

Предисловие к первому изданию

С того момента, как была выпущена наша первая книга по теории рассеяния прошло почти десять лет [64]. В то время мы утверждали, что “в последние годы разработка методов интегральных уравнений для прямой задачи рассеяния, кажется, близится к завершению, в то время как использование такого подхода для изучения обратных задач рассеяния развилось в такой степени, что крайне необходимы исследования ‘по последнему слову техники’ ”. С тех пор, как мы писали эти слова, обратные задачи рассеяния для звуковых и электромагнитных волн выросли от нескольких теоретических рассуждений с ограниченными численными реализациями к хорошо развитой математической теории с проверенными численными алгоритмами. Это созревание области теории обратных задач рассеяния основано на понимании того, что такие задачи в общем случае не только нелинейные, но и также некорректных в том смысле, что решение не является непрерывно зависимым от измеряемых данных. Это было подчеркнуто в [64] и обработано при помощи идей и инструментов, доступных в то время. Теперь, почти десять лет спустя, эти первоначальные идеи развились до такой степени, что представляется целесообразным написать монографию, суммирующую математические основы области. Эта книга является нашей попыткой написать такую монографию.

Обратная задача рассеяния для звуковых и электромагнитных волн в широком смысле может быть разделена на два класса: обратной задачи препятствия и обратной задачи среды. В обратной задаче препятствия рассеивающий объект является однородным препятствием с заданными значениями на границе, тогда обратная задача состоит в определении препятствия из знания рассеянного поля на бесконечности, то есть шаблона удаленного поля. Обратная задача среды, в ее простейшей форме, является ситуацией, в которой рассеивающий объект представляет собой неоднородную среду, такую что материальные параметры изменяются непрерывным образом и тогда обратная задача заключается в нахождении одного или нескольких таких параметров из шаблона удаленного поля. В [64] была рассмотрена только обратная задача препятствия. В этой книге мы будем рассматривать обе: и обратную задачу препятствия, и обратную задачу среды, используя два разных метода. В первом методе ищется препятствие, или параметры, которые наилучшим образом подходят измеренным данным, в то время как во втором методе ищется препятствие, или параметры, чей шаблон удаленного

поля имеет такое же среднее взвешенное, что и измеренные данные. Теоретическая и численная разработка этих двух методов для решения обратных задач рассеяния для звуковых и электромагнитных волн является основным предметом этой книги.

Мы не претендуем на то, чтобы освятить все возможные темы в теории обратных задач рассеяния звуковых или электромагнитных волн. В самом деле, с быстрым ростом области, такое задание было бы почти невыполнимо в пределах одного тома. В частности, мы подчеркивали нелинейную и некорректную природу обратной задачи рассеяния и только вскользь обратили внимание на различные линейные методы, которые применимы в некоторых случаях. Такой взгляд на обратные задачи рассеяния благодаря нашей совместной работе в сотрудничестве с рядом математиков за последние десять лет, в частности: Thomas Angell, Peter Hähner, Andreas Kirsch, Ralph Kleinman, Peter Monk, Lassi Päiväranta, Lutz Wienert and Axel Zinn.

Как и любая книга по математике, первый вопрос, на который следует ответить: какой уровень математических знаний ожидается от читателя? Так как обратные задачи рассеяния начинаются с асимптотического поведения решения прямой задачи рассеяния, кажется логичным начать обсуждение с существования и единственности решения прямой задачи рассеяния. Мы проделали это для уравнений Гельмгольца и Максвелла. В наше обсуждение также входит обработка численных решений прямой задачи. В дополнение к детальному описанию прямой задачи рассеяния, мы также включили в качестве дополнительного материала основы теории сферических гармоник, сферических функций Бесселя, операторнозначные аналитические функции и некорректные задачи (последняя тема значительно расширена из беглого обсуждения в [64]). Что касается более общего математического аппарата, мы полагаем, что читатель имеет базовые знания классического и функционального анализа.

При подготовке данной книги нам помогало много людей. В частности, мы хотим поблагодарить Wilhelm Grever, Rainer Hartke и Volker Walther за чтение частей рукописи и Peter Hähner за многочисленные значимые предположения и улучшения. Также благодарим Ginger Moore за выполнение части набора.