凸优化 20181114 课后作业

董岩 2018211072 自动化

一、

1. 用 Newton 法求解下述无约束优化问题：

$$\min_{x\in R^2} \quad f(x)=(1-x_1)^2+2(x_2-x_1^2)^2$$

直线搜索采用精确直线搜索（0.618 法）。初始点取为 $\boldsymbol{x}^0=(0,0)^T$，停止准则为 $\|\nabla f(x)\|_2\le 10^{-8}$。要求画出迭代点 $\boldsymbol{x}^k$ 在二维平面上的轨迹（将每个点连线）以及对数目标函数 $\log f(x^k)$ 关于迭代次数 k 的图像。

计算结果：

经过 4 次迭代（含初始点），达到计算精度要求。4 次迭代中，坐标依次为：

```
sequence of x1:

ans =

[ 0, 0.49999999773215147991223261669802, 0.99999999948778750535893777785102, 1.0]

sequence of x2:

ans =

[ 0, 0, 0.99999999309401177427503171202261, 1.0]
```

计算结果依次为：

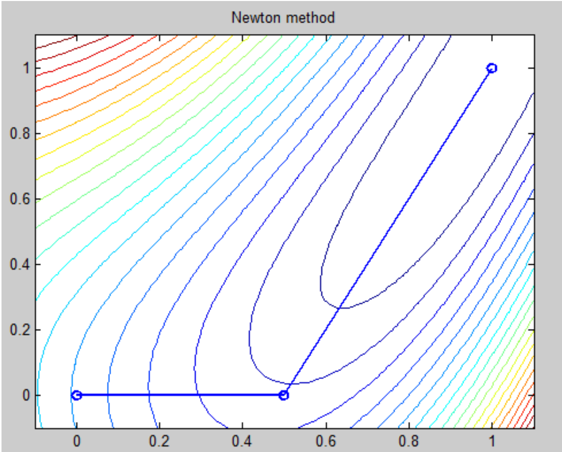
```
save_value =

    1.0000    0.3750    0.0000         0
```

梯度依次为：

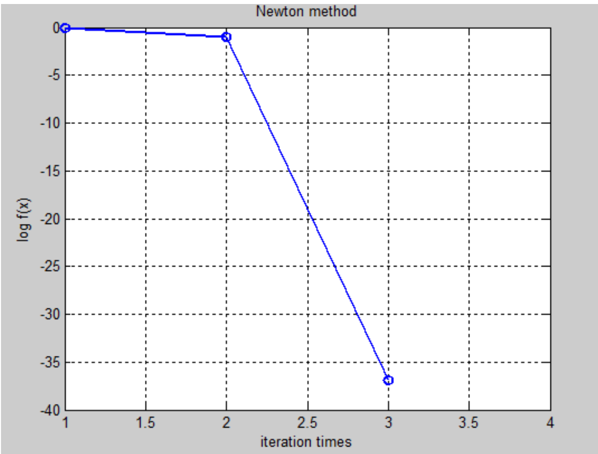
```
save_gradient =

   -2.0000   -0.0000    0.0000         0
         0   -1.0000   -0.0000         0
```

绘制曲线

轨迹如下：



log f(x^k)图像：



由于第四次取值为$-\infty$所以未能画出

```
K>> log(save_value)

ans =

         0   -0.9808  -36.9185       -Inf
```

二、

2. 考虑无约束优化问题：

$$\min \quad f(x) = -\sum_{i=1}^{m} \log(1 - a_i^T x) - \sum_{i=1}^{n} \log(1 - x_i^2)$$

其中 $x \in R^n$， $\operatorname{dom} f = \{x \mid a_i^T x < 1, i = 1, \cdots, m; |x_i| < 1, \cdots, n\}$。

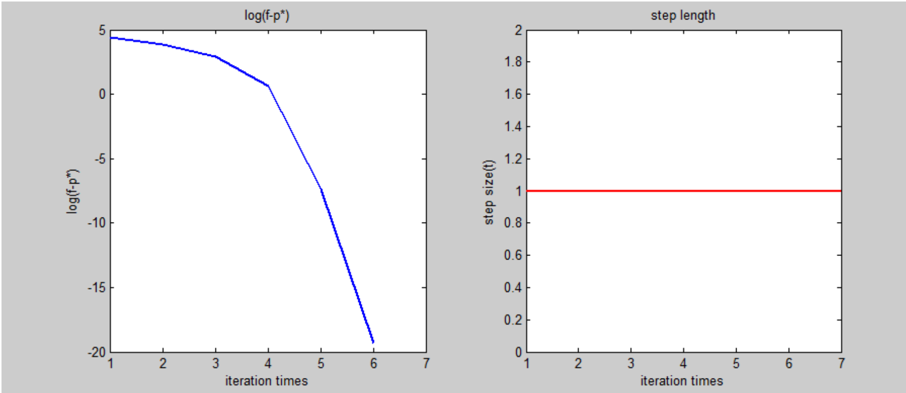
用 Newton 法并结合回溯直线搜索求解上述 $f(x)$ 在 $m = 50, n = 50$ 和 $m = 100, n = 100$ 两种规模下的最优解 x^* 和最优值 p^*。请合理选择回溯参数，要求停止误差为 $\|\nabla f(x)\|_2 \le 10^{-8}$，分别画出对数误差 $\log(f(x^k) - p^*)$ 和迭代步长 t^k 关于迭代次数 k 的图像。

1、 A_50 规模

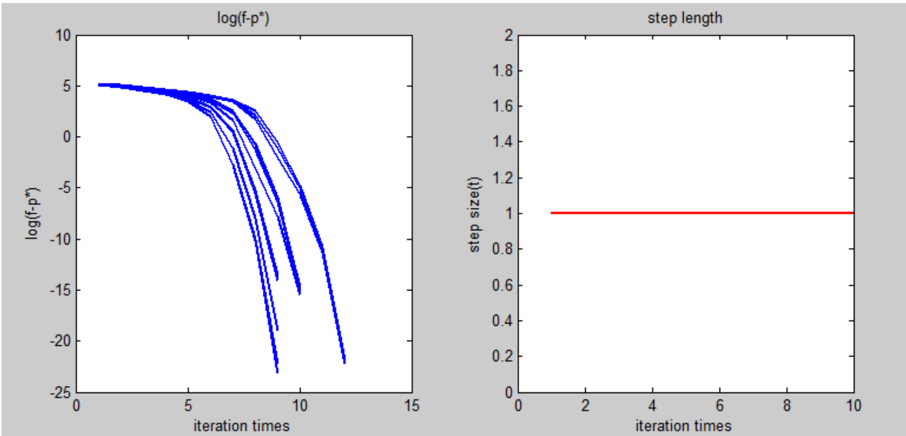
当选取初始点为 0 时，计算结果：

```
Calculating optimal solution by Newton method ...

 ------------- Result -------------
Iter times: 7, value: -1.165011e+02.
```

当选取初始点为 0 时，误差与步长曲线：



而对于随机初始值，计算结果相同，但迭代次数会增多，但并未超过 15 次：



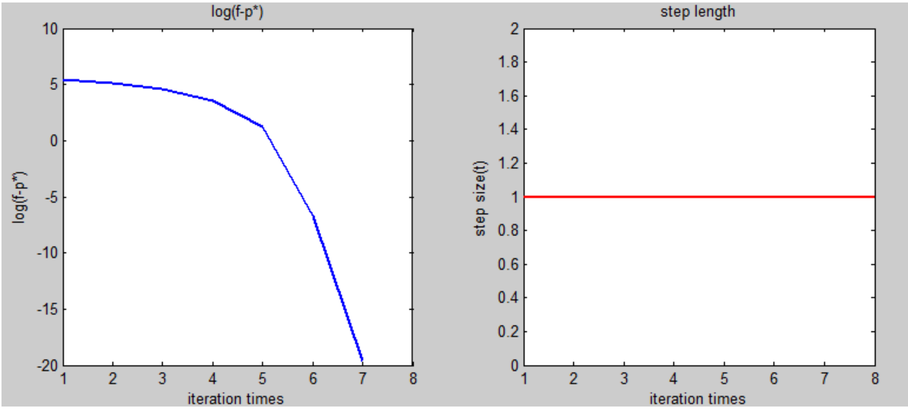
并且可以看出，当进入二次收敛以后，迭代次数均在 5 次之内达到目标阈值。

2、 A_100 规模

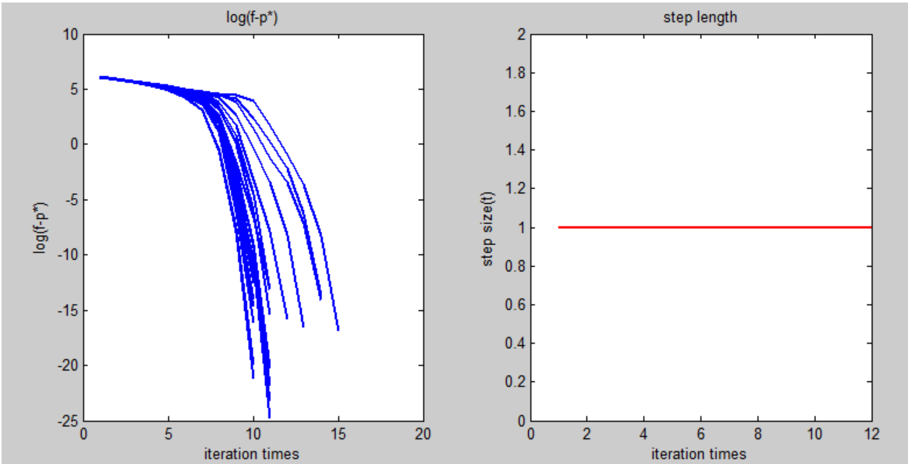
当选取初始点为 0 时，计算结果：

```
Calculating optimal solution by Newton method ...

 ------------- Result -------------
Iter times: 8, value: -2.988589e+02.
```

当选取初始点为 0 时，误差与步长曲线：



而对于随机初始值，计算结果相同，但迭代次数会增多，但都在 20 次以内：



并且可以看出，当进入二次收敛以后，迭代次数均在 5 次之内达到目标阈值。