一、填空题

1. 0.4

2. 0.5

3、7/64

4、12

5、$\rho_{UV} = \frac{1}{4}\sqrt{6}$。

6、$c = \frac{1}{\sigma^2}$时，$D(U) = 2\sigma^4$。

7、则当$c = n$时， cU 是θ的无偏估计。

二、计算题

1、某班有32名同学。毕业时有一半读研，四分之一的参加工作，其余出国；五年后，工作和读研的同学中有四分之一自主创业，出国的同学中有二分之一自主创业；其余参加工作。

（1）任找一个同学，他是参加工作的概率是多少？

（2）若二十年后自主创业成功的概率为四分之一；校庆时正常工作同学每人捐款一万，创业成功的同学每人捐款500万，失败的同学不捐；试预估此班的大致捐款数额。

解：设A表示参加工作，B_1：读研，B_2：直接工作，B_3：出国

则(1) $P(A) = \sum_{i=1}^{3} P(AB_i) = \frac{11}{16}$

(2) $E = 1272$

2、若随机变量(X,Y)的联合概率密度为$f(x,y) = \begin{cases} 2e^{-2x} & 0 < x, 0 < y \le 2x \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$；

⑴求随机变量X 和Y 的边沿缘概率密度$f_x(x); f_y(y)$；并判别它们是否独立？（2）求$Z = 2X - Y$的概率密度。

解：（1） $f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dy = \begin{cases} 4xe^{-2x} & x > 0 \\ 0 & x \le 0 \end{cases}$

同理， $f_Y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dx = \begin{cases} e^{-y} & y > 0 \\ 0 & y \le 0 \end{cases}$

显然不独立。

（2） $f_Z(z) = \begin{cases} e^{-z} & z > 0 \\ 0 & z \le 0 \end{cases}$

3、若随机变量(X,Y)在区域$D: 0 \le x \le 1,, 0 \le y \le x$服从均匀分布；求随机变量$X,Y$的相

关系数。

$$f_X(x)=\begin{cases}2 & (x,y)\in D\\ 0 & (x,y)\notin D\end{cases},E(X)=\frac{2}{3},E(X^2)=\frac{1}{2};$$

解：$E(Y)=\frac{1}{3},E(Y^2)=\frac{1}{6},E(XY)=\frac{1}{4}$

$$\therefore \quad D(X)=\frac{1}{18},D(Y)=\frac{1}{18},Cov(X,Y)=\frac{1}{36};\rho=\frac{1}{2}$$

4、若总体 X 的概率密度 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{\theta}e^{-\frac{x-\mu}{\theta}} & x>\mu\\ 0 & x\le\mu\end{cases}$，其中 θ,μ 未知，$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 为样本，求 θ,μ 的矩估计和最大似然估计。

解：矩估计：$\hat{\theta}=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2},\hat{\mu}=\overline{X}-\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2}$

$$\hat{\theta}=\overline{X}-Min\{X_1,X_2,\cdots,X_n\},\hat{\mu}=Min\{X_1,X_2,\cdots,X_n\}$$

最大似然估计：

5、设正常生产时，某零件的长度 X 服从正态分布 $N(\mu,0.16)$，现从中抽取 16 只内环，其平均高度 $\overline{x}=60.2$ 单位；若正常生产时零件平均长度为 60 单位，试在显著性水平为 5%的条件下，检验生产是否正常？（$\Phi(1.65)=0.95$，$\Phi(1.96)=0.975$）

解：做假设：$H_0:\mu=\mu_0=60,H_1:\mu\neq\mu_0$

这里，$\overline{x}=60.2,\sigma=0.4,n=16,\alpha=0.05$，

检验统计量：$U=\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma}\sqrt{n}$

拒接域为$|U|\geq z_{0.025}=1.96$

计算：$U=2$

所以，拒接 H_0，即生产不正常。