



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

CÁLCULO NUMÉRICO DE PROPIEDADES ÓPTICAS  
DE ERITROCITOS SANOS Y ENFERMOS

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
**FÍSICA BIOMÉDICA**

PRESENTA:

**Dana Larissa Luna González**

DIRECTOR DE TESIS:

Director

Place, 2025





1. Datos del alumno

Luna

González

Dana Larissa

776 101 4262

Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

Física Biomédica

421122680

2. Datos del tutor

Dr

Secretary (thesis director)

Last name

Last name

3. Datos del sinodal 1

Dr

President

Last name

Last name

4. Datos del sinodal 2

Dr

Vocal

Last name

Last name

5. Datos del sinodal 3

Dr

substitute 1

Last name

Last name

6. Datos del sinodal 4

Dr

Substitute 2

Last name

Last name

7. Datos del trabajo escrito

Cálculo numérico de propiedades ópticas de eritrocitos sanos y enfermos

pages

2025







# Agradecimientos

---

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.





# Declaración de autenticidad

---

Por la presente declaro que, salvo cuando se haga referencia específica al trabajo de otras personas, el contenido de esta tesis es original y no se ha presentado total o parcialmente para su consideración para cualquier otro título o grado en esta o cualquier otra Universidad. Esta tesis es resultado de mi propio trabajo y no incluye nada que sea el resultado de algún trabajo realizado en colaboración, salvo que se indique específicamente en el texto.

Dana Larissa Luna González. Place, 2025

*„Wo es viel Licht ist, ist auch viel Schatten.“  
“Donde hay mucha luz, la sombra es profunda.”*

*Götz von Berlichingen, primer acto.*

*J. W. von Goethe*





## Resumen/Abstract

---

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

# Índice general

Acknowledgements	iii
Resumen	ix
Introducción	1
<b>1. Esparcimiento de luz por partículas</b>	<b>3</b>
1.1. Fundamentos . . . . .	3
1.2. Secciones transversales . . . . .	6
1.3. Relaciones de Kramers-Kronig . . . . .	8
<b>2. Eritrocitos y sus patologías</b>	<b>13</b>
2.1. What I got . . . . .	13
<b>3. Método de elemento finito</b>	<b>15</b>
3.1. Convergencia . . . . .	15
<b>Resultados</b>	<b>19</b>
<b>Conclusiones</b>	<b>21</b>
<b>A. What I couldn't get into the main part</b>	<b>23</b>

# Introducción

---

It is recommended to fill in this part of the document with the following information:

- Your field: Context about the field your are working
- Motivation: Background about your thesis work and why did you choose this project and why is it important.
- Objectives: What question are you answering with your work.
- Methology: What are your secondary goals so you achieve your objective. Also, how are you answering yout question: which method or model.
- Structure: How is this thesis divides and what is the content of each chapter.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper,

felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.



# Esparcimiento de luz por partículas

En este capítulo

## 1.1. Fundamentos

Las ecuaciones de Maxwell, junto con la fuerza de Lorentz<sup>1</sup>, describen a la electrodinámica clásica, que se centra en el origen y comportamiento de los campos electromagnéticos [1]. En unidades del Sistema Internacional, dichas ecuaciones se expresan en forma diferencial como [2]

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho_{\text{tot}}}{\epsilon_0}, \quad (\text{Ley de Gauss eléctrica}) \quad (1.1a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (\text{Ley de Gauss magnética}) \quad (1.1b)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (\text{Ley de Faraday-Lenz}) \quad (1.1c)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}_{\text{tot}} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad (\text{Ley de Ampère-Maxwell}) \quad (1.1d)$$

donde se omiten las dependencias espaciales y temporales y  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  es el campo eléctrico,  $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$  es el campo magnético;  $\rho_{\text{tot}}$  es la densidad de carga volumétrica,  $\mathbf{J}_{\text{tot}}$  la densidad de corriente volumétrica;  $\epsilon_0$  es la permitividad eléctrica en el vacío y  $\mu_0$  la permeabilidad magnética en el vacío.

Si bien las Ecs. (1.1) determinan los campos generados a partir de cargas y corrientes, por sí

<sup>1</sup>La fuerza de Lorentz es la fuerza que experimenta una partícula de carga  $q$  se desplaza con velocidad  $\mathbf{v}$  en presencia de un campo eléctrico  $\mathbf{E}$  y un campo magnético  $\mathbf{B}$ . En unidades del Sistema Internacional está dada por  $\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$  [1].

solos no determinan la respuesta de las cargas contenidas en el interior de la materia ante la acción de dichos campos [3]. Para ello, es necesario complementar las Ecs. (1.1) con ecuaciones que proporcionen las propiedades electromagnéticas del medio dadas por [2]

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) \quad (1.2)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\mu_0} - \mathbf{M}(\mathbf{r}, t) \quad (1.3)$$

donde  $\mathbf{D}$  es el vector de desplazamiento eléctrico,  $\mathbf{P}$  la polarización;  $\mathbf{H}$  es el campo H y  $\mathbf{M}$  es la magnetización. La relación lineal más general entre  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{D}$  está dada por [4]

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \int \int \overset{\leftrightarrow}{\varepsilon}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}', t') dV' dt' \quad (1.4)$$

donde  $\overset{\leftrightarrow}{\varepsilon}$  es un tensor de rango dos y representa una función de respuesta<sup>2</sup> del material en el espacio y el tiempo [4].

La Ec. (1.4) muestra que el campo de desplazamiento eléctrico al tiempo  $t$  depende del campo eléctrico en todos los demás tiempos  $t'$ . Adicionalmente, el campo eléctrico de desplazamiento en un punto  $\mathbf{r}$  depende de los valores del campo eléctrico en puntos vecinos  $\mathbf{r}'$  [4]. A estas características, se les conoce como la no localidad temporal y espacial, respectivamente, entre  $\mathbf{D}$  y  $\mathbf{E}$  [4].

En un medio isótropo y homogéneo,  $\overset{\leftrightarrow}{\varepsilon}$  se reduce a una función escalar compleja  $\varepsilon$  [4]; en este caso, tanto  $\varepsilon$  como  $\mathbf{E}$  son independientes de la posición y dependen únicamente de la diferencia temporal, es decir [4]

$$\mathbf{D}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon(t - t') \mathbf{E}(t') dt', \quad (1.5)$$

de modo que la Ec. (1.5) es una convolución<sup>3</sup> en el tiempo. Al aplicar el teorema de la convolución<sup>4</sup> y aplicar la transformada de Fourier, se obtiene [7]

$$\mathbf{D}(\omega) = \varepsilon(\omega) \mathbf{E}(\omega). \quad (1.6)$$

---

<sup>2</sup>Las funciones de respuesta proporcionan información sobre el efecto de las interacciones electromagnéticas con el medio y sobre la estructura y propiedades del propio medio [5].

<sup>3</sup>La convolución de dos funciones  $f(t), g(t)$  está dada por  $f * g = \int_{-\infty}^{\infty} f(t - t') g(t') dt'$  [6].

<sup>4</sup>El teorema de la convolución es  $\mathcal{F}[f * g] = \mathcal{F}[f] \mathcal{F}[g]$ , donde  $\mathcal{F}$  es la transformada de Fourier de una función. En esta tesis se considera la convención de la transformada de Fourier como [6]

$$f(\omega) = \mathcal{F}[f(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{i\omega t} dt,$$

$$f(t) = \mathcal{F}^{-1}[f(\omega)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(\omega) e^{i\omega t} d\omega.$$

Así, en el espacio de frecuencias la respuesta del medio queda completamente caracterizada por una función dieléctrica dependiente de la frecuencia.

En ausencia de fuentes externas ( $\rho_{\text{tot}} = 0, \mathbf{J}_{\text{tot}} = \mathbf{0}$ ) y en un medio lineal, homogéneo e isótropo, las ecuaciones de Maxwell (1.1) pueden desacoplarse y, al aplicar la transformada de Fourier, se obtienen las ecuaciones de Helmholtz para  $\mathbf{E}$  y para  $\mathbf{B}$  [4]

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0 \quad \text{y} \quad \nabla^2 \mathbf{B} + k^2 \mathbf{B} = 0. \quad (1.7)$$

Una posible solución son las ondas planas, en las que los campos son uniformes en cada plano perpendicular a la dirección de propagación [2]

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \quad \text{y} \quad \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{B}_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}, \quad (1.8)$$

donde  $\mathbf{E}_0$  y  $\mathbf{B}_0$  corresponden a las amplitudes de los campos,  $\omega$  es la frecuencia angular de la onda y  $\mathbf{k}$  el vector de onda. Para que las Ecs. (1.8) satisfagan las Ecs. (1.7), se tiene que cumplir la relación de dispersión de una onda plana dada por el número de onda  $k = \sqrt{\mu\epsilon} \omega$ , donde  $\epsilon$  y  $\mu$  corresponden a la permitividad eléctrica y la permeabilidad magnética del medio y son en general, funciones complejas dependientes de  $\omega$  [4]. La relación de dispersión se puede reescribir en términos del índice de refracción del material dado por [4]

$$n(\omega) = \sqrt{\frac{\epsilon(\omega)\mu(\omega)}{\epsilon_0\mu_0}}, \quad (1.9)$$

con lo que se obtiene

$$k(\omega) = \frac{\omega n(\omega)}{c}, \quad (1.10)$$

donde  $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$  es la velocidad de la luz en el vacío.

El flujo de energía que transporta una onda electromagnética en la dirección de propagación se describe mediante el vector de Poynting  $\mathbf{S}$  [4]

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} (\mathbf{E} \times \mathbf{B}). \quad (1.11)$$

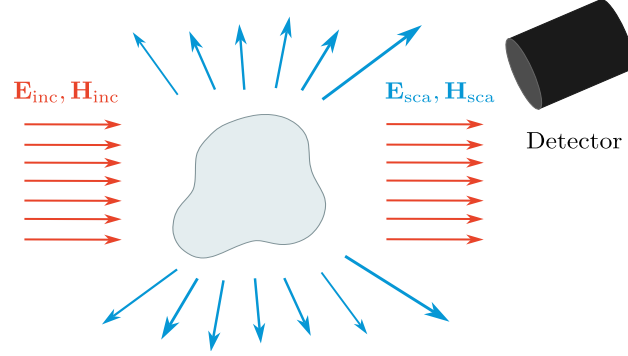
El vector de Poynting tiene unidades de energía por unidad de área y por unidad de tiempo. Para una onda armónica,  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{B}$  oscilan en el tiempo, de modo que  $\mathbf{S}$  también varía en el tiempo, por lo que se emplea el vector de Poynting promedio [7]

$$\langle \mathbf{S} \rangle_t = (1/2) \text{Re}[\mathbf{E} \times (\mathbf{B}/\mu)^*], \quad (1.12)$$

donde  $*$  denota la operación complejo conjugado.

## 1.2. Secciones transversales

La interacción luz–materia puede describirse clásicamente mediante dos procesos fundamentales: la absorción y el esparcimiento, cuyo efecto conjunto se denomina extinción del campo incidente [7]. Experimentalmente, estos fenómenos se evidencian al comparar la potencia medida por un detector con y sin la presencia de una partícula iluminada por un campo electromagnético incidente ( $\mathbf{E}_{\text{inc}}, \mathbf{H}_{\text{inc}}$ ), la cual puede generar un campo electromagnético esparcido ( $\mathbf{E}_{\text{sca}}, \mathbf{H}_{\text{sca}}$ ) como se muestra en la Fig. 1.1 [7]. Para cuantificar este efecto de manera macroscópica, en



**Fig. 1.1:** Diagrama del problema de esparcimiento. El campo electromagnético ( $\mathbf{E}_{\text{inc}}, \mathbf{H}_{\text{inc}}$ ) incide sobre una partícula arbitraria, produciendo el campo electromagnético esparcido ( $\mathbf{E}_{\text{sca}}, \mathbf{H}_{\text{sca}}$ ).

esta sección se introducen las secciones transversales de extinción, absorción y esparcimiento, las cuales son cantidades macroscópicas medibles que proporcionan información sobre el sistema [7]. Para esto, se considera a la partícula embebida en un medio no absorbente e iluminada por una onda plana [7]. Teniendo en cuenta lo anterior, la energía transportada por los campos electromagnéticos y que es absorbida por la partícula  $W_{\text{abs}}$ , se calcula al integrar el promedio temporal del vector de Poynting  $\langle \mathbf{S} \rangle_t$  sobre una superficie cerrada  $A$ , lo suficientemente grande para encontrarse en el campo lejano y que, por simplicidad, se considera una esfera de radio  $r$  que encierra a la partícula, como se muestra en la Fig. 1.2, es decir,

$$W_{\text{abs}} = - \int_A \langle \mathbf{S} \rangle_t \cdot \hat{\mathbf{e}}_r \, dA, \quad (1.13)$$

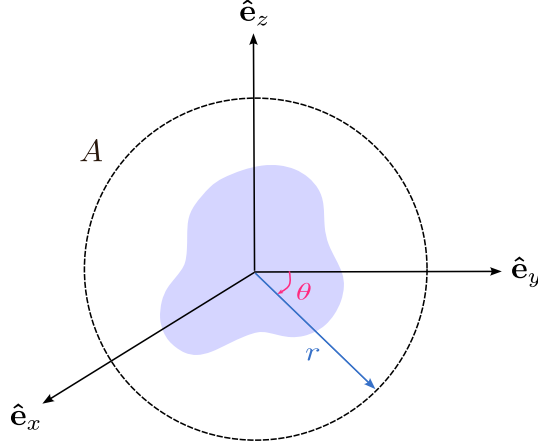
donde, debido a que  $\langle \mathbf{S} \rangle_t$  y  $\hat{\mathbf{e}}_r$  están orientados en la misma dirección, el signo negativo asegura que  $W_{\text{abs}}$  sea positiva, pues de otro modo el resultado indicaría generación neta de energía dentro de la esfera [7]. Al descomponer el vector de Poynting total en tres contribuciones [7]

$$\langle \mathbf{S}^{\text{inc}} \rangle_t = \frac{1}{2} \text{Re} \{ \mathbf{E}_{\text{inc}} \times \mathbf{H}_{\text{inc}}^* \}, \quad (1.14a)$$

$$\langle \mathbf{S}^{\text{sca}} \rangle_t = \frac{1}{2} \text{Re} \{ \mathbf{E}_{\text{sca}} \times \mathbf{H}_{\text{sca}}^* \}, \quad (1.14b)$$

$$\langle \mathbf{S}^{\text{ext}} \rangle_t = \frac{1}{2} \text{Re} \{ \mathbf{E}_{\text{inc}} \times \mathbf{H}_{\text{sca}}^* + \mathbf{E}_{\text{sca}} \times \mathbf{H}_{\text{inc}}^* \}, \quad (1.14c)$$

donde los superíndices se refieren al campo incidente, al campo esparcido y a la interacción entre



**Fig. 1.2:** Esquema de la superficie de integración  $A$  como una esfera de radio  $r$  centrada en el origen y que encierra a una partícula.

los dos anteriores, respectivamente, y  $\text{Re}\{\cdot\}$  denota la parte real de un número complejo, se obtiene al integrar que  $W_{\text{abs}} = W_{\text{inc}} - W_{\text{sca}} + W_{\text{ext}}$ , donde [7]

$$W_{\text{inc}} = - \int_A \langle \mathbf{S}^{\text{inc}} \rangle_t \cdot \hat{\mathbf{e}}_r \, dA, \quad (1.15a)$$

$$W_{\text{sca}} = \int_A \langle \mathbf{S}^{\text{sca}} \rangle_t \cdot \hat{\mathbf{e}}_r \, dA, \quad (1.15b)$$

$$W_{\text{ext}} = - \int_A \langle \mathbf{S}^{\text{ext}} \rangle_t \cdot \hat{\mathbf{e}}_r \, dA. \quad (1.15c)$$

Los signos de las Ecs. (1.15) están colocados de forma que sean cantidades positivas considerando las direcciones de los vectores de Poynting y de  $\hat{\mathbf{e}}_r$ . En particular, para un medio no absorbente, la energía que cruza la esfera es la misma que la que entra, por lo que  $W_{\text{inc}}$  se anula, entonces

$$W_{\text{ext}} = W_{\text{abs}} + W_{\text{sca}}. \quad (1.16)$$

En un medio no absorbente,  $W_{\text{abs}}$  es independiente del radio  $r$  de la superficie de integración. Por ello, puede elegirse  $r$  suficientemente grande para situarse en la región de campo lejano, donde la contribución dominante del campo esparcido es la dipolar. En estas condiciones, una partícula iluminada por un campo incidente  $\mathbf{E}_{\text{inc}} = E \hat{\mathbf{e}}_x$ , con  $\mathbf{H}_{\text{inc}} = (1/\mu\omega) \mathbf{k} \times \mathbf{E}_{\text{inc}}$ , se describe mediante un momento dipolar inducido  $\mathbf{p}$  con polarizabilidad  $\alpha$ . Debido a lo anterior, el campo esparcido puede escribirse como una onda plana de frecuencia angular  $\omega$  dada por [7]

$$\mathbf{E}_p = \frac{e^{ikr}}{-ikr} \mathbf{X} E_0 \quad \text{y} \quad \mathbf{H}_p = \frac{k}{\omega\mu} \hat{\mathbf{e}}_r \times \mathbf{E}_p, \quad (1.17)$$

donde  $\mathbf{X}$  es el vector de amplitud de esparcimiento

$$\mathbf{X} = \frac{ik^3}{4\pi} \alpha [\hat{\mathbf{e}}_r \times (\hat{\mathbf{e}}_r \times \hat{\mathbf{e}}_x)] = \frac{ik^3}{4\pi} \alpha (-\cos\theta \cos\phi \hat{\mathbf{e}}_\theta + \sin\phi \hat{\mathbf{e}}_\phi)^5. \quad (1.18)$$

---

<sup>5</sup>Donde se reescribió a  $\hat{\mathbf{e}}_x$  en términos de la base de vectores esféricos como  $\hat{\mathbf{e}}_x = \sin\theta \cos\phi \hat{\mathbf{e}}_r + \cos\theta \cos\phi \hat{\mathbf{e}}_\theta - \sin\phi \hat{\mathbf{e}}_\phi$

## 1. ESPARCIMIENTO DE LUZ POR PARTÍCULAS

---

Con lo anterior,  $W_{\text{ext}}$  es [7]

$$W_{\text{ext}} = I_{\text{inc}} \frac{4\pi}{k^2} \text{Re}\{(\mathbf{X} \cdot \hat{\mathbf{e}}_x)_{\theta=0}\}$$

y además,  $I_{\text{inc}}$  es la irradiancia de la onda incidente, que corresponde a la magnitud del vector de Poynting, y por consiguiente<sup>6</sup>,

$$C_{\text{ext}} = \frac{W_{\text{ext}}}{I_{\text{inc}}} = \frac{4\pi}{k^2} \text{Re}\{(\mathbf{X} \cdot \hat{\mathbf{e}}_x)_{\theta=0}\}, \quad (1.19)$$

que es la sección transversal de extinción y que posee dimensiones de área. Al sustituir las Ecs. (1.17) en la Ec. (1.15b) se obtiene

$$C_{\text{sca}} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{|\mathbf{X}|^2}{k^2} \sin \theta \, d\theta \, d\phi. \quad (1.20)$$

Finalmente, la Ec. (1.16) puede ser reescrita como [7]

$$C_{\text{ext}} = C_{\text{abs}} + C_{\text{sca}}, \quad (1.21)$$

donde  $C_{\text{abs}} = W_{\text{abs}}/I_{\text{inc}}$  y  $C_{\text{sca}} = W_{\text{sca}}/I_{\text{inc}}$  corresponden a las secciones transversales de absorción y esparcimiento, respectivamente. Las Ecs. (1.19)–(1.21) son propiedades macroscópicas y medibles que proveen información sobre la energía absorbida y esparcida por una partícula [7].

### 1.3. Relaciones de Kramers-Kronig

El estudio experimental de las propiedades ópticas lineales no siempre permite determinar por completo las características ópticas de una muestra [8]. No obstante, el principio de causalidad en la respuesta óptica de cualquier material permite extraer información adicional a partir de los datos experimentales [8]. A partir de la aplicación del principio de causalidad y de la analiticidad de una función óptica lineal compleja, como la susceptibilidad, la función dieléctrica, el índice de refracción o la reflectividad, se deducen las relaciones de Kramers-Kronig (KK), las cuales describen la conexión entre las partes real e imaginaria de una función óptica lineal compleja [8]. Para deducir las relaciones de KK se considera un material homogéneo e isótropo caracterizado por una función óptica lineal compleja, que en este caso será la función dieléctrica, así como un espacio de frecuencias complejo.

La transformada de Fourier temporal para  $\mathbf{D}$  está dada por [4]

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{D}(\mathbf{r}, t') e^{i\omega t'} dt', \quad (1.22)$$

---

<sup>6</sup>Debido al teorema óptico, la extinción sólo depende de la amplitud de esparcimiento en la dirección de propagación y es el efecto combinado de la absorción en la partícula y el esparcimiento por la partícula en todas las direcciones [7].

mientras que la transformada de Fourier inversa es

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{D}(\mathbf{r}, \omega) e^{-i\omega t} d\omega. \quad (1.23)$$

Al sustituir la Ec. (1.6) en la Ec. (1.23), se obtiene

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon(\omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) e^{-i\omega t} d\omega, \quad (1.24)$$

y al sustituir la transformada de Fourier de  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ , se tiene que

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t'} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t') dt'. \quad (1.25)$$

Considerando que los órdenes de integración se pueden intercambiar, dado que la integración se realiza en el mismo intervalo  $(-\infty, \infty)$ , la Ec. (1.25) se reescribe como

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon(\omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t') e^{i\omega(t-t')} d\omega dt'. \quad (1.26)$$

Al realizar el cambio de variable  $\tau = t - t'$  y emplear la función constante<sup>7</sup>

$$\mathcal{F}[1] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega\tau} d\omega = \delta(\tau), \quad (1.27)$$

se reescribe al campo eléctrico como

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t - \tau) \delta(\tau) d\tau = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t - \tau) e^{-i\omega\tau} d\omega d\tau. \quad (1.28)$$

De forma que al sumar  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) - \mathbf{E}(\mathbf{r}, t')$  y multiplicar por  $\varepsilon_0/\varepsilon_0$  a la Ec. (1.25), simplificando se obtiene

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \left[ \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \int_{-\infty}^{\infty} G(\tau) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t - \tau) d\tau \right], \quad (1.29)$$

donde  $G(\tau)$  es [4]

$$G(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\varepsilon(\omega)}{\varepsilon_0} - 1 \right] e^{-i\omega\tau} d\omega, \quad (1.30)$$

con  $\varepsilon(\omega)/\varepsilon_0$  la permitividad eléctrica relativa. Al aplicar la transformada de Fourier a la Ec. (1.30), se obtiene una expresión para la permitividad eléctrica relativa

$$\frac{\varepsilon(\omega)}{\varepsilon_0} = 1 + \int_{-\infty}^{\infty} G(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau. \quad (1.31)$$

Las Ecs. (1.29) y (1.30) muestran que el campo de desplazamiento eléctrico al tiempo  $t$  depende del campo eléctrico en todos los demás tiempos  $t'$ . A esta característica, se le conoce como la no localidad temporal entre  $\mathbf{D}$  y  $\mathbf{E}$  [4].

---

<sup>7</sup> $\delta(\tau)$  es la función delta de Dirac, que cumple con  $\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \delta(\tau) d\tau = f(0)$  [6].

## 1. ESPARCIMIENTO DE LUZ POR PARTÍCULAS

De modo que las Ecs. (1.29) y (1.31) sean causales, es necesario imponer condiciones que garanticen que la Ec. (1.30) se anule para  $\tau < 0$ , lo que se traduce en que al tiempo  $t$ , únicamente valores del campo eléctrico previos a ese tiempo determinan el vector de desplazamiento eléctrico [4]. De esta forma, las Ecs. (1.29) y (1.31) se reescriben como

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \left[ \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \int_0^\infty G(\tau) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t - \tau) d\tau \right], \quad (1.32a)$$

$$\frac{\varepsilon(\omega)}{\varepsilon_0} - 1 = \int_0^\infty G(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau. \quad (1.32b)$$

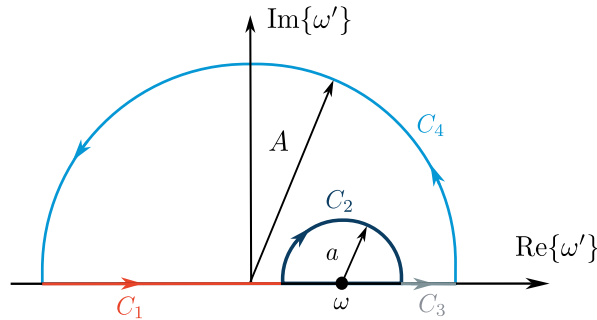
Dado que  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{D}$  son funciones reales,  $G(\tau)$  también lo es. Si se considera a la Ec. (1.32b) como una representación de  $\varepsilon(\omega')/\varepsilon_0$  en el plano complejo, entonces la Ec. (1.32b) es analítica en el semiplano superior complejo siempre que  $G(\tau)$  sea finita para toda  $\tau$  [4]. Para que dicha analiticidad se extienda hasta el eje real, es necesario imponer la condición  $G(\tau) \rightarrow 0$  cuando  $\tau \rightarrow \infty$  [4]<sup>8</sup>. Como  $\varepsilon(\omega')/\varepsilon_0 - 1$  es una función analítica en el semiplano superior complejo incluyendo el eje real, la función  $[\varepsilon(\omega')/\varepsilon_0 - 1]/(\omega' - \omega)$  también lo es, salvo por la singularidad en  $\omega' = \omega$ . De acuerdo con el teorema integral de Cauchy<sup>9</sup>, para un contorno cerrado  $C$  que no encierre  $\omega_0$  se cumple [6]

$$\oint_C \frac{[\varepsilon(\omega')/\varepsilon_0 - 1]}{\omega' - \omega} d\omega' = 0. \quad (1.33)$$

Para determinar el contorno apropiado de modo que se pueda emplear la Ec. (1.33), se considera a  $\omega$  un punto sobre el eje real y a  $C$  la unión de cuatro curvas con representaciones paramétricas como se muestra en la Fig. 1.3 y que están dadas por [7]

$$\begin{aligned} C_1 : \omega' &= \Omega, & -A \leq \Omega \leq \omega - a, \\ C_2 : \omega' &= \omega - ae^{-i\Omega}, & 0 \leq \Omega \leq \pi, \\ C_3 : \omega' &= \Omega, & \omega + a \leq \Omega \leq A, \\ C_4 : \omega' &= Ae^{i\Omega}, & 0 \leq \Omega \leq \pi. \end{aligned}$$

Así, la Ec. (1.33) se reescribe como



**Fig. 1.3:** Contorno de integración  $C$  conformado por cuatro curvas.

<sup>8</sup>Esto se cumple para dieléctricos; en conductores, en cambio, se tiene que  $G(\tau) \rightarrow \sigma/\varepsilon_0$  cuando  $\tau \rightarrow \infty$  [4].

<sup>9</sup>El teorema integral de Cauchy establece que si una función  $f(z)$  es analítica dentro y sobre un contorno cerrado  $C$ , entonces  $\oint_C f(z)/(z - z_0) dz = 0$  [6].



$$\begin{aligned} \int_A^{\omega-a} \frac{[\varepsilon(\Omega)/\varepsilon_0 - 1]}{\Omega - \omega} d\Omega + \int_{\omega+a}^A \frac{[\varepsilon(\Omega)/\varepsilon_0 - 1]}{\Omega - \omega} d\Omega + \\ + \int_0^\pi \frac{iA e^{i\Omega} [\varepsilon(A e^{i\Omega})/\varepsilon_0 - 1]}{A e^{i\Omega} - \omega} d\Omega - \int_0^\pi i [\varepsilon(\omega - a e^{-i\Omega})/\varepsilon_0 - 1] d\Omega = 0. \end{aligned}$$

Integrando por partes la Ec. (1.32b), se obtiene

$$\frac{\varepsilon(\omega)}{\varepsilon_0} - 1 = \frac{iG(0)}{\omega} - \frac{G'(0)}{\omega^2} + \frac{iG''(0)}{\omega^3} + \dots,$$

donde se empleó que  $G(\tau) \rightarrow 0$  cuando  $\tau \rightarrow \infty$ . Además, dado que  $G(\tau)$  es causal,  $G(0) = 0$ ; por lo que el primer término se anula al igual que los términos que decaen más rápido que  $1/\omega^2$  a frecuencias altas. Con ello, por el lema de Jordan<sup>10</sup>, la integral sobre el segmento  $C_4$  es 0 [7]. Por otro lado, al considerar el límite de  $a \rightarrow 0$ , la integral sobre  $C_2$  es  $i\pi[\varepsilon(\Omega)/\varepsilon_0 - 1]$  [4]. Finalmente, las integrales sobre los segmentos  $C_1$  y  $C_3$  equivalen a

$$\int_A^{\omega-a} \frac{[\varepsilon(\Omega)/\varepsilon_0 - 1]}{\Omega - \omega} d\Omega + \int_{\omega+a}^A \frac{[\varepsilon(\Omega)/\varepsilon_0 - 1]}{\Omega - \omega} d\Omega = \text{PV} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{[\varepsilon(\Omega)/\varepsilon_0 - 1]}{\Omega - \omega} d\Omega \quad (1.34)$$

donde P.V. denota el valor principal de la integral [6]. Por lo tanto, se obtiene

$$\text{P.V.} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{[\varepsilon(\omega')/\varepsilon_0 - 1]}{\omega' - \omega} d\omega' = i\pi[\varepsilon(\omega)/\varepsilon_0 - 1]. \quad (1.35)$$

Al separar la Ec. (1.35) en parte real e imaginaria, se obtienen las relaciones de Kramers-Kronig

$$\frac{\varepsilon'(\omega)}{\varepsilon_0} = 1 + \frac{1}{\pi} \text{P.V.} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varepsilon''(\omega')/\varepsilon_0}{\omega' - \omega} d\omega' \quad (1.36)$$

$$\frac{\varepsilon''(\omega)}{\varepsilon_0} = -\frac{1}{\pi} \text{P.V.} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{[\varepsilon'(\omega')/\varepsilon_0 - 1]}{\omega' - \omega} d\omega'. \quad (1.37)$$

Dada la Ec. (1.32b), se deduce que  $\varepsilon(-\omega)/\varepsilon_0 = \varepsilon^*(\omega^*)/\varepsilon_0$ . Esta propiedad de simetría permite reescribir las Ecs. (1.36) y (1.37) en frecuencias positivas como

$$\frac{\varepsilon'(\omega)}{\varepsilon_0} = 1 + \frac{2}{\pi} \text{P.V.} \int_0^\infty \frac{\varepsilon''(\omega')/\varepsilon_0}{\omega' - \omega} d\omega' \quad (1.38a)$$

$$\frac{\varepsilon''(\omega)}{\varepsilon_0} = -\frac{2\omega}{\pi} \text{P.V.} \int_0^\infty \frac{[\varepsilon'(\omega')/\varepsilon_0 - 1]}{\omega' - \omega} d\omega'. \quad (1.38b)$$

<sup>10</sup>El lema de Jordan establece que



# Eritrocitos y sus patologías

---

## 2.1. What I got

Los eritrocitos son



# Método de elemento finito

---

It is recommended to write a summary about the contents of this chapter as an introduction to them.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

## 3.1. Convergencia

If you want to frame some equations because you consider them important, use the **tcolorbox** command. Also, you may use the **subequations** command sometimes. For example with the Maxwell's equations [griffiths2013electrodynamics]:

and if you want them to appear in the analytical index just use the **index** command `\index{ }`.

If you want to show two equations in only one row, use the macros `\eqhalf`, for example [hecht1998optics] , for the Fourier transform <sup>1</sup> or the Helmholtz equation for **E** y

---

<sup>1</sup>  $\mathcal{F}[f(\mathbf{r}, \omega)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(\mathbf{r}, t) e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} dt$ , con **k** una función de  $\omega$ . La transformada de Fourier inversa es entonces  $\mathcal{F}^{-1}[f(\mathbf{r}, t)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(\mathbf{r}, \omega) e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} d\omega$ .

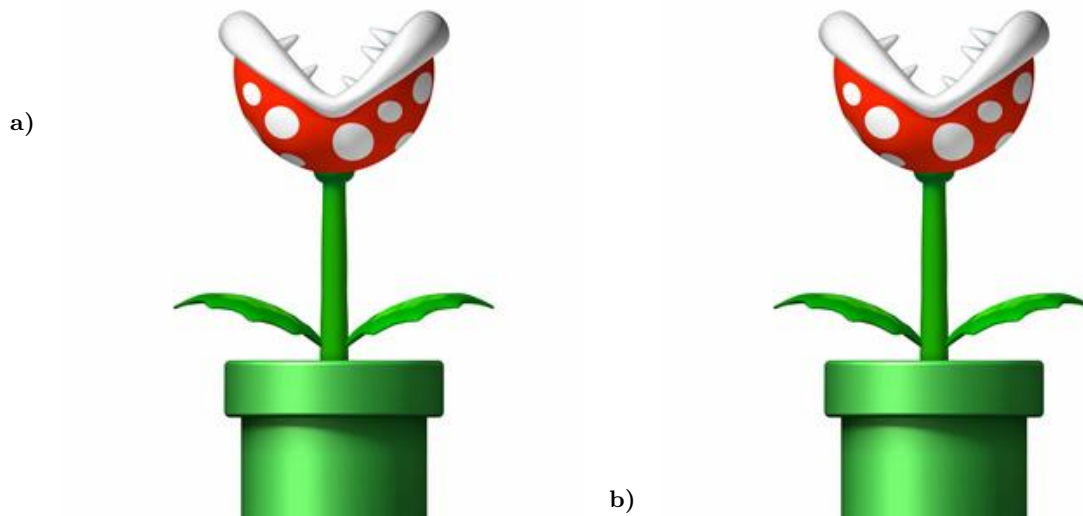
#### B [griffiths2013electrodynamics]

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

#### Índice de refracción

$$n(\omega) = \sqrt{\frac{\mu\varepsilon(\omega)}{\varepsilon_0\mu_0}}. \quad (3.1)$$

For the figures, you can use this format:



**Fig. 3.1:** The explanation of your figures. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum

turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.





# Resultados

---

Make a short summary of the content of the thesis [**reyes2018analytical**, **pena-gomar2006coherent**, **barrera1991optical**, **garcia2012multiple**] and then your conclusions. Also explain your future steps on this project

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.



## Conclusiones

---

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.



## What I couldn't get into the main part

---

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

# Bibliografía

---

- [1] A. Zangwill. *Modern electrodynamics*. Cambridge University Press, 2013. (Visitado 14-08-2025) (citado en la pág. 3).
- [2] D. J. Griffiths. *Introduction to electrodynamics*. Cambridge University Press, 2023. (Visitado 14-08-2025) (citado en las págs. 3-5).
- [3] L. Novotny y B. Hecht. *Principles of nano-optics*. Cambridge university press, 2012. (Visitado 14-08-2025) (citado en la pág. 4).
- [4] J. D. Jackson. *Classical electrodynamics*. John Wiley & Sons, 2021. (Visitado 14-08-2025) (citado en las págs. 4, 5, 8-11).
- [5] General Properties of Electromagnetic Response Functions. En *Modern Problems in Condensed Matter Sciences*. Volumen 24, páginas 41-85. Elsevier, 1989. DOI: [10.1016/B978-0-444-87366-8.50008-4](#). ISSN: 0167-7837 (citado en la pág. 4).
- [6] G. B. Arfken, H. J. Weber y F. E. Harris. *Mathematical methods for physicists: a comprehensive guide*. Academic press, 2011. (Visitado 14-08-2025) (citado en las págs. 4, 9-11).
- [7] C. F. Bohren y D. R. Huffman. *Absorption and scattering of light by small particles*. John Wiley & Sons, 2008 (citado en las págs. 4-8, 10, 11).
- [8] Kramers-Kronig Relations and Sum Rules in Linear Optics. en. En *Kramers-Kronig Relations in Optical Materials Research*. Volumen 110, páginas 27-48. Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg, 2005. DOI: [10.1007/3-540-27316-6\\_4](#). Series Title: Springer Series in Optical Sciences (citado en la pág. 8).