superficie localizado**, resultado del acoplamiento entre los electrones libres de un metal con el campo electromagnético incidente que ilumina al sistema. Este fenómeno se puede emplear en aplicaciones como la espectroscopía y la medicina, debido a la sintonización de dichas resonancias a una frecuencia específica según las propiedades morfológicas del sistema. En este trabajo, se estudia teórica y numéricamente la localización espectral de las resonancias plasmónicas excitadas en **partículas esféricas** caracterizadas por una función dieléctrica descrita por el **modelo de Drude** en función de su **radio**.

## 1) Introducción

La interacción luz-materia puede estudiarse clásicamente mediante la **absorción** al propagarse dentro de un material, y el **esparcimiento** al incidir ésta en la materia, cuyo efecto combinado resulta en la **extinción** del haz incidente [1]. En los últimos años se han estudiado las propiedades ópticas de partículas de diferentes formas y tamaños debido a sus potenciales aplicaciones en Ciencia Aplicada y Tecnología. En particular, se ha estudiado la respuesta espectral de la sección transversal de extinción para nanopartículas de oro y plata con distintas geometrías y tamaños para optimizar el proceso de extinción de luz. [2]



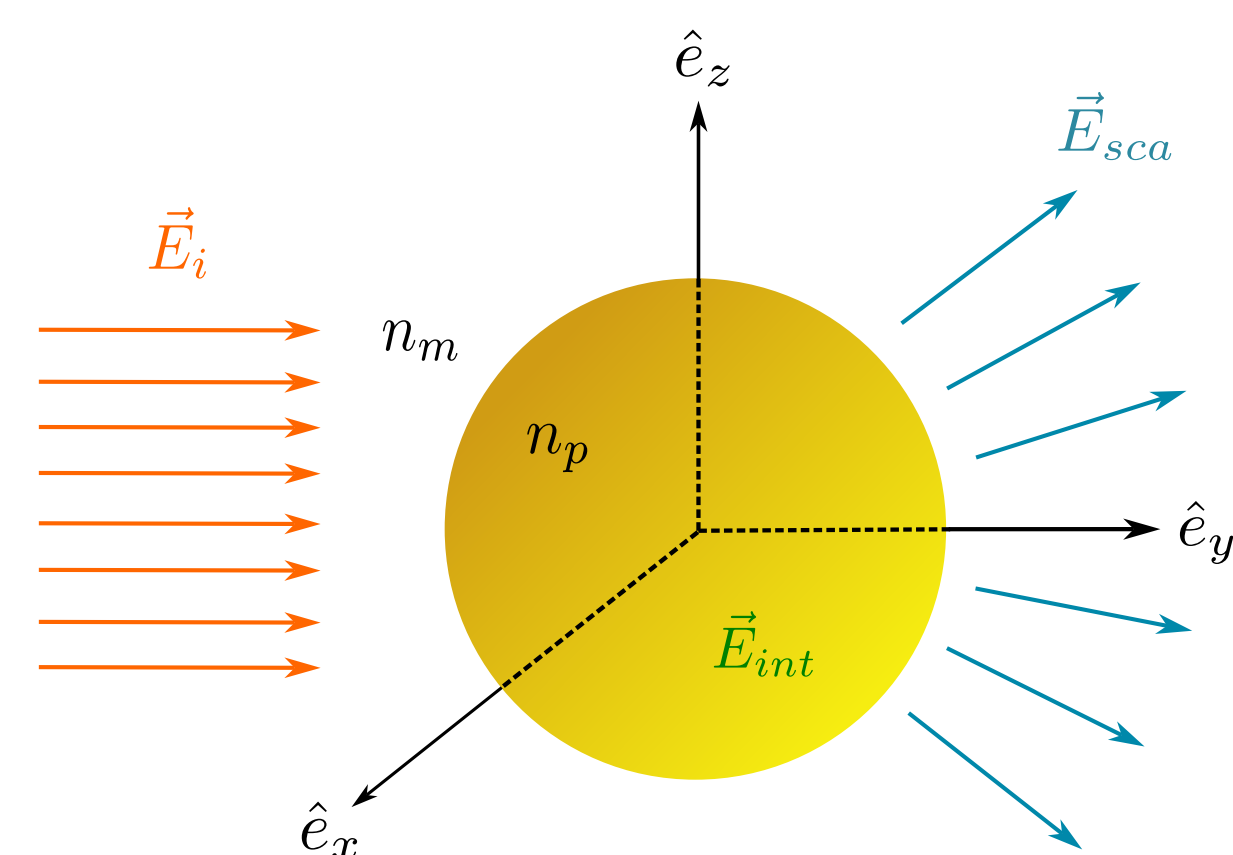
Secciones transversales de extinción de nanopartículas de (a) oro y (b) plata de diferentes formas y tamaños. Tomada de [2].

## 2) Teoría de Mie

La solución al problema de absorción y esparcimiento de luz por una **partícula esférica** se conoce como **teoría de Mie**. Esta es una solución analítica a las ecuaciones de Maxwell que, para partículas metálicas iluminadas por una onda electromagnética (EM) plana, describe la excitación de la **resonancia plasmónica de superficie** (SPR). Los campos EMs dentro de la partícula y los esparcidos por ésta se escriben como una combinación lineal de modos multipolares eléctricos y magnéticos modulados por los denominados **coeficientes de Mie**. En particular, los coeficientes correspondientes al campo esparcido están dados por [1]:

$$a_\ell = \frac{m\psi_\ell(mx)\psi'_\ell(x) - \psi_\ell(x)\psi'_\ell(mx)}{m\psi_\ell(mx)\xi'_\ell(x) - \xi_\ell(x)\psi'_\ell(mx)},$$

$$b_\ell = \frac{\psi_\ell(mx)\psi'_\ell(x) - m\psi_\ell(x)\psi'_\ell(mx)}{\psi_\ell(mx)\xi'_\ell(x) - m\xi_\ell(x)\psi'_\ell(mx)},$$



con  $\psi_\ell(\rho) = \rho j_\ell(\rho)$  y  $\xi_\ell(\rho) = \rho h_\ell^{(1)}(\rho)$  las funciones de Ricatti-Bessel dadas por las funciones esféricas de Bessel  $j_\ell$  y las funciones esféricas de Hankel de primer tipo  $h_\ell^{(1)}$ ,  $m = n_p/n_m$  y  $x = 2\pi n_m/a$  el parámetro de tamaño. La **sección transversal de extinción** se escribe en términos de los coeficientes de Mie como [1]:

$$C_{ext} = \frac{2\pi}{k^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \text{Re}\{a_n + b_n\}$$

cuyo máximo corresponde a la excitación del plasmón de superficie localizado (LSPR) [3], que se obtiene cuando el denominador de los coeficientes de Mie es mínimo [4].

## 3) Esferas plasmónicas en el límite $k_m a \ll 1$

La respuesta electromagnética de un material no magnético puede describirse por su índice de refracción, cuya contribución correspondiente a los electrones libres de un material, denominada respuesta plasmónica, puede describirse mediante el **modelo de Drude** [4, 5], dado por:

$$(1) \quad n_p = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma)}},$$

Es posible determinar las condiciones para la excitación del LSPR para los modos eléctricos y magnéticos de forma analítica al considerar el límite de partícula pequeña y minimizar el denominador de los coeficientes de Mie. Considerando este límite, junto con la expansión de las funciones de Ricatti-Bessel [7], además de  $n_m = 1$ , se obtiene que:

**Eléctricos**

$$n_p(\omega_\ell) = \sqrt{-\frac{\ell+1}{\ell}},$$

**Magnéticos**

$$\ell \stackrel{!}{=} -(\ell+1),$$

Al emplear la Ec.(1) y considerar el límite  $\gamma \rightarrow 0$ , al despejar  $\omega$  se obtiene

$$\omega_\ell = \omega_p \sqrt{\frac{\ell}{2\ell+1}}.$$

- Para  $\ell = 1$ ,  $\omega_p/\sqrt{3}$
- Para  $\ell \rightarrow \infty$ ,  $\omega_p/\sqrt{2}$

donde  $\omega_p$  es la frecuencia de plasma y  $\gamma$  la constante fenomenológica de amortiguamiento, ambos parámetros propios de cada material.

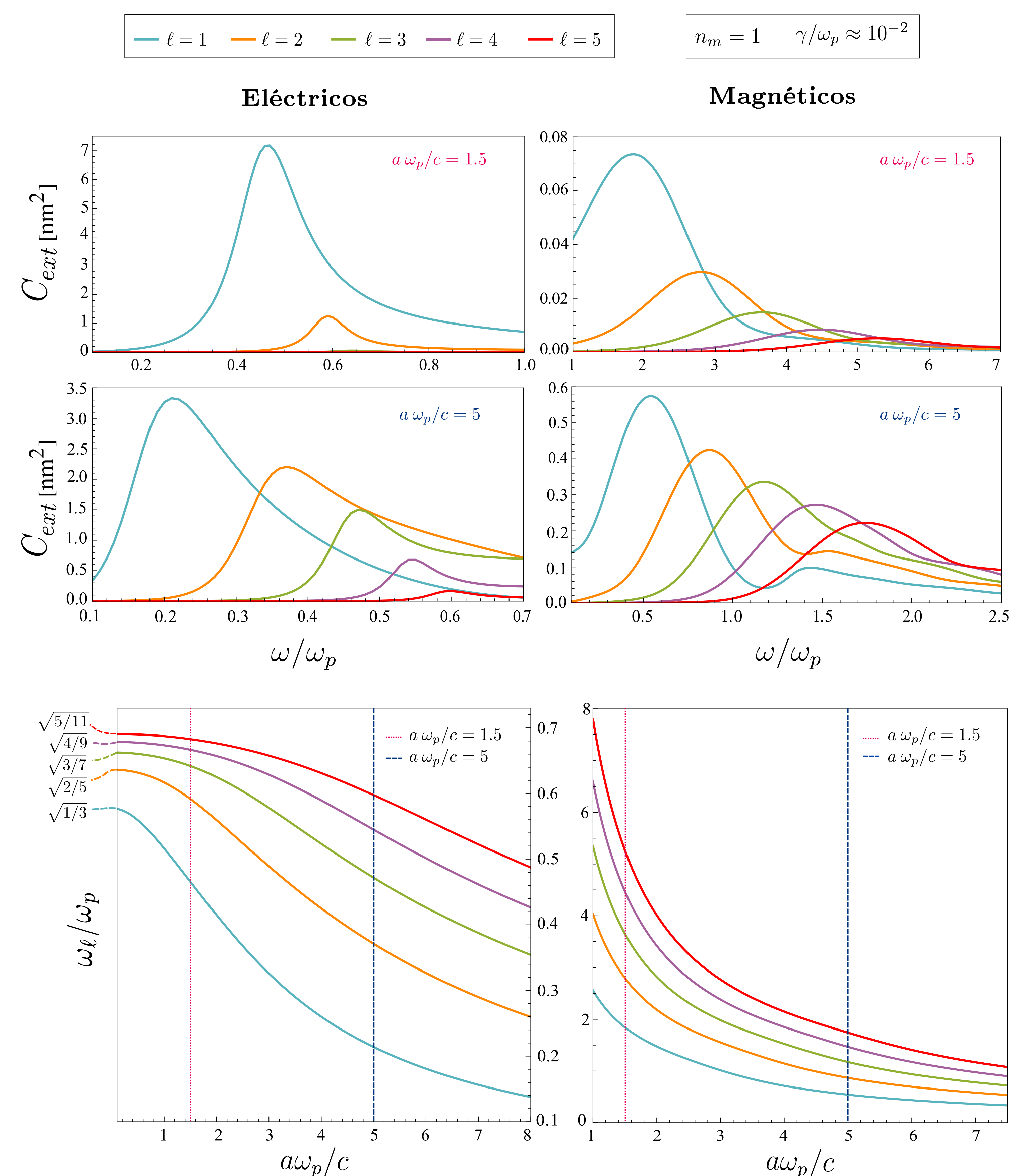
como  $\ell$  es entero, no hay una solución analítica para los modos magnéticos en este régimen.

## 4) Resultados numéricos

Para partículas de mayor radio, las resonancias deben de calcularse de forma numérica, por lo que se empleó el **método de la sección dorada** [8]. Para el cálculo numérico se optó por reescribir el modelo de Drude y el parámetro de tamaño en función de las variables adimensionales  $\omega/\omega_p$ ,  $\gamma/\omega_p$  y  $a\omega_p/c$ , como

$$n_p = \sqrt{1 - \frac{1}{\frac{\omega}{\omega_p} \left( \frac{\omega}{\omega_p} + i \frac{\gamma}{\omega_p} \right)}}, \quad x = \frac{\omega}{\omega_p} \frac{\omega_p a}{c} n_m,$$

donde  $a\omega_p/c$  compara la frecuencia de excitación  $\omega$  con el tiempo de acoplamiento  $ac^{-1}$  entre la interacción EM de la esfera y la densidad de carga inducida que corresponde al plasmón de superficie [6].



## 5) Conclusiones

- ➔ No es posible calcular una aproximación de las frecuencias de resonancia de los modos normales magnéticos en el límite de partícula pequeña.
- ➔ La banda de frecuencias en la que las frecuencias de resonancia de los modos eléctricos en el límite de partícula pequeña se espera que se encuentren es  $[\omega_p/\sqrt{3}, \omega_p/\sqrt{2}]$ .
- ➔ Para partículas esféricas conforme el límite de partícula pequeña deja de ser válido se presenta un corrimiento al rojo de las SPRs de los modos eléctricos y magnéticos.

## 6) Referencias

- [1] C.F. Bohren y D.R. Huffman, *Absorption and scattering of light by small particles* (John Wiley & Sons, 1980).
- [2] J. G. Calvillo-Vázquez, et al., *Particle size distribution from extinction and absorption data of metallic nanoparticles* (Appl. Opt. 58, 9955-9966, 2019).
- [3] J. A. U. Anguiano, *Estudio del modo plasmónico colectivo en sistemas desordenados formados por nanopartículas esféricas y su análisis para biosensado*. Tesis de licenciatura. (UNAM, México, 2019).
- [4] L. Novotny, *Principles of Nano-Optics* (Cambridge University Press, New York, 2006).
- [5] N.W. Ashcroft y N.D. Mermin, *Solid State Physics, Principles of Nano-Optics* (Saunders College, 1976).
- [6] J. Aizpurua, *Coupling of electrons and electromagnetic surface modes in scanning transmission electron microscopy*. Tesis doctoral (Universidad de País Vasco, País Vasco, España, 1998).
- [7] M. Abramowitz y I.A. Stegun, *Handbook of Mathematical Function Graphs, and Mathematical Tables*, 10a ed. (National Bureau of Standard Applied Mathematics Series 55, Estados Unidos, 1972).
- [8] W. H. Press et al. *Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing* 3ra ed. (Cambridge University Press, New York, 2007).