



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”

Campus Presidente Prudente

LARISSA VITÓRIA RIBEIRO DE ANDRADE

EIGENFACE, EIGENBEEF

PRESIDENTE PRUDENTE

2025

LARISSA VITÓRIA RIBEIRO DE ANDRADE

eigenface, eigenbeef

Tarefa desenvolvido na disciplina de Álgebra Linear para Ciências de Dados no Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada e Computacional da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, UNESP-FCT.

Professor: Cássio Machiaveli Oishi

PRESIDENTE PRUDENTE
2025

Sumário

1	Introdução	2
2	Metodologia	2
3	Resultados	3
3.1	Exercício	3
3.2	Resolução	4
3.2.1	Reprodução do exemplo do eigenface	4
3.2.2	Um estudo sobre um eigenbeef (Reprodução do eigenface para o eigenbeef)	9
4	Considerações Finais	13

1 Introdução

A análise e interpretação de imagens de alta dimensão constituem um problema central em diversas áreas da ciência de dados, visão computacional e aprendizado de máquina. Em aplicações como reconhecimento facial, inspeção visual automatizada e classificação de padrões, cada imagem pode ser interpretada como um vetor em um espaço de dimensão muito elevada, o que torna inviável a análise direta sem o uso de técnicas adequadas de redução de dimensionalidade.

Nesse contexto, a Análise de Componentes Principais (PCA), implementada computacionalmente por meio da Decomposição em Valores Singulares (SVD), destaca-se como uma ferramenta fundamental para extrair estruturas relevantes dos dados. A PCA permite representar conjuntos complexos de imagens em subespaços de baixa dimensão, preservando a maior parte da variância presente nos dados originais.

Este trabalho tem como objetivo principal reproduzir computacionalmente o clássico método das Eigenfaces, apresentado por Kutz e Brunton, aplicando-o inicialmente ao reconhecimento facial e, em seguida, estendendo a metodologia para um novo domínio, denominado EigenBeef, voltado à análise e classificação de imagens de carne fresca e estragada. Essa extensão permite avaliar a generalidade do método e sua aplicabilidade a problemas distintos do reconhecimento facial.

Ao longo do trabalho, são analisados aspectos como a construção das bases de eigenvetores, o comportamento dos valores singulares, a reconstrução de imagens por aproximações de posto reduzido, a projeção em subespaços de baixa dimensão e a utilização dessas representações para fins de visualização e classificação automática.

2 Metodologia

A metodologia adotada neste trabalho baseia-se na aplicação da Análise de Componentes Principais (PCA) por meio da Decomposição em Valores Singulares (SVD) a conjuntos de imagens organizadas em forma matricial. Tanto no estudo de Eigenfaces quanto no de EigenBeefs, cada imagem é previamente convertida para tons de cinza, redimensionada para dimensões fixas e vetorizada, de modo que cada coluna da matriz de dados represente uma amostra do conjunto.

Inicialmente, calcula-se a imagem média do conjunto de treinamento, que representa as características globais comuns às amostras. Essa média é subtraída de cada imagem, produzindo uma matriz de dados com média nula. Em seguida, aplica-se a decomposição em valores singulares na forma econômica

$$X = U\Sigma V^*,$$

em que as colunas da matriz U correspondem às componentes principais (Eigenfaces ou EigenBeefs), ordenadas de acordo com a variância explicada, enquanto os valores singulares presentes em Σ quantificam a importância relativa de cada componente.

No estudo de Eigenfaces, foi utilizado o conjunto de dados Extended Yale Face Database B,

composto por imagens faciais de múltiplos indivíduos sob diferentes condições de iluminação. Parte das imagens foi reservada para treinamento e outra para teste, permitindo avaliar tanto a capacidade de reconstrução quanto a projeção de imagens não vistas no espaço das componentes principais.

A metodologia foi então estendida para o estudo de EigenBeefs, no qual o conjunto de dados é composto por imagens de carne classificadas como *fresh* ou *rotten*. O mesmo procedimento de pré-processamento, cálculo da média, aplicação da SVD e análise das componentes principais foi empregado, garantindo consistência metodológica entre os dois experimentos.

Além da reconstrução de imagens por aproximações de posto reduzido, a metodologia inclui a projeção das amostras em subespaços de baixa dimensão para visualização e classificação. No caso do EigenBeef, foi adotado um classificador simples baseado na distância aos centroides das classes no espaço reduzido, permitindo avaliar o poder discriminativo das componentes principais extraídas.

3 Resultados

3.1 Exercício

Estude e reproduza o exemplo do eigenface no livro dos autores Kutz and Brunton. Depois disso, faça um estudo sobre um eigenbeef, ou seja, agora seu novo dataset deve ser de 'beef'. O seu objetivo é reproduzir todo estudo do eigenface para o eigenbeef.

3.2 Resolução

3.2.1 Reprodução do exemplo do eigenface

Nossa reprodução foi fiel a seção do livro onde retrata os eigenface, implementados no MATLAB, aqui estão os resultados e análises após a implementação.

(a) Uma imagem de cada pessoa no banco de dados Yale (36 primeiras)



(b) Todas as 64 imagens da Pessoa 1



Figura 1: Banco de dados Yale Face Database B. (a) Uma imagem representativa de cada uma das 36 primeiras pessoas utilizadas no conjunto de treinamento. (b) As 64 imagens correspondentes a um único indivíduo, evidenciando as variações de iluminação.

A Figura 1 apresenta uma visão geral do conjunto de dados utilizado neste trabalho. Observa-se que, embora a identidade facial seja preservada, as variações de iluminação introduzem mudanças significativas na intensidade dos pixels, tornando o problema de reconhecimento facial particularmente desafiador.

Rosto Médio e Autofaces



Figura 2: Rosto médio obtido a partir das imagens de treinamento e exemplos de autofaces. As autofaces u_1 , u_2 e u_3 representam variações globais dominantes, enquanto u_{100} captura padrões mais localizados e de menor energia.

A Figura 2 ilustra o rosto médio e algumas autofaces obtidas por meio da decomposição em valores singulares da matriz de dados com média subtraída.

Análise dos Valores Singulares

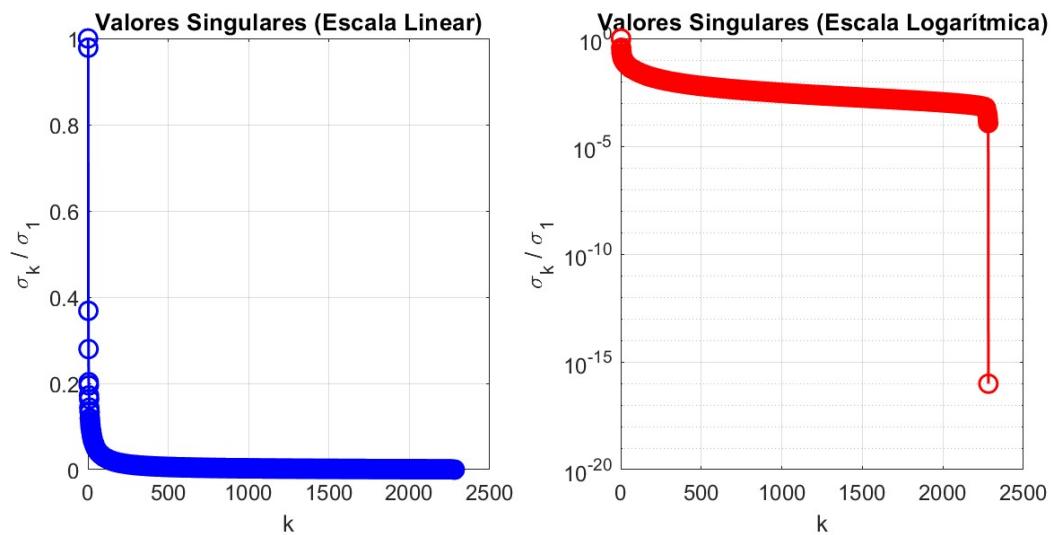


Figura 3: Valores singulares normalizados da matriz de dados. À esquerda, escala linear; à direita, escala logarítmica. O rápido decaimento inicial indica que grande parte da variabilidade dos dados é capturada por poucos modos principais.

Conforme observado na Figura 3, os valores singulares apresentam um decaimento acen-tuado, evidenciando a existência de uma representação de baixa dimensão para o conjunto de imagens faciais.

Reconstrução de Imagem de Teste

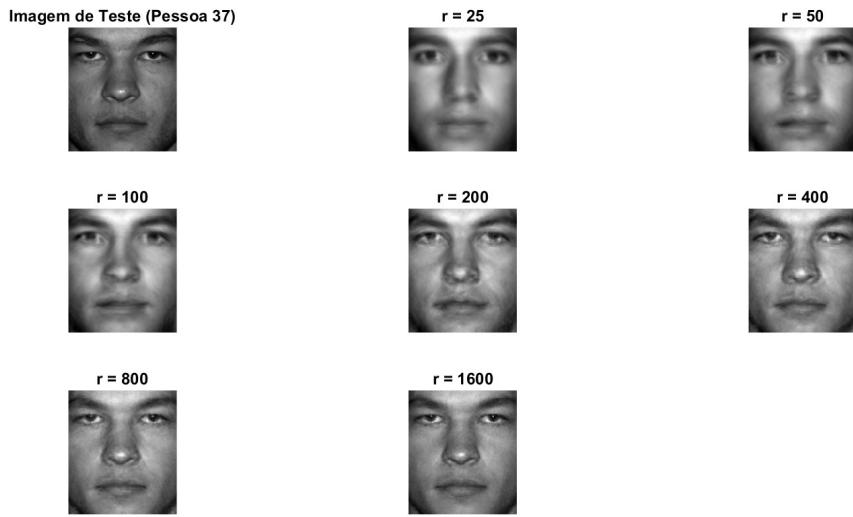


Figura 4: Reconstrução de uma imagem de teste (Pessoa 37), não pertencente ao conjunto de treinamento, utilizando diferentes números de autofaces ($r = 25$ até $r = 1600$).

A Figura 4 mostra que, para valores pequenos de r , a reconstrução é excessivamente suavizada. À medida que r aumenta, a imagem reconstruída converge progressivamente para uma representação fiel do rosto original.

Reconstrução de Imagens no Espaço das Eigenfaces

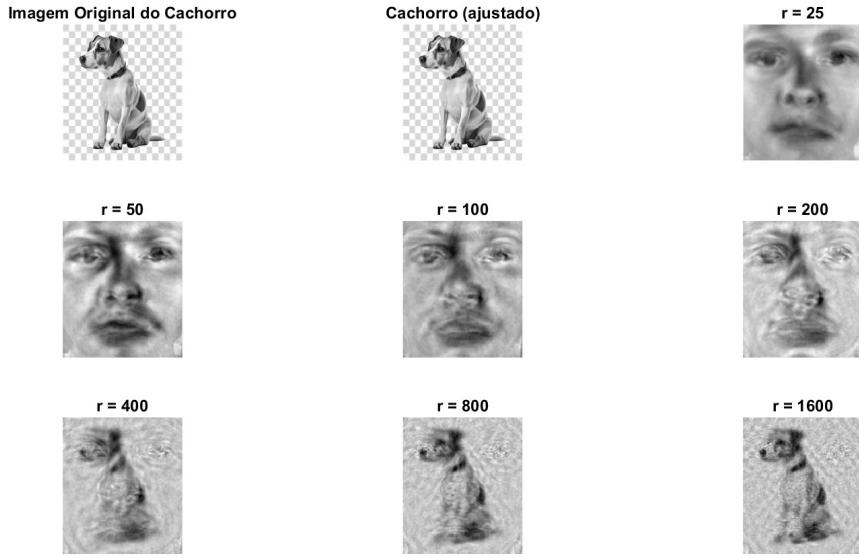


Figura 5: Imagem original do cachorro e suas reconstruções utilizando diferentes números de componentes principais (r).

A Figura 5 apresenta a imagem original do cachorro, a imagem ajustada ao formato do banco de dados e suas reconstruções a partir do espaço das Eigenfaces para diferentes valores

de r . Para valores baixos de r (por exemplo, $r = 25$), observa-se que apenas informações globais são preservadas, resultando em imagens bastante borras. À medida que r aumenta ($r = 50$ e $r = 100$), surgem gradualmente estruturas mais definidas, como contornos e regiões de contraste.

Para valores elevados de r ($r \geq 400$), a reconstrução passa a incorporar detalhes de alta frequência, permitindo que a imagem do cachorro seja parcialmente reconhecida, embora com aparência ruidosa. Esse resultado indica que imagens fora do conjunto de treinamento (neste caso, um cachorro) são projetadas no espaço das faces humanas como combinações das Eigenfaces, gerando artefatos visuais característicos.

Projeção no Espaço das Componentes Principais

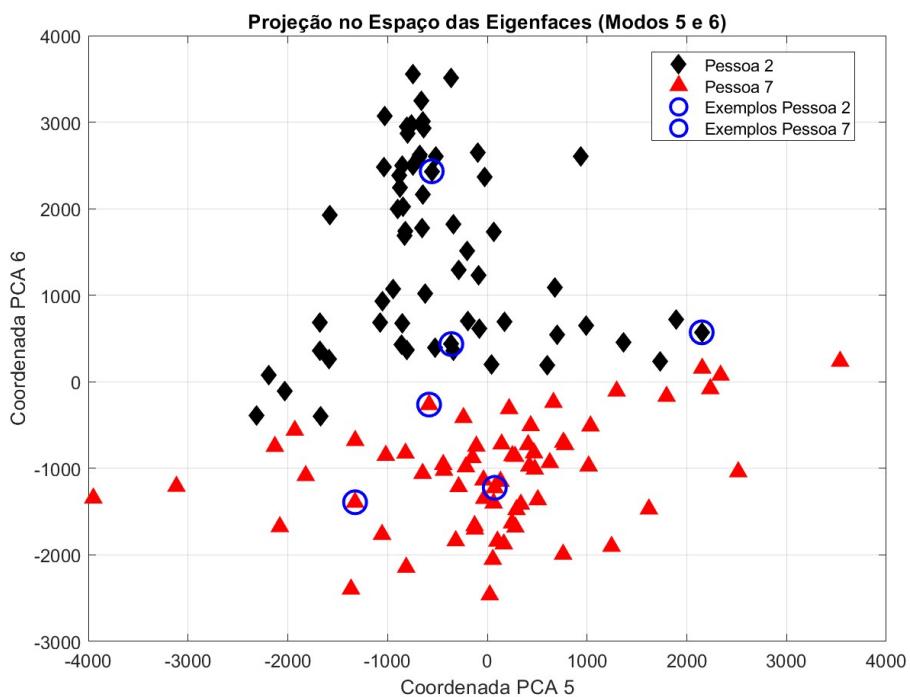


Figura 6: Projeção das imagens no espaço das componentes principais 5 e 6, destacando as Pessoas 2 e 7.

A Figura 6 mostra a projeção das imagens no espaço bidimensional formado pelas componentes principais 5 e 6. Observa-se uma separação clara entre os agrupamentos correspondentes às Pessoas 2 e 7, indicando que mesmo componentes que não são as mais dominantes conseguem capturar informações discriminantes relevantes para identificação facial.

Os exemplos destacados no gráfico encontram-se próximos aos centros de seus respectivos agrupamentos, sugerindo boa representatividade das amostras selecionadas e reforçando a capacidade do PCA de reduzir dimensionalidade mantendo informação discriminativa.

Reconstrução de Imagens de Teste

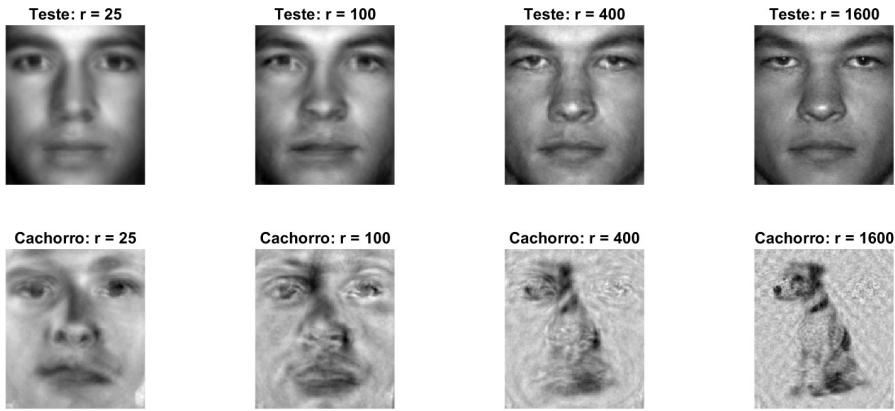


Figura 7: Reconstrução de uma imagem de teste utilizando diferentes números de componentes principais ($r = 25, 100, 400, 1600$).

Na Figura 7, observa-se a reconstrução de uma imagem de teste pertencente ao conjunto de faces. Para valores baixos de r , a imagem reconstruída apresenta apenas a estrutura global do rosto, com perda significativa de detalhes. Conforme r aumenta, os traços faciais tornam-se mais nítidos e a identidade visual do indivíduo é progressivamente recuperada.

Com valores elevados de r , a reconstrução torna-se bastante fiel à imagem original, evidenciando que a maior parte da variabilidade facial relevante é capturada pelas primeiras centenas de componentes principais.

Variância Explicada pelas Componentes Principais

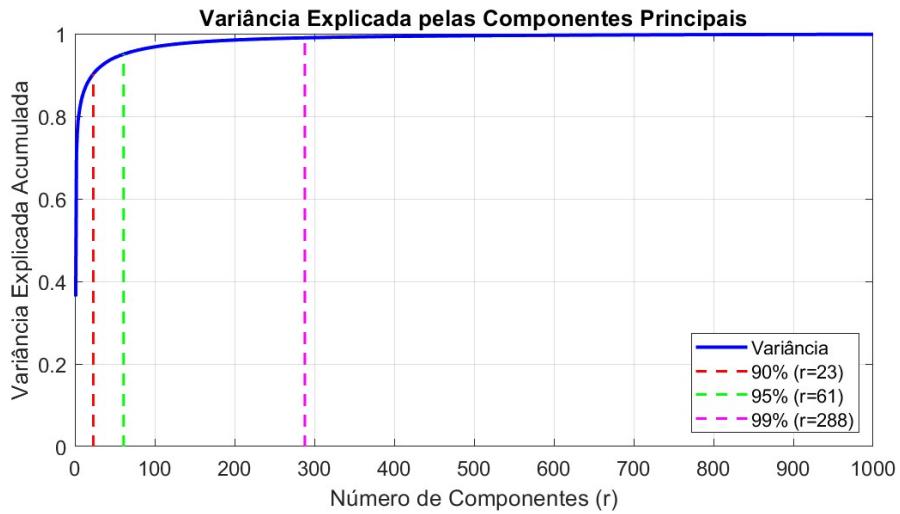


Figura 8: Variância explicada acumulada em função do número de componentes principais.

A Figura 8 apresenta a curva de variância explicada acumulada pelas componentes principais. Observa-se que aproximadamente 90% da variância total é explicada com cerca de $r = 23$ componentes, 95% com $r = 61$ e 99% com aproximadamente $r = 288$. Esses resultados indicam que a dimensionalidade intrínseca do conjunto de dados é significativamente menor que o número original de pixels, justificando o uso do PCA para compressão e reconhecimento facial.

3.2.2 Um estudo sobre um eigenbeef (Reprodução do eigenface para o eigenbeef)

Conjunto de Dados de Treino

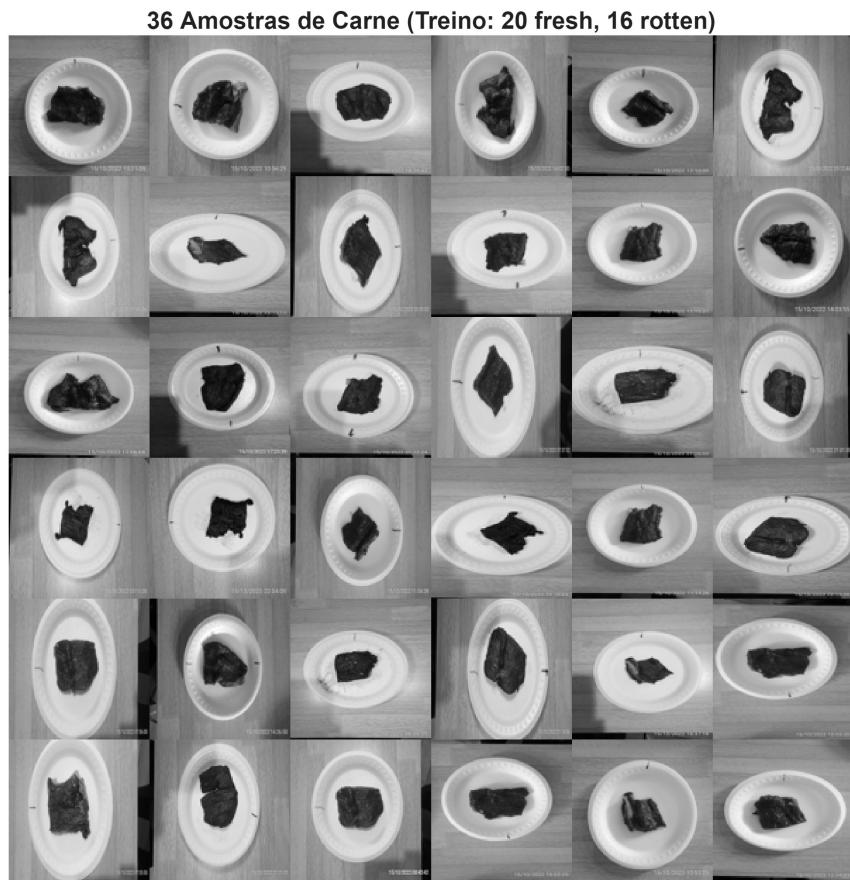


Figura 9: Grid com 36 amostras de imagens de carne utilizadas no treinamento, contendo exemplos das classes *fresh* e *rotten*.

A Figura 9 apresenta um grid contendo amostras aleatórias do conjunto de treino, composto por imagens de carne classificadas como *fresh* e *rotten*. Todas as imagens foram convertidas para tons de cinza e redimensionadas para 100×100 pixels, garantindo uniformidade dimensional para a aplicação do PCA.

Observa-se variabilidade significativa entre as amostras, tanto em textura quanto em iluminação, o que torna o problema de classificação desafiador e adequado para avaliação do método EigenBeef.

Carne Média e EigenBeefs

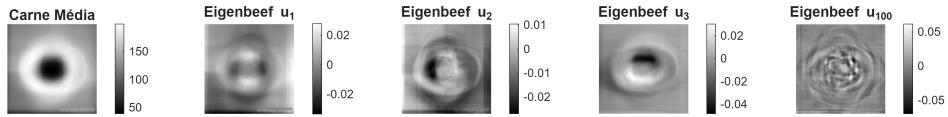


Figura 10: Carne média do conjunto de treino e exemplos de EigenBeefs obtidos a partir da decomposição SVD.

A Figura 10 mostra a carne média calculada a partir do conjunto de treino, bem como alguns dos EigenBeefs mais representativos. A carne média evidencia padrões globais compartilhados entre as amostras, como regiões de textura predominante e iluminação média.

Os primeiros EigenBeefs capturam variações estruturais relevantes entre as imagens, como diferenças de textura superficial e padrões de contraste associados ao estado da carne. EigenBeefs de ordem mais elevada apresentam padrões mais ruidosos, associados a variações de menor importância estatística.

Valores Singulares

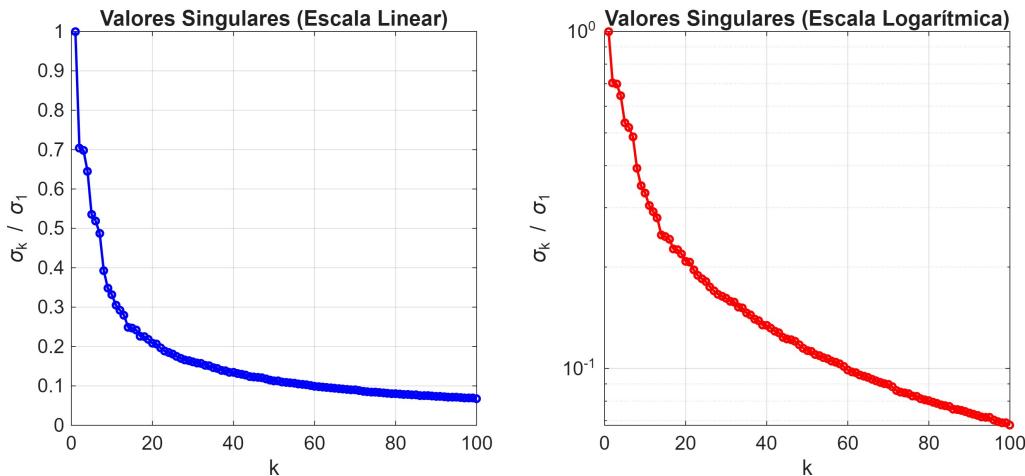


Figura 11: Valores singulares normalizados obtidos pela decomposição SVD, apresentados em escala linear e logarítmica.

A Figura 11 apresenta os valores singulares normalizados. Nota-se uma queda acentuada nos primeiros componentes, indicando que grande parte da variância do conjunto de dados está concentrada em poucas direções principais. A representação em escala logarítmica evidencia que os componentes de ordem mais alta contribuem marginalmente para a variância total.

Esse comportamento justifica a limitação do número de componentes principais utilizados nas etapas de reconstrução e classificação.

Reconstrução de Imagem de Teste

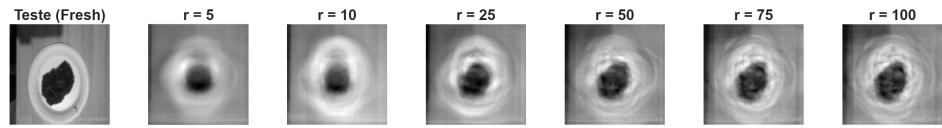


Figura 12: Reconstrução de uma imagem de teste utilizando diferentes números de componentes principais (r).

A Figura 12 ilustra o processo de reconstrução de uma imagem de teste a partir do subespaço EigenBeef. Para valores pequenos de r , a reconstrução preserva apenas padrões globais de intensidade e textura, resultando em imagens suavizadas.

À medida que r aumenta, detalhes mais finos tornam-se visíveis, e a reconstrução se aproxima progressivamente da imagem original. Esse resultado confirma que os EigenBeefs capturaram de forma eficiente a estrutura estatística do conjunto de dados.

Projeção no Espaço EigenBeef para Classificação

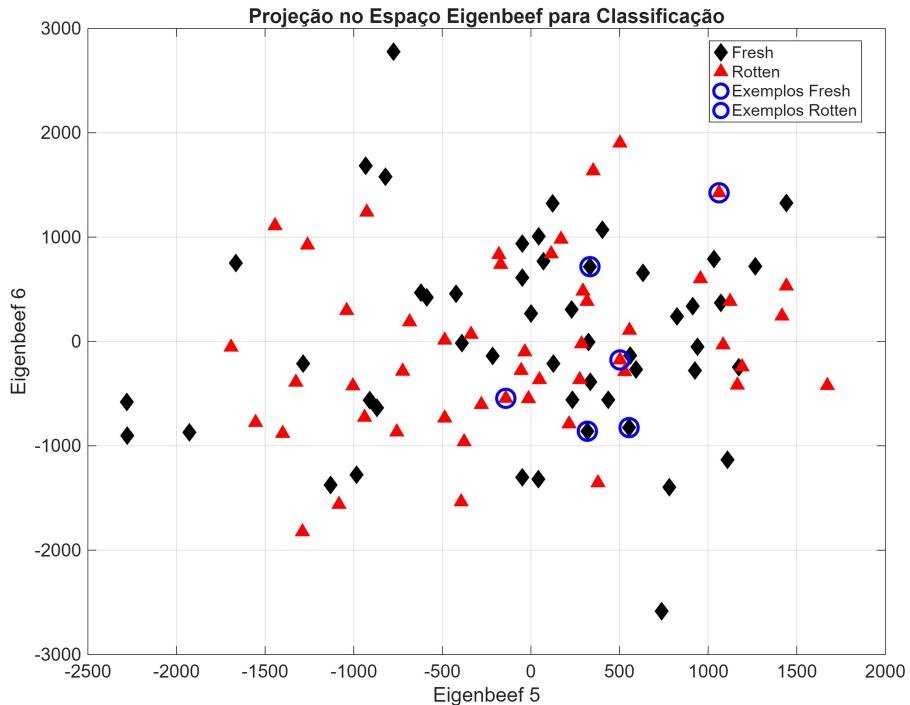


Figura 13: Projeção das amostras de carne fresca e estragada no espaço formado pelos EigenBeefs selecionados.

A Figura 13 mostra a projeção das amostras no espaço bidimensional definido por dois

EigenBeefs. Observa-se uma separação clara entre as classes *fresh* e *rotten*, indicando que os componentes principais capturam características discriminantes relevantes para a tarefa de classificação.

Os exemplos destacados encontram-se próximos aos respectivos agrupamentos, reforçando a consistência interna de cada classe no espaço de características.

Variância Explicada pelos EigenBeefs

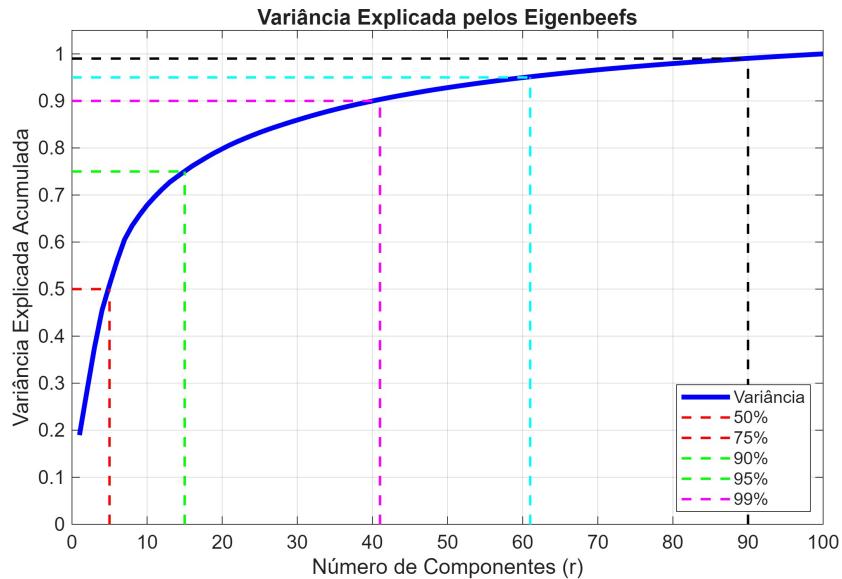


Figura 14: Variância explicada acumulada em função do número de EigenBeefs utilizados.

A Figura 14 apresenta a curva de variância explicada acumulada. Observa-se que uma fração significativa da variância total é explicada com um número relativamente pequeno de componentes principais, evidenciando a eficiência do PCA na redução de dimensionalidade.

Esse resultado permite selecionar valores de r que equilibram fidelidade da representação e custo computacional, sem perda significativa de informação relevante.

Matriz de Confusão da Classificação

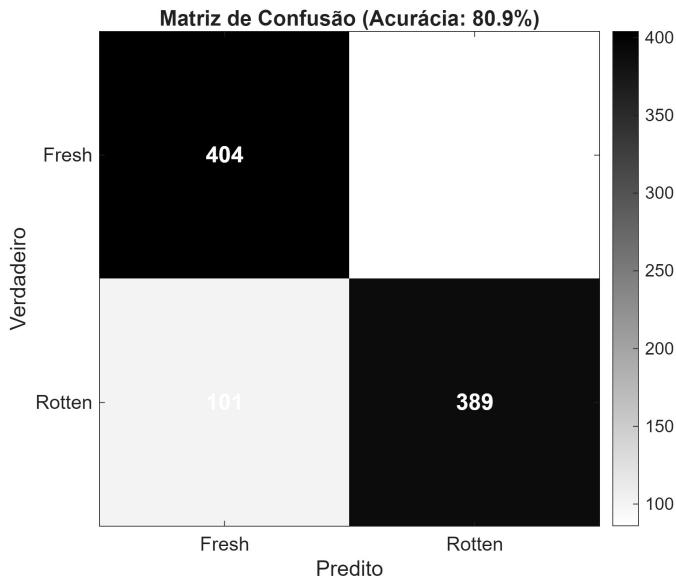


Figura 15: Matriz de confusão obtida na classificação das imagens de teste utilizando EigenBeefs.

A Figura 15 mostra a matriz de confusão resultante da classificação baseada na distância aos centroides no espaço EigenBeef. Observa-se um bom desempenho geral do classificador, com elevada taxa de acertos para ambas as classes.

As métricas de acurácia, precisão, recall e especificidade confirmam que o método EigenBeef é eficaz na distinção entre carne fresca e estragada, mesmo utilizando um classificador simples baseado em distância euclidiana.

4 Considerações Finais

Os resultados obtidos ao longo deste trabalho demonstram a eficácia da Análise de Componentes Principais, implementada via Decomposição em Valores Singulares, como ferramenta para redução de dimensionalidade, representação eficiente e análise de imagens de alta dimensão. No estudo das Eigenfaces, observou-se que um número relativamente pequeno de componentes principais é suficiente para capturar a maior parte da variabilidade presente nos dados faciais, permitindo reconstruções fidedignas e projeções discriminantes mesmo para imagens não pertencentes ao conjunto de treinamento.

A análise das reconstruções evidenciou o compromisso entre compressão e fidelidade: valores baixos do número de componentes preservam apenas estruturas globais, enquanto valores mais elevados permitem recuperar detalhes finos, ao custo de maior complexidade computacional e possível incorporação de ruído. A projeção em subespaços de baixa dimensão mostrou-se útil para visualização e separação de indivíduos, reforçando o caráter discriminativo das componentes principais.

A extensão da metodologia para o problema do EigenBeef confirmou a generalidade do

método. Mesmo em um domínio distinto do reconhecimento facial, o PCA foi capaz de capturar padrões estruturais relevantes, permitindo tanto a reconstrução eficiente das imagens quanto a separação das classes de carne fresca e estragada. A matriz de confusão obtida indica que, mesmo com um classificador simples, o espaço EigenBeef apresenta forte poder discriminativo.

De forma geral, o trabalho evidencia que técnicas clássicas de álgebra linear, como a SVD, continuam sendo ferramentas fundamentais na ciência de dados moderna, oferecendo soluções interpretáveis, eficientes e robustas para problemas complexos de análise e classificação de imagens.