MMD Mechatronische Maschinendynamik Prof. Dr.-Ing. Utz v. Wagner	**Kontinuumsmechanik** Sommersemester 2019

Kurzfragentest vom 24.06.2019

Name, Vorname

Matrikelnummer

Studiengang

Es ist erlaubt, eine handgeschriebene Formelsammlung im Umfang eines **einseitig** beschriebenen DIN A4-Blattes zu benutzen. Andere Hilfsmittel sind nicht erlaubt. Es wird ausdrücklich darauf hingewiesen, dass keinerlei elektronische Hilfsmittel benutzt werden dürfen. Hierzu zählen insbesondere Taschenrechner, Laptops und Mobiltelefone. Skizzen, Rechnungen und Ergebnisse müssen mit dokumentenechten Stiften (keine Blei- oder Buntstifte) erstellt werden. Rotstifte dürfen nicht verwendet werden.

Ich bestätige hiermit meine Prüfungsfähigkeit.

Unterschrift

Tragen Sie die Endergebnisse ausschließlich in die dafür vorgesehenen Kästen ein. Separat abgegebene Blätter werden nicht bewertet.

Erreichte Punkte	
Handzeichen	

Aufgabe 1

[3 Punkte]

Geben Sie die Einheiten der folgenden mechanischen Größen in Abhängigkeit der Einheiten **kg**, **s** und **m** bzw. **1** für dimensionslose Größen, an.

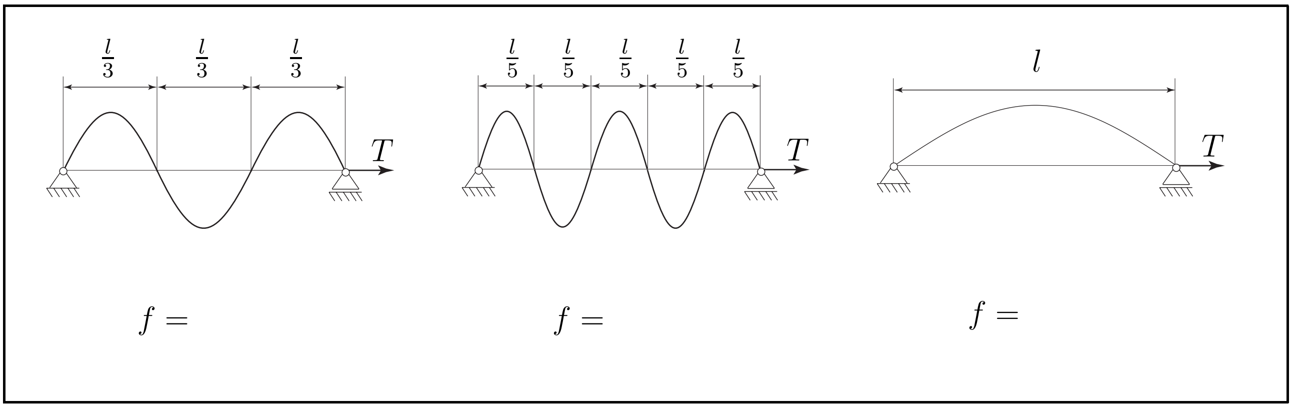
Masse pro Länge μ	
Wellenausbreitungsgeschwindigkeit c	
Eigenkreisfrequenz ω	
Biegesteifigkeit EI	

Aufgabe 2

[1 Punkt]

Ordnen Sie die gegebenen Eigenfrequenzen f den skizzierten Eigenformen einer fest/fest gelagerten Saite zu.

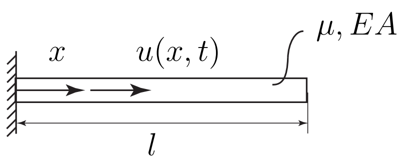
Geg: $f = 25$ Hz, 75 Hz, 125 Hz

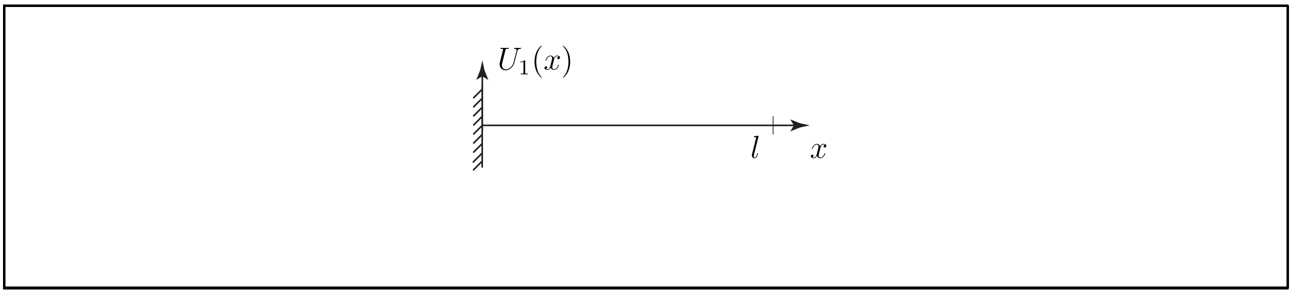


Aufgabe 3

[1 Punkt]

Skizzieren Sie für den gegebenen Dehnstab die Eigenform $U_1(x)$ mit der niedrigsten Eigenkreisfrequenz.

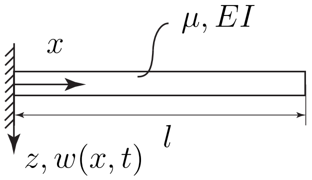




Aufgabe 4

[2 Punkte]

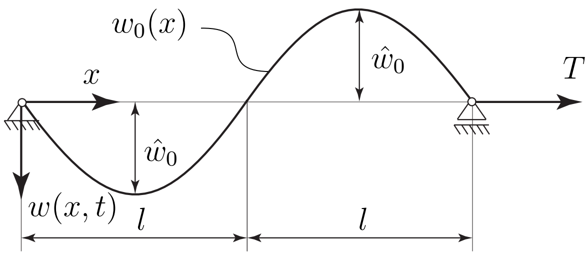
Skizzieren Sie für den gegebenen Euler-Bernoulli-Balken die Eigenform $W_1(x)$ mit der niedrigsten (1.) Eigenkreisfrequenz und die Eigenform $W_2(x)$ mit der nächst-höheren Eigenkreisfrequenz (2. Eigenkreisfrequenz).



Aufgabe 5

[2 Punkte]

Eine fest/fest gelagerte Saite (Länge l, Wellenausbreitungsgeschwindigkeit c), vorgespannt mit der Kraft T, wird zum Zeitpunkt $t = 0$ wie skizziert **sinusförmig** mit $w_0(x)$ ausgelenkt und besitzt keine Anfangsgeschwindigkeit.



Geg: T, l, $\hat{w}_0$, c

a) Formulieren Sie die Anfangsbedingungen.

$w_0(x, t = 0) =$

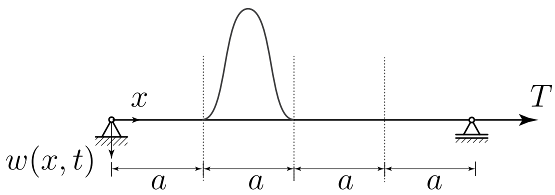
$\dot{w}_0(x, t = 0) =$

b) Wie lautet die Lösung nach d'Alembert der eindimensionalen Wellengleichung für das obige Beispiel?

Aufgabe 6

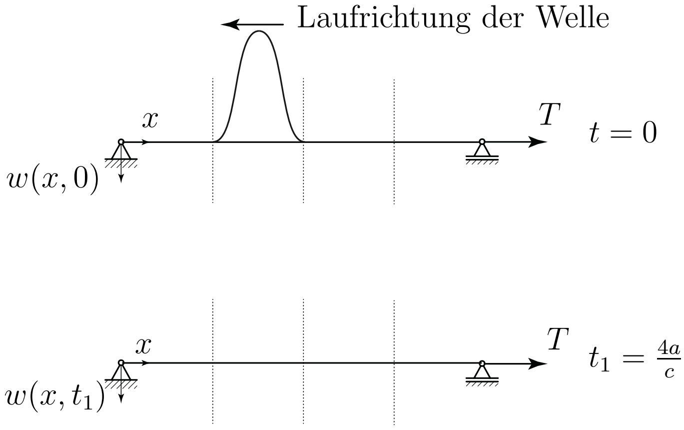
[2 Punkte]

Die fest/fest gelagerte Saite (Wellenausbreitungsgeschwindigkeit c, Länge $4a$) ist mit der Kraft T vorgespannt. Eine Transveralwelle hat zum Zeitpunkt $t = 0$ die skizzierte Auslenkung $w(x, 0)$. Die Laufrichtung der Welle ist nach links.



Geg: c, a, T

a) Vervollständigen Sie das Bild, indem Sie die Auslenkung der Saite zum Zeitpunkt $t_1 = 4a/c$ sowie die zugehörige **Laufrichtung** der Welle einzeichnen.



b) Nach welcher Zeit T nimmt die Saite **erstmals** wieder den Anfangszustand an?

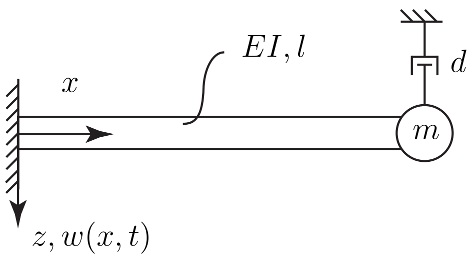
$T =$

Aufgabe 7

[2 Punkte]

Geben Sie alle geometrischen und alle dynamischen Randbedingungen für den skizzierten Euler-Bernoulli-Balken (Biegesteifigkeit EI, Länge l) mit Punktmasse (Masse m) und Dämpfer (Dämpfungskonstante d) an.

Geg: EI, d, l, m



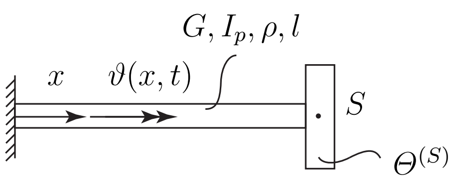
Aufgabe 8

[2 Punkte]

Ein Torsionsstab (Schubmodul G, polares Flächenträgheitsmoment I_p, Länge l, Dichte ρ) ist am Ende mit einer starren, dünnen, homogenen Scheibe (Schwerpunkt S, Massenträgheitsmoment $\Theta^{(S)}$) fest verbunden.

Geg: G, I_p, l, ρ, $\Theta^{(S)}$

a) Geben Sie die Feldgleichung für freie Schwingungen sowie die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit c für den skizzierten Torsionsstab an.



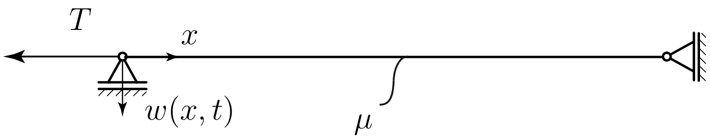
b) Geben Sie alle geometrischen und alle dynamischen Randbedingungen an.

Aufgabe 9

[2 Punkte]

a) Geben Sie alle geometrischen und alle dynamischen Randbedingungen für die fest/los gelagerte, vorgespannte (Vorspannkraft T) Saite (Masse pro Länge μ) an.

Geg: T, μ



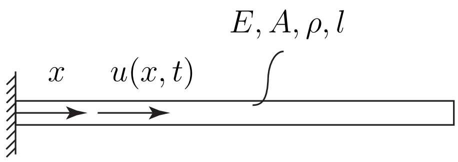
b) Welchen Einfluss hat eine steigende Vorspannkraft T auf die Eigenkreisfrequenzen der Saitenschwingung des skizzierten Systems? Kreuzen Sie an. Eigenkreisfrequenzen werden mit steigender Vorspannkraft...

- ☐ größer
- ☐ nicht verändert
- ☐ kleiner

Aufgabe 10

[2 Punkte]

Für freie Längsschwingungen des abgebildeten Stabes ist die folgende partielle Differentialgleichung gegeben: $\ddot{u}(x,t) - \frac{E}{\rho} u''(x,t) = 0$



Geg: E, A, ρ, l

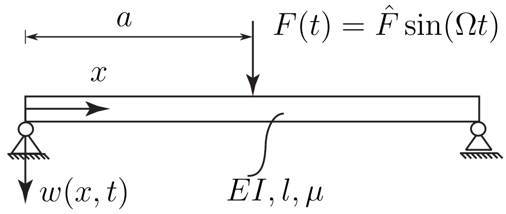
a) Leiten Sie mit dem Ansatz $u(x,t) = U(x)\sin(\omega t)$ eine gewöhnliche Differentialgleichung für $U(x)$ her.

b) Geben Sie die allgemeine Lösung für $U(x)$ an.

Aufgabe 11

[2 Punkte]

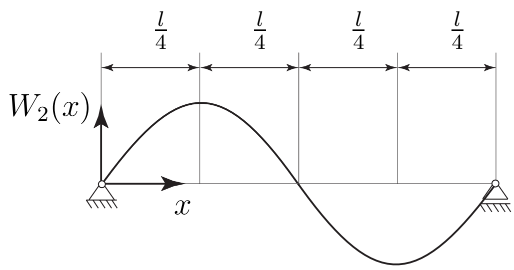
Der skizzierte Euler-Bernoulli-Balken wird mit der Kraft $F(t)$ an einer beliebigen Stelle a belastet.

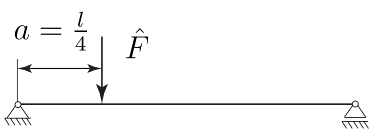


Geg: EI, l, μ, a, Ω, $\hat{F}$

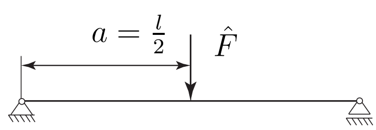
a) Geben Sie einen Ansatz vom Typ der rechten Seite an, um eine partikuläre Lösung $w_p(x,t)$ zu bestimmen.

b) Der Balken besitzt die abgebildete zweite Eigenform $W_2(x)$ mit der zugehörigen Eigenkreisfrequenz ω_2. Er wird mit der Kraft $F(t) = \hat{F}\sin(\Omega t)$ mit $\Omega = \omega_2$ zu Schwingungen angeregt. Dabei werden verschiedene Angriffspunkte $x = a$ der stets vertikalen Kraft $\hat{F}$ betrachtet. Kreuzen Sie die Belastung(en) an, die zur Resonanz führt/führen.

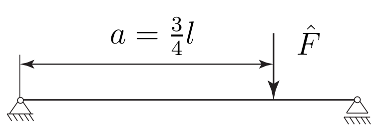




☐



☐



☐

Aufgabe 12

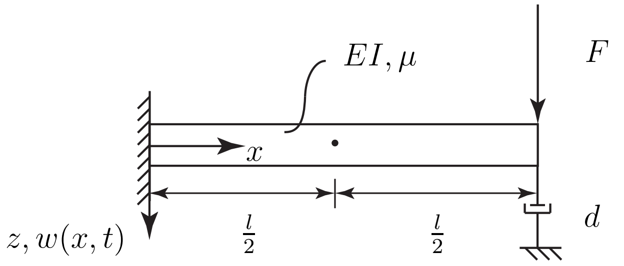
[1 Punkt]

Für ein mechanisches System ergibt sich aus dem Prinzip von Hamilton der folgende Ausdruck:

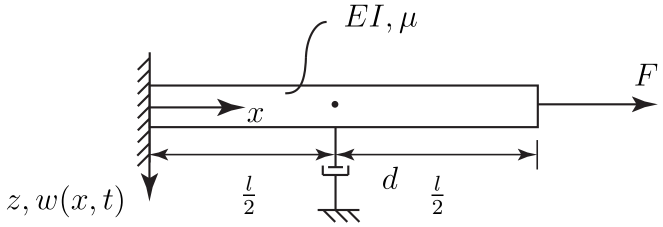
$$\delta \int_{t_0}^{t_1} \frac{1}{2} \int_0^l \left(\mu \dot{w}^2 - EI w''^2 \right) \mathrm{d}x \, \mathrm{d}t + \int_{t_0}^{t_1} \left(F \delta w(l) - d \dot{w}(\tfrac{l}{2}) \delta w \left(\tfrac{l}{2}\right) \right) \mathrm{d}t = 0$$

Für welches der nachfolgenden skizzierten Systeme mit schlanken Balken ergibt sich dieser Ausdruck im Prinzip von Hamilton? Kreuzen Sie das/die richtige(n) System(e) an.

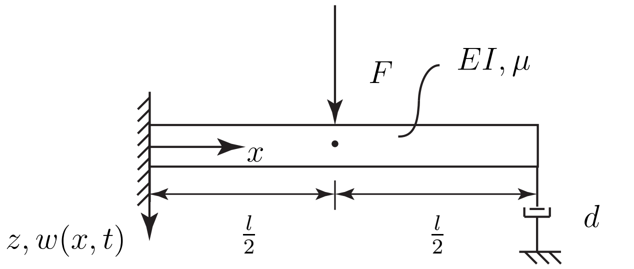
Geg: μ, EI, d, F



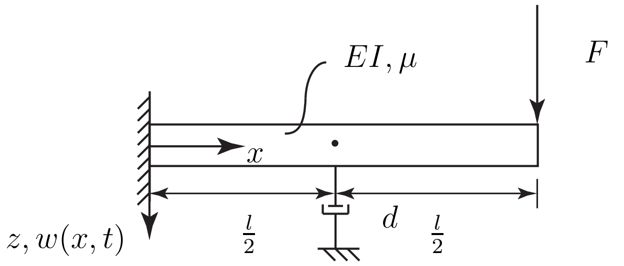
☐



☐



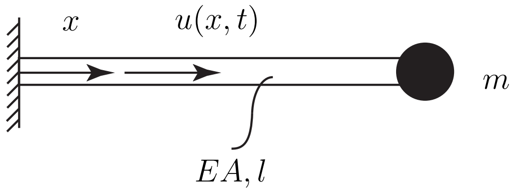
☐



☐

Aufgabe 13 [3 Punkte]

Gegeben ist das skizzierte System, bestehend aus einem Stab (Dehnsteifigkeit EA, Länge l) an dessen rechten Ende eine Punktmasse (Masse m) angebracht ist.



Geg: EA, l, m

a) Geben Sie die geometrische(n) Randbedingung(en) an.

geometrische Randbedingung(en):

b) Nach Ausführen der Variation und partieller Integration liefert das Prinzip von Hamilton

für das skizzierte System den Ausdruck

$$\int_{t_0}^{t_1} \left\{ \int_0^l \big(-\mu\ddot{u} + EAu'' \big)\delta u \,\mathrm{d}x - m\ddot{u}(l)\delta u(l) - \Big[EAu'\delta u \Big]_0^l \right\} \mathrm{d}t$$
$$+ \int_0^l \Big[\mu\dot{u}\delta u + m\dot{u}(l)\delta u(l) \Big]_{t_0}^{t_1} \mathrm{d}x = 0.$$

Bestimmen Sie unter Verwendung der geometrischen Randbedingun(en) die dynamische(n) Randbedingun(en) des Systems und die Feldgleichung(en).

dynamische(n) Randbedingung(en):

Feldgleichung(en):