

### Mischungen

Mischungen sind Systeme, die aus mehreren Stoffen (Komponenten) bestehen. In diesem Kurs werden zwei idealisierte Systeme behandelt:

- in dieser Übung: Mischungen idealer Gase.
- ab nächster Übung: Gas-Dampf-Mischungen (Feuchte Luft).

Zusammensetzungsmaße (Anteil einer Komponente  $i$  an der Mischung):

- Massenanteil  $\xi_i$  (“Massenbruch”):

$$\boxed{\xi_i := \frac{m_i}{m_{\text{ges}}}} = \frac{m_i}{\sum_k m_k} \Rightarrow \sum_i \xi_i = 1$$

- Molenanteil  $\psi_i$  (“Molenbruch”):

$$\boxed{\psi_i := \frac{n_i}{n_{\text{ges}}}} = \frac{n_i}{\sum_k n_k} \Rightarrow \sum_i \psi_i = 1$$

- Volumenanteil  $\omega_i$  (“Partialvolumen”, “Volumenkonzentration”):

$$\boxed{\omega_i := \frac{V_i}{V}} \quad (\text{Achtung! i.d.R. } V \neq \sum_i V_i)$$

Mischungen bei denen  $V = \sum_i V_i$  werden “volumetrisch ideal” genannt.

### Partialdruck $p_i$

Als Partialdruck  $p_i$  bezeichnen wir in einem Gasgemisch den Beitrag einer Komponente  $i$  zum Gesamtdruck  $p_{\text{ges}}$ . Der Gesamtdruck kann so additiv in die Partialdrücke zerlegt werden:

$$\boxed{p_{\text{ges}} = \sum_i p_i}$$

Für ideale Gasgemische entspricht der Partialdruck  $p_i$  direkt dem Molenanteil  $\psi_i$  am Gesamtdruck  $p$ :

$$\boxed{p_i = \psi_i p_{\text{ges}}}$$

### Aufgabe 17.1 – Lösung

a) **ges:** Massenanteil  $\xi_i$  ; Molanteil  $\psi_i$

$$\text{Massenanteile: } \boxed{\xi_1} = \frac{m_1}{\sum m} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} = \frac{1}{1 + \frac{m_2}{m_1}} = \frac{1}{1 + 3.9891} = \boxed{0.2} \quad (1)$$

$$\sum \xi = 1 \quad (2)$$

$$\Rightarrow \boxed{\xi_2} = 1 - \xi_1 = \boxed{0.8} \quad (3)$$

$$\text{Molanteile: } \psi_1 = \frac{n_1}{\sum n} = \frac{n_1}{n_1 + n_2} = \frac{1}{1 + \frac{n_2}{n_1}} \quad (4)$$

$$\text{mit: } M = \frac{m}{n} \quad (5)$$

$$\Rightarrow \boxed{\psi_1} = \frac{1}{1 + \frac{m_2 \cdot M_1}{m_1 \cdot M_2}} = \frac{1}{1 + 3.9891 \cdot \frac{16.043}{31.9988}} = \boxed{0.333} \quad (6)$$

$$\sum \psi = 1 \quad (7)$$

$$\Rightarrow \boxed{\psi_2} = 1 - \psi_1 = \boxed{0.667} \quad (8)$$

b) **ges:** Molare innere Energie  $u_1$ ;  $u_2$ ;  $u_{\text{mix}}$  [kJ/kmol]

$$\Delta u = c_v \cdot \Delta T \quad (9)$$

$$\Rightarrow u_i - u_0 = c_{v,i} \cdot (T_1 - T_0) \quad (10)$$

$$\Rightarrow \boxed{u_1} = 26.2522 \frac{\text{kJ}}{\text{kmol K}} \cdot (300 - 273.15)\text{K} = \boxed{704.87 \frac{\text{kJ}}{\text{kmol}}} \quad (11)$$

$$\Rightarrow \boxed{u_2} = 20.9578 \frac{\text{kJ}}{\text{kmol K}} \cdot (300 - 273.15)\text{K} = \boxed{562.71 \frac{\text{kJ}}{\text{kmol}}} \quad (12)$$

$$u_{\text{mix}} \cdot \dot{n}_{\text{ges}} = \dot{n}_1 \cdot u_1 + \dot{n}_2 \cdot u_2 \quad (13)$$

$$\Rightarrow \boxed{u_{\text{mix}}} = \frac{\dot{n}_1 \cdot u_1 + \dot{n}_2 \cdot u_2}{\dot{n}_{\text{ges}}} = \sum_i \psi_i \cdot u_i \quad (14)$$

$$= \left( \frac{1}{3} \cdot 704.87 + \frac{2}{3} \cdot 562.71 \right) \frac{\text{kJ}}{\text{kmol}} = \boxed{610 \frac{\text{kJ}}{\text{kmol}}} \quad (15)$$

c) **ges:** Entropiezuwachs  $\Delta \dot{S}_{1,2 \rightarrow \text{mix}}$

$$\Delta \dot{S}_{1,2 \rightarrow \text{mix}} = \Delta \dot{S}_{1 \rightarrow \text{mix}} + \Delta \dot{S}_{2 \rightarrow \text{mix}} \quad (16)$$

$$= \dot{n}_1 \cdot \Delta s_{1 \rightarrow \text{mix}} + \dot{n}_2 \cdot \Delta s_{2 \rightarrow \text{mix}} = \sum_i \dot{n}_i \cdot \Delta s_{i \rightarrow \text{mix}} \quad (17)$$

$$2. \text{ HS: } ds_m = \frac{dh_m - v_m dp}{T} \quad (18)$$

$$\Rightarrow \Delta s_{m,i \rightarrow \text{mix}} = c_{p,m,i} \cdot \ln \left( \frac{T_{\text{mix}}}{T_i} \right) - R_m \cdot \ln \left( \frac{p_{i,\text{mix}}}{p_i} \right) \quad (19)$$

$$\text{Partialdruck: } p_{i,\text{mix}} = \psi_i \cdot p_{\text{mix}} \quad (20)$$

$$\Rightarrow \Delta \dot{S}_{1,2 \rightarrow \text{mix}} = \sum_i \dot{n}_i \cdot \left[ c_{p,m,i} \cdot \ln \left( \frac{T_{\text{mix}}}{T_i} \right) - R_m \cdot \ln \left( \frac{p_{\text{mix}}}{p_i} \right) - R_m \cdot \ln(\psi_i) \right] \quad (21)$$

$$\text{mit: } T_1 = T_2 = T_{\text{mix}} \quad ; \quad p_1 = p_2 = p_{\text{mix}} \quad ; \quad \dot{n}_i = \dot{n}_{\text{ges}} \cdot \psi_i \quad (22)$$

$$\Rightarrow \Delta \dot{S}_{1,2 \rightarrow \text{mix}} = -\dot{n}_{\text{ges}} \cdot R_m \cdot \sum_i \psi_i \cdot \ln(\psi_i) \quad (23)$$

$$\text{mit: } \dot{n}_{\text{ges}} = \frac{\dot{m}_{\text{ges}}}{M_{\text{mix}}} = \frac{\dot{m}_1 + \dot{m}_2}{\psi_1 \cdot M_1 + \psi_2 \cdot M_2} \quad (24)$$

$$= \frac{1 \text{ kg/s}}{\frac{1}{3} \cdot 16.043 \text{ kg/kmol} + \frac{2}{3} \cdot 31.9988 \text{ kg/kmol}} = 37.481 \frac{\text{mol}}{\text{s}} \quad (25)$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta \dot{S}_{1,2 \rightarrow \text{mix}}} = -37.481 \frac{\text{mol}}{\text{s}} \cdot 8.314472 \frac{\text{kJ}}{\text{kmol K}} \cdot \left( \frac{1}{3} \cdot \ln \left( \frac{1}{3} \right) + \frac{2}{3} \cdot \ln \left( \frac{2}{3} \right) \right) \quad (26)$$

$$= \boxed{0.1984 \frac{\text{kW}}{\text{K}}} \quad (27)$$

### Aufgabe 17.2 – Lösung

a) **ges:** Dichte im Normzustand  $\rho_{\text{mix}}$

$$\rho_{\text{mix}} = \frac{m_{\text{mix}}}{V_{\text{mix}}} = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{V_{\text{mix}}} = \frac{\rho_1 \cdot V_1 + \rho_2 \cdot V_2 + \rho_3 \cdot V_3}{V_{\text{mix}}} \quad (28)$$

$$\text{mit: } w_i = \frac{V_i}{V_{\text{mix}}} \quad (29)$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{mix}} = \sum_i (w_i \cdot \rho_i) \quad (30)$$

$$\rho_i = \frac{m_i}{V_i} = \frac{n_i \cdot M_i}{V_i} = \frac{M_i}{v_{m,i}} \quad (31)$$

$$\text{mit: } v_{m,i} = \frac{V_i}{n_i} \quad (32)$$

$$\Rightarrow \boxed{\rho_{\text{mix}}} = \sum_i \left( w_i \cdot \frac{M_i}{v_{m,i}} \right) \quad (33)$$

$$= \left( 0.6 \cdot \frac{28.9626}{22.401} + 0.2 \cdot \frac{28.01}{22.398} + 0.2 \cdot \frac{2.0159}{22.428} \right) \frac{\text{kg/kmol}}{\text{m}^3/\text{kmol}} \quad (34)$$

$$= \boxed{1.0438 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \quad (35)$$

b) **ges:** Massenanteile  $\xi_i$

$$\xi_i = \frac{m_i}{m_{\text{mix}}} = \frac{\rho_i \cdot V_i}{\rho_{\text{mix}} \cdot V_{\text{mix}}} = \frac{\rho_i}{\rho_{\text{mix}}} \cdot w_i = \frac{M_i}{v_{m,i} \cdot \rho_{\text{mix}}} \cdot w_i \quad (36)$$

$$\Rightarrow \boxed{\xi_1} = \boxed{0.7432} \quad ; \quad \boxed{\xi_2} = \boxed{0.2396} \quad ; \quad \boxed{\xi_3} = \boxed{0.0172} \quad (37)$$

c) **ges:** Molare Masse  $M_{\text{mix}}$

$$\frac{1}{M_{\text{mix}}} = \frac{n_{\text{mix}}}{m_{\text{mix}}} = \frac{\sum_i n_i}{m_{\text{mix}}} = \frac{\sum_i \left( \frac{m_i}{M_i} \right)}{m_{\text{mix}}} = \sum_i \left( \frac{\xi_i}{M_i} \right) = 0.042\,757 \frac{\text{kmol}}{\text{kg}} \quad (38)$$

$$\Rightarrow \boxed{M_{\text{mix}}} = \frac{1}{0.042\,757 \text{ kmol/kg}} = \boxed{23.388 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}} \quad (39)$$

d) **ges:** Wärmekapazität  $c_{p,\text{mix}}$

$$\boxed{c_{p,\text{mix}}} = \sum_i (\xi_i \cdot c_{p,i}) \quad (40)$$

$$= (0.7432 \cdot 1.0043 + 0.2396 \cdot 1.0403 + 0.0172 \cdot 14.2003) \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} = \boxed{1.24 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}} \quad (41)$$

### Aufgabe 17.3 – Lösung

a) **ges:** Temperatur  $T_{\text{mix}}$

**geg:**  $\dot{m}_A = \dot{m}_B = 0.1 \text{ kg/s}$

$$\dot{H}_{\text{mix}} = \dot{H}_A + \dot{H}_B \quad (42)$$

$$\Rightarrow \dot{m}_{\text{mix}} \cdot c_{\text{mix}} \cdot T_{\text{mix}} = \dot{m}_A \cdot c_A \cdot T_A + \dot{m}_B \cdot c_B \cdot T_B \quad (43)$$

$$\Leftrightarrow T_{\text{mix}} = \frac{\dot{m}_A \cdot c_A \cdot T_A + \dot{m}_B \cdot c_B \cdot T_B}{\dot{m}_{\text{mix}} \cdot c_{\text{mix}}} \quad (44)$$

$$= \frac{\xi_A \cdot \cancel{\dot{m}_{\text{mix}}} \cdot c_A \cdot T_A + \xi_B \cdot \cancel{\dot{m}_{\text{mix}}} \cdot c_B \cdot T_B}{\cancel{\dot{m}_{\text{mix}}} \cdot c_{\text{mix}}} \quad (45)$$

$$\xi_i = \frac{\dot{m}_i}{\dot{m}_{\text{mix}}} = \frac{\dot{m}_i}{\sum \dot{m}_i} \quad (46)$$

$$\Rightarrow \xi_A = \xi_B = \xi = 0.5 \quad (47)$$

$$\Rightarrow c_{\text{mix}} = \sum (\xi_i \cdot c_i) = \xi_A \cdot c_A + \xi_B \cdot c_B \quad (48)$$

$$\Rightarrow T_{\text{mix}} = \frac{\xi_A \cdot c_A \cdot T_A + \xi_B \cdot c_B \cdot T_B}{\xi_A \cdot c_A + \xi_B \cdot c_B} = \frac{\xi \cdot (c_A \cdot T_A + c_B \cdot T_B)}{\xi \cdot (c_A + c_B)} \quad (49)$$

$$\boxed{T_{\text{mix}}} = \frac{c_A \cdot T_A + c_B \cdot T_B}{c_A + c_B} \quad (50)$$

$$= \frac{2.2 \text{ kJ/(kg K)} \cdot 293.15 \text{ K} + 1.77 \text{ kJ/(kg K)} \cdot 323.15 \text{ K}}{(2.2 + 1.77) \text{ kJ/(kg K)}} \quad (51)$$

$$= \boxed{306.525 \text{ K}} \quad (52)$$

b) **ges:** Molmasse  $M_{\text{mix}}$

$$\frac{1}{M_{\text{mix}}} = \sum_i \left( \frac{\xi_i}{M_i} \right) = \left( \frac{0.5}{58.08} + \frac{0.5}{78.11} \right) \frac{\text{kmol}}{\text{kg}} = 0.015\,01 \frac{\text{kmol}}{\text{kg}} \quad (53)$$

$$\Rightarrow \boxed{M_{\text{mix}}} = \frac{1}{0.015\,01 \text{ kmol/kg}} = \boxed{66.622\,05 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}} \quad (54)$$