Gas-Dampf-Mischungen: Feuchte Luft

Wir betrachten Gas-Dampf-Mischungen (zwei Komponenten):

- eine Komponente (bei uns: tr. Luft) liegt stets als Gas vor
- eine andere Komponente (bei uns: Wasser) kann als Dampf oder als auskondensierte Flüssigkeit vorliegen.

Zur Betrachtung solcher Systeme sind folgende Konzepte wichtig:

- Partialdrücke: $p_{\text{ges}} = p_{\text{wd}} + p_{\text{L}}$
  - Wasserdampf: $p_{\text{wd}} = \psi_{\text{wd}} \cdot p_{\text{ges}}$
  - trockene Luft: $p_{\text{L}} = \psi_{\text{L}} \cdot p_{\text{ges}}$
- Wassergehalt x:
  - Wassermasse bezogen auf die Luftmasse: $\boxed{x := \frac{m_{\text{H}_2\text{O}}}{m_{\text{L}}}}$
- Absolute Feuchte:
  - Wassermasse bezogen auf Gesamtvolumen: $\boxed{\rho_{\text{wd}} := \frac{m_{\text{wd}}}{V}} = \xi_{\text{wd}}\rho$

Relative Feuchte φ

$$\boxed{\varphi := \frac{p_{\text{wd}}}{p_{\text{s,wd}}}}$$

- eindeutig nur für ungesättigte Systeme ($\varphi < 1$).
- mit Sättigungsdampfdruck $p_{\text{s,wd}}$
- Für gesättigte Systeme gilt somit $\varphi = 1$
- In anderen Quellen wird φ teilweise anders definiert. Dies hat i.d.R. nur Auswirkungen auf das Verhalten von φ für gesättigte Systeme.

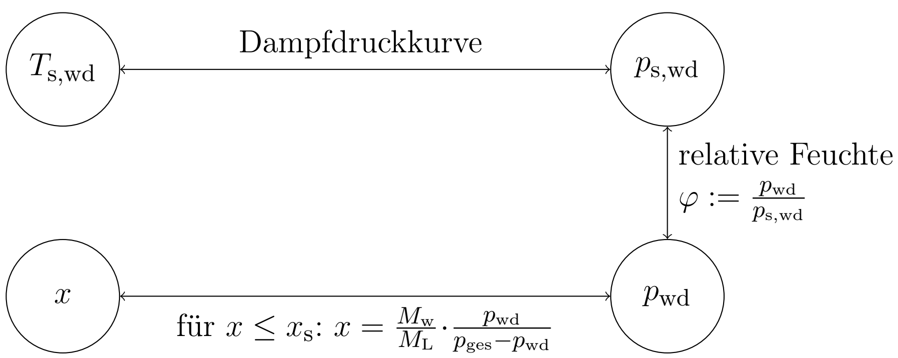
Spezifische Enthalpie h_{1+x}

Häufig nutzen wir das "$1 + x$"-Konzept. Dabei beziehen wir die Enthalpie nicht auf die Gesamtmasse, sondern nur auf die Masse der trockenen Luft:

$$\boxed{h_{1+x} := \frac{H_{\mathrm{ges}}}{m_{\mathrm{L}}}} = \frac{m_{\mathrm{L}} h_{\mathrm{L}} + m_{\mathrm{H_2O}} h_{\mathrm{H_2O}}}{m_{\mathrm{L}}} = h_{\mathrm{L}} + x h_{\mathrm{H_2O}}$$

Für gewöhnlich geben wir mit h_{1+x} die (spez.) Enthalpiedifferenz zu einem Referenzpunkt an (für den $h_{1+x} = 0$ festgelegt wird). Die Differenz aus der Temperatur T und der Referenztemperatur T_0 bezeichnen wir mit t.
Wenn wir als Referenzpunkt den Nullpunkt der Celsiusskala (273.15 K) wählen, entspricht t numerisch der Temperatur T in °C (hat aber die Einheit Kelvin). Wir legen außerdem fest, dass das nicht als Dampf gelöste Wasser im Referenzpunkt flüssig vorliegt.

Zusammenhänge zwischen Zustandsgrößen



Aufgabe 18.1 – Lösung

gegeben: $p_{\mathrm{wd}} = 0.031\,\mathrm{bar}$; $p_{\mathrm{ges}} = 1\,\mathrm{bar}$

a) **ges:** Wassergehalt x

$$x = \frac{m_{\mathrm{wd}}}{m_{\mathrm{L}}} = \frac{\frac{p_{\mathrm{wd}} \cdot V}{R_{\mathrm{W}} \cdot T}}{\frac{p_{\mathrm{L}} \cdot V}{R_{\mathrm{L}} \cdot T}} = \frac{R_{\mathrm{L}}}{R_{\mathrm{W}}} \cdot \frac{p_{\mathrm{wd}}}{p_{\mathrm{L}}} \tag{1}$$

$$\text{mit:} \quad R_{\mathrm{L}} = \frac{R_{\mathrm{m}}}{M_{\mathrm{L}}} \quad ; \quad R_{\mathrm{W}} = \frac{R_{\mathrm{m}}}{M_{\mathrm{W}}} \tag{2}$$

$$\boxed{x} = \frac{M_\mathrm{W}}{M_\mathrm{L}} \cdot \frac{p_\mathrm{wd}}{p_\mathrm{ges} - p_\mathrm{wd}} \tag{3}$$

$$= \frac{18.02\,\mathrm{kgWasser/kmol}}{28.96\,\mathrm{kgLuft/kmol}} \cdot \frac{0.031\,\mathrm{bar}}{(1-0.031)\mathrm{bar}} = \boxed{0.0199\,\mathrm{kgWasser/kgTr\,Luft}} \tag{4}$$

b) **ges:** Partialdruck p^*_wd bei $x^* = 0.04$

$$x^* = \frac{M_\mathrm{W}}{M_\mathrm{L}} \cdot \frac{p^*_\mathrm{wd}}{p_\mathrm{ges} - p^*_\mathrm{wd}} \tag{5}$$

$$\Longleftrightarrow \frac{p_\mathrm{ges} - p^*_\mathrm{wd}}{p^*_\mathrm{wd}} = \frac{1}{x^*} \cdot \frac{M_\mathrm{W}}{M_\mathrm{L}} \tag{6}$$

$$\Longrightarrow \boxed{p^*_\mathrm{wd}} = \frac{p_\mathrm{ges}}{1 + \frac{1}{x^*} \cdot \frac{M_\mathrm{W}}{M_\mathrm{L}}} = \frac{1\,\mathrm{bar}}{1 + \frac{1}{0.04} \cdot \frac{18.02}{28.96}} = \boxed{0.0604\,\mathrm{bar}} \tag{7}$$

c) **ges:** Sättigungstemperatur T_{s^*}

Sättigung für $p_\mathrm{wd} = p_\mathrm{s,wd} \Longrightarrow$ aus Dampfdruckkurve

$$\Longrightarrow \ln\left(\frac{p_\mathrm{s,wd}}{p_0}\right) = 14.091 - \frac{5232\,\mathrm{K}}{T_\mathrm{s}} \quad \text{mit: } p_\mathrm{s,wd} = p_{\mathrm{wd}^*} \tag{8}$$

$$\Longrightarrow \boxed{T_{\mathrm{s}^*}} = \frac{5232\,\mathrm{K}}{14.091 - \ln\left(\frac{0.0604\,\mathrm{bar}}{1\,\mathrm{bar}}\right)} = \boxed{309.63\,\mathrm{K}} \tag{9}$$

d) **ges:** spezifische Enthalpie bezogen auf trockene Luft h_{1+x}; h^*_{1+x}

$$h_{1+x} = \frac{H}{m_\mathrm{L}} = \frac{m_\mathrm{L} \cdot h_\mathrm{L} + m_\mathrm{wd} \cdot h_\mathrm{wd}}{m_\mathrm{L}} = h_\mathrm{L} + x \cdot h_\mathrm{wd} \tag{10}$$

Berechnung von h_L :

$$h_\mathrm{L} - \underbrace{h_0}_{=0} = c_{p,\mathrm{L}} \cdot (T - T_0) \qquad \text{Bezugszustand } 0\,^\circ\mathrm{C} \Longrightarrow h_0 = 0 \tag{11}$$

$$\Longrightarrow h_\mathrm{L} = c_{p,\mathrm{L}} \cdot (T - T_0) \tag{12}$$

$$= 1.007\,\tfrac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg\,K}} \cdot (309.65 - 273.15)\mathrm{K} = 36.76\,\tfrac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}} \tag{13}$$

Berechnung von h_wd :

$$h_\mathrm{wd} - h_0 = r_0 + c_{p,\mathrm{wd}} \cdot (T - T_0) \tag{14}$$

$$\Longrightarrow h_\mathrm{wd} = 2500\,\tfrac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}} + 1.86\,\tfrac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg\,K}} \cdot (309.65 - 273.15)\mathrm{K} = 2567.89\,\tfrac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}} \tag{15}$$

Einsetzen von h_L und h_wd in Gleichung (10):

$$\boxed{h_{1+x}} = (36.76 + 0.0199 \cdot 2567.89)\tfrac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}} = \boxed{87.86\,\tfrac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}} \tag{16}$$

$$\boxed{h^*_{1+x}} = (36.76 + 0.04 \cdot 2567.89)\,\tfrac{\text{kJ}}{\text{kg}} = \boxed{139.48\,\tfrac{\text{kJ}}{\text{kg}}} \tag{17}$$

Aufgabe 18.2 – Lösung

gegeben: $\dot{V} = 5000\,\text{m}^3/\text{h}$; $p_\text{ges} = 1.013\,25\,\text{bar}$; $t = 15\,°\text{C}$; $\varphi = 0.6$

a) **ges:** Partialdruck Wasserdampf p_wd

$$\varphi = \frac{p_\text{wd}}{p_\text{s,wd}} \tag{18}$$

$$\iff \quad p_\text{wd} = \varphi \cdot p_\text{s,wd}(T) \tag{19}$$

$$\ln\left(\frac{p_\text{s,wd}}{p_0}\right) = 14.091 - \frac{5232\,\text{K}}{T} \tag{20}$$

$$\Longrightarrow \quad p_\text{s,wd} = \exp\left(14.091 - \frac{5232\,\text{K}}{(273.15+15)\text{K}}\right) \cdot 1\,\text{bar} = 0.017\,14\,\text{bar} \tag{21}$$

$$\Longrightarrow \quad \boxed{p_\text{wd}} = 0.6 \cdot 0.017\,14\,\text{bar} = \boxed{0.010\,29\,\text{bar}} \tag{22}$$

b) **ges:** Massenstrom Wasserdampf $\dot{m}_\text{wd}$

$$x = \frac{\dot{m}_\text{wd}}{\dot{m}_\text{L}} \quad ; \quad v_{1+x} = \frac{\dot{V}}{\dot{m}_\text{L}} \tag{23}$$

$$\Longrightarrow \quad \dot{m}_\text{wd} = x \cdot \frac{\dot{V}}{v_{1+x}} \tag{24}$$

$$x = \frac{M_\text{W}}{M_\text{L}} \cdot \frac{p_\text{wd}}{p_\text{ges} - p_\text{wd}} \tag{25}$$

$$= 0.622 \cdot \frac{0.010\,29\,\text{bar}}{(1.013\,25 - 0.010\,29)\text{bar}} = 0.006\,38\,\frac{\text{kg Wasser}}{\text{kg Luft}} \tag{26}$$

$$v_{1+x} = \frac{\dot{V}_\text{L} + \dot{V}_\text{wd}}{\dot{m}_\text{L}} = \frac{\dot{m}_\text{L} \cdot v_\text{L} + \dot{m}_\text{wd} \cdot v_\text{wd}}{\dot{m}_\text{L}} = v_\text{L} + x \cdot v_\text{wd} \tag{27}$$

$$\text{mit} \quad p \cdot v = R \cdot T \quad \Longrightarrow \quad v = \frac{R \cdot T}{p} \tag{28}$$

$$\Longrightarrow \quad v_{1+x} = v_\text{L} + x \cdot v_\text{wd} = \frac{R_\text{L} \cdot T}{p_\text{ges}} + x \cdot \frac{R_\text{W} \cdot T}{p_\text{ges}} \tag{29}$$

$$v_{1+x} = (R_\text{L} + x \cdot R_\text{W}) \cdot \frac{T}{p_\text{ges}} \tag{30}$$

$$= \left(\frac{1}{M_\text{L}} + \frac{x}{M_\text{W}}\right) \cdot \frac{R_\text{m} \cdot T}{p_\text{ges}} \tag{31}$$

$$= \left(\frac{1}{28.96} + \frac{0.006\,38}{18.02}\right) \frac{1}{\text{kg}/\text{kmol}} \cdot \frac{8.3145\,\text{kJ}/(\text{kmol K}) \cdot (273.15+15)\text{K}}{1.013\,25 \cdot 10^2\,\text{kPa}}$$

$$= 0.8248\,\tfrac{\text{m}^3}{\text{kg}} \tag{32}$$

$$\Longrightarrow \boxed{\dot{m}_{\mathrm{wd}}} = 0.006\,38\,\frac{\text{kg Wasser}}{\text{kg Luft}} \cdot \frac{5000\,\mathrm{m^3/h}}{0.8248\,\mathrm{m^3/kg}} = \boxed{38.67\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{h}}} \tag{33}$$