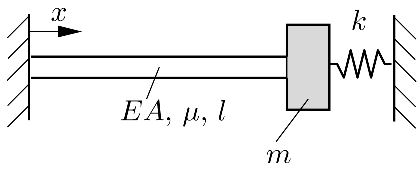
Aufgabenblatt 4

Aufgaben der Hörsaalübung

1. Ein massebehafteter elastischer Stab (Dehnsteifigkeit EA, Massebelegung μ, Länge l) ist am linken Rand ($x = 0$) fest eingespannt und trägt am rechten Rand ($x = l$) eine Punktmasse m. Die Punktmasse ist außerdem über eine Feder (Steifigkeit k) an die Umgebung gekoppelt.



   Die Feder sei entspannt, wenn der Stab unverformt ist. Es werden ausschließlich Längsschwingungen $u(x,t)$ betrachtet.

   (a) Wie lautet die *geometrische* Randbedingung für das System?

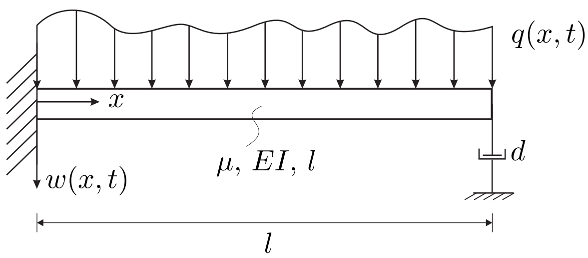
   (b) Berechnen Sie die kinetische Energie T und die potentielle Energie U des Gesamtsystems.

   (c) Formulieren Sie das Prinzip von Hamilton für das untersuchte System.

   (d) Leiten Sie die Feldgleichung und die *dynamische* Randbedingung her.

   Geg.: m, k, l, $EA = \text{konst.}$, $\mu := \rho A = \text{konst.}$,

2. Der skizzierte Euler-Bernoulli-Balken (μ, EI, l) ist linksseitig eingespannt, an seinem rechten Ende mit einem Dämpfer (Dämpferkonstante d) verbunden, sowie durch eine Streckenlast $q(x,t)$ belastet.



   (a) Ermitteln Sie die kinetische Energie T, die potentielle Energie U und die virtuelle Arbeit der potentiallosen Kräfte und Momente δW für Biegeschwingungen $w(x,t)$.

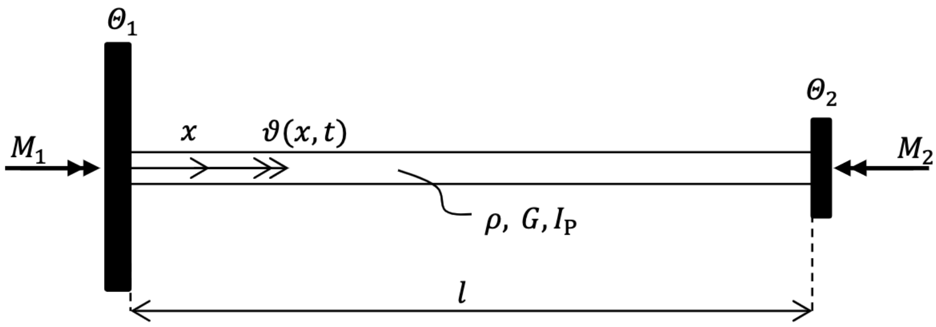
   (b) Geben Sie die geometrischen Randbedingungen an.

   (c) Bestimmen Sie über das Prinzip von Hamilton die Feldgleichung sowie die dynamischen Randbedingungen.

   Geg.: μ, EI, l, $q(x,t)$, d

Tutoriumsaufgaben

3. Das skizzierte Modell eines Antriebsstrangs besteht aus zwei diskreten Drehmassen (starre Körper, Massenträgheitsmoment θ_1 bzw. θ_2 bezüglich der Drehachse) sowie dem dargestellten Torsionsstab (Dichte ρ ,Schubmodul G ,polares Flächenträgheitsmoment I_p ,Länge l). Er wird bei $x = 0$ mit dem Moment M_1 und bei $x = l$ mit dem Moment M_2 belastet. Mit dem Prinzip von Hamilton sollen die Feldgleichung sowie die dynamischen Randbedingungen bestimmt werden.



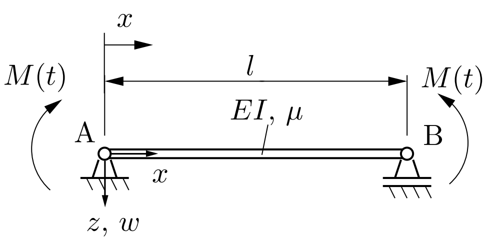
(a) Geben Sie die kinetische Energie T und die potentielle Energie U des Systems an.

(b) Formulieren Sie die virtuelle Arbeit δW der potentiallosen Kräfte und Momente.

(c) Existieren geometrische Randbedingungen? Wenn ja, geben Sie diese an.

(d) Bestimmen Sie mittels des Prnizip von Hamilton die Feldgleichung sowie die dynamischen Randbedingungen.

4. Ein elastischer, massebehafteter Balken (Biegesteifigkeit EI, Länge l) ist links und rechts gelenkig gelagert. An beiden Enden greift ein periodisches Moment $M(t) = M_0 \cos \Omega t$ an.



(a) Wie lauten die *geometrischen* Randbedingungen für das System?

(b) Berechnen Sie die kinetische Energie T, die potentielle Energie U sowie die virtuelle Arbeit δW für das Gesamtsystem.

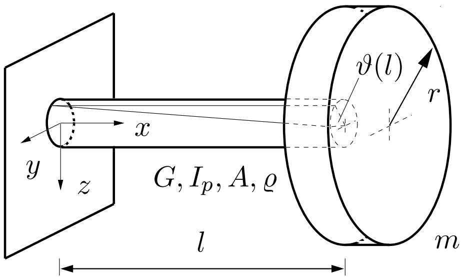
(c) Formulieren Sie das Prinzip von Hamilton für das untersuchte System.

(d) Leiten Sie nun die Bewegungsdifferentialgleichung und die *dynamischen* Randbedingungen her.

Geg.: M_0, Ω, l, EI, μ

Weitere Aufgaben

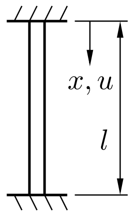
5. Ein eingespannter, massebehafteter Stab mit kreisförmigem Querschnitt trägt an seinem Ende eine Einzelmasse.



   (a) Wie lautet die *geometrische* Randbedingung für das System?
   (b) Berechnen Sie die kinetische Energie T und die potentielle Energie U für das Gesamtsystem.
   (c) Formulieren Sie das Prinzip von Hamilton für das untersuchte System.
   (d) Leiten Sie nun die Bewegungsdifferentialgleichung und die *dynamische* Randbedingung her.

   Geg.: l, m, G, I_p, A, ϱ, r

6. Gegeben ist der skizzierte homogene Dehnstab.



   (a) Wie lauten die *geometrischen* Randbedingungen für das System?
   (b) Berechnen Sie die kinetische Energie T und die potentielle Energie U für das Gesamtsystem.
   (c) Formulieren Sie das Prinzip von Hamilton für das untersuchte System.
   (d) Leiten Sie nun die Bewegungsdifferentialgleichung und die *dynamischen* Randbedingungen her.

   Geg.: μ, A, E, l

7. Ein bei $x = 0$ eingespannter Balken (Länge l, Biegesteifigkeit $EI =$ konst., Massenverteilung $\mu =$ konst.) mit der Endmasse m an der Stelle $x = l$ soll Eigenschwingungen durchführen. Mit Hilfe des Hamilton Prinzips sind die dynamischen Randbedingungen und die Bewegungsdifferentialgleichung zu ermitteln.
   Geg.: EI, l, μ, m