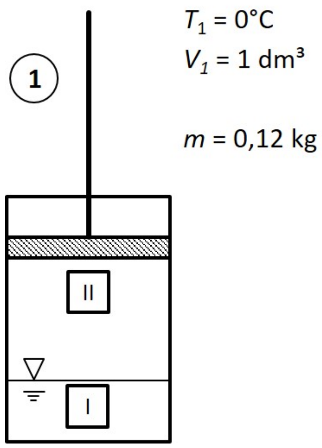
Aufgabe 11.1 – Lösung



Stoffdaten für Ethylen, Zustände markiert:

Zweiphasengebiet:

T [°C]	p [bar]	ρ' [kg/m^3]	ρ'' [kg/m^3]	u' [kJ/kg]	u'' [kJ/kg]
0.0	40.990	341.21	98.265	293.05	448.60
2.0	42.897	329.94	107.18	302.43	443.75
4.0	44.877	316.65	118.13	312.85	437.44
8.0	49.080	274.25	155.75	341.79	413.72

Zustand 1 und 4
Zustand 2 - zwischen den Zeilen
Zustand 3 - zwischen den Zeilen

Einphasengebiet:

T [°C]	$p = 60\,\text{bar}$ ρ [kg/m^3]	u [kJ/kg]
0	374.49	273.24
5	353.04	293.58
10	323.87	318.18
12	307.66	330.49
14	285.68	345.97
16	251.45	368.36
20	170.07	425.40
25	135.84	457.99
30	119.82	477.73

a) Der Zustandspunkt 1 befindet sich im Nassdampfgebiet. Hier ist jeder Temperatur einem festen Druck, dem Dampfdruck, zugeordnet. Der Dampfdruck kann der Stoffdaten-Tabelle für das Zweiphasengebiet entnommen werden. Da sich der Zustandspunkt 4 laut Aufgabenstellung ebenfalls im Zweiphasengebiet befindet und die Zustandsänderung 4 $\longrightarrow$ 1 isotherm verläuft, ist $T_4 = T_1$ und damit $p_4 = p_1$.

$$\boxed{p_1 \;=\; p_4} = p_{\text{Nassdampf}}(T = 0\,°\text{C}) = \boxed{40.99\,\text{bar}} \tag{1}$$

b) Der Dampfmassenanteil x lässt sich aus dem spezifischen Volumen v_1 und den spezifischen Volumina auf der Siedelinie $v'(0\,°\text{C})$ und Taulinie $v''(0\,°\text{C})$ wie folgt berechnen:

$$\boxed{x_1} = \frac{v_1 - v'(0\,°\text{C})}{v''(0\,°\text{C}) - v'(0\,°\text{C})} \tag{2}$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho'(0\,°\mathrm{C})}\right)}{\left(\frac{1}{\rho''(0\,°\mathrm{C})} - \frac{1}{\rho'(0\,°\mathrm{C})}\right)} = \frac{\left(\frac{1}{120\,\mathrm{kg/m^3}} - \frac{1}{341.21\,\mathrm{kg/m^3}}\right)}{\left(\frac{1}{98.265\,\mathrm{kg/m^3}} - \frac{1}{341.21\,\mathrm{kg/m^3}}\right)} \tag{3}$$

$$= \boxed{0.7456} \tag{4}$$

$$\text{mit} \quad \rho_1 = \frac{1}{v_1} = \frac{m}{V_1} = \frac{0.12\,\mathrm{kg}}{1\,\mathrm{dm}^3} = \frac{0.12\,\mathrm{kg}}{1 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3} = 120\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \tag{5}$$

$$\boxed{x_4} = \frac{v_4 - v'(0\,°\mathrm{C})}{v''(0\,°\mathrm{C}) - v'(0\,°\mathrm{C})} \tag{6}$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{\rho_4} - \frac{1}{\rho'(0\,°\mathrm{C})}\right)}{\left(\frac{1}{\rho''(0\,°\mathrm{C})} - \frac{1}{\rho'(0\,°\mathrm{C})}\right)} = \frac{\left(\frac{1}{300\,\mathrm{kg/m^3}} - \frac{1}{341.21\,\mathrm{kg/m^3}}\right)}{\left(\frac{1}{98.265\,\mathrm{kg/m^3}} - \frac{1}{341.21\,\mathrm{kg/m^3}}\right)} \tag{7}$$

$$= \boxed{0.0556} \tag{8}$$

$$\text{mit} \quad \rho_4 = \frac{1}{v_4} = \frac{m}{0.4 \cdot V_1} = \frac{0.12\ \mathrm{kg}}{0.4 \cdot 1\ \mathrm{dm}^3} = 300\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \tag{9}$$

Der Volumenanteil der flüssigen Phase lässt sich über die Masse und den Dampfgehalt wie folgt berechnen:

$$m = \underbrace{m_1''}_{=m\cdot x_1} + m_1' = m \cdot x_1 + m_1' \tag{10}$$

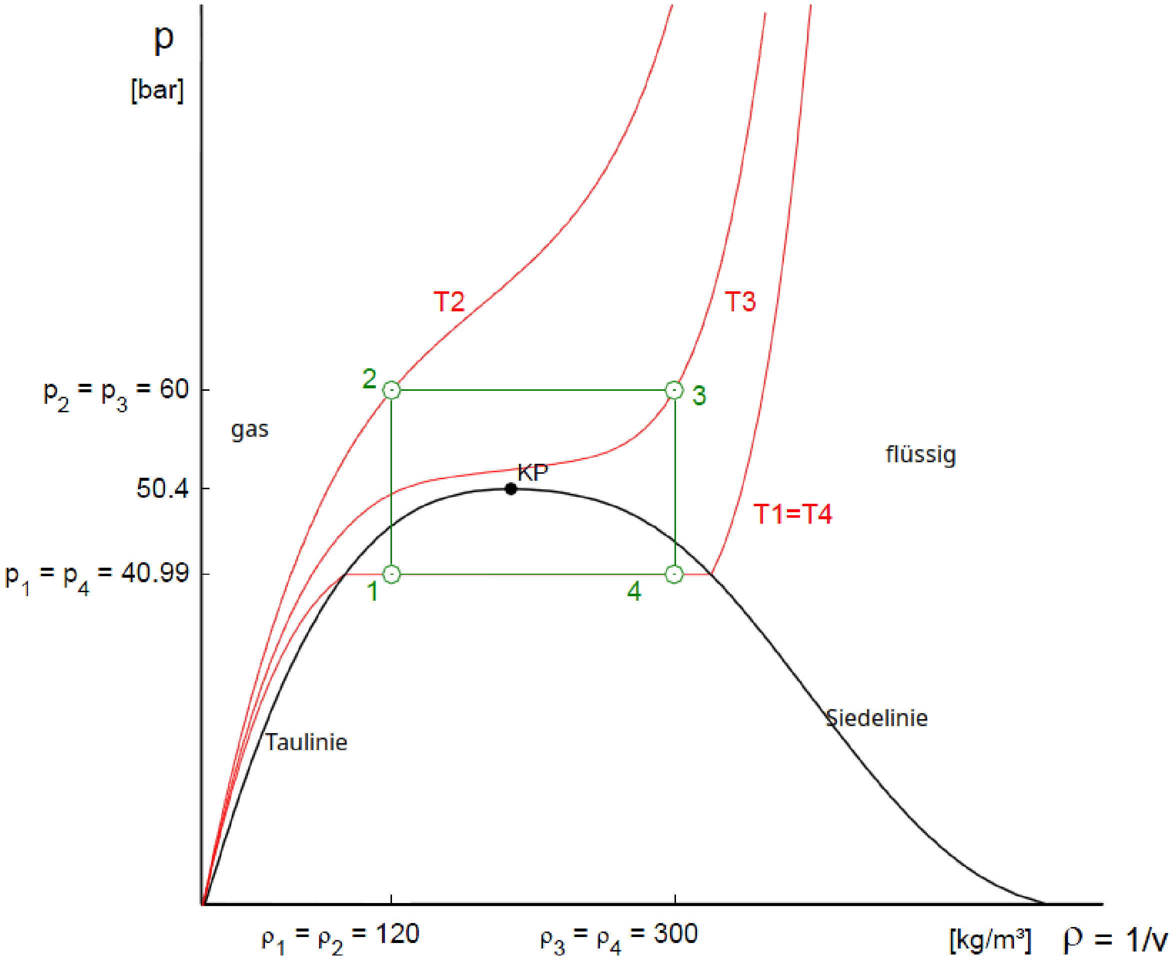
$$\iff m_1' = (1 - x_1) \cdot m \tag{11}$$

$$\implies V_1' = \frac{m_1'}{\rho_1'} = \frac{(1 - x_1) \cdot m}{\rho'(0\,°\mathrm{C})} = \frac{(1 - 0.7456) \cdot 0.12\ \mathrm{kg}}{\underbrace{341.21\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}_{\text{aus Tabelle}}} \tag{12}$$

$$= 0.0895\,\mathrm{dm}^3 \tag{13}$$

$$\implies \boxed{\frac{V_1'}{V_1}} = \frac{0.0895\,\mathrm{dm}^3}{1\ \mathrm{dm}^3} = \boxed{8.95\ \%} \tag{14}$$

c) p-ρ-Diagramm:



Achtung! Auf der Abszissenachse ist hier die Dichte ρ, also der Kehrwert des spez. Volumens eingetragen. Das Gas-Gebiet befindet sich also nun links, und das Flüssigkeits-Gebiet rechts des Zweiphasengebietes!

d) 2 $\longrightarrow$ 3 (reversibel-isobare ZÄ):

$$\boxed{W_{23}} = -m \cdot \int_2^3 p\ dv \overset{\text{isobar}}{=} -mp \cdot \int_2^3 dv \tag{15}$$

$$= -m \cdot p \cdot (v_3 - v_2) \tag{16}$$

$$= -m \cdot p \cdot (v_4 - v_1) \tag{17}$$

$$= -m \cdot p \cdot \left(\frac{1}{\rho_4} - \frac{1}{\rho_1}\right) \tag{18}$$

$$= -0.12\ \text{kg} \cdot 60 \cdot 10^5\ \text{Pa} \cdot \left(\frac{1}{300\,\text{kg/m}^3} - \frac{1}{120\,\text{kg/m}^3}\right) \tag{19}$$

$$= \boxed{3.6\,\text{kJ}} \tag{20}$$

3 $\longrightarrow$ 4 (isochore ZÄ):

1. HS für geschlossene Systeme:

$$\underbrace{\cancel{W_{34}}}_{\text{isochor}} + Q_{34} = m \cdot (u_4 - u_3) \tag{21}$$

u_4 wird über den Dampfmassenanteil x_4 berechnet:

$$u_4 = u'(0\,°\text{C}) + x_4 \cdot [u''(0\,°\text{C}) - u'(0\,°\text{C})] \tag{22}$$
$$= 293.05\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + 0.055\,56 \cdot (448.60\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 293.05\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}) \tag{23}$$
$$= 301.7\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \tag{24}$$

u_3 ermitteln wir durch lineare Interpolation über $v_3 = v_4 \implies \rho_3 = 300\,\text{kg/m}^3$ auf der 60 bar-Isobaren:

$$\alpha = \frac{300\,\text{kg/m}^3 - 307.66\,\text{kg/m}^3}{285.68\,\text{kg/m}^3 - 307.66\,\text{kg/m}^3} = 0.3485 \tag{25}$$
$$u_3 = \alpha \cdot 345.97\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + (1-\alpha) \cdot 330.49\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \tag{26}$$
$$= \alpha \cdot (345.97\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 330.49\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}) + 330.49\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \tag{27}$$
$$= 335.88\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \tag{28}$$

Nun können wir Q_{34} berechnen:

$$\implies \boxed{Q_{34}} = 0.12\,\text{kg} \cdot (301.7\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 335.88\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}) = \boxed{-4.1\,\text{kJ}} \tag{29}$$

e) Hier ist die Siedetemperatur T' gesucht, bei der die Siededichte ρ' der Dichte $\rho_3 = \rho_4 = 300\,\text{kg/m}^3$ entspricht. Dies ist zwischen 4 °C und 8 °C der Fall (vgl. Stoffdaten-Tabelle). Die gesuchte Siededichte muss folglich durch lineare Interpolation bestimmt werden:

$$\alpha = \frac{300\,\text{kg/m}^3 - 316.65\,\text{kg/m}^3}{274.25\,\text{kg/m}^3 - 316.65\,\text{kg/m}^3} = 0.3927 \tag{30}$$
$$\boxed{T'} = \alpha \cdot (8\,°\text{C} - 4\,°\text{C}) + 4\,°\text{C} = \boxed{5.571\,°\text{C}} \tag{31}$$