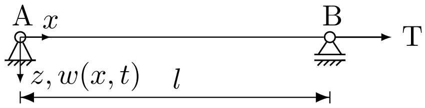
MMD Mechatronische Maschinendynamik Prof. Dr.-Ing. U. von Wagner	**Kontinuumsmechanik**

Aufgabenblatt 1

Aufgaben der Hörsaalübung

1. Gegeben ist ein beidseitig eingespannter Stab der Länge l, Masse pro Länge μ und Dehnsteifigkeit EA.



   (a) Geben Sie die Feldgleichung und die Randbedingungen an. Wie groß ist die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit c?

   (b) Bestimmen Sie die Eigenkreisfrequenzen.

   Geg.: T, l, μ

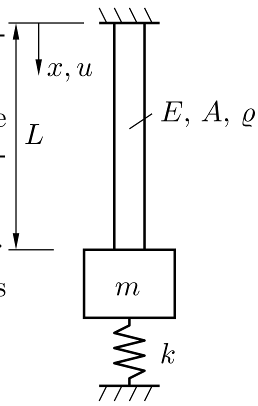
2. Ein schwingungsfähiges System wird wie skizziert als massebehafteter, nur längschwingender Dehnstab modelliert und das dazugehörige Fundament als einfaches Feder-Masse-Element. Es sollen die Eigenschwingungen des skizzierten Systems um die spannungsfreie Ausgangslage untersucht werden.

   (a) Geben Sie für das System die Differentialgleichung für die Verschiebung $u(x,t)$ an.

   (b) Leiten Sie aus dem Ansatz $u(x,t) = U(x)\cos(\omega t + \alpha)$ die gewöhnliche Differentialgleichung für $U(x)$ her und geben Sie deren allgemeine Lösung an.

   (c) Formulieren Sie die Randbedingungen für die Ortsfunktion $U(x)$.

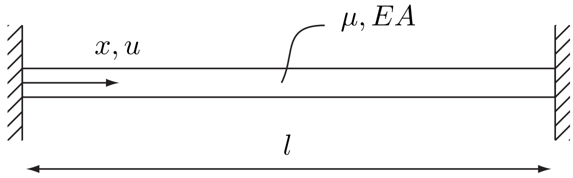
   (d) Geben Sie eine Bestimmungsgleichung für die Eigenfrequenzen des Systems an. Diese Gleichung soll nicht gelöst werden!



   Geg.: ρ, E, A, L, m, k (kein Erdschwerefeld)

Tutoriumsaufgaben

3. Gegeben ist ein beidseitig eingespannter Stab der Länge l, Masse pro Länge μ und Dehnsteifigkeit EA.

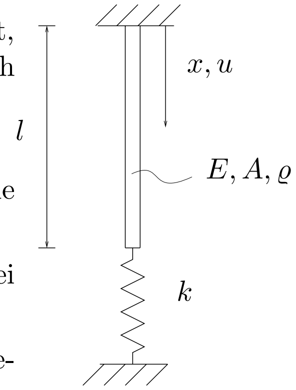


   (a) Geben Sie die Feldgleichung und die Randbedingungen für Stablängsschwingungen an (ohne Herleitung). Wie groß ist die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit?

   (b) Bestimmen Sie über einen Produktansatz $u(x,t) = U(x) \cdot p(t)$ die Eigenkreisfrequenzen ω_k und die Eigenformen $U_k(x)$ des Stabes und skizzieren die ersten drei Eigenformen.

   Geg.: μ, EA, l

4. Ein mit Masse belegter Stab ist an einem Ende unverschieblich gelagert, an dem anderen mit einer Feder befestigt. Der Stab schwingt nach geeigneten Anfangsbedingungen längs.



   (a) Wie lautet die Differentialgleichung, die die Schwingung für kleine Auslenkungen beschreibt?

   (b) Formen Sie die partielle Differentialgleichung um in zwei gewöhnliche Differentialgleichungen.

   (c) Wie lauten die allgemeinen Lösungen dieser gewöhnlichen Differentialgleichungen?

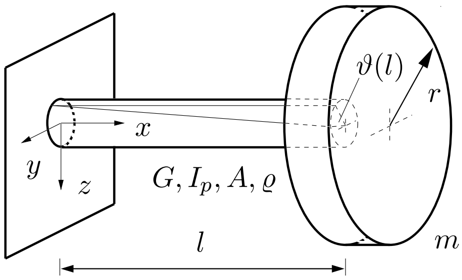
   (d) Formulieren Sie die Randbedingungen.

   (e) Stellen Sie die Bestimmungsgleichung für die Eigenkreisfrequenzen auf.

   Geg.: l, k, E, A, ϱ.

Weitere Übungsaufgaben

5. Ein eingespannter, massebehafteter Stab mit kreisförmigem Querschnitt trägt an seinem Ende eine Einzelmasse. Geeignete Anfangsbedingungen lassen den Stab um seine Längsachse schwingen.



   (a) Wie lautet die Wellengleichung (Bewegungsdifferentialgleichung) für die freien Torsionsschwingungen? Wie groß ist die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit?

   (b) Formen Sie die Wellengleichung mit Hilfe eines Produktansatzes in zwei gewöhnliche Differentialgleichungen um.

   (c) Wie lauten die allgemeinen Lösungen dieser gewöhnlichen Differentialgleichungen? Wie lautet die Lösung der partiellen Differentialgleichung?

   (d) Formulieren Sie die Randbedingungen.

   (e) Stellen Sie die Frequenzgleichung auf.

   Geg.: l, m, G, I_p, A, ϱ, r