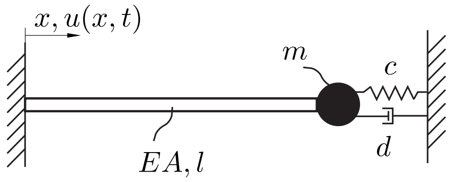
MMD Mechatronische Maschinendynamik
Prof. Dr.-Ing. U. von Wagner

Kontinuumsmechanik

Theorieaufgaben zum Formelblatt 4 - Prinzip von Hamilton

1. Gegeben ist das skizzierte System, bestehend aus einem Stab (Dehnsteifigkeit EA, Länge l) an dessem rechten Ende eine Punktmasse (Masse m) angebracht ist. Diese ist über eine Feder (Federsteifigkeit c) und einen Dämpfer (Dämpferkonstante d) mit der Umgebung verbunden.



Nach der Ausführung der Variation und partieller Integration der Ausdrücke aus dem Prinzip von Hamilton ergibt sich folgende Gleichung:

$$\int_0^l \mu \dot{u}(x,t)\delta u(x,t)\Big|_{t_0}^{t_1} \,\mathrm{d}x - \int_{t_0}^{t_1}\int_0^l \mu \ddot{u}(x,t)\delta u(x,t)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}t - \int_{t_0}^{t_1} d\dot{u}(l,t)\delta u(l,t)\,\mathrm{d}t + m\dot{u}(l,t)\delta u(l,t)\Big|_{t_0}^{t_1}$$

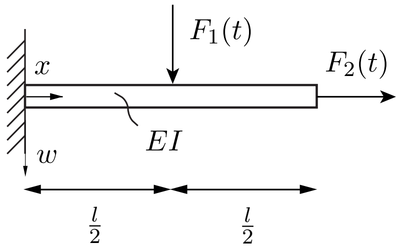
$$-\int_{t_0}^{t_1} m\ddot{u}(l,t)\delta u(l,t)\,\mathrm{d}t - \int_{t_0}^{t_1} cu(l,t)\delta u(l,t)\,\mathrm{d}t - \int_{t_0}^{t_1} EAu'(x,t)\delta u(x,t)\Big|_0^l \,\mathrm{d}t$$

$$+\int_{t_0}^{t_1}\int_0^l EAu''(x,t)\delta u(x,t)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}t = 0.$$

Bestimmen Sie unter Verwendung der geometrischen Randbedingung(en) die dynamische(n) Randbedingung(en) des Systems (i) und die Feldgleichung(en) (ii).

(i)

(ii)



2. Für das skizzierte System soll mit Hilfe des Prinzips von Hamilton die Feldgleichung und die dynamischen Randbedingungen für die Biegeschwingung $w(x,t)$ bestimmt werden. Kreuzen Sie den korrekten Ausdruck für das Prinzip von Hamilton
$$\delta \int_{t_0}^{t_1} L \mathrm{d}t + \int_{t_0}^{t_1} \delta W \ \mathrm{d}t = 0$$
an.

$\delta \int_{t_0}^{t_1} \frac{1}{2} \int_0^l (\mu \dot{w}^2 - EI w''^2)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}t + \int_{t_0}^{t_1} F_2 \delta w(l)\,\mathrm{d}t = 0$	☐
$\delta \int_{t_0}^{t_1} \frac{1}{2} \int_0^l (\mu \dot{w}^2 - EI w''^2)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}t + \int_{t_0}^{t_1} F_1 \delta w(\frac{l}{2})\,\mathrm{d}t = 0$	☐
$\delta \int_{t_0}^{t_1} \frac{1}{2} \int_0^l (\mu \dot{w}^2 - EI w''^2)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}t + \int_{t_0}^{t_1} \left(F_1 \delta w(\frac{l}{2}) + F_2 \delta w(l)\right)\,\mathrm{d}t = 0$	☐
$\delta \int_{t_0}^{t_1} \frac{1}{2} \int_0^l (\mu \dot{w}^2 - EI w''^2 - F_2 w'^2)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}t + \int_{t_0}^{t_1} F_1 \delta w(\frac{l}{2})\,\mathrm{d}t = 0$	☐