Theorie

Enthalpie H

- $\boxed{H := U + pV} \iff \boxed{h = u + pv}$
- Enthalpie = innere Energie + Energie, die zum Einschieben der Materie in das Volumen aufgewendet (=im System gespeichert) wurde

Stationäre Fließprozesse

- "Fließprozess": System wird von einem Massestrom durchflossen
- die verschiedenen Zustände (Zustand 1,2,3,...) beschreiben hintereinander geschaltete Punkte im Prozess (anders als im geschlossenen System, wo die Zustände in zeitlicher Abfolge am gleichen Ort eintreten)
- "stationär": in jedem Zustand ("*an jedem Ort*") sind alle Zustands- und Prozessgrößen zeitlich konstant.
- Beispiele: Wärmeübertrager, viele Kreisprozesse (Wärmepumpe, Kühlschrank, Flugzeugturbine, ...)

1. HS für stationäre Fließprozesse

- kann durch Umformung aus dem 1. Hauptsatz für geschlossene Systeme hergeleitet werden
- kann *extensiv* und *intensiv* (massesstrompezifisch) formuliert werden:

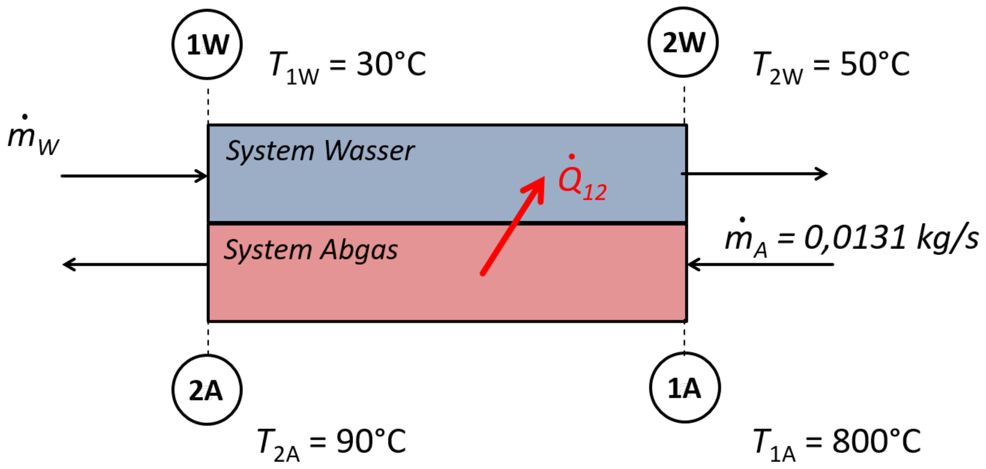
$$\overset{\text{extensiv}}{\boxed{\dot{m}(\Delta h + \Delta e_{\text{kin}} + \Delta e_{\text{pot}}) = \dot{Q} + P}} \iff \overset{\text{intensiv}}{\boxed{\Delta h + \Delta e_{\text{kin}} + \Delta e_{\text{pot}} = q + w_{\text{t}}}}$$

- $e_{\text{kin}}, e_{\text{pot}}$ werden häufig vernachlässigt

$$\implies \boxed{\Delta h = q + w_{\text{t}}} \text{ für } e_{\text{kin}} = const, e_{\text{pot}} = const$$

Lösungen

Aufgabe 6.1 – Lösung



a) gesucht: $\dot{m}_\mathrm{W}$

Lösung: 1.HS f. stationäre Fließprozesse:

$$\dot{m}\left((h_2 - h_1) + \frac{1}{2}\cdot(c_2^2 - c_1^2) + g\cdot(z_2 - z_1)\right) = P_{12} + \dot{Q}_{12} \tag{1}$$

Einzusetzende Größen (System *Wasser*):

$$\dot{m} = \dot{m}_\mathrm{W} \tag{2}$$
$$(h_2 - h_1) = \cdot c_p \cdot (T_{2\mathrm{W}} - T_{1\mathrm{W}}) \tag{3}$$
$$\frac{1}{2}\cdot(c_2^2 - c_1^2) = 0 \tag{4}$$
$$g\cdot(z_2 - z_1) = 0 \tag{5}$$
$$P_{12,\mathrm{W}} = 0 \tag{6}$$
$$\dot{Q}_{12,\mathrm{W}} = 10\,\mathrm{kW} \tag{7}$$

Einsetzen in (1) liefert:

$$\dot{Q}_{12} = \dot{m}_\mathrm{W}\cdot c_p\cdot(T_{2\mathrm{W}} - T_{1\mathrm{W}}) \tag{8}$$

$$\Longrightarrow \boxed{\dot{m}_\mathrm{W}} = \frac{\dot{Q}_{12}}{c_p\cdot(T_{2\mathrm{W}} - T_{1\mathrm{W}})} = \frac{10\,\mathrm{kJ/s}}{4.183\,\mathrm{kJ/(kg\,K)}}\cdot(50-30)\mathrm{K} = \boxed{0.1195\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}} \tag{9}$$

b) gesucht: $T_{2\mathrm{A}}$
Lösung: 1.HS f. stationäre Fließprozesse:

$$\dot{m}\left((h_2 - h_1) + \frac{1}{2}\cdot(c_2^2 - c_1^2) + g\cdot(z_2 - z_1)\right) = P_{12} + \dot{Q}_{12} \tag{10}$$

Einzusetzende Größen (System *Abgas*):

$$\dot{m} = \dot{m}_\mathrm{A} \tag{11}$$

$$h_2 - h_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_{p,\mathrm{A}}(T)\mathrm{d}T = c_p\big|_{T_1}^{T_2} \cdot (T_{2\mathrm{A}} - T_{1\mathrm{A}}) \tag{12}$$

$$\frac{1}{2} \cdot (c_2^2 - c_1^2) = 0 \tag{13}$$

$$g \cdot (z_2 - z_1) = 0 \tag{14}$$

$$P_{12,\mathrm{A}} = 0 \tag{15}$$

$$\dot{Q}_{12,\mathrm{A}} = -10\,\mathrm{kW} \tag{16}$$

Einsetzen in (32) liefert:

$$\dot{Q}_{12,\mathrm{A}} = \dot{m}_\mathrm{A} \cdot c_p\big|_{T_1}^{T_2} \cdot (T_{2\mathrm{A}} - T_{1\mathrm{A}}) \tag{17}$$

$$\implies \dot{m}_\mathrm{A} = \frac{\dot{Q}_{12,\mathrm{A}}}{c_p\big|_{T_1}^{T_2} \cdot (T_{2\mathrm{A}} - T_{1\mathrm{A}})} \tag{18}$$

Nun müssen wir $c_p\big|_{90\,^\circ\mathrm{C}}^{800\,^\circ\mathrm{C}}$ berechnen (vgl. Skript Kapitel 1, Seite 69):

$$(T_2 - T_1)c_p\big|_{T_1}^{T_2} = (T_2 - T_0)c_p\big|_{T_0}^{T_2} - (T_1 - T_0)c_p\big|_{T_0}^{T_1} \tag{19}$$

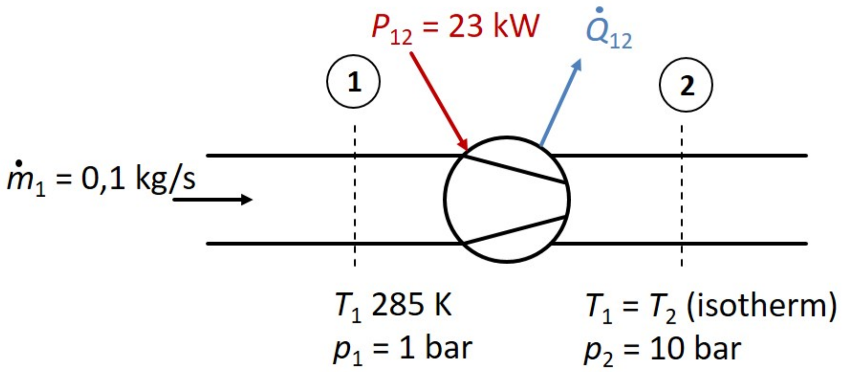
$$\implies c_p\big|_{90\,^\circ\mathrm{C}}^{800\,^\circ\mathrm{C}} = \frac{-800\,\mathrm{K}}{-710\,\mathrm{K}} \cdot c_p\big|_{90\,^\circ\mathrm{C}}^{800\,^\circ\mathrm{C}} - \frac{-90\,\mathrm{K}}{-710\,\mathrm{K}} \cdot c_p\big|_{90\,^\circ\mathrm{C}}^{800\,^\circ\mathrm{C}} = 1.0791\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg\,K}} \tag{20}$$

Einsetzen in (18) liefert:

$$\boxed{\dot{m}_\mathrm{A}} = \frac{\dot{Q}_{12,\mathrm{A}}}{c_p\big|_{T_1}^{T_2} \cdot (T_{2\mathrm{A}} - T_{1\mathrm{A}})} \tag{21}$$

$$= \frac{-10\mathrm{kW}}{-710\,\mathrm{K} \cdot 1.0791\,\mathrm{kJ/(kg\,K)}} = \boxed{0.0131\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}} \tag{22}$$

Aufgabe 6.2 – Lösung



a) gegeben: $p_1 = 1\,\mathrm{bar}$
$p_2 = 10\,\mathrm{bar}$
$T = 285\,\mathrm{K}$
$\dot{m}_1 = 0.1\,\mathrm{kg/s}$
$P_{12} = 23\,\mathrm{kW}$
Ideales Gas, $R = 0.287\,\mathrm{kJ\,K/kg}$

gesucht: $\dot{P}_{12,\mathrm{diss}}$

Lösung:

$$P_{12} = P_{12,\mathrm{diss}} + P_{12,\mathrm{rev}} \tag{23}$$

$$\iff P_{12,\mathrm{diss}} = P_{12} - P_{12,\mathrm{rev}} = P_{12} - \dot{m} \cdot w_{\mathrm{t},12,\mathrm{rev}} \tag{24}$$

Die reversible spezifische technische Arbeit $w_{\mathrm{t},12,\mathrm{rev}}$ berechnen wir mit Hilfe des Idealgasgeseztes:

$$w_{\mathrm{t},12,\mathrm{rev}} = \int_1^2 v\ \mathrm{d}p = \int_1^2 \frac{R \cdot T}{p}\ \mathrm{d}p \tag{25}$$

$$= R \cdot T \cdot \int_1^2 \frac{1}{p}\ \mathrm{d}p = R \cdot T \cdot (\ln p_2 - \ln p_1) = R \cdot T \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) \tag{26}$$

$$= 0.287\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg\,K}} \cdot 285\,\mathrm{K} \cdot \ln\left(\frac{10\,\mathrm{bar}}{1\,\mathrm{bar}}\right) = \tag{27}$$

$$= 188.34\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}} \tag{28}$$

Mit Einsetzen in (24) ergibt sich die Lösung:

$$\implies \boxed{P_{12,\mathrm{diss}}} = P_{12} - P_{12,\mathrm{rev}} = P_{12} - \dot{m} \cdot w_{\mathrm{t},12,\mathrm{rev}} \tag{29}$$

$$= 23\,\mathrm{kW} - 0.1\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}} \cdot 188.34\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}} = 23\,\mathrm{kW} - 18.834\,\mathrm{kW} \tag{30}$$

$$= \boxed{4.166\,\mathrm{kW}} \tag{31}$$

b) gegeben: $p_1 = 1\,\mathrm{bar}$
$p_2 = 10\,\mathrm{bar}$
$T = 285\,\mathrm{K}$
$\dot{m}_1 = 0.1\,\mathrm{kg/s}$
$P_{12} = 23\,\mathrm{kW}$
Ideales Gas, $R = 0.287\,\mathrm{kJ/(kg\,K)}$
isothermer Prozess ($\mathrm{d}T = 0$)

gesucht: $\dot{Q}_{12}$

Lösung: 1.HS f. stationäre Fließprozesse:

$$\dot{m}\Delta h = P_{12} + \dot{Q}_{12} \tag{32}$$

Einzusetzende Größen:

$$P_{12} = 23\,\mathrm{kW} \tag{33}$$
$$\text{id. Gas:} \quad dh = c_p \mathrm{d}T \tag{34}$$
$$\text{isotherm:} \quad \mathrm{d}T = 0 \tag{35}$$
$$\Longrightarrow \mathrm{d}h = 0 \Longrightarrow \Delta h = 0 \tag{36}$$

Einsetzen in (32) liefert:

$$0 = P_{12} + \dot{Q}_{12} \tag{37}$$
$$\Longrightarrow \boxed{\dot{Q}_{12} = -P_{12} = -23\,\mathrm{kW}} \tag{38}$$