

A Rigorous Time-Domain Analysis of Full-Wave Electromagnetic Cloaking (Invisibility)

Ricardo Weder

1 Введение

В настоящее время существует большой интерес к теоретической и практической возможности маскировки объектов от наблюдения при помощи электромагнитных полей. Основная идея этих маскирующих устройств [8,9,13], [18] заключается в использовании анизотропной преобразующей среды диэлектрическая и магнитная проницаемость $\varepsilon^{\lambda\nu}, \mu^{\lambda\nu}$ которой получаются из $\varepsilon_0^{\lambda\nu}, \mu_0^{\lambda\nu}$ изотропной среды сингулярным преобразованием координат. Сингулярности лежат на границе маскируемых объектов. Здесь берется физическая интерпретация. А именно, $\varepsilon^{\lambda\nu}, \mu^{\lambda\nu}$ и $\varepsilon_0^{\lambda\nu}, \mu_0^{\lambda\nu}$ представляют собой компоненты в плоской декартовой системе координат диэлектрической и магнитной проницаемости среды с различными физическими свойствами. Кажется, что с текущими технологиями возможно построить среду, как описано выше, используя искусственно структурированных метаматериалов. В [8,9] было дано доказательство маскировки для уравнения проводимости, то есть случая нулевой частоты, от обнаружения путем измерения отображения Дирихле-Неймана, которое соотносит значение электрического потенциала на границе к его производной. Работы [13] и [18] рассматривают электромагнитные волны в приближении геометрической оптики, то есть, для больших частот. В [24] представлено экспериментальное подтверждение маскировки, а [4] и [5] дают численное моделирование. Строгое доказательство маскировки уже было дано в [7], где изучались волны фиксированной частоты, то есть в диапазоне частот.

Они рассматривали класс решений уравнений Максвелла с конечной энергией в ограниченном множестве O , которое содержит внутри маскируемый объект, и они доказывают маскировку на любой частоте, по отношению к измерению значений Коши этих решений на границе O . Мы дадим комментарии по этим работам ниже. Для наших результатов по этой задаче смотри [25] и [15]. В [16] рассматривается маскировка упругих волн, и обсуждается история невидимости.

В данной работе мы исследуем электромагнитную маскировку в временной области используя формализм теории рассеяния во времени [23]. Этот формализм дает нам строгий метод для анализа распространения электромагнитных пакетов волн с конечной энергией в преобразующей среде. В частности, это позволяет нам однозначным способом определить математические задачи, возникающие из-за сингулярности обратных диэлектрической и магнитной проницаемости преобразующей среды на границе маскируемого объекта. Большую роль в этом вопросе играет теория фон Неймана самосопряженных расширений симметричных операторов. Мы записываем уравнения Максвелла в форме Шредингера, где роль гамильтониана будет играть электромагнитный пропагатор. Мы докажем, что электромагнитный пропагатор вне маскируемого объекта является существенно самосопряженным. Это означает, что он имеет только одно самосопряженное расширение A_Ω , и это расширение самосопряженное расширение порождает единственно возможную эволюцию во времени с постоянной энергией, с электромагнитными волнами конечной энергии, распространяющихся вне маскируемого объекта. Более того, A_Ω унитарно эквивалентно электромагнитному пропагатору в среде $\epsilon_0, \mu_0^{\lambda\nu}$.