

## 一. 选择题

1. 如果  $P(A) + P(B) > 1$ , 则 事件  $A$  与  $B$  必定 ( )。

(A) 独立 (B) 不独立 (C) 相容 (D) 不相容

2. 已知人的血型为 O、A、B、AB 的概率分别是 0.4、0.3、0.2、0.1。现任选 4 人, 则 4 人血型全不相同的概率为 ( )。

(A) 0.0024 (B)  $0.0024^4$  (C) 0.24 (D)  $0.24^2$

3. 设  $(X, Y) \sim f(x, y) = \begin{cases} 1/\pi, & x^2 + y^2 < 1, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ , 则  $X$  与  $Y$  为 ( )。

(A) 独立同分布的随机变量 (B) 独立不同分布的随机变量

(C) 不独立同分布的随机变量 (D) 不独立也不同分布的随机变量

4. 某人射击直到中靶为止, 已知每次射击中靶的概率为 0.75, 则射击次数的数学期望与方差分别为 ( )

(A)  $\frac{4}{3}$  与  $\frac{9}{4}$ ; (B)  $\frac{4}{3}$  与  $\frac{9}{16}$ ; (C)  $\frac{1}{4}$  与  $\frac{9}{4}$ ; (D)  $\frac{4}{3}$  与  $\frac{4}{9}$ .

5. 设  $X_1, X_2$  是取自  $N(\mu, 1)$  的样本, 以下  $\mu$  的四个估计量中最有效的是 ( )。

(A)  $\hat{\mu}_1 = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{2}X_2$ ; (B)  $\hat{\mu}_2 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$ ; (C)  $\hat{\mu}_3 = \frac{1}{4}X_1 + \frac{3}{4}X_2$ ; (D)  $\hat{\mu}_4 = \frac{2}{5}X_1 + \frac{3}{5}X_2$ .

6. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  来自总体  $N(\mu_0, \sigma^2)$  的样本。检验假设  $H_0: \sigma^2 \leq 10^2$ ,  $H_1: \sigma^2 > 10^2$  时, 取统计量

$$\chi^2 = \frac{1}{10^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu_0)^2, \text{ 拒绝域为 ( ) } (\alpha = 0.1)。$$

(A)  $\chi^2 \leq \chi_{0.1}^2(n)$ ; (B)  $\chi^2 \geq \chi_{0.1}^2(n)$ ; (C)  $\chi^2 \leq \chi_{0.05}^2(n)$ ; (D)  $\chi^2 \geq \chi_{0.05}^2(n)$ .

二、填空题 1. 设随机事件  $A, B$  互不相容, 且  $P(A) = 0.3$ ,  $P(\bar{B}) = 0.6$ , 则  $P(B|\bar{A}) =$ \_\_\_\_\_。

2. 设随机变量  $X$  服从  $(-2, 2)$  上的均匀分布, 则随机变量  $Y = X^2$  的概率密度函数为  $f_Y(y) =$ \_\_\_\_\_。

3. 已知男子寿命大于 60 岁的概率为 74%, 大于 50 岁的概率为 85%。若某人今年已 50 岁, 则他的寿命大于 60 岁的概率为\_\_\_\_\_。

4. 已知二维随机变量  $(X, Y)$  的联合分布函数为  $F(x, y)$ , 试用联合分布函数表示概率

$$P(a < X \leq b, a < Y \leq b) = \text{_____}。$$

5. 设随机变量  $(X, Y)$  的联合分布律为

$(X, Y)$	$(1, 0)$	$(1, 1)$	$(2, 0)$	$(2, 1)$
----------	----------	----------	----------	----------

$$P \quad \left| \quad 0.4 \quad \right| \quad 0.2 \quad \left| \quad a \quad \right| \quad b$$

若  $E(XY) = 0.8$ ，则  $\text{cov}(X, Y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 设随机变量  $X_i \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}, i=1, 2, P(X_1 X_2 = 0) = 1$ ，则  $P(X_1 = X_2) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 设随机变量  $X$  和  $Y$  的期望分别为  $-2$  和  $2$ ，方差分别为  $1$  和  $4$ ， $\rho_{XY} = -0.5$ ，由切比雪夫不等式，

$$P(|X + Y| \geq 6) \leq \underline{\hspace{2cm}}。$$

8. 设  $X_1, X_2, \dots, X_6$  来自总体  $N(0, 1)$  的样本，设  $Y = a(X_1 + X_2)^2 + b(X_3 + X_4 + X_5 + X_6)^2$ ，则当

$a = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{1cm}}$  时， $Y$  服从自由度为  $\underline{\hspace{1cm}}$  的  $\underline{\hspace{1cm}}$  分布。

### 三、计算与应用题

1. 包装机把白色和淡黄色的乒乓球混装入盒子，每盒装 5 只，已知每盒内装有的白球的个数是等可能的。

(1) 从某一盒子内取一球，求取到白球的概率；

(2) 若取到的是白球，求此盒中装的全是白球的概率。

2. 设二维随机变量  $(X, Y)$  的联合密度函数为  $f(x, y) = \begin{cases} cx & 0 \leq y \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$ 。

(1) 求边缘密度函数  $f_X(x)$  与  $f_Y(y)$ ； (2)  $X$  与  $Y$  是否相互独立？ (3) 计算  $P(X + Y > 1)$ 。

3. 某食堂出售 15 元、18 元、20 元三种价格的盒饭，售出三种盒饭的概率分别为 0.2, 0.5, 0.3。

(1) 已知某天共售出 300 盒，用中心极限定理求这天收入在 5350 元至 5450 元之间的概率；

(2) 若三种盒饭的利润分别为 3 元、4 元和 5 元，问一天需要售出多少份盒饭，才能以 95% 的概率保证利润在 1000 元以上 ( $\Phi(1.65) = 0.95$ )。

4. 设总体  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} e^{-(x-\theta)}, & x \geq \theta \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ ， $\theta$  是未知参数， $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自  $X$  的样本。

(1) 求  $\theta$  的矩估计量  $\hat{\theta}_1$  和最大似然估计量  $\hat{\theta}_2$ ；(2) 讨论矩估计量  $\hat{\theta}_1$  和最大似然估计量  $\hat{\theta}_2$  是否无偏。

5. 轴承内环的锻压零件的高度服从正态分布。现从某天生产的产品中抽取 25 只内环，其平均高度

$\bar{x} = 30.18$  毫米，样本标准差  $s = 0.6$  毫米。正常生产时的零件平均高度为 30 毫米，标准差不超过 0.5 毫米。试在显著性水平为  $\alpha = 0.05$  的条件下，检验这天生产是否正常。

$$(t_{0.05}(24) = 1.712, t_{0.025}(24) = 2.064, \chi_{0.95}^2(24) = 13.85, \chi_{0.05}^2(24) = 36.42)$$