2001～2002 学年第二学期《 高等数学 》期末考试试题（180 学时）

专业班级_______________________ 学号___________________ 姓名____________

一、填空题（每小题 4 分）

1、曲线$\begin{cases} x^2 - y^2 + z^2 = 0 \\ x = 2 \end{cases}$在点（2，3，$\sqrt{5}$）处的切线与 Z 轴正向所成的倾角为____________。

2、设 $f(x,y)$ 是连续函数，改变$\int_{-1}^{0}dx\int_{x+1}^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dy$ 的积分次序____________。

3、L 是从 A（1，6）沿 xy=6 至点 B（3，2）的曲线段，则$\int_L e^{x+y}(ydx + xdy)$= _____________。

4、$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n^2-1}$的和等于___________。

5、若$\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ 收敛，$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$，则$\lim_{n\to\infty}(S_{n+1} + S_{n-1} - 2S_n)$=_______。

二、试解下列各题（每小题 5 分）

1、设$\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}$，$\vec{b} = -2\vec{j} + \vec{k}$，求以向量$\vec{a}$，$\vec{b}$ 为边的平行四边形的对角线的长度。

2、设$u = \sec(2y - xyz)$，求u_x，u_y，u_z。

三、（10 分）计算$\iint_{\Sigma} x(y-z)dydz + (x-y)dxdy$，其中 Σ 是曲线 $z = y^2$ $(0 \le z \le 3)$ 绕 Z 轴旋转一周而成，且从 Z 轴正向看的下侧。

四、（10 分）设函数 $z(x,y)$ 由方程组$\begin{cases} x = e^{u+v} \\ y = e^{u-v} \\ z = uv \end{cases}$，（u, v 为参数）所确定，求$\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right|_{\substack{x=1\\y=1}}$。

五、（10 分）计算$\iint_D \left|x^2 + y^2 - 2\right| dxdy$，其中区域 D 为 $x^2 + y^2 \le 3$。

六、（11 分）有一母线平行于 Z 轴的三棱柱，它的底是 xoy 面上以 A(1,0),B(1,0),C(-1,0) 为顶点的三角形,试求此三棱柱介于平面 z=0 与旋转面 $z=x^2+y^2$ 之间的那部分体积。

七、（10 分）计算 $\iint_{\Sigma} z^2 ds$，其中 Σ 是柱面 $x^2+y^2=4$ 介于 0≤z≤6 的部分。

八、（12 分）设 $\overset{\frown}{AB}$ 在极坐标系下的方程为 $r=f(\theta)$，其中 $f(\theta)$ 是[0，2π]上具有连续导数的正值函数，且 $\theta=\alpha$ 对应点 A，$\theta=\beta$ 对应点 B（$0<\alpha<\beta<2\pi$）。试证明：

$$\int_{\overset{\frown}{AB}} -ydx+xdy=\int_{\alpha}^{\beta} f^2(\theta)d\theta$$

九、（7 分）求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{n!}x^n$ 的收敛区间及和函数。