

Идеальная цилиндрическая оболочка: совершенная, но чувствительная к малым возмущениям

Ideal Cylindrical Cloak: Perfect but Sensitive to Tiny Perturbations

Zhichao Ruan, Min Yan, Curtis W. Neff, and Min Qiu

Laboratory of Optics, Photonics and Quantum Electronics,

Department of Microelectronics and Applied Physics,

Royal Institute of Technology (KTH), Electrum 229, 16440 Kista, Sweden

Joint Research Center of Photonics of the

Royal Institute of Technology (Sweden) and Zhejiang University,

Zhejiang University, Yu-Quan, 310027 Hangzhou, People's Republic of China

e-mail: min@kth.se

Аннотация

В последних работах обсуждался захватывающий вопрос экзотических материалов, невидимых для электромагнитных волн (ЕМ) [1]-[11]. Основываясь на преобразовании координат в уравнениях Максвелла Пендри и другие впервые предложили мантию невидимку, которая может защищать объект внутри нее от обнаружения [1]: когда электромагнитные волны проходят сквозь мантию невидимку, она отражает их, направляя вокруг объекта, затем возвращает в первоначальное направление, не возмущая внешнее поле. Также недавно сообщалось о численных методах, примененных для решения задачи ЕМ, включающую плащ невидимку [6, 9], и экспериментальных результатов маскировки с использованием метаматериалов с упрощенными параметрами [7]. Тем не менее, идеальный плащ-невидимка не была подтверждена как совершенная оболочка, в связи с экстремальными физическими параметрами (ноль или бесконечность) в идеальной оболочке при приближении к внутренней границе.

В этой работе мы рассмотрим рассеяние идеального плаща-невидимки. Мы сфокусируем наш анализ на двумерной цилиндрической оболочке, поскольку волновое уравнение, по сравнению с трехмерным случаем может быть упрощено, так же двумерную оболочку более проще изготовить [7]. Мы воспользуемся преимуществом цилиндрической геометрии структуры и используем метод расширения цилиндрической волны для изучения устройства полуаналитически. Чтобы избежать экстремальных значений (нуля или бесконечности), мы введем небольшое возмущение в идеальную оболочку и позволим ему достигнуть нуля, чтобы изучить задачу рассеяния для идеальной оболочки. Такой асимптотический анализ может показать не только, является ли идеально невидимой или нет, но и предоставляет подсказки, насколько чувствительно такое устройство к конечным возмущениям. Анализ чувствительности плаща-невидимки прямо определяет возможно его применения. Наши исследования показывают, что цилиндрическая оболочка очень чувствительна к малым возмущениям параметров.

Сначала посмотрим на волновое уравнение внутри цилиндрической оболочки. Согласно [1] простое преобразование

$$r' = \frac{b-a}{b}r + a, \quad \theta' = \theta, \quad \zeta' = \zeta \quad (1)$$

может сжать пространство из цилиндрической области $0 < r < b$ в кольцо $0 < r' < b$, где a и b внутренний и внешний радиусы оболочки соответственно, и $r, \theta, \zeta(r', \theta', \zeta')$ радиальная, угловая и вертикальная координаты в оригинальной(преобразованной) системе

соответственно. Следуя подходу работы [1] компоненты тензора диэлектрической и магнитная проницаемости могут быть записаны как

$$\varepsilon_r = \mu_r = \frac{r-a}{r} \quad \varepsilon_\theta = \mu_\theta = \frac{r}{r-a},$$

$$\varepsilon_\zeta = \mu_\zeta = \left(\frac{b}{b-a}\right)^2 \frac{r-a}{r} \quad (2)$$

и предполагается воздух для окружающей среды и внутренней области. В дальнейшем рассматривается поперечно-электрическое (ТЕ) поляризованное магнитное поле (т.е. электрическое поле существует только в ζ -направлении); однако, аналогичные рассуждения могут быть проведены для поперечно-магнитного поля. На протяжении работы предполагается $\exp(-i\omega t)$ зависимость от времени. Для ТЕ-поляризованной волны только ε_ζ , μ_r и μ_θ относятся к следующему общему волновому уравнению, регулирующему поле E_ζ в цилиндрических координатах оболочки

$$\frac{1}{\varepsilon_\zeta r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r}{\mu_\theta} \frac{\partial E_\zeta}{\partial r} \right) + \frac{1}{\varepsilon_\zeta r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\mu_r} \frac{\partial E_\zeta}{\partial \theta} \right) + k_0^2 E_\zeta = 0, \quad (3)$$

где k_0 волновой вектор света в вакууме. Если мы подставим ур. (2) для ε_ζ , μ_r и μ_θ получим

$$r^2 \frac{\partial^2 E_\zeta}{\partial r^2} + r \mu_\theta \frac{\partial E_\zeta}{\partial r} + \varepsilon_\zeta \mu_\theta r^2 k_0^2 E_\zeta + \frac{\mu_\theta}{\mu_r} \frac{\partial^2 E_\zeta}{\partial \theta^2} = 0. \quad (4)$$

Список литературы

- [1] J. B. Pendry, D. Schurig, and D. R. Smith, Science 312, 1780 (2006).
- [2] U. Leonhardt, Science 312, 1777 (2006).
- [3] A. Alu' and N. Engheta, Phys. Rev. E 72, 016623 (2005).
- [4] D. A. B. Miller, Opt. Express 14, 12457 (2006).
- [5] U. Leonhardt, New J. Phys. 8, 118 (2006).
- [6] S. A. Cummer, B. I. Popa, D. Schurig, D. R. Smith, and J. B. Pendry, Phys. Rev. E 74, 036621 (2006).
- [7] D. Schurig, J. J. Mock, B. J. Justice, S. A. Cummer, J. B. Pendry, A. F. Starr, and D. R. Smith, Science 314, 977 (2006).
- [8] G. W. Milton, M. Briane, and J. R. Willis, New J. Phys. 8, 248 (2006).
- [9] F. Zolla, S. Guenneau, A. Nicolet, and J. B. Pendry, Opt. Lett. 32, 1069 (2007).
- [10] W. Cai, U. K. Chettiar, A. V. Kildishev, and V. M. Shalaev, Nat. Photon. 1, 224 (2007).
- [11] H. Chen and C. T. Chan, Appl. Phys. Lett. 90, 241105 (2007).
- [12] H. C. van de Hulst, Light Scattering by Small Particles (Dover, New York, 1981).
- [13] D. Felbacq, G. Tayeb, and D. Maystre, J. Opt. Soc. Am. A 11, 2526 (1994).