

《数字逻辑》

（第2章习题答案）

厦门大学信息学院软件工程系 曾文华

2024年9月23日

课程内容

- 全书共9章：

第1章 基本知识

第2章 逻辑代数基础

第3章 集成门电路与触发器

第4章 组合逻辑电路

第5章 同步时序逻辑电路

第6章 异步时序逻辑电路

第7章 中规模通用集成电路及其应用

第8章 可编程逻辑器件

第9章 综合应用举例



第2章 逻辑代数基础

- 2.1 逻辑代数的基本概念
- 2.2 逻辑代数的基本定理和规则
- 2.3 逻辑函数表达式的形式与变换
- 2.4 逻辑函数化简

习题 (P48-P49)

- 2.2 (1)
- 2.3 (1)
- 2.4 (1)
- 2.5
- 2.6 (1)
- 2.7 (1)
- 2.8 (1)
- 2.9 (2)
- 2.10 (1)

习题 (P48-P49)

2.1 假定一个电路中,指示灯 F 和开关 A、B、C 的关系为

$$F = (A + B)C$$

试画出相应电路图。

2.2 用逻辑代数的公理、定理和规则证明下列表达式:

$$(1) \overline{AB + \overline{A}C} = A\overline{B} + \overline{A}C$$

$$(2) AB + A\overline{B} + \overline{A}B + \overline{A}\overline{B} = 1$$

$$(3) A \overline{ABC} = A\overline{B}C + A\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}C$$

$$(4) ABC + \overline{A}\overline{B}\overline{C} = \overline{A\overline{B} + B\overline{C} + \overline{A}C}$$

2.3 用真值表验证下列表达式：

$$(1) \quad A\bar{B} + \bar{A}B = (\bar{A} + \bar{B})(A + B)$$

$$(2) \quad (\bar{A} + \bar{B})(A + B) = \overline{AB + \bar{A}\bar{B}}$$

2.4 利用反演规则和对偶规则求下列函数的反函数和对偶函数：

$$(1) \quad F = AB + \bar{A}\bar{B}$$

$$(2) \quad F = (A + B)(\bar{A} + C)(C + DE) + \bar{E}$$

$$(3) \quad F = (\bar{A} + B)(C + D\bar{A}\bar{C})$$

$$(4) \quad F = A[\bar{B} + (C\bar{D} + \bar{E})G]$$

2.5 判断下列逻辑命题正误,并说明理由:

- (1) 如果 $X+Y$ 和 $X+Z$ 的逻辑值相同,那么, Y 和 Z 的逻辑值一定相同。
- (2) 如果 XY 和 XZ 的逻辑值相同,那么, Y 和 Z 的逻辑值一定相同。
- (3) 如果 $X+Y$ 和 $X+Z$ 的逻辑值相同,且 XY 和 XZ 的逻辑值相同,那么, Y 和 Z 的逻辑值一定相同。
- (4) 如果 $X+Y$ 和 $X \cdot Y$ 的逻辑值相同,那么, X 和 Y 的逻辑值一定相同。

2.6 用代数化简法求下列逻辑函数的最简与-或表达式:

- (1) $F = AB + \bar{A}\bar{B}C + BC$
- (2) $F = A\bar{B} + B + BCD$
- (3) $F = (A+B+C)(\bar{A}+B)(A+B+\bar{C})$
- (4) $F = BC + D + \bar{D}(\bar{B} + \bar{C})(AC + B)$

2.7 将下列逻辑函数表示成“最小项之和”及“最大项之积”的简写形式：

$$(1) F(A,B,C,D) = B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B + AB\bar{C}D + BC$$

$$(2) F(A,B,C,D) = \overline{\bar{A}\bar{B} + ABD} + B + CD$$

2.8 用卡诺图化简法求出下列逻辑函数的最简与-或表达式和最简或-与表达式：

$$(1) F(A,B,C,D) = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{C}D + AC + B\bar{C}$$

$$(2) F(A,B,C,D) = BC + D + \bar{D}(\bar{B} + \bar{C})(AD + B)$$

$$(3) F(A,B,C,D) = \prod M(2,4,6,10,11,12,13,14,15)$$

2.9 用卡诺图判断函数 F 和 G 之间的关系：

$$(1) F(A,B,C,D) = \bar{B}\bar{D} + \bar{A}\bar{D} + \bar{C}\bar{D} + AC\bar{D}$$

$$G(A,B,C,D) = \bar{B}D + CD + \bar{A}\bar{C}D + ABD$$

$$(2) F(A,B,C) = (\bar{A}\bar{B} + \bar{A}B)\bar{C} + \overline{(\bar{A}\bar{B} + \bar{A}B)}C$$

$$G(A,B,C) = \overline{\bar{A}B + BC + AC}(A + B + C) + ABC$$

2.10 某函数的卡诺图如图 2.18 所示,请回答如下问题:

(1) 若 $b=\bar{a}$, 则当 a 取何值时能得到最简的与-或表达式?

(2) 若 a, b 均任意, 则 a 和 b 各取何值时能得到最简的与-或表达式?

AB CD		AB			
		00	01	11	10
00	00	1		b	1
01	01	1		1	1
11	11				
10	10	1	1	1	a

图 2.18 卡诺图

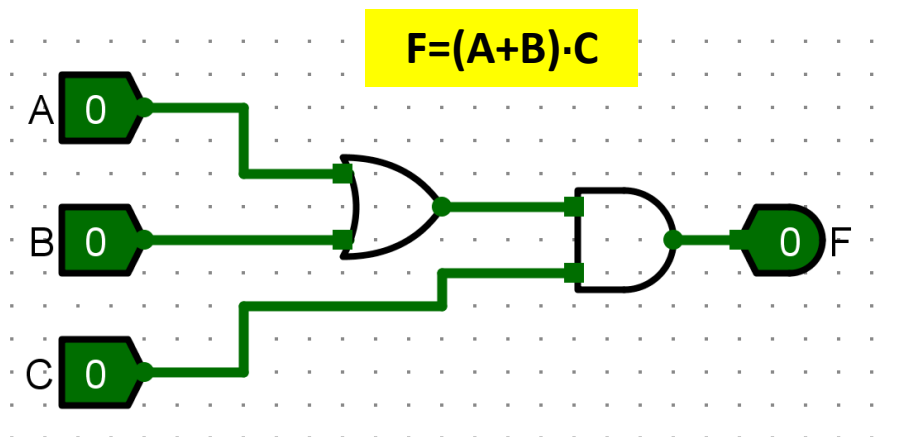
2.11 用列表法化简逻辑函数:

$$F(A, B, C, D) = \sum m(0, 2, 3, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 15)$$

习题答案

- 2.1 假定一个电路中，指示灯F和开关A、B、C的关系为 $F = (A+B) \cdot C$ 。试画出相应电路图。

- 答：



习题答案

- 2.2 用逻辑代数的公理、定理和规则证明下列表达式:

(1) $\overline{(A \cdot B + A \cdot C)} = \overline{A} \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot \overline{C}$

(2) $A \cdot B + A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{B} = 1$

(3) $A \cdot \overline{(A \cdot B \cdot C)} = A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot B \cdot \overline{C}$

(4) $A \cdot B \cdot C + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} = \overline{(A \cdot \overline{B} + B \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot C)}$

- 答:

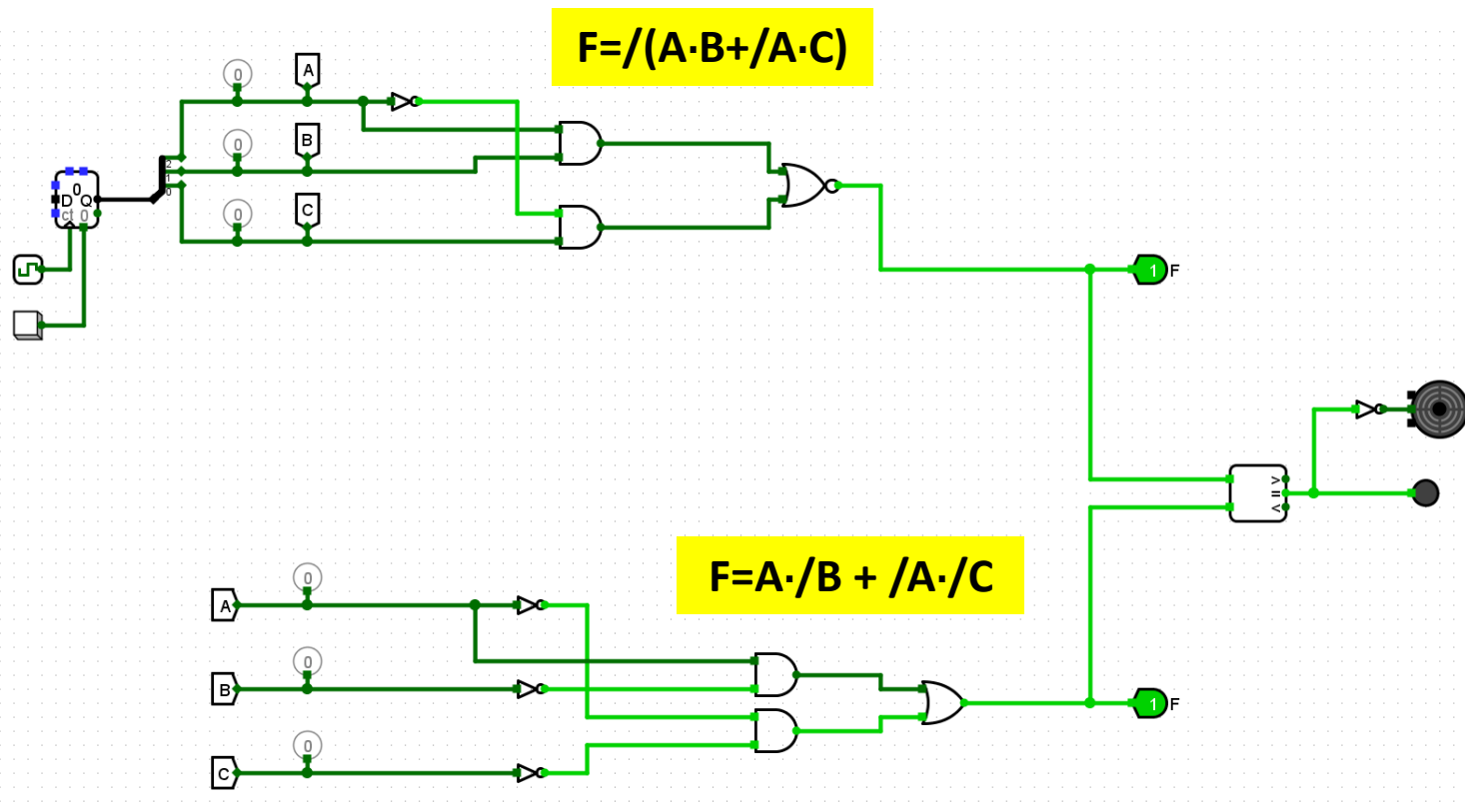
— (1) $\overline{(A \cdot B + A \cdot C)} = \overline{(A \cdot B)} \cdot \overline{(A \cdot C)} = (\overline{A} + \overline{B}) \cdot (\overline{A} + \overline{C}) = \overline{A} \cdot \overline{A} + \overline{A} \cdot \overline{C} + \overline{B} \cdot \overline{A} + \overline{B} \cdot \overline{C} = \overline{A} \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot \overline{C} + \overline{B} \cdot \overline{C} = \overline{A} \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot \overline{C} + \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot (\overline{A} + A) = \overline{A} \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot \overline{C} \cdot \overline{B} = \overline{A} \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot \overline{C}$

— (2) $A \cdot B + A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{B} = A \cdot (B + \overline{B}) + \overline{A} \cdot (B + \overline{B}) = A + \overline{A} = 1$

— (3) $A \cdot \overline{(A \cdot B \cdot C)} = A \cdot (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}) = A \cdot \overline{B} + A \cdot \overline{C} = A \cdot \overline{B} \cdot (\overline{C} + C) + A \cdot (\overline{B} + B) \cdot \overline{C} = A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot B \cdot \overline{C} = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot B \cdot \overline{C}$

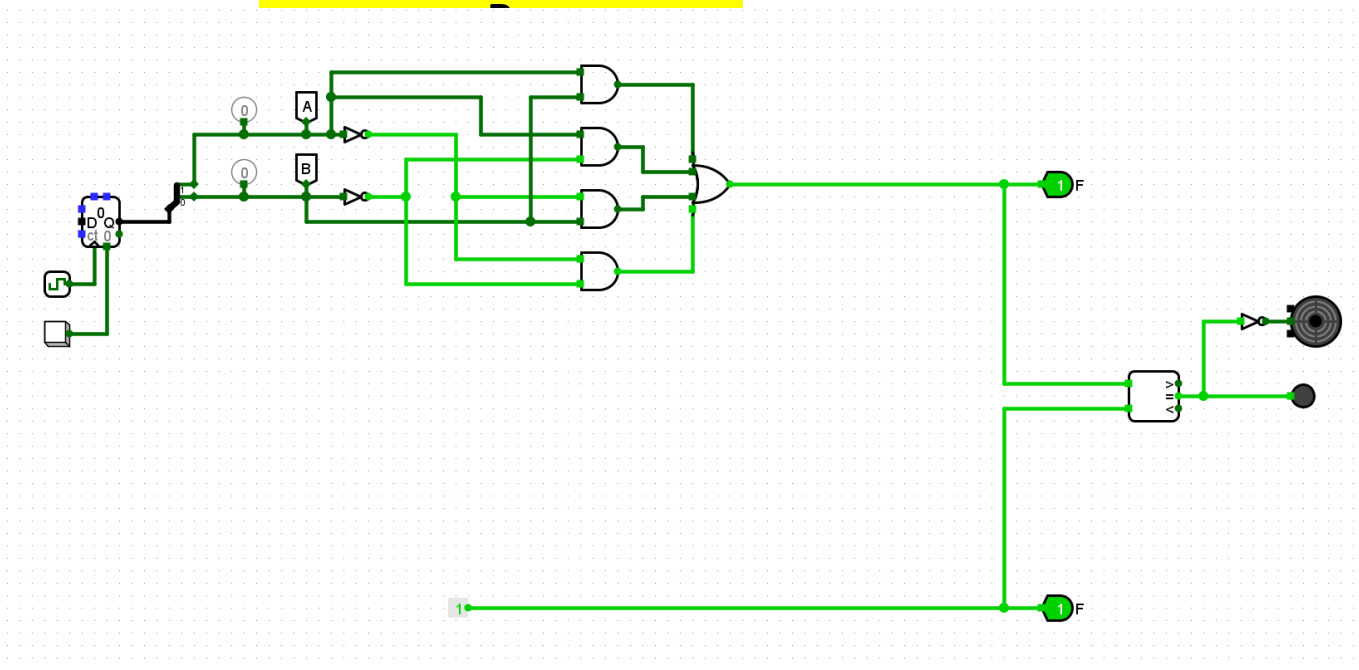
— (4) $\overline{(A \cdot \overline{B} + B \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot C)} = \overline{(A \cdot \overline{B})} \cdot \overline{(B \cdot \overline{C})} \cdot \overline{(\overline{A} \cdot C)} = (\overline{A} + B) \cdot (\overline{B} + C) \cdot (\overline{A} + C) = (\overline{A} \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot C + B \cdot \overline{C}) \cdot (\overline{A} + C) = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + A \cdot B \cdot C = A \cdot B \cdot C + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$

习题2.2（1）在Logisim上的验证



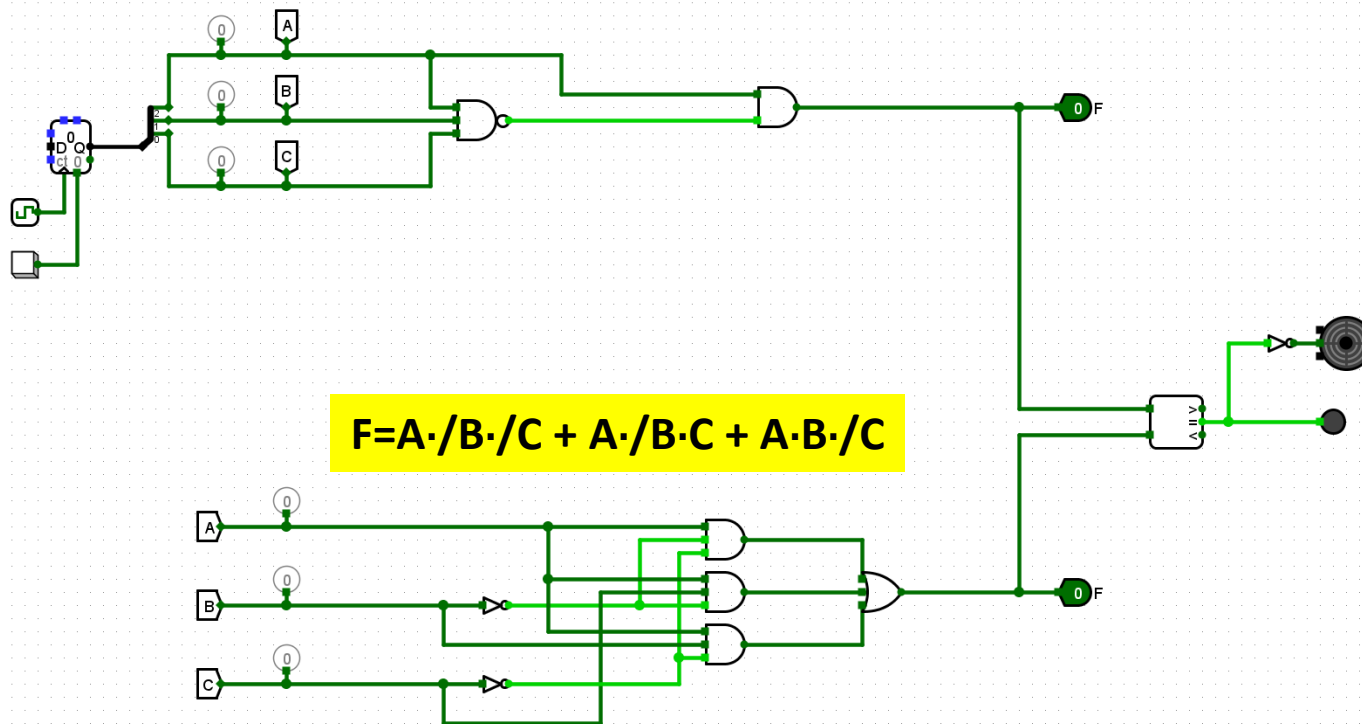
习题2.2（2）在Logisim上的验证

$$F = A \cdot B + A \cdot \neg B + \neg A \cdot B + \neg A \cdot \neg B$$

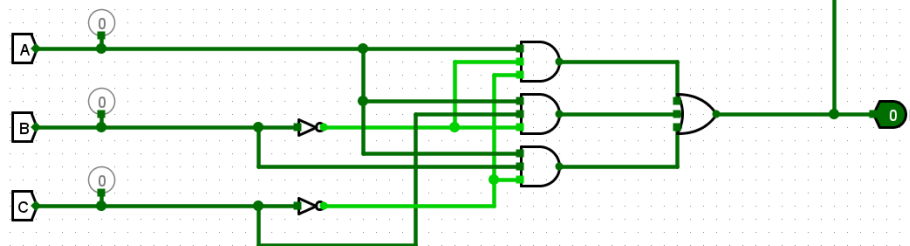


习题2.2（3）在Logisim上的验证

$$F = A \cdot / (A \cdot B \cdot C)$$

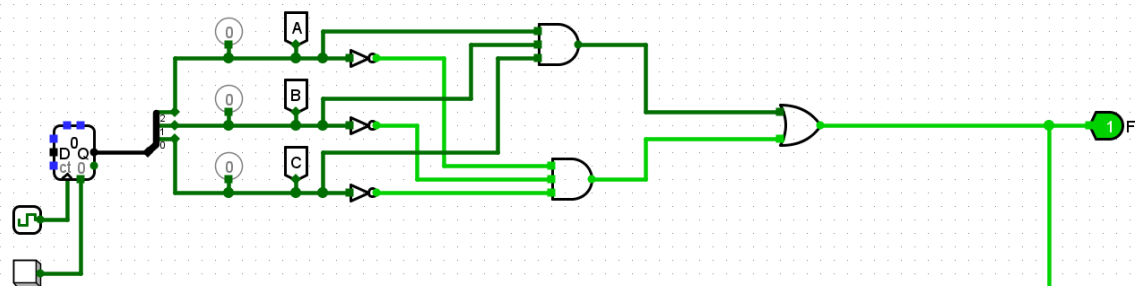


$$F = A \cdot / B \cdot / C + A \cdot / B \cdot C + A \cdot B \cdot / C$$

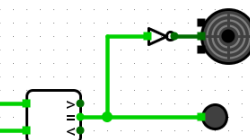
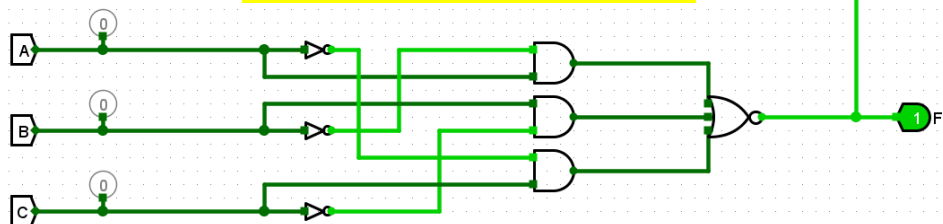


习题2.2（4）在Logisim上的验证

$$A \cdot B \cdot C + \neg A \cdot \neg B \cdot \neg C$$



$$\neg(A \cdot \neg B + B \cdot \neg C + \neg A \cdot C)$$



习题答案

- 2.3 用真值表验证下列表达式:

(1) $A \cdot B + A \cdot \bar{B} = (\bar{A} + B) \cdot (A + B)$

(2) $(\bar{A} + B) \cdot (A + B) = \bar{(A \cdot B + A \cdot \bar{B})}$

- 答:

— (1) $F1 = A \cdot B + A \cdot \bar{B}$ $F2 = (\bar{A} + B) \cdot (A + B)$ $F1 = F2$

— (2) $F3 = (\bar{A} + B) \cdot (A + B)$ $F4 = \bar{(A \cdot B + A \cdot \bar{B})}$ $F3 = F4$

$F1 = A \cdot B + A \cdot \bar{B}$

A	B	F1
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$F2 = (\bar{A} + B) \cdot (A + B)$

A	B	F2
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$F3 = (\bar{A} + B) \cdot (A + B)$

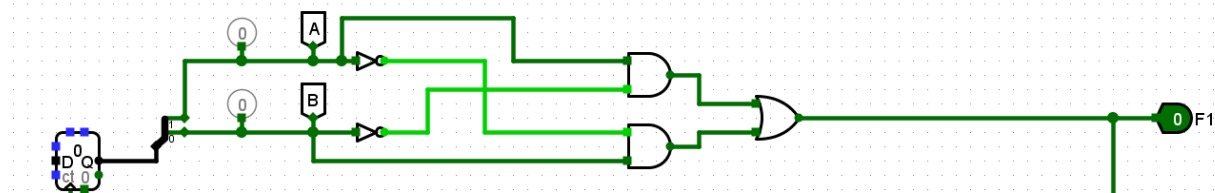
A	B	F3
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$F4 = \bar{(A \cdot B + A \cdot \bar{B})}$

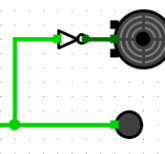
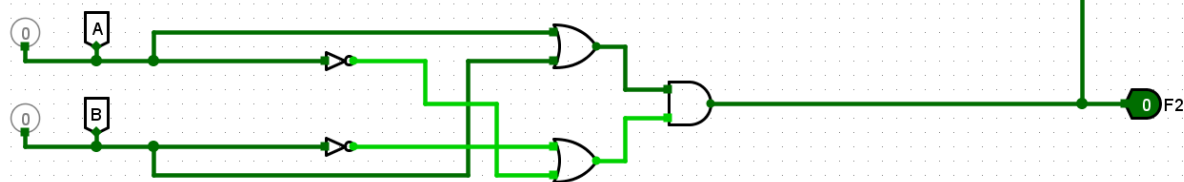
A	B	F4
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

习题2.3 (1) 在Logisim上的验证

$$F1 = A \cdot /B + /A \cdot B$$

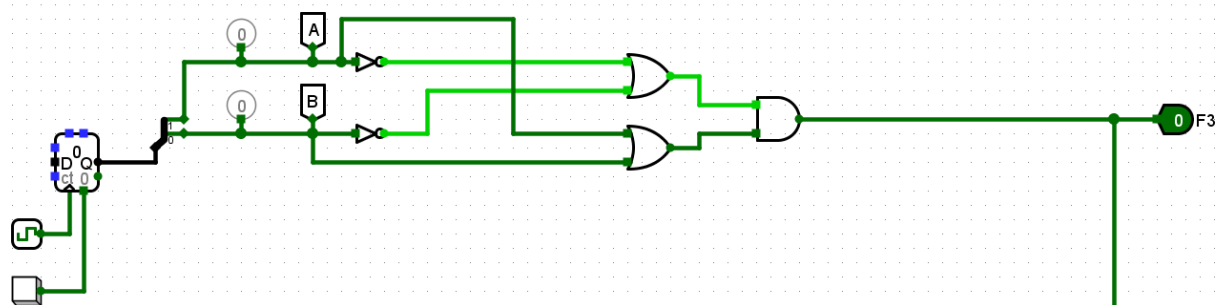


$$F2 = (/A + /B) \cdot (A + B)$$

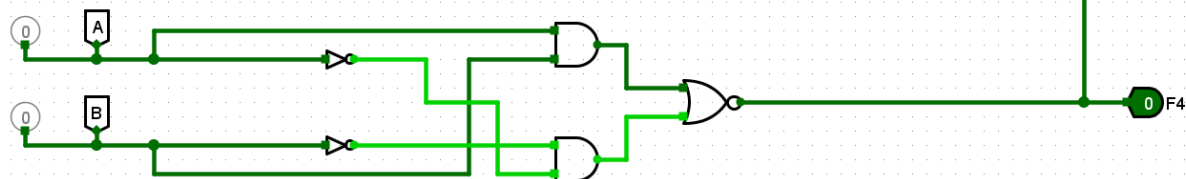


习题2.3 (2) 在Logisim上的验证

$$F3 = (\neg A + \neg B) \cdot (A + B)$$



$$F4 = \neg(A \cdot B + A \cdot \neg B)$$



习题答案

- 2.4 利用反演规则和对偶规则求下列函数的反函数和对偶函数:

(1) $F = A \cdot B + A \cdot B$

(2) $F = (A+B) \cdot (/A+C) \cdot (C+D \cdot E) + /E$

(3) $F = (/A+B) \cdot (C+D \cdot (/A \cdot C))$

(4) $F = A[/math> $/B+(C \cdot /D+/E) \cdot G]$$

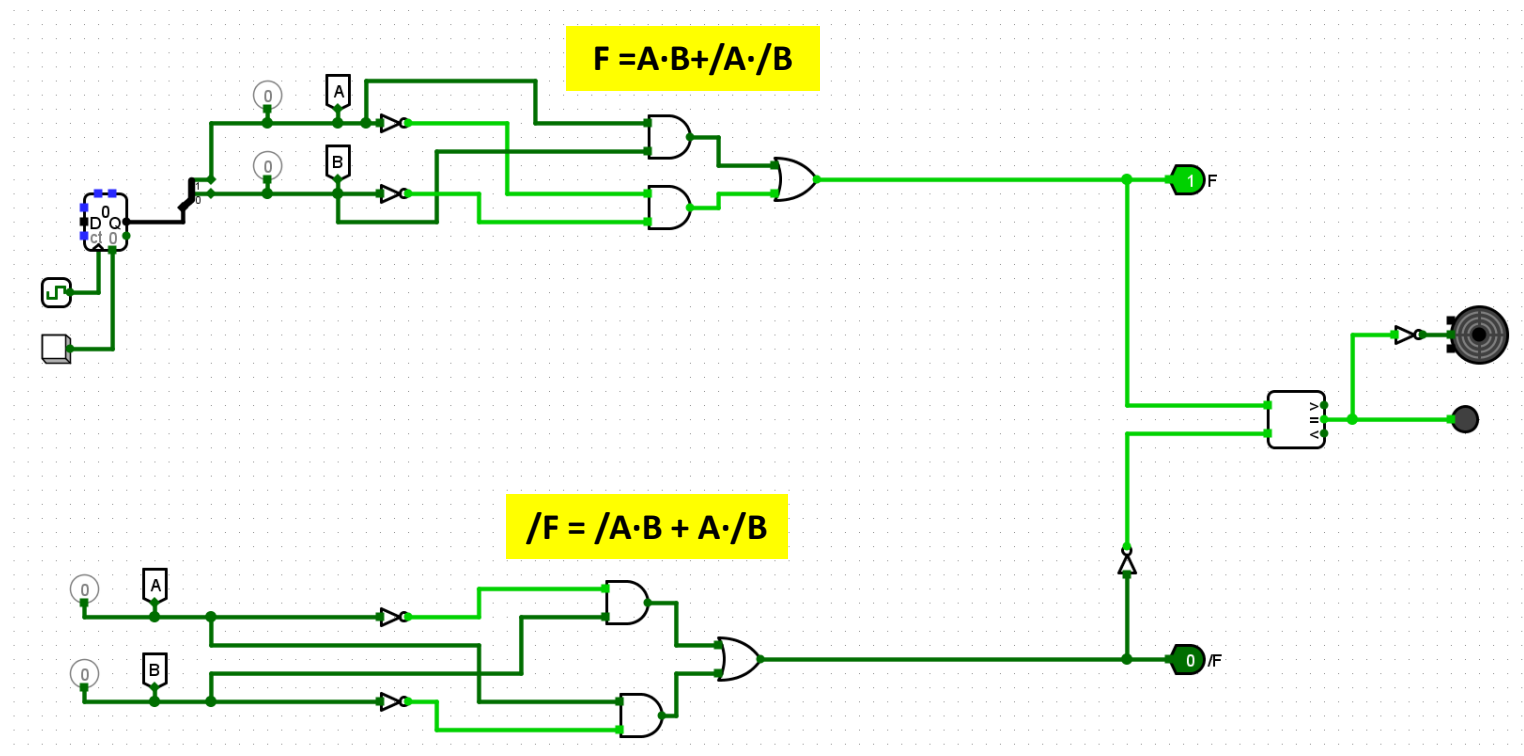
- 答:

$F = /A + /B \cdot (C+/D \cdot E)$, 则: $/F = A \cdot [B+/C \cdot (D+/E)]$

$F = A \cdot B + /A \cdot C + C \cdot (D+E)$, 则: $F' = (A+B) \cdot (/A+C) \cdot (C+D \cdot E)$

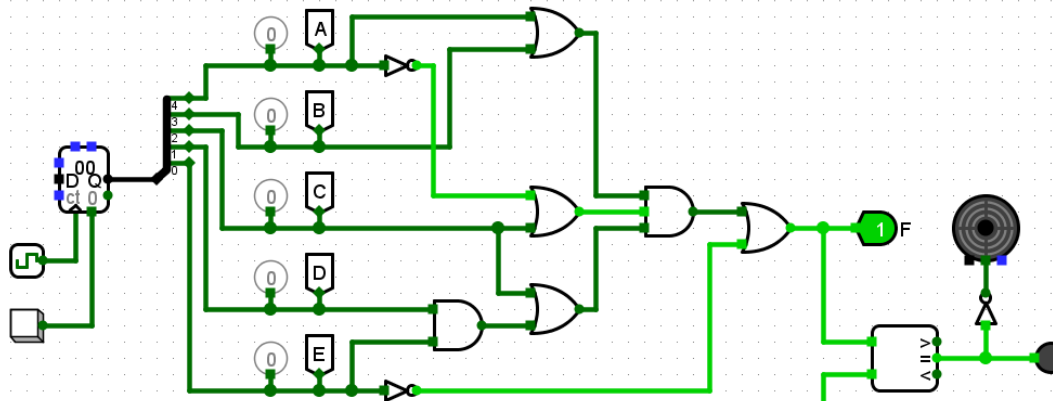
- **反演规则**: 如果将逻辑函数F表达式中所有的“.”变成“+”, “+”变成“.”, “0”变成“1”, “1”变成“0”, 原变量变成反变量(A变成/A), 反变量变成原变量(/A变成A), 并保持原函数中的运算顺序不变, 则所得到的新的函数为原函数F的**反函数/F**。
- **对偶规则**: 如果将逻辑函数F表达式中所有的“.”变成“+”, “+”变成“.”, “0”变成“1”, “1”变成“0”, 并保持原函数中的运算顺序不变, 则所得到的新的逻辑表达式称为**函数F的对偶式**, 记作F'。
- (1) $F = A \cdot B + /A \cdot B$, 反函数 $/F = (/A+/B) \cdot (A+B) = /A \cdot B + A \cdot /B$, 对偶函数 $F' = (A+B) \cdot (/A+/B) = A \cdot /B + /A \cdot B$
- (2) $F = (A+B) \cdot (/A+C) \cdot (C+D \cdot E) + /E$, 反函数 $/F = [/A \cdot /B + A \cdot /C + /C \cdot (/D+/E)] \cdot E = /A \cdot /B \cdot E + A \cdot /C \cdot E + /C \cdot /D \cdot E$, 对偶函数 $F' = [A \cdot B + /A \cdot C + C \cdot (D+E)] \cdot /E = A \cdot B \cdot /E + /A \cdot C \cdot /E + C \cdot D \cdot /E$
- (3) $F = (/A+B) \cdot (C+D \cdot (/A \cdot C))$, 反函数 $/F = A \cdot /B + /C \cdot (/D+A \cdot C) = A \cdot /B + /C \cdot /D$, 对偶函数 $F' = /A \cdot B + C \cdot (D+/(/A \cdot C)) = /A \cdot B + C \cdot (D+/A+/C) = /A \cdot B + /A \cdot C + C \cdot D$
- (4) 令 $X = (C \cdot /D+/E) \cdot G = C \cdot /D \cdot G + /E \cdot G$, $/X = (/C+D+/G) \cdot (E+/G) = /C \cdot E + /C \cdot /G + D \cdot E + D \cdot /G + /G \cdot E + /G = /C \cdot E + D \cdot E + /G$; $F = A \cdot (/B+X)$, 反函数 $/F = /A+B \cdot /X = /A+B \cdot (/C \cdot E + D \cdot E + /G) = /A+B \cdot /C \cdot E + B \cdot D \cdot E + B \cdot /G$, 对偶函数 $F' = A+/B \cdot X = A+/B \cdot C \cdot /D \cdot G + /B \cdot /E \cdot G$

习题2.4 (1) 在Logisim上的验证

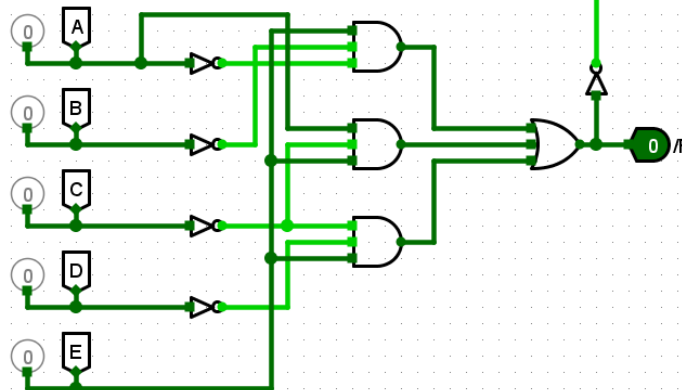


习题2.4 (2) 在Logisim上的验证

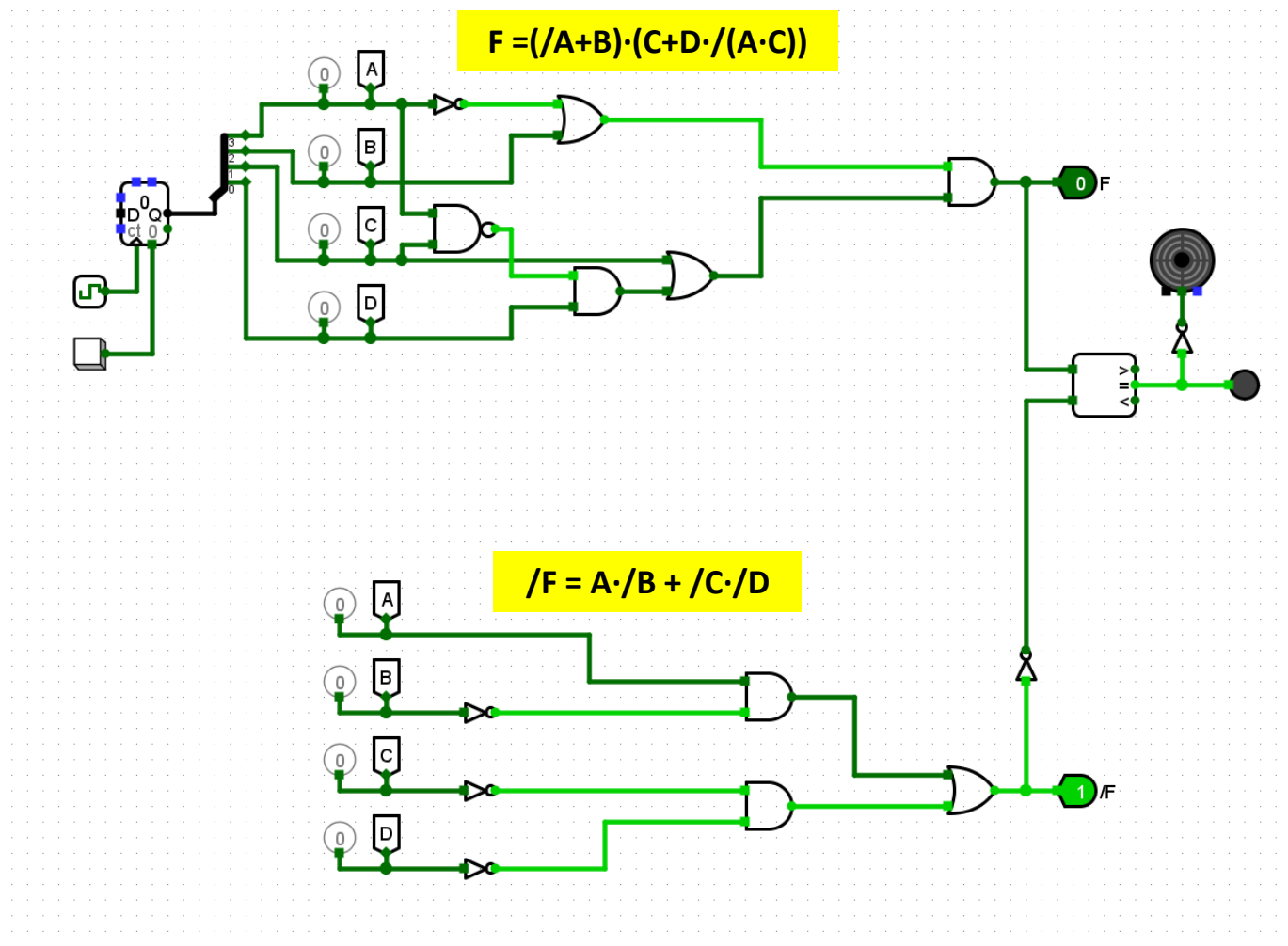
$$F = (A+B) \cdot (\neg A + C) \cdot (C + D \cdot E) + \neg E$$



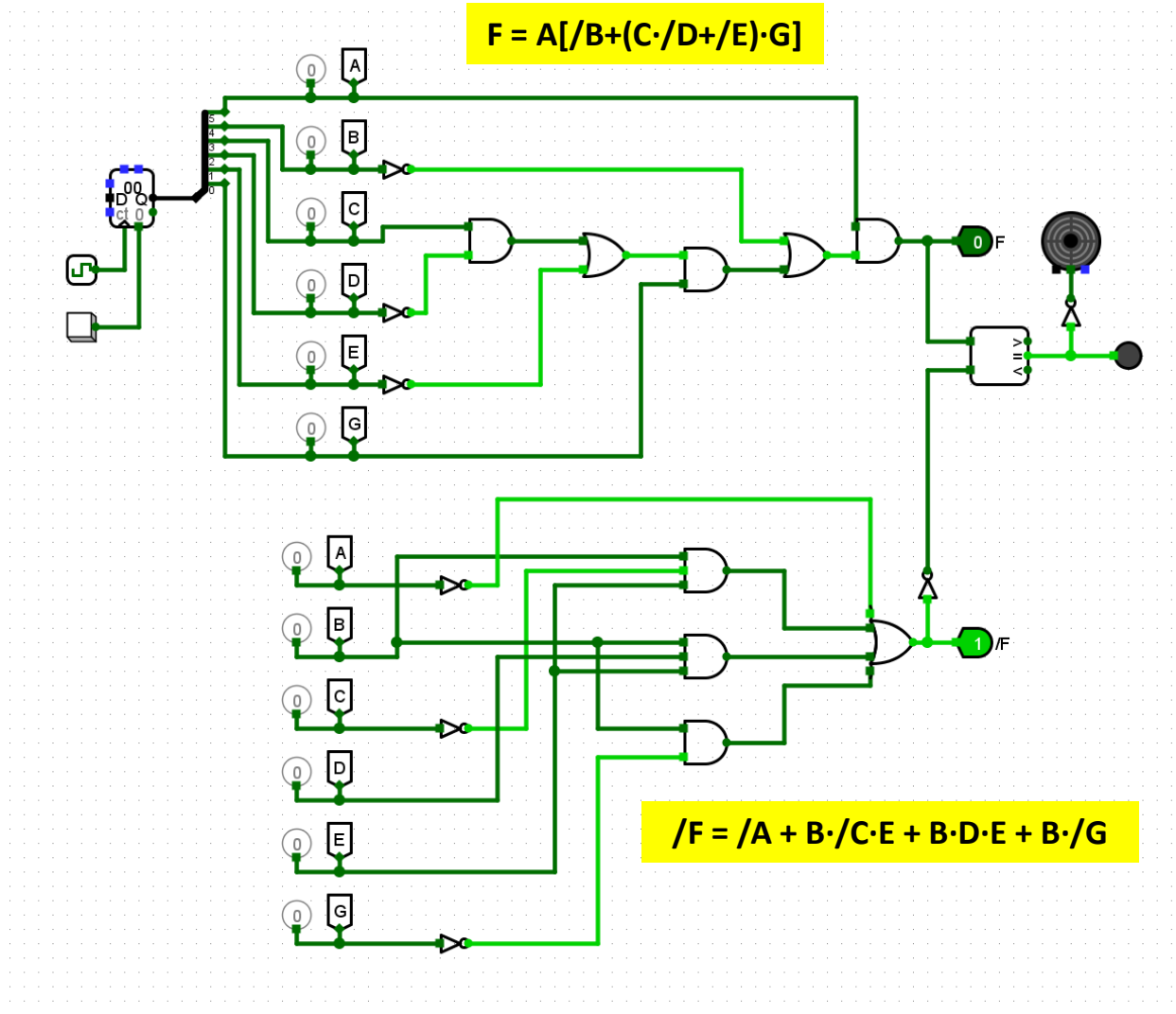
$$\neg F = \neg A \cdot \neg B \cdot E + A \cdot \neg C \cdot E + \neg C \cdot \neg D \cdot E$$



习题2.4 (3) 在Logisim上的验证



习题2.4 (4) 在Logisim上的验证



习题答案

- 2.5 判断下列逻辑命题正误，并说明理由：

- (1) 如果 $X+Y$ 和 $X+Z$ 的逻辑值相同，那么， Y 和 Z 的逻辑值一定相同。
- (2) 如果 $X \cdot Y$ 和 $X \cdot Z$ 的逻辑值相同，那么， Y 和 Z 的逻辑值一定相同。
- (3) 如果 $X+Y$ 和 $X+Z$ 的逻辑值相同，且 $X \cdot Y$ 和 $X \cdot Z$ 的逻辑值相同，那么， Y 和 Z 的逻辑值一定相同。
- (4) 如果 $X+Y$ 和 $X \cdot Y$ 的逻辑值相同，那么， X 和 Y 的逻辑值一定相同。

- 答：

- (1) 不一定。因为，如果 $X=1$ ，则不管 Y 和 Z 是什么值， $X+Y$ 和 $X+Z$ 的逻辑值都相同。错误。
- (2) 不一定。因为，如果 $X=0$ ，则不管 Y 和 Z 是什么值， $X \cdot Y$ 和 $X \cdot Z$ 的逻辑值都相同。错误。
- (3) 一定。 $X=0$ 时， $X+Y=Y$ ， $X+Z=Z$ ，因为 $X+Y$ 和 $X+Z$ 的逻辑值相同，因此， Y 和 Z 的逻辑值相同； $X=1$ 时， $X \cdot Y=Y$ ， $X \cdot Z=Z$ ，因为， $X \cdot Y$ 和 $X \cdot Z$ 的逻辑值相同，因此， Y 和 Z 的逻辑值相同。正确。
- (4) 一定。 $X=0$ 、 $Y=0$ ，有 $X+Y=0$ 、 $X \cdot Y=0$ ； $X=0$ 、 $Y=1$ ，有 $X+Y=1$ 、 $X \cdot Y=0$ ； $X=1$ 、 $Y=0$ ，有 $X+Y=1$ 、 $X \cdot Y=0$ ； $X=1$ 、 $Y=1$ ，有 $X+Y=1$ 、 $X \cdot Y=1$ ；即 X 和 Y ，与 $X+Y$ 和 $X \cdot Y$ ，有唯一的对应关系。正确。

习题答案

- 2.6 用代数化简法求下列逻辑函数的最简“与-或”表达式：

(1) $F = A \cdot B + A \cdot B \cdot C + B \cdot C$

(2) $F = A \cdot B + B + B \cdot C \cdot D$

(3) $F = (A+B+C) \cdot (\overline{A+B}) \cdot (A+B+\overline{C})$

(4) $F = B \cdot C + D + \overline{D} \cdot (\overline{B+C}) \cdot (A \cdot C + B)$

- 答：

— 利用公式： $X + X \cdot Y = X$ ； $X + \overline{X} \cdot Y = X + Y$ ； $(X+Y) \cdot (X+\overline{Y}) = X$

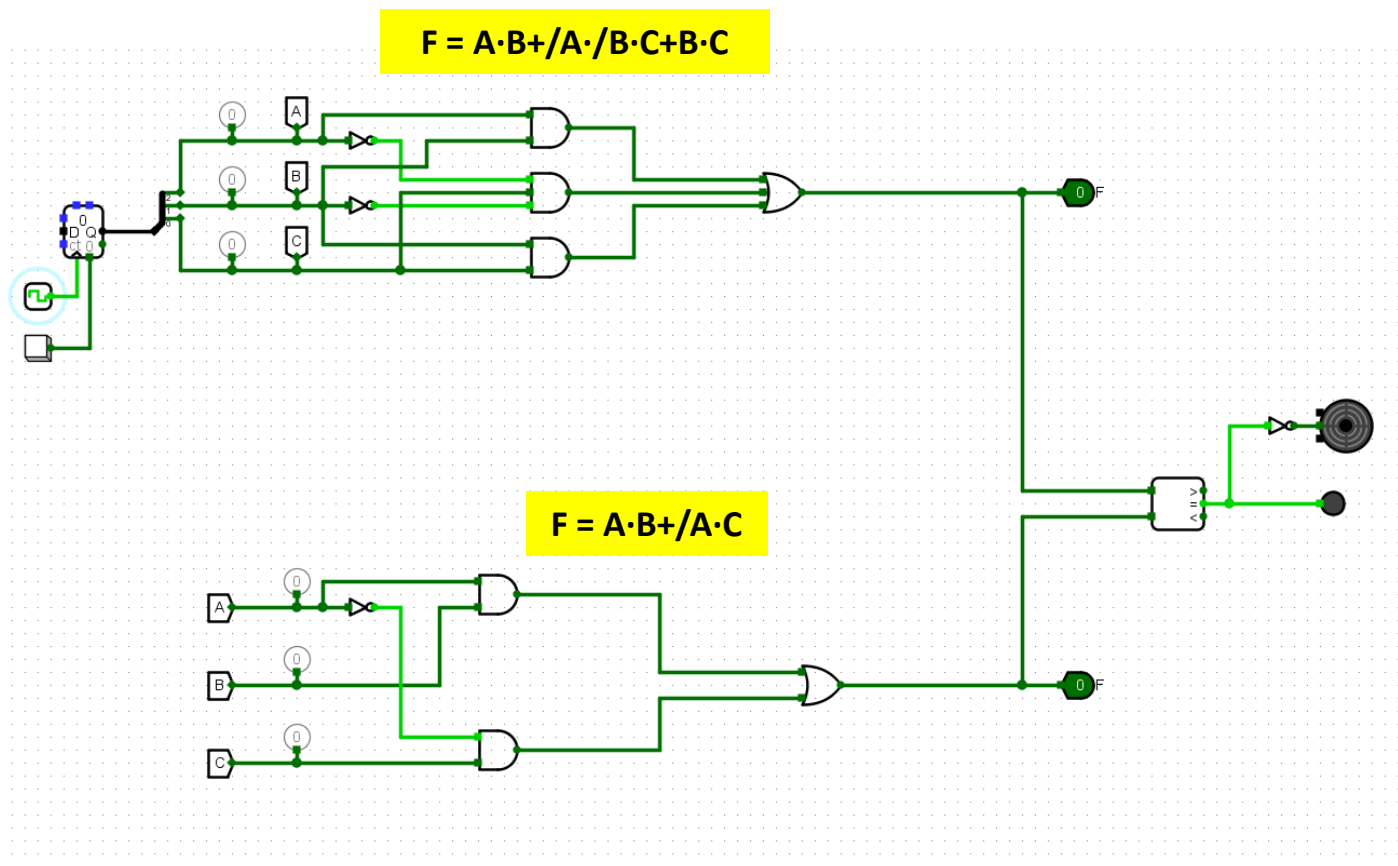
— (1) $F = A \cdot B + A \cdot B \cdot C + B \cdot C = A \cdot B + A \cdot B \cdot C + B \cdot C \cdot (A + \overline{A}) = A \cdot B + A \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot C + \overline{A} \cdot B \cdot C = A \cdot B + \overline{A} \cdot B \cdot C$

— (2) $F = A \cdot B + B + B \cdot C \cdot D = A \cdot B + B(1 + C \cdot D) = A \cdot B + B = A + B$

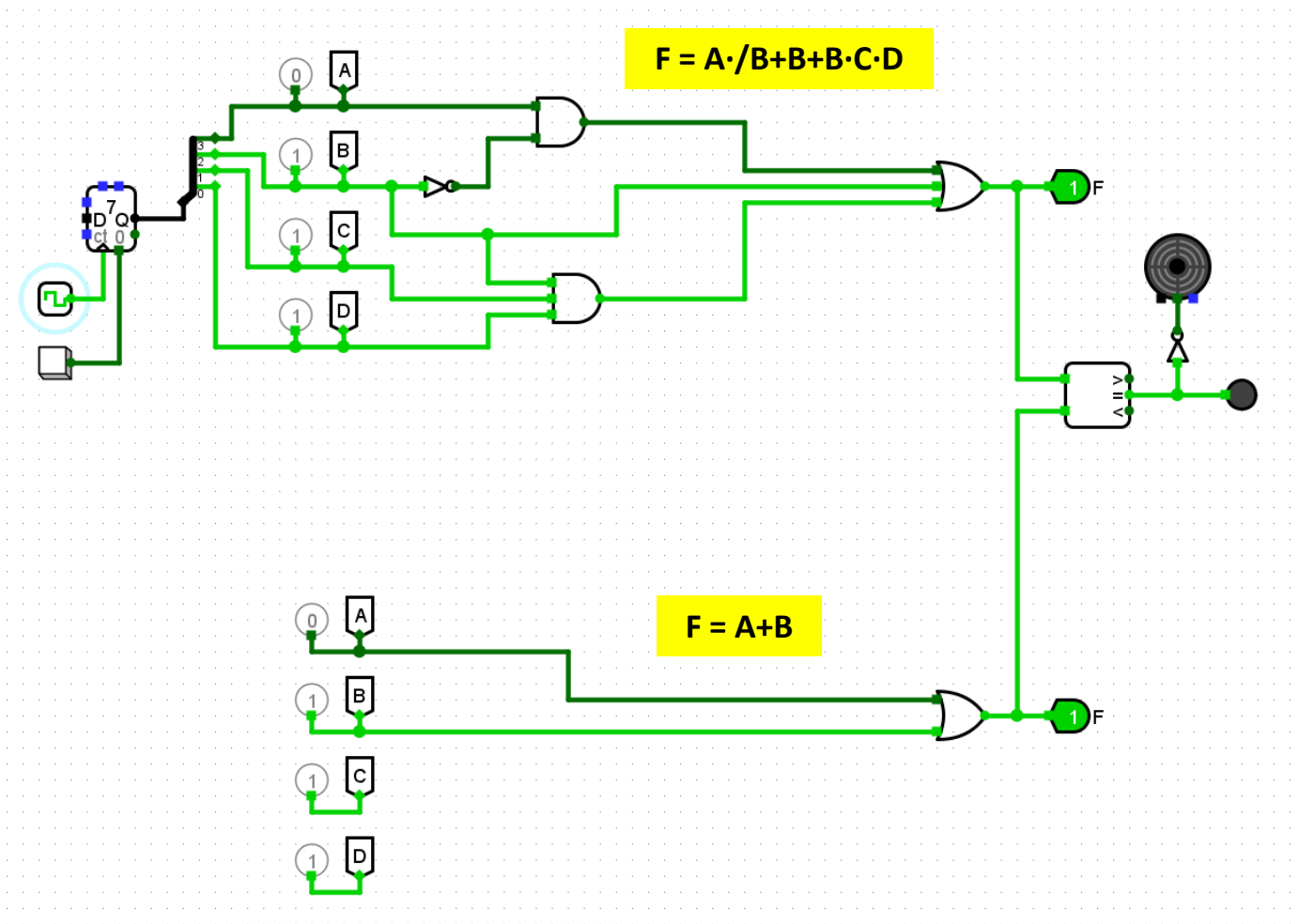
— (3) $F = (A+B+C) \cdot (\overline{A+B}) \cdot (A+B+\overline{C}) = (A+B+C) \cdot (A+B+\overline{C}) \cdot (\overline{A+B}) = (A+B) \cdot (\overline{A+B}) = B$

— (4) $F = B \cdot C + D + \overline{D} \cdot (\overline{B+C}) \cdot (A \cdot C + B) = B \cdot C + D + (\overline{B+C}) \cdot (A \cdot C + B) = D + B \cdot C + \overline{(B \cdot C)} \cdot (A \cdot C + B) = D + B \cdot C + B + A \cdot C = D + B + A \cdot C$

习题2.6 (1) 在Logisim上的验证

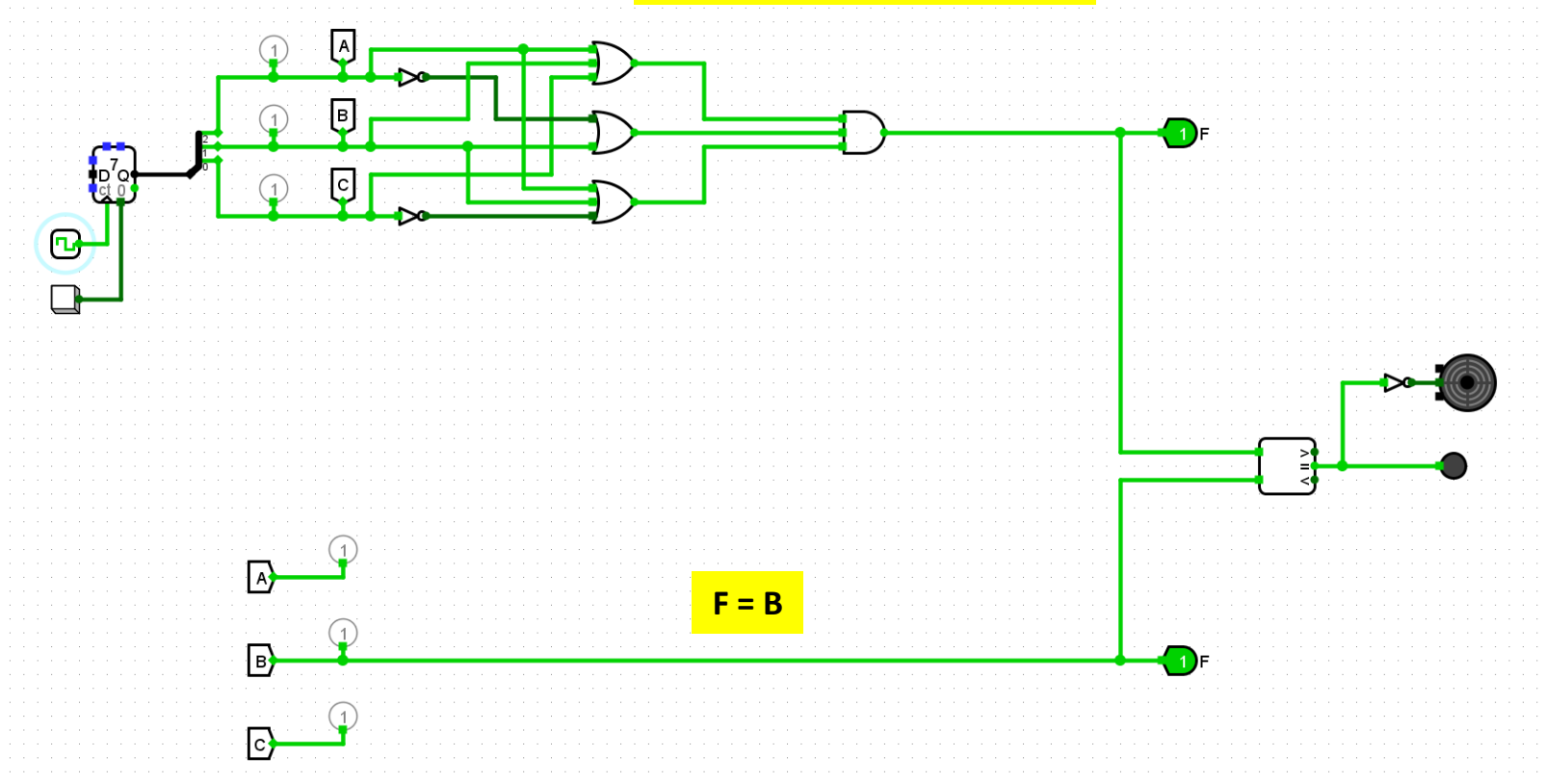


习题2.6 (2) 在Logisim上的验证



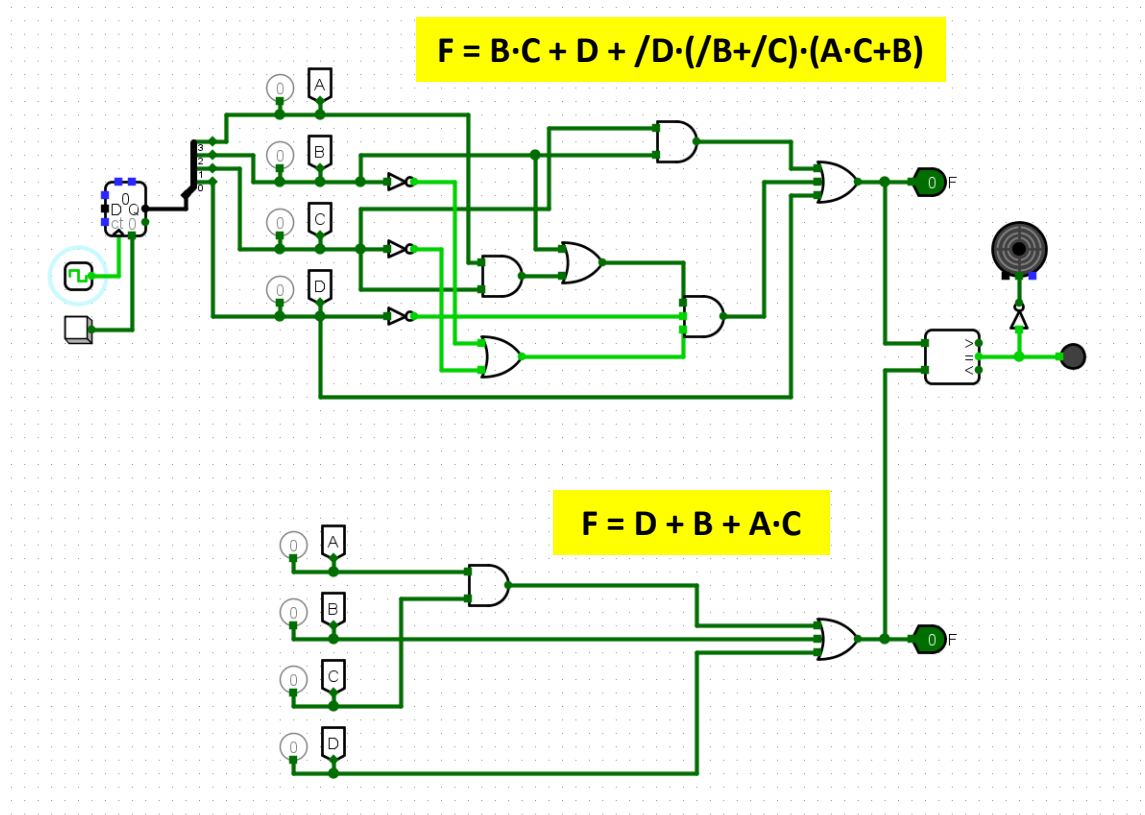
习题2.6 (3) 在Logisim上的验证

$$F = (A+B+C) \cdot (\neg A+B) \cdot (A+B+\neg C)$$



$$F = B$$

习题2.6（4）在Logisim上的验证



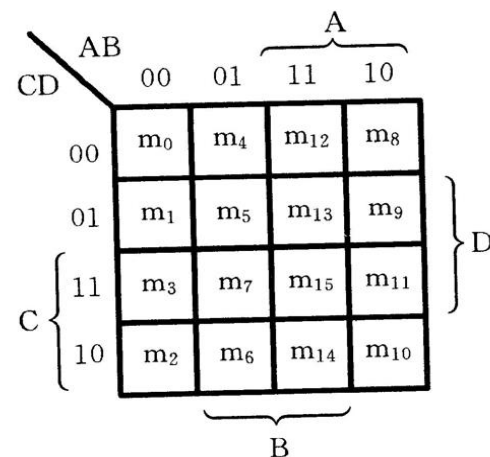
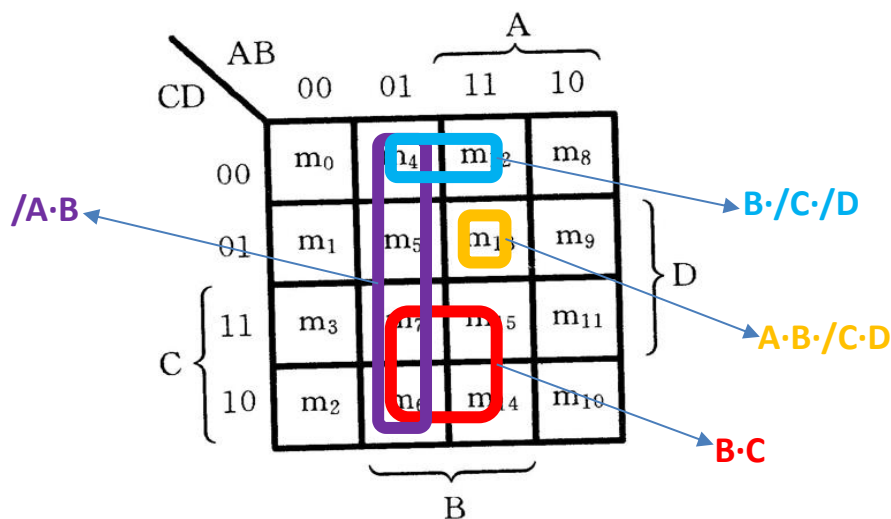
习题答案

- 2.7 将下列逻辑函数表示成“最小项之和”及“最大项之积”的简写形式：

(1) $F(A,B,C,D) = B \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} + \bar{A} \cdot B + A \cdot B \cdot \bar{C} \cdot D + B \cdot C$

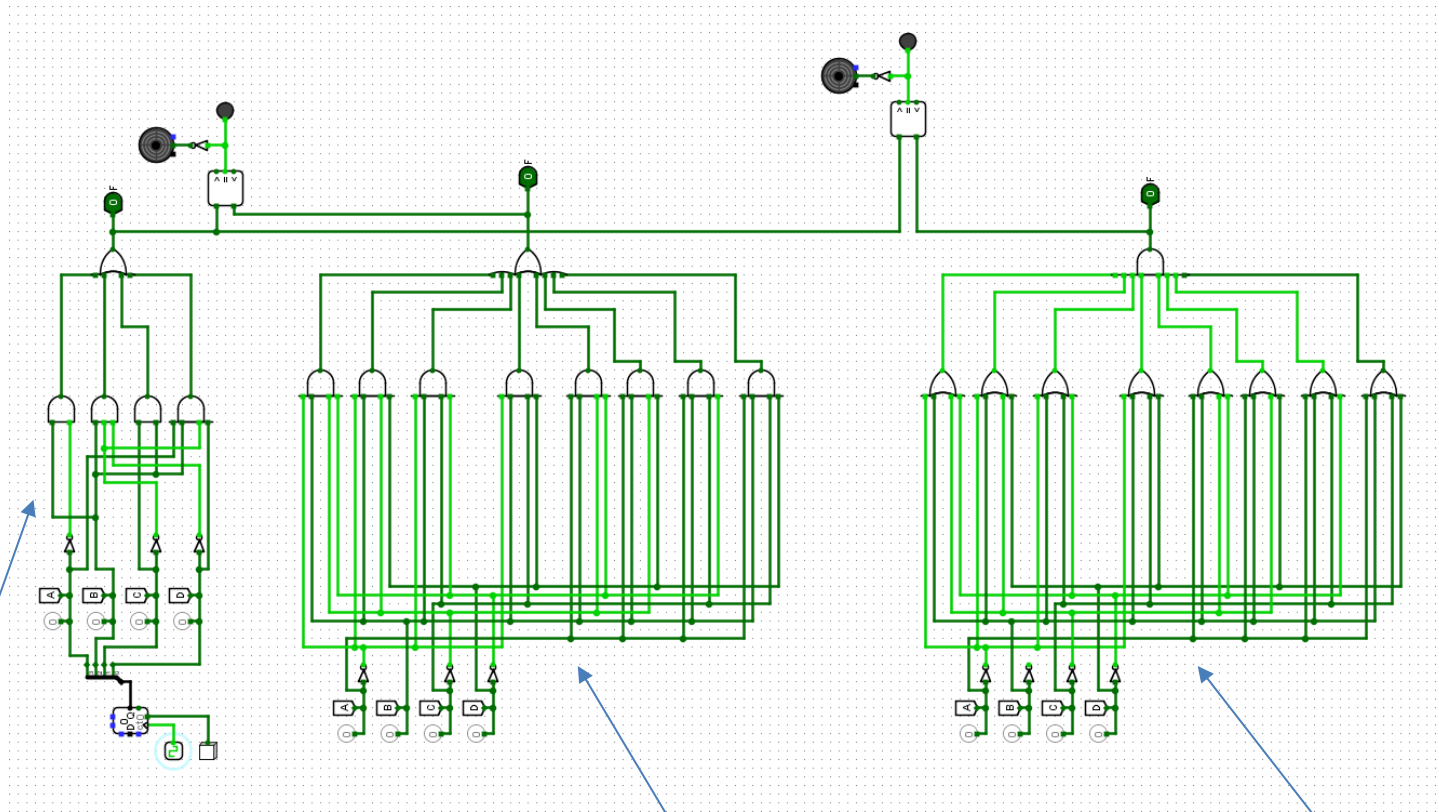
(2) $F(A,B,C,D) = \bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot B \cdot D + B + C \cdot D$

- 答：



— (1) $F(A,B,C,D) = B \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} + \bar{A} \cdot B + A \cdot B \cdot \bar{C} \cdot D + B \cdot C = \sum m(4,5,6,7,12,13,14,15)$
 $= \prod M(0,1,2,3,8,9,10,11)$

习题2.7 (1) 在Logisim上的验证



$$F(A,B,C,D) = B \cdot C \cdot D + A \cdot B + A \cdot B \cdot C \cdot D + B \cdot C$$

$$F(A,B,C,D) = \sum m(4,5,6,7,12,13,14,15)$$

$$F(A,B,C,D) = \prod M(0,1,2,3,8,9,10,11)$$

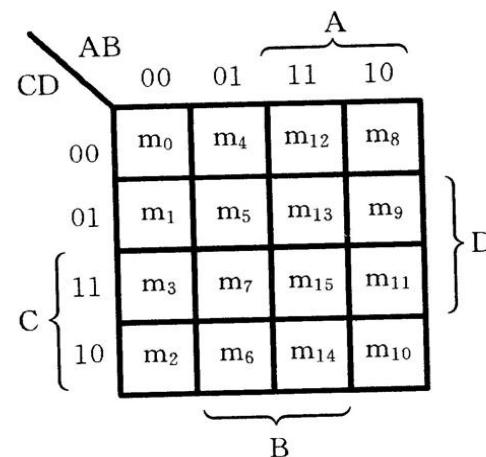
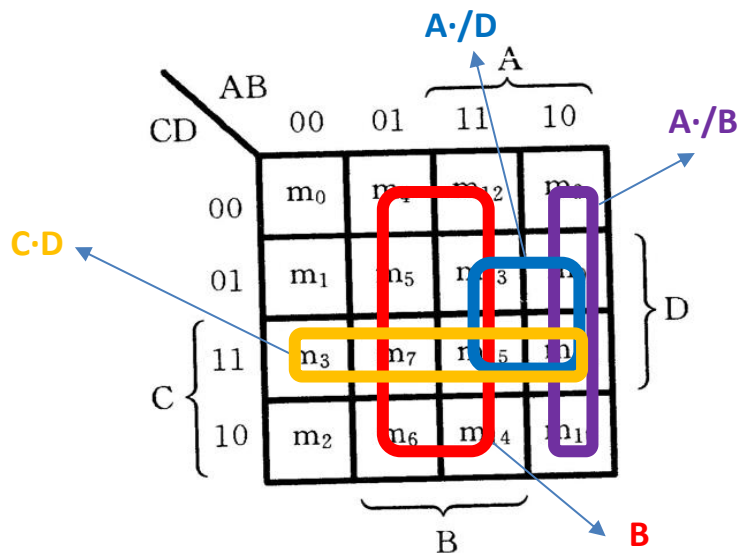
习题答案

- 2.7 将下列逻辑函数表示成“最小项之和”及“最大项之积”的简写形式：

(1) $F(A,B,C,D) = B \cdot \bar{C} \cdot \bar{D} + \bar{A} \cdot B + A \cdot B \cdot \bar{C} \cdot D + B \cdot C$

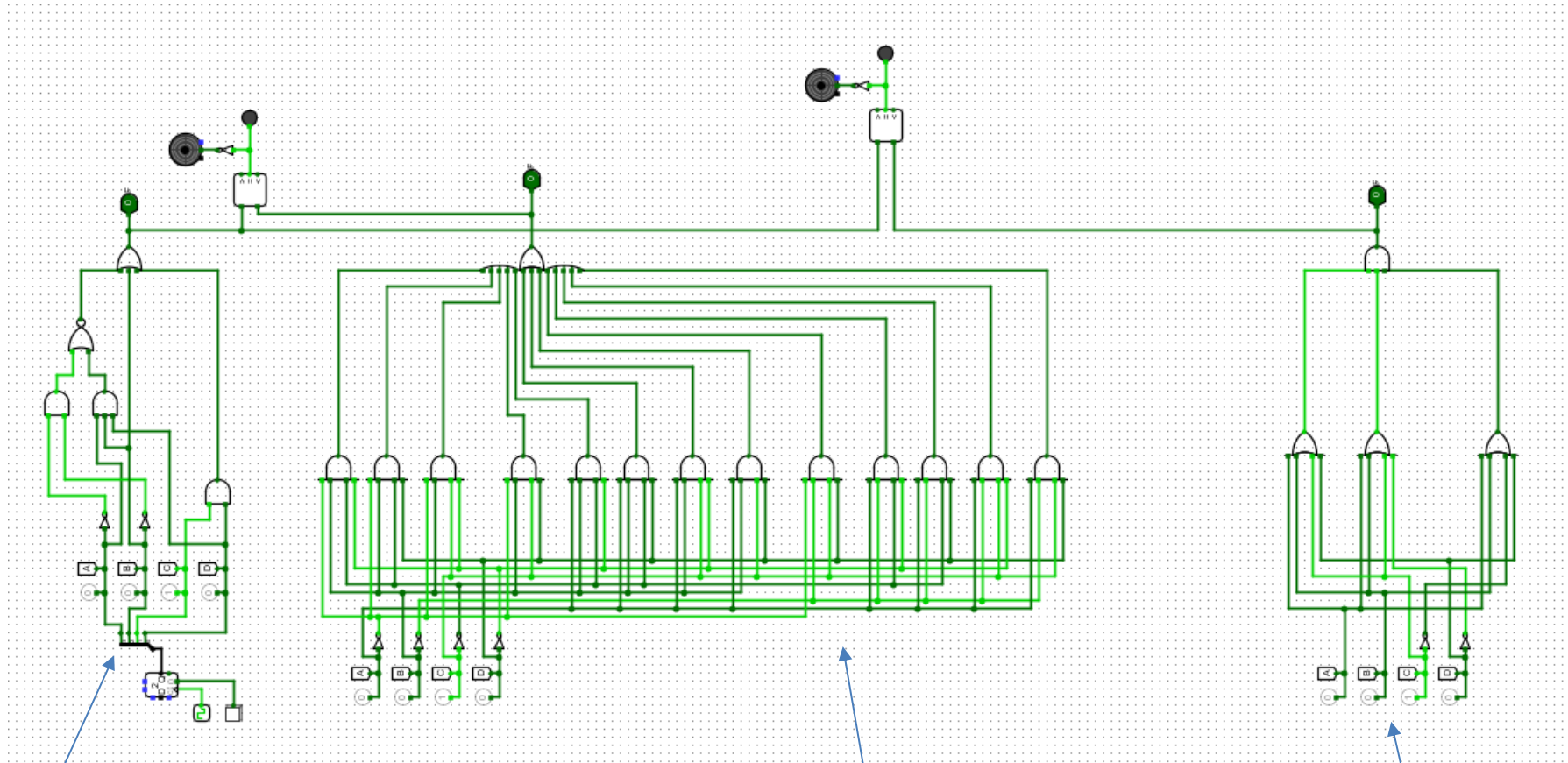
(2) $F(A,B,C,D) = \bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot B \cdot D + B + C \cdot D$

- 答：



— (2) $F(A,B,C,D) = \bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot B \cdot D + B + C \cdot D = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot D + B + C \cdot D = (A+B) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + D) + B + C \cdot D$
 $= \bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot D + \bar{A} \cdot B + B \cdot \bar{A} \cdot D + B \cdot B + B \cdot C \cdot D + C \cdot D = \bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot D + \bar{A} \cdot B + B + C \cdot D = \sum m(3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15)$
 $= \prod M(0,1,2)$

习题2.7 (2) 在Logisim上的验证



$$F(A,B,C,D) = \neg(\neg A \cdot B + A \cdot B \cdot D) + B + C \cdot D$$

$$F(A,B,C,D) = \sum m(3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15)$$

$$F(A,B,C,D) = \prod M(0,1,2)$$

习题答案

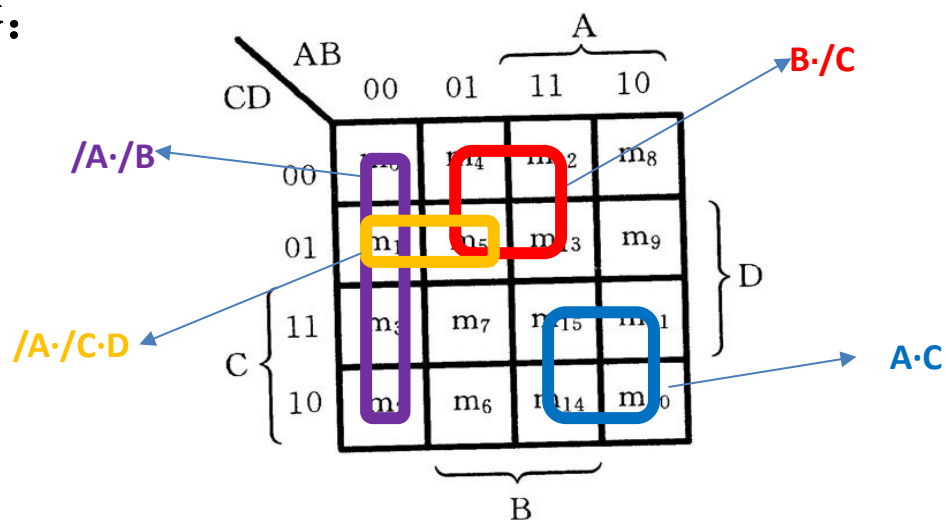
- 2.8 用卡诺图化简法求出下列逻辑函数的最简“与-或”表达式和最简“或-与”表达式：

(1) $F(A,B,C,D) = \bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot \bar{C} \cdot D + A \cdot C + B \cdot \bar{C}$

(2) $F(A,B,C,D) = B \cdot C + D + \bar{D} \cdot (\bar{B} + C) \cdot (A \cdot D + B)$

(3) $F(A,B,C,D) = M(2,4,6,10,11,12,13,14,15)$

- 答：

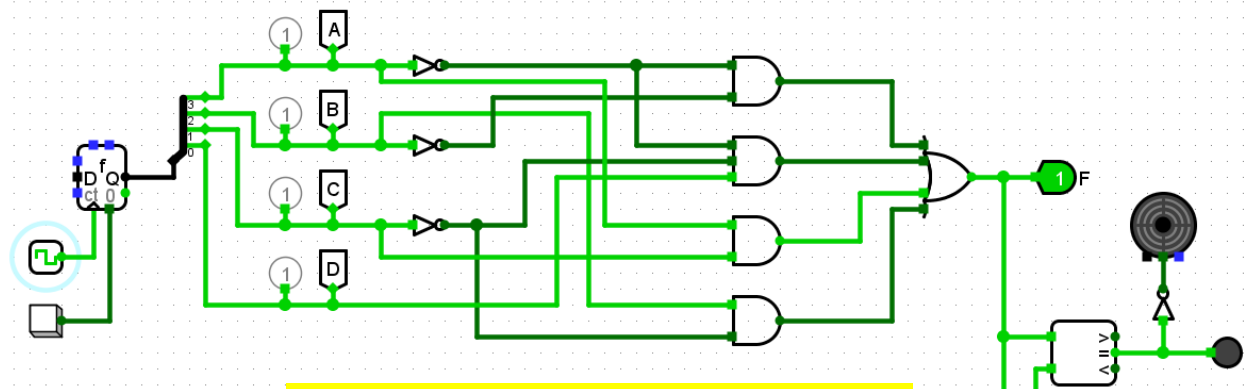


— (1) $F(A,B,C,D) = \bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot \bar{C} \cdot D + A \cdot C + B \cdot \bar{C} = \bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot C + B \cdot \bar{C}$
 $\bar{F}(A,B,C,D) = \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} \quad F(A,B,C,D) = (A + \bar{B} + \bar{C}) \cdot (\bar{A} + B + C)$

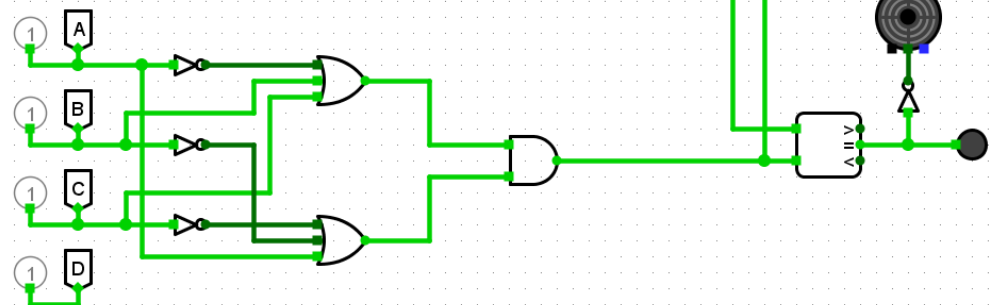
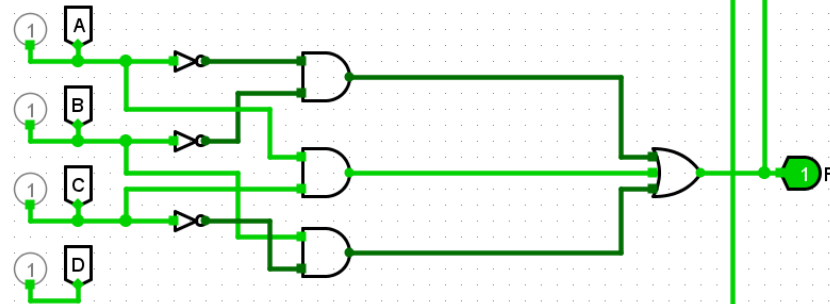
习题2.8 (1) 在Logisim上的验证

$$F(A,B,C,D) = \overline{A} \cdot \overline{B} + A \cdot C + B \cdot \overline{C}$$

$$F(A,B,C,D) = (A + \overline{B} + \overline{C}) \cdot (\overline{A} + B + C)$$



$$F(A,B,C,D) = \overline{A} \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot \overline{C} \cdot D + A \cdot C + B \cdot \overline{C}$$



习题答案

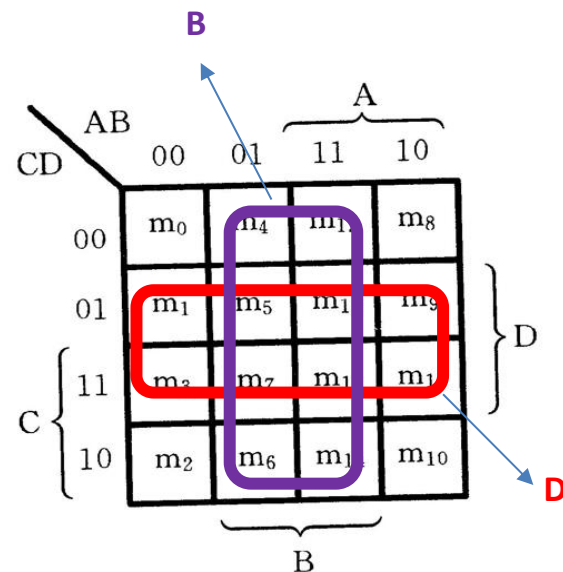
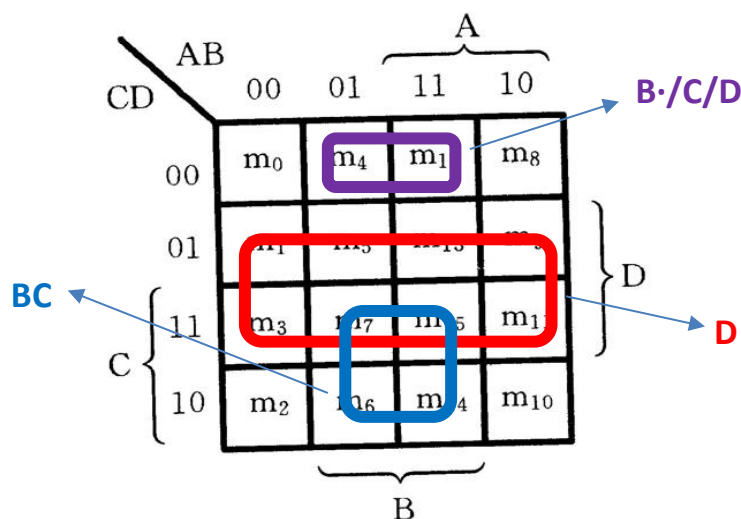
- 2.8 用卡诺图化简法求出下列逻辑函数的最简“与-或”表达式和最简“或-与”表达式：

(1) $F(A,B,C,D) = \bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot \bar{C} \cdot D + A \cdot C + B \cdot \bar{C}$

(2) $F(A,B,C,D) = B \cdot C + D + \bar{D} \cdot (\bar{B} + \bar{C}) \cdot (A \cdot D + B)$

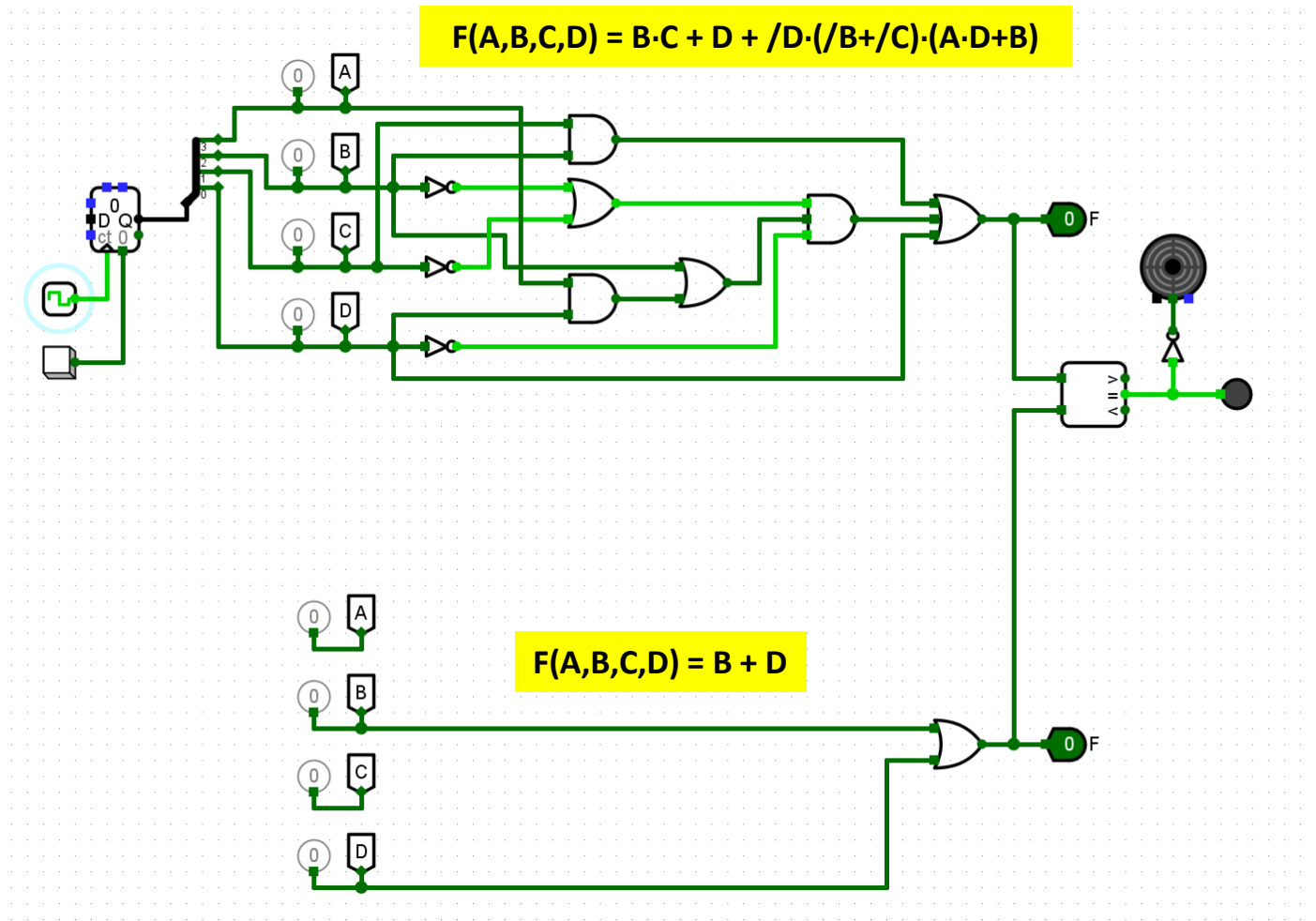
(3) $F(A,B,C,D) = M(2,4,6,10,11,12,13,14,15)$

- 答：



- (2) $F(A,B,C,D) = B \cdot C + D + \bar{D} \cdot (\bar{B} + \bar{C}) \cdot (A \cdot D + B) = D + B \cdot C + B \cdot \bar{C} / D = B + D$
 $F(A,B,C,D) = B + D$ 同时也是最简“或-与”表达式

习题2.8 (2) 在Logisim上的验证



习题答案

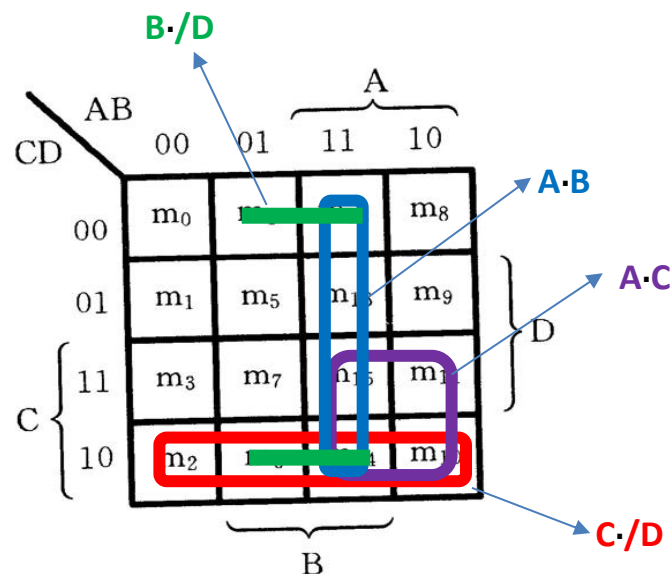
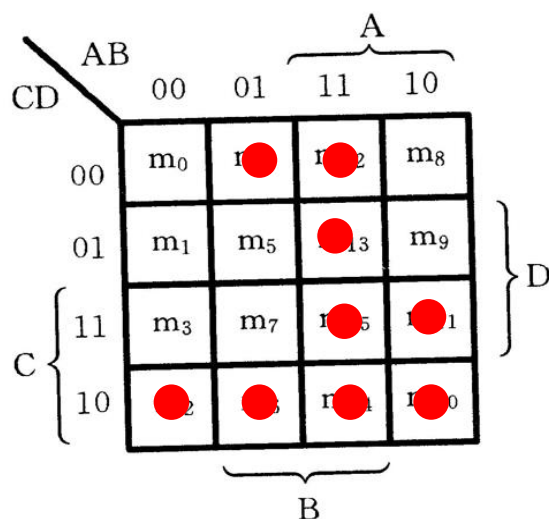
- 2.8 用卡诺图化简法求出下列逻辑函数的最简“与-或”表达式和最简“或-与”表达式：

(1) $F(A,B,C,D) = \bar{A} \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot \bar{C} \cdot D + A \cdot C + B \cdot \bar{C}$

(2) $F(A,B,C,D) = B \cdot C + D + \bar{D} \cdot (\bar{B} + C) \cdot (A \cdot D + B)$

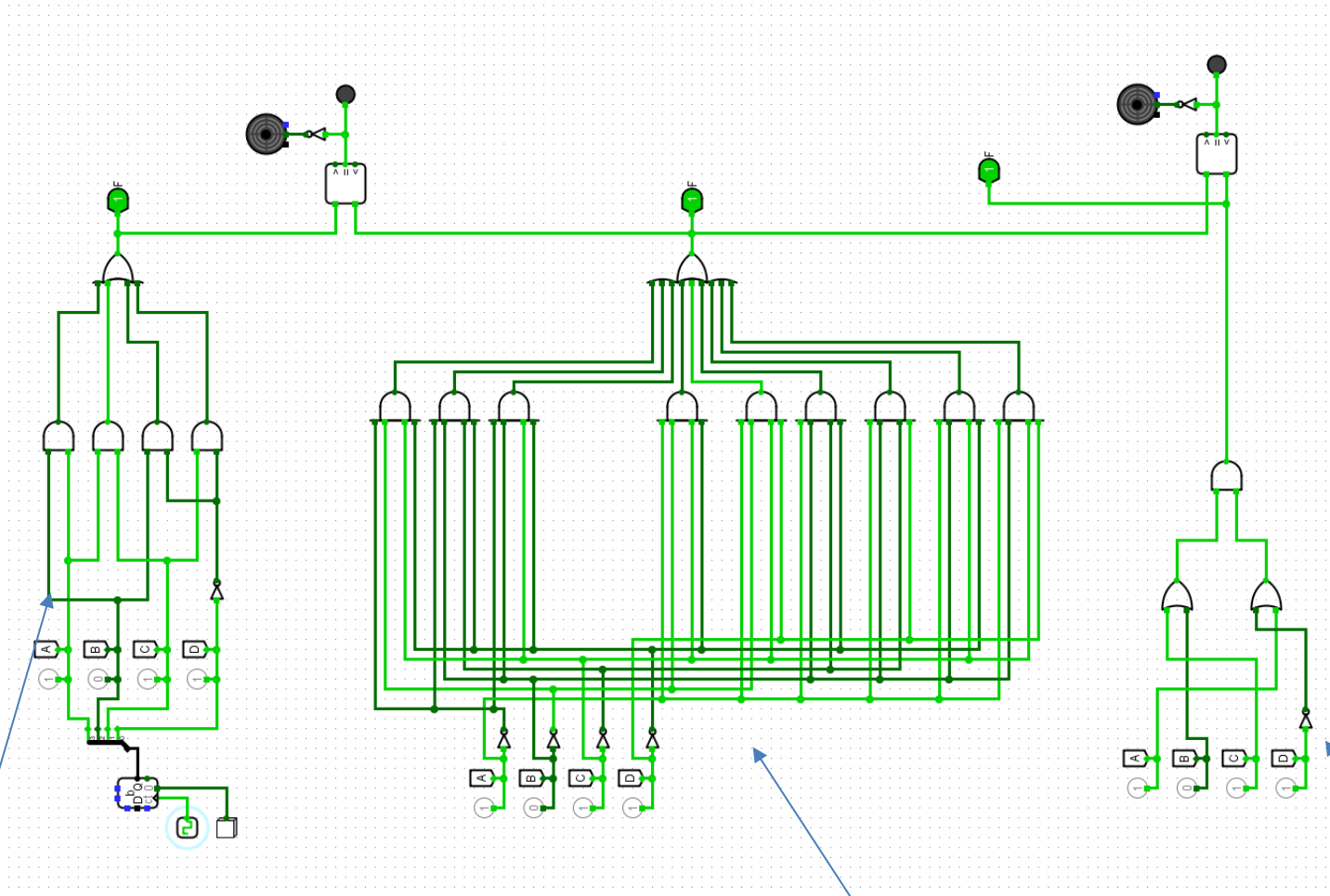
(3) $F(A,B,C,D) = M(2,4,6,10,11,12,13,14,15)$

- 答：



— (3) $F(A,B,C,D) = M(2,4,6,10,11,12,13,14,15) = A \cdot B + A \cdot C + B \cdot \bar{D} + C \cdot \bar{D}$
 $\bar{F}(A,B,C,D) = \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{D}$ $F(A,B,C,D) = (B + C) \cdot (A + \bar{D})$

习题2.8 (3) 在Logisim上的验证



$$F(A,B,C,D) = A \cdot B + A \cdot C + B \cdot D + C \cdot D$$

$$F(A,B,C,D) = M(2,4,6,10,11,12,13,14,15)$$

$$F(A,B,C,D) = (B+C) \cdot (A+D)$$

习题答案

- 2.9 用卡诺图判断函数F和G之间的关系：

(1) $F(A,B,C,D) = /B \cdot /D + /A \cdot /D + /C \cdot /D + A \cdot C \cdot /D$

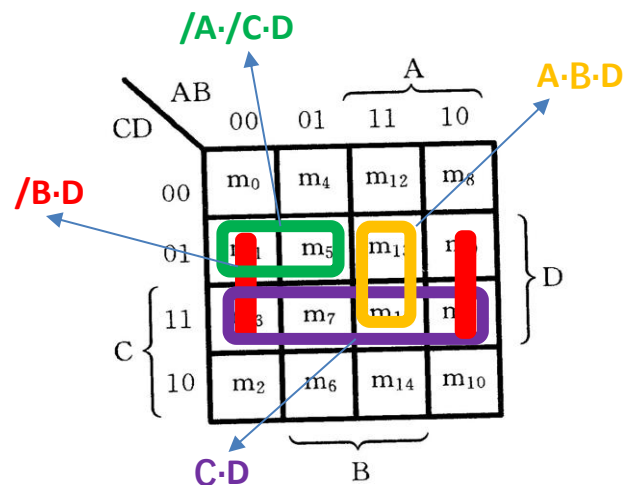
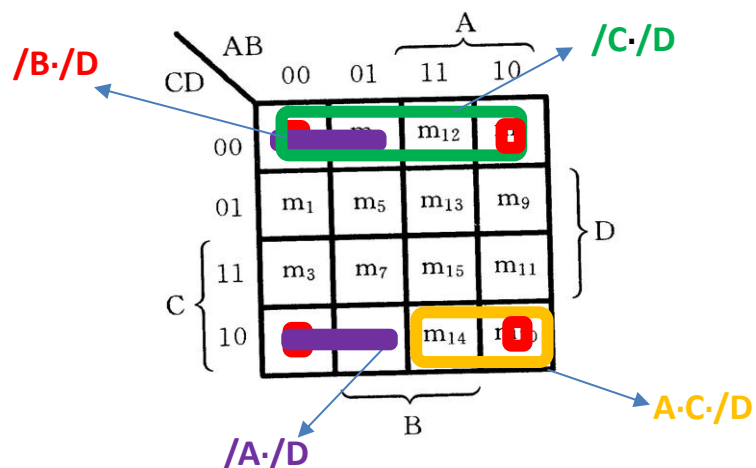
$G(A,B,C,D) = /B \cdot D + C \cdot D + /A \cdot /C \cdot D + A \cdot B \cdot D$

(2) $F(A,B,C) = (A \cdot /B + /A \cdot B) \cdot /C + (/A \cdot /B + /A \cdot B) \cdot C$

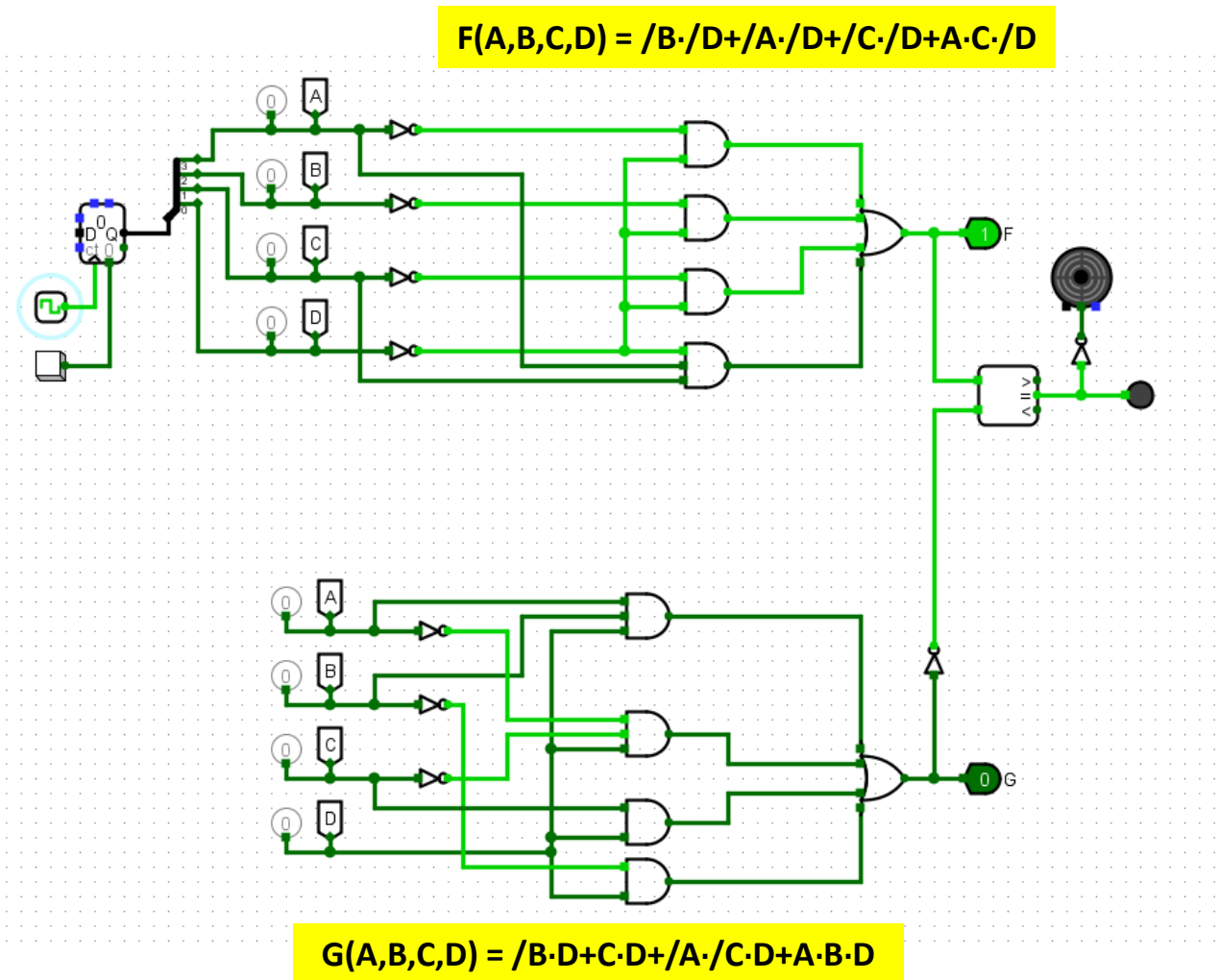
$G(A,B,C) = / (A \cdot B + B \cdot C + A \cdot C) (A + B + C) + A \cdot B \cdot C$

- 答：

(1) $F(A,B,C,D) = /B \cdot /D + /A \cdot /D + /C \cdot /D + A \cdot C \cdot /D$; $G(A,B,C,D) = /B \cdot D + C \cdot D + /A \cdot /C \cdot D + A \cdot B \cdot D$; 根据下图，可知： $F(A,B,C,D) = /G(A,B,C,D)$



习题2.9 (1) 在Logisim上的验证



习题答案

- 2.9 用卡诺图判断函数F和G之间的关系：

(1) $F(A,B,C,D) = /B \cdot /D + /A \cdot /D + C \cdot /D + A \cdot C \cdot /D$

$G(A,B,C,D) = /B \cdot D + C \cdot D + /A \cdot /C \cdot D + A \cdot B \cdot D$

(2) $F(A,B,C) = (A \cdot /B + /A \cdot B) \cdot /C + (/A \cdot /B + /A \cdot B) \cdot C$

$G(A,B,C) = /(A \cdot B + B \cdot C + A \cdot C)(A + B + C) + A \cdot B \cdot C$

- 答：

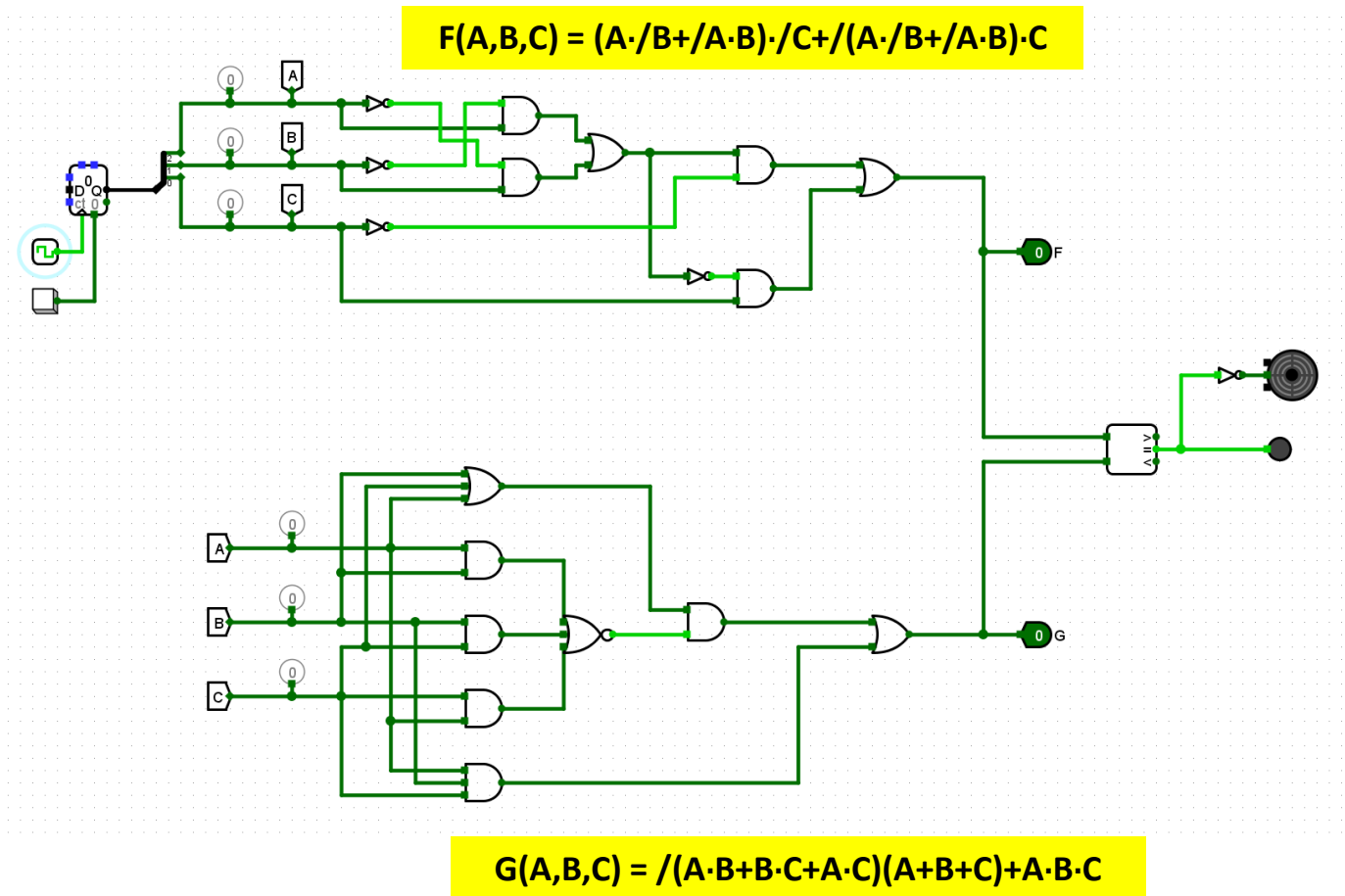
(2) $F(A,B,C) = (A \cdot /B + /A \cdot B) \cdot /C + (/A \cdot /B + /A \cdot B) \cdot C = A \cdot /B \cdot /C + /A \cdot B \cdot /C + A \cdot B \cdot C + /A \cdot /B \cdot C$; $G(A,B,C) = /(A \cdot B + B \cdot C + A \cdot C)(A + B + C) + A \cdot B \cdot C = A \cdot /B \cdot /C + /A \cdot B \cdot /C + A \cdot B \cdot C + /A \cdot /B \cdot C$; 可知： $F(A,B,C) = G(A,B,C)$

C \ AB		A			
		00	01	11	10
C	0	m ₀	m ₂	m ₆	m ₄
	1	m ₁	m ₃	m ₇	m ₅
		B			

C \ AB		A			
		00	01	11	10
C	0	m ₀	●	m ₆	●
	1	●	m ₃	●	m ₅
		B			

C \ AB		A			
		00	01	11	10
C	0	m ₀	●	m ₆	●
	1	●	m ₃	●	m ₅
		B			

习题2.9 (2) 在Logisim上的验证



习题答案

- 2.10 某函数的卡诺图如图2.18所示，请回答如下问题：
 - 若 $b=/a$ ，则当 a 取何值时能得到最简的“与-或”表达式？
 - 若 a 、 b 均任意，则 a 和 b 各取何值时能得到最简的“与-或”表达式？

AB \ CD	00	01	11	10
00	1		b	1
01	1		1	1
11				
10	1	1	1	a

图 2.18 卡诺图

答：

— (1)

- $a=0$ 时， $b=1$ ，则得到下面①的卡诺图；该函数的最简式=2个2变量与项+1个3变量与项+1个4变量与项。
 - $a=1$ 时， $b=0$ ，则得到下面②的卡诺图；该函数的最简式=2个2变量与项+1个4变量与项。
- 因此， $a=1$ 时，能得到最简的“与-或”表达式。

AB \ CD	00	01	11	10
00	1		1	1
01	1		1	1
11				
10	1	1	1	

图 2.18 卡诺图

AB \ CD	00	01	11	10
00	1		1	1
01	1		1	1
11				
10	1	1	1	1

图 2.18 卡诺图

AB \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01	1		1	1
11				
10	1	1	1	1

图 2.18 卡诺图

AB \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01	1		1	1
11				
10	1	1	1	1

图 2.18 卡诺图

①

②

习题答案

- 2.10 某函数的卡诺图如图2.18所示，请回答如下问题：

(1) 若 $b=/a$ ，则当 a 取何值时能得到最简的“与-或”表达式？

(2) 若 a 、 b 均任意，则 a 和 b 各取何值时能得到最简的“与-或”表达式？

AB \ CD	00	01	11	10
00	1		b	1
01	1		1	1
11				
10	1	1	1	a

图 2.18 卡诺图

- 答：

— (2)

- $a=0$ 、 $b=0$ 时，则得到下面①的卡诺图；该函数的最简式=1个2变量与项+1个3变量与项+2个4变量与项。
 - $a=0$ 、 $b=1$ 时，则得到下面②的卡诺图；该函数的最简式=2个2变量与项+1个3变量与项+1个4变量与项。
 - $a=1$ 、 $b=0$ 时，则得到下面③的卡诺图；该函数的最简式=2个2变量与项+1个4变量与项。
 - $a=1$ 、 $b=1$ 时，则得到下面④的卡诺图；该函数的最简式=3个2变量与项。
- 因此， $a=1$ 、 $b=1$ 时，能得到最简的“与-或”表达式。

AB \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01	1			1
11				
10	1	1	1	

图 2.18 卡诺图

①

AB \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01	1			1
11				
10	1	1	1	

图 2.18 卡诺图

②

AB \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01	1			1
11				
10	1	1	1	

图 2.18 卡诺图

AB \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01	1			1
11				
10	1	1	1	

图 2.18 卡诺图

③

AB \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01	1			1
11				
10	1	1	1	

图 2.18 卡诺图

AB \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01	1			1
11				
10	1	1	1	

图 2.18 卡诺图

AB \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01	1			1
11				
10	1	1	1	

图 2.18 卡诺图

AB \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01	1			1
11				
10	1	1	1	

图 2.18 卡诺图

④

习题答案

- 2.11 用列表法化简逻辑函数： $F(A,B,C,D) = \sum m(0,2,3,5,7,8,10,11,13,15)$ 。
- 答：
 - 第一步：用二进制码表示函数F的每一个最小项（表1）。

表1：二进制码表示的函数F的最小项

项号	A B C D	F	项号	A B C D	F
0	0 0 0 0	1	8	1 0 0 0	1
2	0 0 1 0	1	10	1 0 1 0	1
3	0 0 1 1	1	11	1 0 1 1	1
5	0 1 0 1	1	13	1 1 0 1	1
7	0 1 1 1	1	15	1 1 1 1	1

– 第二步：找出函数F的全部质蕴涵项（表2）。

- 表2中没有参与合并的“最小项”、“(n-1)个变量的与项”、“(n-2)个变量的与项”，即为全部质蕴涵项（即没有打“√”的），分别是：

- $p_1 = \sum m(5,7,13,15) = \text{“} -1-1 \text{”} = B \cdot D$
- $p_2 = \sum m(3,7,11,15) = \text{“} --11 \text{”} = C \cdot D$
- $p_3 = \sum m(2,3,10,11) = \text{“} -01- \text{”} = /B \cdot C$
- $p_4 = \sum m(0,2,8,10) = \text{“} -0-0 \text{”} = /B \cdot /D$

表2：质蕴涵项产生表

(I) 最小项				(II) (n-1)个变量的与项				(II) (n-2)个变量的与项					
组号	m _i	ABCD	p _i	组号	Σ m _i	ABCD	p _i	组号	Σ m _i	ABCD	p _i		
0	0	0000	√	0	0,2	00-0	√	0	0,2,8,10	-0-0	p ₄		
1	2	0010	√		1	0,8	-000	√	1	2,3,10,11	-01-	p ₃	
	8	1000	√	2		2,3	001-	√	2	3,7,11,15	--11	p ₂	
2	3	0011	√		1	2,10	-010	√		2	5,7,13,15	-1-1	p ₁
	5	0101	√	2		8,10	10-0	√					
	10	1010	√			2	3,7	0-11	√				
3	7	0111	√		2		3,11	-011	√				
	11	1011	√	2			5,7	01-1	√				
	13	1101	√			2	5,13	-101	√				
4	15	1111	√		2		10,11	101-	√				
				3			7,15	-111	√				
						11,15	1-11	√					
					13,15	11-1	√						

— 第三步：找出函数F的全部必要质蕴涵项。

- 建立必要质蕴涵项产生表（表3）。

表3：必要质蕴涵项产生表

pi	mi									
	0	2	3	5	7	8	10	11	13	15
p ₁				x	x				x	x
p ₂			x		x			x		x
p ₃		x	x				x	x		
p ₄	x	x				x	x			
覆盖情况										

$$p_1 = \sum m(5, 7, 13, 15) = \text{“} -1-1 \text{”} = B \cdot D$$

$$p_2 = \sum m(3, 7, 11, 15) = \text{“} --11 \text{”} = C \cdot D$$

$$p_3 = \sum m(2, 3, 10, 11) = \text{“} -01- \text{”} = /B \cdot C$$

$$p_4 = \sum m(0, 2, 8, 10) = \text{“} -0-0 \text{”} = /B \cdot /D$$

- 依次检查表3中的第2~11列中的“x”，如果该列只有1个“x”，则标注为“x外加圆圈”，共有4个，其对应的行（p₁^{*}、p₄^{*}）即为必要质蕴涵项（加*标注），必要质蕴涵项覆盖最小项的情况在表中的最后一行打“√”标注，没有全部覆盖（表4）。

表4：必要质蕴涵项产生表

pi	mi									
	0	2	3	5	7	8	10	11	13	15
p ₁ [*]				x	x				x	x
p ₂			x		x			x		x
p ₃		x	x				x	x		
p ₄ [*]	x	x				x	x			
覆盖情况	√	√		√	√	√	√		√	√

— 第四步：找出最小覆盖。

- 从必要质蕴涵项产生表（表4）中，去掉 p_1^* 、 p_4^* 行，以及其对应的 m_0 、 m_2 、 m_5 、 m_7 、 m_8 、 m_{10} 、 m_{13} 、 m_{15} ，得到所需质蕴涵项产生表（表5）。

表5：所需质蕴涵项产生表

p_i	mi	
	3	11
p_2	x	x
p_3	x	x
覆盖情况		

- 根据行消去规则，可以消去 p_2 行（或 p_3 行），消去多余行后的 p_3 （或 p_2 ）覆盖了3、11最小项（表6、表7）。

表6：消去多余行后的所需质蕴涵项产生表

p_i	mi	
	3	11
p_3	x	x
覆盖情况	√	√

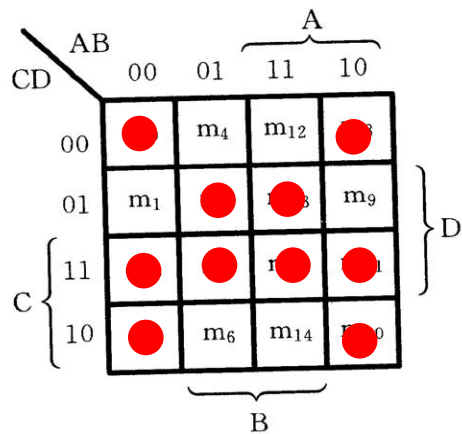
表7：消去多余行后的所需质蕴涵项产生表

p_i	mi	
	3	11
p_2	x	x
覆盖情况	√	√

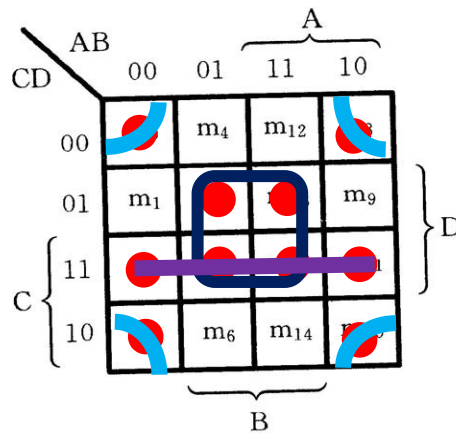
$$\begin{aligned}
 p_1 &= \sum m(5,7,13,15) = \text{“} -1-1 \text{”} = B \cdot D \\
 p_2 &= \sum m(3,7,11,15) = \text{“} --11 \text{”} = C \cdot D \\
 p_3 &= \sum m(2,3,10,11) = \text{“} -01- \text{”} = /B \cdot C \\
 p_4 &= \sum m(0,2,8,10) = \text{“} -0-0 \text{”} = /B \cdot /D
 \end{aligned}$$

- 因此，函数F的最小覆盖为： $p_1 + p_4 + p_3$ ，或者， $p_1 + p_4 + p_2$
- 即，函数F可以化简为： $F(A,B,C,D) = p_1 + p_4 + p_3 = B \cdot D + /B \cdot /D + /B \cdot C$ ；或者， $F(A,B,C,D) = p_1 + p_4 + p_2 = B \cdot D + /B \cdot /D + C \cdot D$

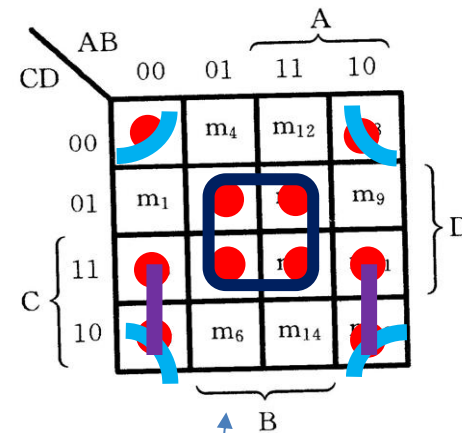
习题2.11在卡诺图上的验证



$$F(A,B,C,D) = \sum m(0,2,3,5,7,8,10,11,13,15)$$



$$F(A,B,C,D) = B \cdot D + /B \cdot /D + C \cdot D$$



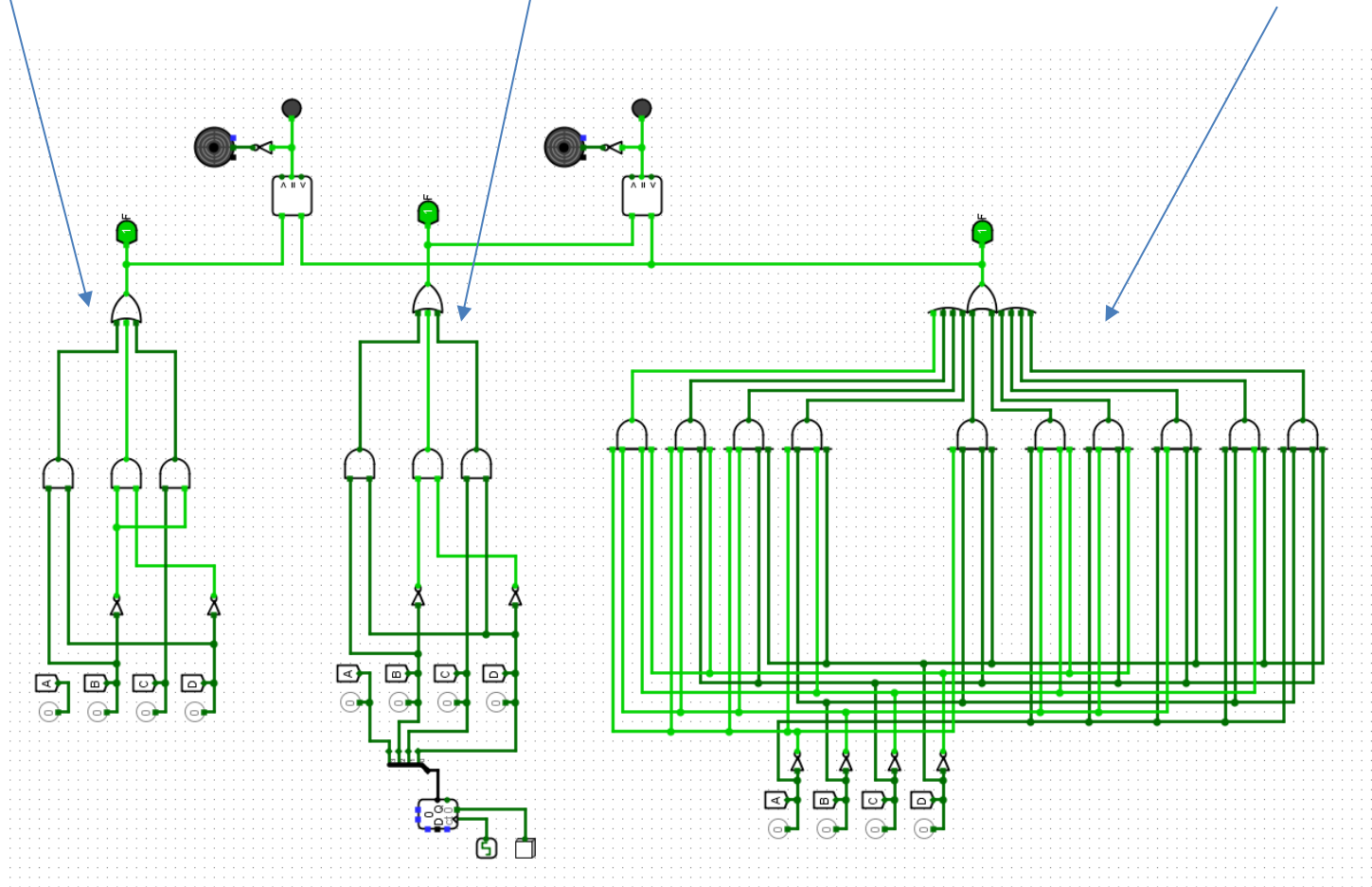
$$F(A,B,C,D) = B \cdot D + /B \cdot /D + /B \cdot C$$

习题2.11在Logisim上的验证

$$F(A,B,C,D) = B \cdot D + /B \cdot /D + /B \cdot C$$

$$F(A,B,C,D) = B \cdot D + /B \cdot /D + C \cdot D$$

$$F(A,B,C,D) = \sum m(0,2,3,5,7,8,10,11,13,15)$$



Thanks