2000～2001 学年第二学期《 高等数学 》期末考试试题（180 学时）

专业班级____________________学号________________ 姓名__________

一、 已知一个二阶常系数线性齐次微分方程有相等的实根 a，试写出此微分方程及通解。（8 分）

二、 设幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-1)^n$ 在 x=3 处发散，在 x=1 处收敛，试求出此幂级数的收敛半径。（8 分）

三、 求曲面 $x^3y^2 + xz = 3$ 在点（1，1，1）处的切平面方程和法线方程 。（10 分）

四、 设 $x > 0, f(x)$ 为连续可微函数，且 $f(1) = 2$，对 $x > 0$ 的任一闭曲线 L，有 $\oint_L 4x^3ydx + xf(x)dy = 0$，求 $f(x)$。（10 分）

五、 设曲线 L（起点为 A，终点为 B）在极坐标下的方程为 $r = \sqrt{\sin 2\theta}, (\frac{\pi}{6} \le \theta \le \frac{\pi}{3})$，其中 $\theta = \frac{\pi}{6}$ 对应起点 A，$\theta = \frac{\pi}{3}$ 对应终点 B，试计算 $\int_L - ydx + xdy$ 。（10 分）

六、 设空间闭区域 Ω 由曲面 $z = a^2 - x^2 - y^2$ 与平面 $z = 0$ 围成，其中 $a > 0$，Σ 为 Ω 的表面外侧，且假定 Ω 的体积 V 已知，计算：

$$\oiint_{\Sigma} x^2yz^2dydz - xy^2z^2dzdx + z(1 = xyz)dxdy .$$ 。（10 分）

七、 函数 $z = z(x, y)$ 由 $F(\frac{x}{y}, \frac{y}{z}) = 0$ 所确定，F 具有连续的一阶偏导数，求 dz 。（12 分）

八、 计算 $\iiint_{\Omega} (x^2 + y^2)dxdydz$, 其中 Ω 是由平面 z =2 与曲面 $x^2 + y^2 = 2z^2$ 所围成的闭区域。（12 分）

九、 已知级数 $\sum_{n=1}^{\infty} U_n$ 的部分和 $S_n = arctgn$，试写出该级数，并求其和，且判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty} tgU_n$ 的敛散性。（12 分）

十、 设 $f(x)$ 连续，证明 $\iint_D f(x-y)dxdy = \int_{-A}^{A} f(t)(A-|t|)dt$，其中 A 为正常数。D：$|x| \le \frac{A}{2}, |y| \le \frac{A}{2}$。（8 分）