

一、填空题

1. 若事件 A, B 独立, $P(A) = 0.5, P(B) = 0.4, C = \overline{AB} \cup \overline{BA}$, 则 $P(A|\overline{C}) =$ _____
2. 甲乙二人在五点到六点之间随机下班坐同一路公交车回家, 若此路公交 5: 30, 6: 00 每整半小时到他们的候车站, 则他们在公交上相遇的概率 $P =$ _____
3. 若随机变量 X, Y 独立, 都服从二项分布 $B(4, 0.5)$, 则 $P(X + Y = 2) =$ _____。
4. 若 $r.v. X$ 与 Y 同分布, $D(X) = 4, r_{XY} = -0.5$, 则 $D(X + 2Y) =$ _____。
5. 若随机变量 X, Y 同分布, $D(X) = 1, r_{XY} = 0.25, U = 2X + Y, V = 2X - Y$, 则它们的相关系数 $r_{UV} =$ _____。
6. 若 X_1, X_2, \dots, X_n 是总体 $X \sim N(m, s^2)$ 的样本, $U = \sum_{i=1}^n (X_i - m)^2$, 则当 $c =$ _____ 时, cU 服从 c^2 分布; U 的方差 $D(U) =$ _____。

$$7. \text{若 } X_1, X_2, \dots, X_n \text{ 是总体 } X \text{ 的样本, } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{q} e^{-\frac{1}{q}x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}, U = \min\{X_1, \dots, X_n\}$$

则当 $c =$ _____ 时, cU 是 q 的无偏估计。

二、计算题 (

1. 某班有 32 名同学。毕业时有一半读研, 四分之一的参加工作, 其余出国; 五年后, 工作和读研的同学中有四分之一自主创业, 出国的同学中有二分之一自主创业; 其余参加工作。
(1) 任找一个同学, 五年后他是参加工作的概率是多少?
(2) 若二十年后自主创业成功的概率为四分之一; 校庆时正常工作同学每人捐款一万, 创业成功的同学每人捐款 500 万, 失败的同学不捐; 试求此班捐款数额的期望。

$$2. \text{若随机变量 } (X, Y) \text{ 的联合概率密度为 } f(x, y) = \begin{cases} 2e^{-2x} & 0 < x, 0 < y \leq 2x \\ 0 & \text{其他} \end{cases};$$

(1) 求随机变量 X 和 Y 的边沿概率密度 $f_X(x); f_Y(y)$; 并判别它们是否独立? (2) 求 $Z = 2X - Y$ 的概率密度。

3. 若随机变量 (X, Y) 在区域 $D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x$ 服从均匀分布; 求随机变量 X, Y 的相关系数。

$$4. \text{若总体 } X \text{ 的概率密度 } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x-\mu}{\theta}} & x > \mu \\ 0 & x \leq \mu \end{cases}, \text{ 其中 } \theta, \mu \text{ 未知, } (X_1, X_2, \dots, X_n) \text{ 为样}$$

本, 求 θ, μ 的矩估计和最大似然估计。

5. 设正常生产时，某零件的长度 X 服从正态分布 $N(\mu, 0.16)$ ，现从中抽取 16 只零件，其平均长度 $\bar{x} = 60.2$ 单位；若正常生产时零件平均长度为 60 单位，试在显著性水平为 5% 的条件下，检验生产是否正常？（ $\Phi(1.65) = 0.95$ ， $\Phi(1.96) = 0.975$ ）