2003～2004 学年第二学期《高等数学》期末考试试题 A 卷（216 学时）

专业班级____________________学号________________ 姓名__________

一、填空题（每小题 2 分，共 8 分）

(1) 设 S 为：$x^2+y^2+z^2=1$ 的外侧，则 $\oiint\limits_S x\mathrm{d}y\mathrm{d}z+\cos y\mathrm{d}z\mathrm{d}x+\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$_________。

(2) 设函数 $u=\ln(x^2+y^2+z^2)$ 在点 $M(1,2,-2)$ 处的梯度 $gradu|_M=$__________，
$div(gradu)|_M=$____________。

(3) 设周期为 4 的偶函数 $f(x)$ 在[0，2]上的表达式为 $f(x)=x$，它的傅里叶级数的和函数

为 $s(x)$，则 $s(-5)=$_______。

(4) 顶点在原点，准线为 $\begin{cases} x=h \\ z^2-2y^2=1 \end{cases}$ 的锥面方程为_________。

二、选择题（每小题 2 分，共 8 分）

(1)（　）级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(x-2)^{2n}}{n4^n}$ 的收敛域为：

A. $(0,4)$　　B. $(0,4]$　　C. $[0,4)$　　D. $[0,4]$

(2)（　）在曲线 $x=t,y=-t^2,z=t^3$ 的所有切线中，与平面 $x+2y+z=4$ 平行的切线

A. 只有一条；　B. 只有 2 条；　C. 至少有 3 条　D. 不存在

(3)（　）$\lim\limits_{\substack{x\to+\infty \\ y\to+\infty}}(x^2+y^2)e^{-(x+y)}=$

A. 0　　B. 1　　C. -1　　D. 不存在

(4)（　）直线 $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-5}{-2}=\dfrac{z+5}{1}$ 与直线 $\begin{cases} x-y=6 \\ 2y+z=3 \end{cases}$ 的交角为：

A. $\dfrac{\pi}{6}$；　B. $\dfrac{\pi}{4}$；　C. $\dfrac{\pi}{3}$；　D. $\dfrac{\pi}{2}$

三、计算下列各题（每小题 7 分，共 28 分）：

(1) $I=\iint\limits_D e^{\frac{y}{x+y}}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 $D=\{(x,y)\,|\,x+y\le 1,0\le x,0\le y\}$。

(2) 设 $I=\iiint\limits_\Omega f(\sqrt{x^2+y^2+z^2})\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中 $\Omega=\left\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2+z^2\le t^2\right\}$，$f(x)$ 在

$[0,1]$ 上连续，$f(0)=0, f'(0)=1$，求极限：$\lim\limits_{t\to 0^+}\dfrac{I}{\pi t^4}$。

(3) 设方程 $z+xy=f(xz,yz)$ 确定可微函数 $z=z(x,y)$，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$。

(4) 求微分方程 $y''+3y'+2y=4e^{-2x}$ 的通解。

四、(10 分) 讨论函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} & x^2+y^2\neq 0\\ 0 & x^2+y^2=0\end{cases}$ 在（0，0）处的连续性、可导性、可微性。

五、(10 分) 已知 $\varphi(\pi)=1$，试确定 $\varphi(x)$，使曲线积分 $I=\int_A^B\left(\sin x-\varphi(x)\right)\dfrac{y}{x}\mathrm{d}x+\varphi(x)\mathrm{d}y$ 与路径无关，并求当 A,B 两点分别为 $(1,0)$ 及 (π,π) 时这个积分的值。

六、(10 分) 设 Σ 为平面 $y+z=5$ 被拄面 $x^2+y^2=25$ 所截得的部分，计算曲面积分：$I=\iint_{\Sigma}(x+y+z)\mathrm{d}s$

七、(10 分) 求曲面 $x+2y-1=0$ 和 $x^2+2y^2+z^2=1$ 的交线上离原点最近的点。

八、(6 分) 设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，试研究 $\int_a^b\mathrm{d}x\int_a^b[f(x)-f(y)]^2\mathrm{d}y$，从而证明不等式 $[\int_a^b f(x)\mathrm{d}x]^2\leq(b-a)\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$，此外仅当 $f(x)$ 为常数时等号才成立。

九、(10 分) 求过点 $M(2,1,3)$ 且与直线 $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{-1}$ 垂直相交的直线方程。