武汉大学 2006—2007 学年第二学期《高等数学 B》（5 学分）考试试题
（A 卷）

一、（12 分）试解下列各题：

1、求证幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n+1}{n!}x^n$ 在收敛域内的和函数为：$f(x)=(1+x)e^x$

2、求函数 $g(x)=x+1\quad(-2<x<2)$ 的傅立叶级数系数。

二、（15 分）讨论函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^2y}{x^2+y^2}; & x^2+y^2\neq 0\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$ 在点 $(0,0)$ 处的偏导数存在性、方向导数的存在性、可微性。

三、（10 分）验证变换 $x=e^t$ 可将微分方程 $x^2\dfrac{d^2y}{dx^2}-2x\dfrac{dy}{dx}+2y=x\ln x$ 变换为微分方程 $\dfrac{d^2y}{dt^2}-3\dfrac{dy}{dt}+2y=te^t$；并求微分方程 $\dfrac{d^2y}{dt^2}-3\dfrac{dy}{dt}+2y=te^t$ 的通解。

四、（12 分）设有函数 $f(x,y,z)=ze^{-(x^2+y^2+z^2)}$

1、求 $\dfrac{\partial f}{\partial y},\dfrac{\partial^3 f}{\partial y\partial z\partial x}$；

2、求三重积分 $\iiint\limits_{\Omega}f(x,y,z)\mathrm{d}v$，其中 $\Omega:1\le x^2+y^2+z^2\le 4,y\ge 0,z\ge 0$.

五、（15 分）设有旋转抛物面方程：$z=2-(x^2+y^2)$

1、在旋转抛物面位于第一卦限部分上求一点，使该点处的切平面与三坐标面围成的四面体的体积最小；

2、设 $V=\ln(4-z)^3-24(\ln x+\ln y)$，其中 $x=x(y,z)$ 由方程 $z+x^2+y^2=2$ 所确定.

求 $\dfrac{\partial V}{\partial z}\Big|_{(1,1,3)}$.

六、（20 分）设有旋转抛物面 S_1 的参数方程为：$\begin{cases}x=u+v\\ y=u-v\\ z=u^2+v^2\end{cases}$ 其中 u,v 为参数，

曲面 S_2 的方程为：$x^2+(y-1)^2=1$

1、验证曲面 S_1 的直角坐标方程为 $z=\dfrac{1}{2}(x^2+y^2)$；

2、求曲面 S_2 介于 xoy 面与曲面 S_1 之间的那部分曲面面积；

3、求曲面积分 $I=\iint\limits_{\Sigma}xzdydz+2zydxdz+3xydxdy$ 其中 Σ 为曲面 S_1 $(0\le z\le 2)$ 部分的下侧。

七、（10 分）试确定函数 $g(x)$ 使曲线积分 $\int_L[g''(x)+9g(x)+2x^2-5x+1]y^2dx+7g''(x)dy$ 与路径无关，$g(x)$ 在全平面上三阶导数连续，L 为单连通域 G 内自点 $(0,0)$ 到点 $(1,1)$ 的任意一条光滑曲线，并求此曲线积分。

八、（6 分）设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，且单调增加，试证：$\iint\limits_{D}(e^yf(y)+y-x)d\sigma\ge(e-1)\int_0^1 f(y)dy$

其中 $D=\{(x,y)\mid 0\le x\le 1,0\le y\le 1\}$。

武汉大学2007—2008学年第二学期《高等数学B_2》（180学时）考试试题

（A卷）

一、（36分）试解下列各题：

1、求通过直线$\begin{cases} 2x+y=0 \\ 4x+2y+3z=6 \end{cases}$且平行于直线$\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{4}$的平面方程；

2、在两边向量为$\overrightarrow{AB}=\{0,4,-3\},\overrightarrow{AC}=\{4,-5,0\}$的$\Delta ABC$中，求$AB$边上的高$h$；

3、求曲面$x^2+y^2+z^2=6$在点$(1,-2,1)$处的切平面和法线方程；

4、设$z=e^{xy}+y^2\ln x$，求二阶偏导数$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$；

5、计算二重积分$\iint\limits_D xy\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中$D=\{(x,y)\mid x^2+y^2\le a^2, x\ge 0, y\ge 0\}$；

6、交换积分次序$\int_{-1}^{0}dx\int_{x+1}^{\sqrt{1-x^2}}f(x,y)dy$。

二、（10分）求函数$z=x+y+\dfrac{1}{xy}\quad(x>0,y>0)$的极值。

三、（12分）设函数$g(x)$具有连续导数，曲线积分$\int\limits_L[e^x+g(x)]y\mathrm{d}x-g(x)\mathrm{d}y$与路径无关，

1、求满足条件$g(0)=-\dfrac{1}{2}$的函数$g(x)$；

2、计算$\int_{(0,0)}^{(1,1)}[e^x+g(x)]y\mathrm{d}x-g(x)\mathrm{d}y$的值。

四、（12分）证明级数$\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{4}+\dfrac{5}{8}+\dfrac{7}{16}+\cdots$收敛，并求其和。

五、（15分）1、设函数$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^2y}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\ne 0\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$的二阶偏导数$f_{xy}(0,0)$；

2、问微分方程$y'''-y''-2y'=0$的哪一条积分曲线$y=y(x)$通过点$(0,-3)$，在这点处有倾角为$\arctan 6$的切线，且$y''|_{x=0}=f_{xy}(0,0)$。

六、（15分）试求向量$\vec{F}=\vec{i}+z\vec{j}+\dfrac{e^z}{\sqrt{x^2+y^2}}\vec{k}$穿过由$z=\sqrt{x^2+y^2}, z=1, z=2$所围成区域的外侧面（不包含上、下底）的流量。

$e^{\ln x}$

武汉大学2008—2009学年第二学期《高等数学B2》试题

（A卷）

一、（30分）试解下列各题：

1、（6分）求解微分方程 $\frac{dx}{y}+\frac{dy}{e^x}=0$ 满足 $y|_{x=0}=2$ 的特解。

2、（6分）求曲面 $x^2+2y^2+3z^2=12$ 在点 $(1,-2,1)$ 处的切平面方程。

3、（6分）已知级数 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n(x-1)^n$ 在 $x=-1$ 处收敛，试讨论此级数在 $x=2$ 处的敛散性。

4、（6分）计算 $\iint_D x^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 D 由 $y=2-x^2, y=x^2$ 所围成的区域。

5、（6分）判别级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n n^4}{2^n}$ 的敛散性．若收敛，是条件收敛还是绝对收敛？

二、（10分）函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $x-az=\sin(y-bz)$ 所确定， a,b 是不全为零的常数，证明：

$$a\frac{\partial z}{\partial x}+b\frac{\partial z}{\partial y}=1。$$

三、（12分）设 $z=x^2f(u)$，而 $u=\frac{y}{x}$，其中 $f(u)$ 二阶可导，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$。

四、（10分）试将函数 $f(x)=x\arctan x$ 展成 x 的幂级数。

五、（10分）设 $f(x,y,z)=x^3-xy^2-z$

（1）求 $f(x,y,z)$ 在点 $P_0(1,1,0)$ 处的梯度及方向导数的最大值；

（2）问：$f(x,y,z)$ 在哪些点的梯度垂直于 x 轴。

六、（10分）计算曲面积分 $I=\iint_\Sigma 2xz^2\mathrm{d}y\mathrm{d}z+y\left(z^2+1\right)\mathrm{d}z\mathrm{d}x+\left(9-z^3\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 Σ 为曲面 $z=x^2+y^2+1\ (1\le z\le 2)$，取下侧。

七、（10分）设函数 $\varphi(x)$ 具有连续的二阶导数，并使曲线积分 $\int_L[3\varphi'(x)-2\varphi(x)+xe^{2x}]ydx+\varphi'(x)dy$ 与路径无关，求函数 $\varphi(x)$。

八、（8分）将正数 a 分为正数 x,y,z 之和，使得 $u=x^m y^n z^p$ 最大（其中 m,n,p 为已知正数）。

武汉大学 2009-2010 学年第二学期

《高等数学B2》考试试卷

一、计算下列各题：（48 分，每题 8 分）

1、设向量 $\vec{a}+3\vec{b}$ 与 $7\vec{a}-5\vec{b}$ 垂直，$\vec{a}-4\vec{b}$ 和 $7\vec{a}-2\vec{b}$ 垂直，求非零向量 $\vec{a},\vec{b}$ 之间的夹角。

2、求曲面 $z=\dfrac{x^2}{2}+y^2$ 平行于平面 $2x+2y-z=0$ 的切平面方程。

3、计算二重积分 $\iint\limits_D \sqrt{x^2+y^2}\,d\sigma$，其中 $D=\{(x,y)\mid 0\le y\le x, x^2+y^2\le 2x\}$.

4、设 $z=f(x,y)$ 由 $z-y+xe^{z-y-x}=0$ 所确定，求 dz。

5、将函数 $f(x)=\dfrac{1}{3-x}$ 展开成 x 的幂级数。

6、计算 $\iiint\limits_\Omega x^2\,dxdydz$，其中 Ω 是由三个坐标面与平面 $x+y+z=1$ 围成的闭区域。

二、(10 分) 计算曲线积分 $\int\limits_L (x+e^{\sin y})dy-(y-\dfrac{1}{2})dx$，其中 L 是由位于第一象限中的直线段 $x+y=1$ 与位于第二象限中的圆弧 $x^2+y^2=1$ 构成的曲线，逆时针方向。

三、(10 分) 计算曲面积分 $\iint\limits_\Sigma (2x+z)dydz+zdxdy$，其中 Σ 为有向曲面 $z=x^2+y^2$ $(0\le z\le 1)$，其法向量与 z 轴正向的夹角为锐角。

四、(10 分) 判断级数 $\sum\limits_{n=2}^{\infty}(-1)^n\dfrac{\ln n}{n}$ 的敛散性，若收敛，请说明是绝对收敛还是条件收敛。

五、(10 分) 求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}nx^{n-1}$ 的收敛域及和函数 $S(x)$。

六、(12 分) 求 $f(x,y)=x^2-y^2+3$ 在椭圆域 $D=\{(x,y)\mid x^2+\dfrac{y^2}{4}\le 1\}$ 上的最大值和最小值.

武汉大学 2010-2011 学年第二学期

《高等数学 B2》考试试卷（A 卷）

一、 计算题：（每题 7 分，共 63 分）

1.设一平面过原点及点 $(6,-3,2)$，且与平面 $4x-y+2z=8$ 垂直，求此平面的方程.

2.设 $z=f(xy,yg(x))$，其中 f 具有连续二阶偏导数，函数 $g(x)$ 可导且在 $x=2$ 处取得极值 $g(2)=1$. 求 $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}\right|_{x=2,y=1}$.

3. 设 $z=z(x,y)$ 是由 $x^2-6xy+10y^2-2yz-z^2+18=0$ 确定的函数，求 $z=z(x,y)$ 的极值点和极值.

4. 设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，并设 $\int_0^1 f(x)dx=A$，求 $\int_0^1 dx\int_x^1 f(x)f(y)dy$.

5. 设 $f(u)$ 具有连续导数，求 $\lim\limits_{t\to 0}\frac{1}{\pi t^4}\iiint\limits_{x^2+y^2+z^2\le t^2} f(\sqrt{x^2+y^2+z^2})dxdydz$。

6. 计算曲面积分 $\iint\limits_S zdxdy+xdydz+ydxdz$，其中 S 为圆柱面 $x^2+y^2=1$ 被 $z=0, z=3$ 截的表面外侧.

7. 将函数 $f(x)=2+|x|\ (-1\le x\le 1)$ 展成以 2 为周期的傅里叶级数。

8. 计算二重积分 $I=\iint\limits_D \frac{1+xy}{1+x^2+y^2}dxdy$，其中 $D=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 1, x\ge 0\}$.

9. 求方程 $(1+e^{\frac{x}{y}})dx+e^{\frac{x}{y}}(1-\frac{x}{y})dy=0$ 的通解。

二、（8 分）判别级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n-\ln n}$ 的收敛性，若收敛，请指出是条件收敛还是绝对收敛。

三、（10 分）设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内具有一阶连续导数，L 是上半平面 $(y>0)$ 内从 (a,b) 到 (c,d) 的有向分段光滑曲线，记 $I=\int_L \frac{1}{y}[1+y^2 f(xy)]dx+\frac{x}{y^2}[y^2 f(xy)-1]dy$.

(1) 证明：曲线积分 I 与路径 L 无关。 (2) 当 $ab=cd$ 时，求 I 的值。

四、（9 分）求幂级数 $1+\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{x^{2n}}{2n}$ 的和函数 $f(x)$ 及其极值。

五、（10 分）在变力 $\vec{F}=yz\vec{i}+zx\vec{j}+xy\vec{k}$ 的作用下，质点由原点沿直线运动到椭球面 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ 上第一卦限的点 $M(x_0,y_0,z_0)$，问当 x_0,y_0,z_0 取何值时，力 $\vec{F}$ 所作的功最大，并求出最大值。

15

武汉大学 2011-2012 学年第二学期期末考试

高等数学B2（A 卷答题卡）

姓名 ____________ 班级 ____________

填涂样例	正确填涂 ▬ 错误填涂 [×][—][•]	注意事项	1.答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，并填涂相应的考号信息点。 2.选择题必须使用 2B 铅笔填涂；解答题必须使用黑色墨水的签字笔书写，不得用铅笔或圆珠笔作解答题：字体工整、笔迹清楚。 3.请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答题无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。 4.保持卡面清洁，不要折叠、不要弄破。

考生学号

[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]
[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]
[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]
[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]
[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]
[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]
[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]
[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]
[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]
[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]

一、(8') 已知$\vec{a}=\vec{i}, b=\vec{j}-2\vec{k}, c=2\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$，求一单位向量$\vec{m}$，使$\vec{m}\perp\vec{c}$，且$\vec{m}$与$\vec{a},\vec{b}$共面。

二、(11') 设$f(x,y)=\sqrt[3]{x^2y}$，问$f(x,y)$在$(0,0)$点：(1) 是否连续？(2)偏导数是否存在？(3) 是否可微？

三、(8') 设函数 $y=y(x)$ 由方程组 $\begin{cases} y=f(x,t) \\ t=F(x,y) \end{cases}$ 所确定，求 $\dfrac{dy}{dx}$(假定隐函数定理条件满足)。

四、(8') 设 $z=u(x,y)e^{ax+by}$，$\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}=0$，试确定常数 a,b 使 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}-\dfrac{\partial z}{\partial x}-\dfrac{\partial z}{\partial y}+z=0$.

五、(10') 求函数 $f(x,y,z)=x^2+y^2+z^2$ 在条件 $a_1x+a_2y+a_3z=1$ $(a_i>0, i=1,2,3)$ 下的最小值。

六、(8') 计算三重积分 $\iiint\limits_{\Omega} x^3y^2z\,dV$，$\Omega$ 为马鞍面 $z=xy$ 与平面 $y=x, x=1, z=0$ 所包围的空间区域。

7

七、(8') 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}[\frac{1}{2^n}+(-2)^n](x+1)^n$ 的收敛域。

八、(8') 求二重积分 $I=\iint_D |x^2+y^2-4|\,dxdy$，其中 $D=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 16\}$.

九、(10') 计算曲面积分 $\iint_S (2x+z)dydz+zdxdy$，其中 S 为有向曲面 $z=x^2+y^2(0\le z\le 1)$，其法向量与 z 轴正向的夹角为锐角.

十、(11')已知L是第一象限中从点$O(0,0)$沿圆周$x^2+y^2=2x$到点$A(2,0)$，再沿圆周$x^2+y^2=4$到点$B(0,2)$的曲线段，计算曲线积分$I=\int_L 3x^2ydx+(x^3+x-2y)dy$.

十一、(10') 将函数$f(x)=1-x^2\ (0\le x\le \pi)$展开成余弦级数，并求级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$的和。

武汉大学 2012-2013 学年第二学期期末考试

高等数学 B2（A 卷答题卡）

姓名 __________ 班级 __________

考生学号												
[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]
[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]
[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]
[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]
[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]
[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]
[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]
[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]
[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]
[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]

注意事项	
	1.答题前，考生先将自己的姓名、学号填写清楚，并填涂相应的考号信息点。 2.解答题必须使用黑色墨水的签字笔书写，不得用铅笔或圆珠笔作解答题：字体工整、笔迹清楚。 3.请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答题无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。 4.保持卷面清洁，不要折叠、不要弄破。

一、（9 分）已知三个向量$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$，其中 $\vec{a}\perp\vec{c},\vec{b}\perp\vec{c}$，又$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$\frac{\pi}{3}$，且 $|\vec{a}|=2,|\vec{b}|=1,|\vec{c}|=3$，求$(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}$.

二、（9 分）求A,B，使平面$\pi: Ax+By+6z-7=0$与直线$l:\frac{x-4}{2}=\frac{y+5}{-4}=\frac{z+1}{3}$垂直。

三、（9 分）设$z=z(x,y)$是由方程$x^2-y^2=2[z-\varphi(x+y-z)]$所确定的函数，

其中φ具有二阶导数，且$\varphi'\neq-1$，求（1）dz；（2）记$u(x,y)=\frac{1}{x+y}\left(\frac{\partial z}{\partial x}-\frac{\partial z}{\partial y}\right)$，求$\frac{\partial u}{\partial x}$。

四、（9 分）计算二重积分 $\iint\limits_{D} e^{\max\{x^2, y^2\}} dxdy$，，其中 $D = \{(x, y) \mid 0 \le x \le 1, 0 \le y \le 1\}$。。

五、（9 分）求三重积分 $I = \iiint\limits_{\Omega} z dv$，其中 Ω 是由平面 $x + y + z = 2$ 与三个坐标平面围成的区域。

六、（9 分）已知 $\int\limits_{C} \varphi(x) y \,\mathrm{d}y + xy^2[\varphi(x) + 1] \,\mathrm{d}x$ 在全平面上与路径无关，其中 $\varphi(x)$ 具有连续的一阶导数，并当 C 是起点在 $(0,0)$，终点为 $(1,1)$ 的有向曲线时，该曲线积分值为 $1/2$，试求函数 $\varphi(x)$.

七、（9 分）计算曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma} (xy + z) \mathrm{d}S$，其中 Σ 为锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 在柱体 $x^2 + y^2 \le 2x$ 内的部分。

[redacted]

八、（7 分）试求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n\cdot 4^n}x^{n+1}$ 的收敛域及和函数 $S(x)$.

九、（9 分）求曲面 $x^2+2y^2+3z^2=21$ 上平行于平面 $x+4y+6z=0$ 的切平面方程。

十、（7 分）设函数 $u=\frac{1}{2}x^4+\frac{1}{2}y^4+z^3-3z$，求向量场 $\vec{\mathrm{A}}=\mathbf{grad}\,u$ 穿过曲面 S 流向外侧的通量，其中 S 是曲面 $z=1-x^2-y^2\ (z\geq 0)$ 的上侧。

十一、(8 分) 试在曲面 $S: 2x^2+y^2+z^2=1$ 上求一点，使得函数 $f(x,y,z)=x^2+y^2+z^2$ 沿着点 A(1,1,1) 到点 B(2,0,1) 的方向导数具有最大值。

十二、(6 分) 设正项数列 $\{a_n\}$ 单调减少，且 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n$ 发散，试问级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{a_n+1}\right)^n$ 是否收敛？ 并说明理由。

武汉大学 2013-2014 学年第二学期期末考试

高等数学 B2（A 卷答题卡）

姓名 ____________ 班级 ____________

考生学号

[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]
[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]
[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]
[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]
[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]
[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]
[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]
[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]
[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]
[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]

填涂样例	正确填涂 ▬ 错误填涂 [✕][—][•]	注意事项	1.答题前，考生先将自己的姓名、学号填写清楚，并填涂相应的考号信息点。 2.解答题必须使用黑色墨水的签字笔书写，不得用铅笔或圆珠笔作解答题：字体工整、笔迹清楚。 3.请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答题无效：在草稿纸、试题卷上答题无效。 4.保持卡面清洁，不要折叠、不要弄破。

一、（8 分）利用二重积分的性质，比较积分 $I_1=\iint\limits_D \ln(x^2+y^2)d\sigma$ 与 $I_2=\iint\limits_D \left[\ln(x^2+y^2)\right]^2 d\sigma$ 的大小，其中 $D: e\le x^2+y^2\le 2e$.

二、（8 分）设 $z=f(xy,\frac{x}{y})+\sin y$，其中 f 具有二阶连续偏导数，求 $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

三、（8 分）求过点 $M(1,-2,3)$ 的平面，使它与平面 $\pi: x+y-z-3=0$ 垂直，且与直线 $L: x=y=z$ 平行.

四、（8 分）设函数 $z=z(x,y)$ 是由方程 $xyz=\arctan(x+y+z)$ 所确定的隐函数，求全微分 $\mathrm{d}z$ 在点 $(0,1,-1)$ 处的值..

五、（10 分）计算曲线积分 $\int_L (2a-y)\mathrm{d}x+x\mathrm{d}y$ ，式中 L 是从原点 $O(0,0)$ 沿曲线 $\begin{cases} x=a(t-\sin t) \\ y=a(1-\cos t) \end{cases}$（$a>0$）到点 $A(2\pi a,0)$ 的弧段.

六、（10 分）设 Ω 是由曲面 $z^2=x^2+y^2, z=2$ 所围的闭区域，试计算 $\iiint\limits_{\Omega} z^2\mathrm{d}V$.

[redacted]

[redacted]

[redacted]

七、（10 分）计算曲面积分 $\iint_S (x^3+z^2)\mathrm{d}y\mathrm{d}z+(y^3+x^2)\mathrm{d}z\mathrm{d}x+(z^3+y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$, 其中 S 是上半球面 $z=\sqrt{1-x^2-y^2}$ 的上侧.

八、（8 分）求曲线 $x=\sin^2 t$， $y=\sin t\cos t$， $z=\cos^2 t$ 在对应于 $t=\frac{\pi}{4}$ 的点处的切线和法平面方程.

九、（8 分）设 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数，它在 $[-\pi,\pi)$ 上的表达式为 $f(x)=\begin{cases}-1, & -\pi\le x<0,\\ 1, & 0\le x<\pi,\end{cases}$，将它展开成 Fourier 级数，并求数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}$ 的和。

十、（9 分）设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\ln(1-x)}{x} & x\neq 0\\ -1 & x=0\end{cases}$，试将 $f(x)$ 展开成 x 的幂级数并利用其求 $\int_0^x f(t)\mathrm{d}t$。

十一、（6 分）设 $a_n\geq 0(n=1,2,\ldots)$，且数列 $\{na_n\}$ 有界，证明：$\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n^2$ 收敛。

十二、（7 分）求二元函数 $f(x,y)=\cos^2 x+\cos^2 y$ 在限制条件 $x-y=\dfrac{\pi}{4}$ 下的极值.

武汉大学 2014-2015 学年第二学期期末考试

高等数学 B2（A 卷答题卡）

姓名 ________ 班级 ________

考生学号												
[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]
[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]
[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]
[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]
[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]
[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]
[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]
[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]
[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]
[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]

填涂样例		注意事项	
填涂样例	正确填涂 ▬ 错误填涂 [✕][—][•]	注意事项	1.答题前，考生先将自己的姓名、学号填写清楚，并填涂相应的考号信息点。 2.解答题必须使用黑色墨水的签字笔书写，不得用铅笔或圆珠笔作解答题：字体工整、笔迹清楚。 3.请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答题无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。 4.保持卡面清洁，不要折叠、不要弄破。

一.（8 分）设 $\vec{p}=2\vec{a}+\vec{b},\vec{q}=k\vec{a}+\vec{b}$，其中$|\vec{a}|=1,|\vec{b}|=2$，且$\vec{a}\perp\vec{b}$，问：(1) k为何值时，$\vec{p}\perp\vec{q}$？

(2) k为何值时，以$\vec{p},\vec{q}$为边的平行四边形面积为 6？

二.(8 分) 求函数 $u=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$ 沿曲线$x=t,y=2t^2,z=-2t^4$在点$M(1,2,-2)$的切线方向上的方向导数.

三.（6 分）函数$z=z(x,y)$由方程$z=f(x+y+z)$所确定，其中f二阶可导，且$f'(u)\neq 1$，求$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$。

四、（8 分）设 $u=f(x+y+z,xyz)$ 具有一阶连续偏导数，其中 $z=z(x,y)$ 由方程 $x^2+2ze^{y^2}=\sin z$ 所确定，求 $\mathrm{d}u$.

五.（8 分）求曲面 $z-e^z+2xy=3$ 在点 $M(1,2,0)$ 处的切平面和法线方程。

六、（10 分）设 $z=x^3+\alpha x^2+2\gamma xy+\beta y^2+\alpha\beta^{-1}(\gamma x+\beta y)$，试证：当 $\alpha\beta\neq\gamma^2$ 时，函数 z 有一个且仅有一个极值，又若 $\beta<0$，则该极值必为极大值。

七、(8 分)设 $f(x,y)$ 连续，且满足 $f(x,y)=x\sqrt{y}+\iint\limits_D f(u,v)\mathrm{d}u\mathrm{d}v$，其中 D 为曲线 $y=x^2,x=y^2$ 所围成区域，求 $f(x,y)$.

八、(8 分) 设 Ω 是由锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 与半球面 $z=\sqrt{R^2-x^2-y^2}$ 围成的空间区域，S 是 Ω 的整个边界的外侧,求曲面积分 $\oiint\limits_S x\mathrm{d}y\mathrm{d}z+y\mathrm{d}z\mathrm{d}x+z\mathrm{d}x\mathrm{d}y$

九、(10 分) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}x^{2n}$ 的收敛域与和函数.

十.（10 分）确定常数λ，使得在右半平面 $x>0$ 的单连通区域内，曲线积分

$$\int_L 2xy(x^4+y^2)^{\lambda}\,\mathrm{d}x - x^2(x^4+y^2)^{\lambda}\,\mathrm{d}y = \int_L P\mathrm{d}x + Q\mathrm{d}y$$

与路径无关，并在上述条件下，求积分 $\int_{(1,0)}^{(3,3)} P\mathrm{d}x + Q\mathrm{d}y$ 之值。

十一、（10 分）计算三重积分 $\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2+z)\mathrm{d}V$，其中 Ω 是由曲线 $\begin{cases} y^2=4z \\ x=0 \end{cases}$ 绕 z 轴旋转一周而成的曲面与平面 $z=4$ 围成的立体.

十二、（6 分）设级数 $f(x)=\sum\limits_{n=0}^{\infty}a_n x^n$ 在[0，1]上收敛，证明：当 $a_0=a_1=0$ 时，级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f\left(\frac{1}{n}\right)$ 收敛。