Thermodynamik 1

Tutorium 2

Allgemeines Bilanzieren, Impulsbilanz

Prof. Dr.-Ing. habil. Jadran Vrabec
Fachgebiet Thermodynamik und Thermische Verfahrenstechnik
Fakultät III – Prozesswissenschaften

Allgemeine Bilanzgleichung

$$\boxed{Speicherung = Transport + Erzeugung - Vernichtung}$$

Wie ändert sich die Menge der bilanzierten Größe im System?

Wieviel der bilanzierten Größe wird über die Systemgrenzen transportiert?

Wieviel der bilanzierten Größe wird innerhalb des Systems erzeugt?

Wieviel der bilanzierten Größe wird innerhalb des Systems vernichtet?

Bilanzieren (Beispiel)

System: Bankkonto

Bilanzgröße: Geld (G)

Bilanzgleichung:

$$\underbrace{\frac{dG}{dt}}_{\text{Speicherung}} = \underbrace{\dot{G}_{Gutschriften} - \dot{G}_{Abbuchungen}}_{\text{Transport}} + \underbrace{\dot{G}_{Zinsen}}_{\text{Erzeugung}} - \underbrace{\dot{G}_{Gebühren}}_{\text{Vernichtung}}$$

Speicherung	**Transport**	**Erzeugung**	**Vernichtung**
Änderung der Geldmenge G auf dem Konto mit der Zeit t	Geldströme auf das Konto (Gutschriften) bzw. vom Konto (Abbuchungen)	Innerhalb des Kontos durch Zinsen erzeugte Geldmenge	Innerhalb des Kontos durch Gebühren vernichtete Geldmenge

Bilanzieren (Beispielrechnung 1)

$$\dot{G}_{Gutschriften} = 2000\ €/Monat$$
$$\dot{G}_{Abbuchungen} = 1800\ €/Monat$$
$$\dot{G}_{Zinsen} = 5\ €/Monat$$
$$\dot{G}_{Gebühren} = 10\ €/Monat$$

$$\frac{dG}{dt} = 2000\,\frac{€}{Monat} - 1800\,\frac{€}{Monat} + 5\,\frac{€}{Monat} - 10\,\frac{€}{Monat} = 195\,\frac{€}{Monat}$$

Da der Speicherterm $\frac{dG}{dt}$ positiv ist, nimmt die Geldmenge G auf dem Konto pro Monat zu. Es handelt sich somit um ein **instationäres System**.

Bei einem negativen Speicherterm würde die Geldmenge auf dem Konto mit der Zeit abnehmen. Es wäre ebenfalls ein instationäres System.

Bilanzieren (Beispielrechnung 2)

$\dot{G}_{Gutschriften} = 2000\ €/Monat$
$\dot{G}_{Abbuchungen} = 2000\ €/Monat$
$\dot{G}_{Zinsen} = 5\ €/Monat$
$\dot{G}_{Gebühren} = 5\ €/Monat$

$$\frac{dG}{dt} = 2000\frac{€}{Monat} - 2000\frac{€}{Monat} + 5\frac{€}{Monat} - 5 = 0\frac{€}{Monat}$$

In diesem Fall heben sich sämtliche Gelströme auf der rechten Seite der Bilanzgleichung gegenseitig auf. Der Speicherterm $\frac{dG}{dt}$ wird demnach 0. Die Geldmenge auf dem Konto **bleibt zeitlich konstant**. Es handelt sich somit um ein **stationäres System**.

Vorgehen beim Bilanzieren

1. **Systemskizze erstellen**: Systemgrenze, auftretende Ströme
2. **Bilanzgröße festlegen** (Was möchte ich bilanzieren?): Geld, Energie, Entropie, Personen, ...

   In Thermodynamik 1 arbeiten wir nur mit integralen Bilanzen.
3. **Bilanzart festlegen**: integral ↔ differentiell
4. **Annahmen** (Welche Annahmen gelten für das betrachtete System?)
5. **Bilanz nach der gesuchten Größe auflösen**

Integrale Bilanzen

Beispiel: Energiebilanz für ein geschlossenen System

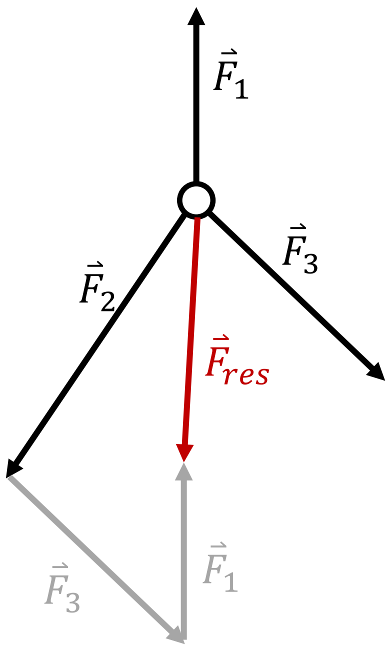
$$\frac{dU}{dt} = \dot{Q} + \dot{W}$$

Durch Integration zwischen den Zuständen 1 und 2 ergibt sich:

$$\int_1^2 dU = \left(\dot{Q} + \dot{W}\right) \int_1^2 dt \quad \Rightarrow \quad \Delta U_{12} = \left(\dot{Q} + \dot{W}\right) \Delta t_{12} = \Delta Q_{12} + \Delta W_{12}$$

Mit der Integration über die Zustandsänderung 1 nach 2 erhält man somit dabei übertragenen Wärmemengen ΔQ und Arbeiten ΔW sowie die daraus resultierende Änderung der inneren Energie des Systems ΔU. Bei bekannten Energieänderungen lässt sich umgekehrt natürlich auch die Dauer der Zustandsänderung Δt berechnen.

Kräftegleichgewicht und Impulsbilanz



Impulsbilanz (Summe aller angreifenden Kräfte)

$$\boxed{\frac{dI}{dt} = \sum_i \vec{F}_i} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{F}_{res}$$

Im **Kräftegleichgewicht** gilt:

$$\boxed{\sum_i \vec{F}_i = 0}$$

Im Kräftegleichgewicht heben sich alle angreifenden Kräfte gegenseitig auf.

Weitere Formeln und Zusammenhänge

Zusammenhang zwischen Kraft und Druck:

$$\boxed{\vec{F} = \vec{p} \cdot A} \quad [p] = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$$

Molare Masse:

$$\boxed{M = \frac{m}{n}} \quad [M] = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{kmol}}$$

Innere Energie von Wasser:

$$\boxed{dU = m \cdot c_{Wasser} \cdot dT \quad \Rightarrow \quad \Delta U_{12} = m \cdot c_{Wasser} \cdot \Delta T_{12}}$$