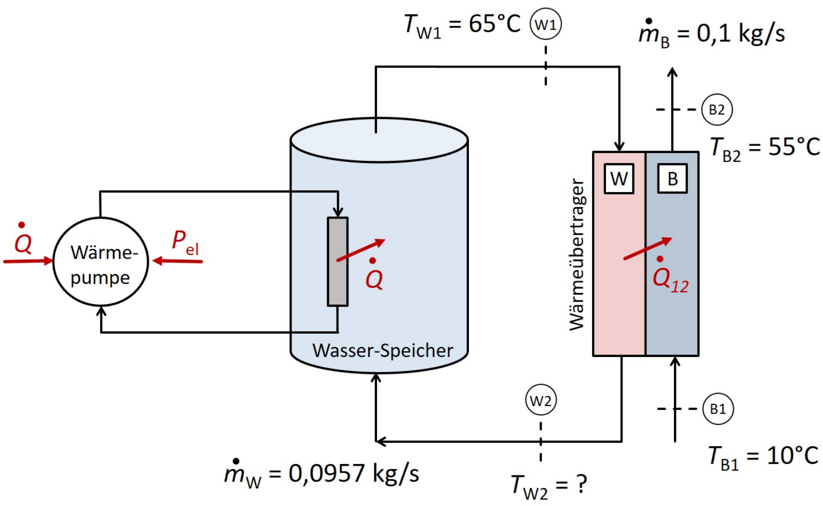
Aufgabe 8.1 – Lösung



gegeben: $\dot{m}_\mathrm{W} = 0.0957\,\mathrm{kg/s}$
$T_\mathrm{W1} = 65\,°\mathrm{C}$
$\dot{m}_\mathrm{B} = 0.1\,\mathrm{kg/s}$
$T_\mathrm{B1} = 10\,°\mathrm{C},\ T_\mathrm{B2} = 55\,°\mathrm{C}$
$c_p = 4.181\,\mathrm{kJ/(kg\,K)}$

a) **gesucht:** T_W2

1. HS (System B):

$$\cancel{P_\mathrm{B1B2}} + \dot{Q}_\mathrm{B1B2} = \dot{m}_\mathrm{B} \cdot c_p \cdot (T_\mathrm{B2} - T_\mathrm{B1}) + \cancel{\Delta\dot{E}_\mathrm{kin}} + \cancel{\Delta\dot{E}_\mathrm{pot}} = 18.145\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{s}} \tag{1}$$

$$\Longrightarrow \dot{Q}_{B1B2} = \dot{m}_\mathrm{B} \cdot c_p \cdot (T_\mathrm{B2} - T_\mathrm{B1}) \tag{2}$$

1. HS (System W):

$$\cancel{P_\mathrm{W1W2}} + \dot{Q}_\mathrm{W1W2} = \dot{m}_\mathrm{W} \cdot c_p \cdot (T_\mathrm{W2} - T_\mathrm{W1}) + \cancel{\Delta\dot{E}_\mathrm{kin}} + \cancel{\Delta\dot{E}_\mathrm{pot}} \tag{3}$$

$$\Longleftrightarrow \dot{Q}_\mathrm{W1W2} = \dot{m}_\mathrm{W} \cdot c_p \cdot (T_\mathrm{W2} - T_\mathrm{W1}) \tag{4}$$

$$\dot{Q}_\mathrm{B1B2} = -\dot{Q}_\mathrm{W1W2} \tag{5}$$

$$\Longrightarrow \dot{m}_\mathrm{B} \cdot \cancel{c_p} \cdot (T_\mathrm{B2} - T_\mathrm{B1}) = -\dot{m}_\mathrm{W} \cdot \cancel{c_p} \cdot (T_\mathrm{W2} - T_\mathrm{W1}) \tag{6}$$

$$\Longrightarrow \boxed{T_\mathrm{W2}} = -\frac{\dot{m}_\mathrm{B} \cdot (T_\mathrm{B2} - T_\mathrm{B1})}{\dot{m}_\mathrm{W}} + T_\mathrm{W1} = \boxed{17.98\,°\mathrm{C}} \tag{7}$$

b) **gesucht:** $\Delta\dot{S}_{\text{irr}}$

$$\mathrm{d}\dot{S}_{\text{irr}} = \underbrace{\mathrm{d}\dot{S}_{\text{W},Q}}_{<0} + \underbrace{\mathrm{d}\dot{S}_{\text{B},Q}}_{>0} = \underbrace{\frac{\overbrace{\mathrm{d}\dot{Q}_{\text{W1W2}}}^{<0}}{T_{\text{W}}} + \frac{\overbrace{\mathrm{d}\dot{Q}_{\text{B1B2}}}^{>0}}{T_{\text{B}}}}_{T_{\text{W}}>T_{\text{B}} \implies \mathrm{d}\dot{S}_{\text{irr}}>0} \tag{8}$$

$$= \frac{\mathrm{d}\dot{H}_{\text{W1W2}} - \cancel{V\mathrm{d}p}}{T_{\text{W}}} + \frac{\mathrm{d}\dot{H}_{\text{B1B2}} - \cancel{V\mathrm{d}p}}{T_{\text{B}}} \tag{9}$$

$$\implies \boxed{\Delta\dot{S}_{\text{irr}}} = \dot{m}_{\text{W}} \cdot c_p \cdot \int_{\text{W1}}^{\text{W2}} \frac{1}{T_{\text{W}}}\mathrm{d}T + \dot{m}_{\text{B}} \cdot c_p \cdot \int_{\text{B1}}^{\text{B2}} \frac{1}{T_{\text{B}}}\mathrm{d}T \tag{10}$$

$$= \dot{m}_{\text{W}} \cdot c_p \cdot \ln\left(\frac{T_{\text{W2}}}{T_{\text{W1}}}\right) + \dot{m}_{\text{B}} \cdot c_p \cdot \ln\left(\frac{T_{\text{B2}}}{T_{\text{B1}}}\right) \tag{11}$$

$$= 0.0957\,\frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot 4.181\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \cdot \ln\left(\frac{291.13\,\text{K}}{338.15\,\text{K}}\right) + 0.1\,\frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot 4.181\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \cdot \ln\left(\frac{328.15\,\text{K}}{283.15\,\text{K}}\right) \tag{12}$$

$$= -59.9061\,\frac{\text{J}}{\text{K s}} + 61.6673\,\frac{\text{J}}{\text{K s}} \tag{13}$$

$$= \boxed{1.76\,\frac{\text{J}}{\text{K s}}} \tag{14}$$

Anergie und Exergie

- 1. HS: Energie kann in verschiedene Energieformen umgewandelt werden
- 2. HS: Umwandlung von Energie nicht beliebig möglich; Wärme lässt sich nur begrenzt in andere Energieformen umwandeln
- als Ingenieur:innen interessieren wir uns für die Möglichkeit der Umwandlung verschiedener Energieformen, insbesondere in Arbeit
- Daher interessiert uns nicht nur, wie viel Energie in einem System vorhanden ist, sondern auch, wie viel von dieser Energie wir *nutzen* können.
- Zerlegung der Energie:

$$\boxed{\text{Energie} = \text{Anergie} + \text{Exergie}}$$

- **Anergie**:
  - Teil der Energie, der nicht zur Umwandlung in Arbeit zur Verfügung steht
  - (!) keine Erhaltungsgröße: Exergie kann in Anergie umgewandelt werden.
- **Exergie**:
  - frei umwandelbarer Anteil der Energie
  - Exergie im Gleichgewicht mit Umgebung = 0
  - (!) keine Erhaltungsgröße: kann in Anergie umgewandelt werden.

Exergie – Anwendungsfälle

- (spezifische) innere Exergie geschlossener Systeme:

$$\boxed{e_\mathrm{i} = (u - u_\mathrm{a}) + p_\mathrm{a}(v - v_\mathrm{a}) - T_\mathrm{a}(s - s_\mathrm{a})}$$

- (spezifische) Exergie eines Stoffstroms:

$$\boxed{e_h = (h - h_\mathrm{a}) - T_\mathrm{a}(s - s_\mathrm{a})}$$

wenn wir zwei Zustände des Systems miteinande vergleichen, werden die Enthalpie h_a und die Entropie s_a der Umgebung aus der Gleichung heraussubtrahiert, sodass nur noch die Temperatur T_a der Umgebung auftaucht:

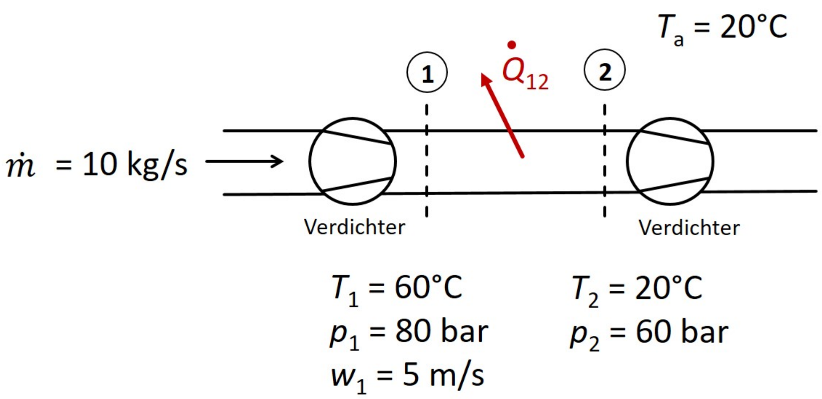
$$\Longrightarrow \ \Delta e_h = (h_2 - h_1) - T_a(s_2 - s_1)$$

- Exergieverlust:

$$\boxed{\Delta e_\mathrm{V} = T_\mathrm{a} \Delta s_\mathrm{irr}}$$

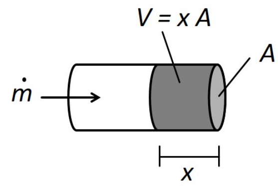
Aufgabe 8.2 – Lösung

gegeben: $\dot{m} = 10\,\mathrm{kg/s}$
$w_1 = 5\,\mathrm{m/s}$
$p_1 = 80\,\mathrm{bar}, \ p_2 = 60\,\mathrm{bar}$
$T_1 = 60\,^\circ\mathrm{C}, \ T_2 = 20\,^\circ\mathrm{C}$
ideales Gas $\Longrightarrow \ pv = RT$
$R_\mathrm{m} = 8.314\,72\,\mathrm{kg/(kmol\,K)}, \ M = 16.043\,\mathrm{kg/kmol}, \ c_p = 2.185\,\mathrm{kJ/(kg\,K)}$
$T_\mathrm{a} = 20\,^\circ\mathrm{C}$
nicht adiabat



a) **gesucht:** $\Delta \dot{E}_{\text{kin},12}$, $\Delta \dot{H}_{12}$

Strömungsgeschwindigkeit im Rohr



$V = x \cdot A \implies \boxed{\dot{V}} = \dot{x} \cdot A = \boxed{w \cdot A}$
mit: V: Volumen; A: Querschnittsfläche; x: Strecke; w: Geschwindigkeit

$$w_1 \cdot A_1 = \dot{V} = \dot{m} \cdot v_1 \tag{15}$$

$$\iff \dot{m} = \frac{w_1 \cdot A_1}{v_1} \underset{pv=RT}{=} \frac{w_1 \cdot \cancel{A_1} \cdot p_1}{\cancel{R} \cdot T_1} \underset{\dot{m}=const.}{=} \frac{w_2 \cdot \cancel{A_2} \cdot p_2}{\cancel{R} \cdot T_2} \tag{16}$$

(Annahme:$A_1 = A_2$)

$$\implies w_2 = \frac{p_1 \cdot T_2}{p_2 \cdot T_1} \cdot w_1 = \frac{80\,\text{bar} \cdot (20 + 273.15)\text{K}}{60\,\text{bar} \cdot (60 + 273.15)\text{K}} \cdot 5\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} = 5.87\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} \tag{17}$$

$$\implies \boxed{\Delta \dot{E}_{\text{kin},12}} = \dot{m} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(w_2^2 - w_1^2\right) = 10\,\tfrac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left[(5.87\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}})^2 - (5\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}})^2\right] = \boxed{47.28\,\tfrac{\text{J}}{\text{s}}} \tag{18}$$

$$\implies \boxed{\Delta \dot{H}_{12}} = \dot{m} \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1) = 10\,\tfrac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot 2.185\,\tfrac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \cdot (20\,\text{K} - 60\,\text{K}) = \boxed{-874\,\tfrac{\text{kJ}}{\text{s}}} \tag{19}$$

$$\implies \frac{\Delta \dot{E}_{\text{kin},12}}{|\Delta \dot{H}_{12}|} = \frac{47.28 \cdot 10^{-3}\,\text{kJ/s}}{874\,\text{kJ/s}} = 5.4 \cdot 10^{-5} \tag{20}$$

$\implies \Delta \dot{E}_{\text{kin},12}$ kann vernachlässigt werden.

b) **gesucht:** Δe_{12}

<u>1 $\longrightarrow$ 2:</u>

$$\Delta e_{12} = \cdot(e_2 - e_1) \qquad \text{mit: } \dot{E}_{\text{kin}} = 0,\ \dot{E}_{\text{pot}} = 0 \tag{21}$$

$$= \cdot[(h_2 - h_1) - T_a \cdot \Delta s_{12}] \tag{22}$$

$$= \cdot[c_p \cdot (T_2 - T_1) - T_{\text{a}} \cdot \Delta s_{12}] \tag{23}$$

$$\Delta s_{12} = \int_1^2 \frac{\mathrm{d}h - v\ \mathrm{d}p}{T} \tag{24}$$

$$= \int_1^2 \frac{c_p\ \mathrm{d}T}{T} - \frac{v\ \mathrm{d}p}{T} \overset{pv=RT}{=} c_p \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) \tag{25}$$

$$\Longrightarrow \Delta e_{12} = \cdot \left[c_p \cdot (T_2 - T_1) - T_\mathrm{a} \cdot \left(c_p \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)\right)\right] \tag{26}$$

$$= \underbrace{c_p \cdot \left[(T_2 - T_1) - T_\mathrm{a} \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)\right]}_{\Delta e_{12,T}} + \underbrace{\cdot T_\mathrm{a} \cdot R \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)}_{\Delta e_{12,p}} \tag{27}$$

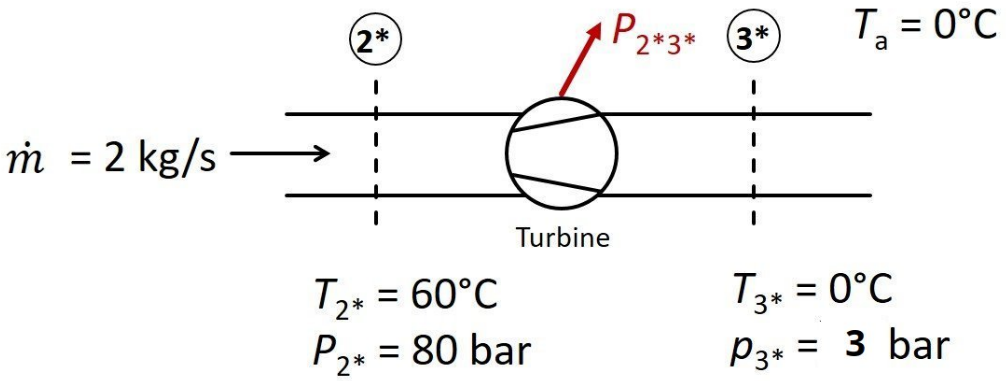
$$= \underbrace{2.185\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg\,K}} \cdot \left[(20-60)\mathrm{K} - 293.15\,\mathrm{K} \cdot \ln\left(\frac{293.15\,\mathrm{K}}{333.15\,\mathrm{K}}\right)\right]}_{\Delta e_{12,T}} \tag{28}$$

$$+ \underbrace{293.15\,\mathrm{K} \cdot \left(\frac{8.314\,72\,\mathrm{kJ/(kmol\,K)}}{16.043\,\mathrm{kg\,kmol}}\right) \cdot \ln\left(\frac{60\,\mathrm{bar}}{80\,\mathrm{bar}}\right)}_{\Delta e_{12,p}} \tag{29}$$

$$\Longrightarrow \Delta e_{12} = \Delta e_{12,T} + \Delta e_{12,p} = -5.470\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}} - 43.708\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}} = -49.178\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}} \tag{30}$$

c) **gegeben:** $\dot{m} = 2\,\mathrm{kg/s}$
$p_3 = 3\,\mathrm{bar}$
$T_3 = 0\,°\mathrm{C}$
$T_\mathrm{a} = 0\,°\mathrm{C}$

gesucht: P_max



$$\boxed{P_\mathrm{max}} = \Delta \dot{E}_{2^*3^*} \tag{31}$$

$$= \dot{m} \cdot (e_{3^*} - e_{2^*}) = \dot{m} \cdot [(h_{3^*} - h_{2^*}) - T_\mathrm{a} \cdot \Delta s_{2^*3^*}] \tag{32}$$

$$= \dot{m} \cdot c_p \cdot (T_{3^*} - T_{2^*}) - \dot{m} \cdot T_\mathrm{a} \cdot \left(c_p \cdot \ln\left(\frac{T_{3^*}}{T_{2^*}}\right) - R \cdot \ln\left(\frac{p_{3^*}}{p_{2^*}}\right)\right) \tag{33}$$

$$\begin{aligned} &= 2\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}} \cdot 2.185\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg\,K}} \cdot (0-20)\mathrm{K} \\ &- 2\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}} \cdot 273.15\,\mathrm{K} \cdot \left(2.185\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg\,K}} \cdot \ln\left(\frac{273.15\,\mathrm{K}}{293.15\,\mathrm{K}}\right) - 0.5183\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg\,K}} \cdot \ln\left(\frac{3\,\mathrm{bar}}{60\,\mathrm{bar}}\right)\right) \end{aligned} \tag{34}$$

$$= \boxed{-851.29\,\mathrm{kW}} \tag{35}$$