

Lista de exercícios teóricos 1

1. Utilizando as definições de notação assintótica resolva.

a) $3 \cdot n^3 + 20 \cdot n^2 + 5$

b) $3 \cdot \log n + 5$

c) $2 \cdot n + 2$

d) $n^{\log_2 3} + n \cdot (\log(n))^{100}$

e) $n! + n^n$

f) $n^4 + n^{3 \cdot \log_2 3}$

2. Prove se as afirmativas abaixo são verdadeiras ou falsas por indução:

a) $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$

b) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}$

c) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2 \cdot (n+1)^2}{4}$

d) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + 3 + \dots + n)^2$

e) $(3^{4n} - 1) | 80 \equiv 0$

f) $(3^{2n} + 7) | 8 \equiv 0$

g) $(4^n + 6n - 1) | 9 \equiv 0$

3. Dos algoritmos abaixo, escolha um e faça: pseudocódigo, corretude, complexidade temporal e espacial.

a) Algoritmo de Huffman.

b) Algoritmo de Dijkstra.

c) Algoritmo de Prim.

d) Algoritmo de Kruskal.

e) Algoritmo de Ford-Fulkerson.

4. Faça um pseudocódigo que encontre a n-ésima raiz x em $O(\log(n) \cdot \log(x))$. Prove que seu algoritmo realmente tem a complexidade pedida.

5. Escolha cinco recorrências para cada método de resolução de funções de recorrência.

a) $T(n) = T(\frac{n}{2}) + 3$

b) $T(n) = 9T(\frac{n}{3}) + n$

c) $T(n) = 3T(\frac{n}{2}) + n^2$

d) $T(n) = 4T(\frac{n}{2}) + n^2$

e) $T(n) = 2^n T(\frac{n}{2}) + n^n$

f) $T(n) = 16T(\frac{n}{4}) + n!$

g) $T(n) = 4T(\frac{n}{2}) + \frac{n}{\lg(n)}$

h) $T(n) = 4T(\frac{n}{3}) + n$

i) $T(n) = T(n-1) + T(n-2)$

j) $T(n) = T(n-2) + n^3$

k) $T(n) = 8T(\frac{n}{2}) + n^2$

l) $T(n) = 7T(\frac{n}{2}) + n^2$

m) $T(n) = 2T(\frac{n}{n}) + 2$