Lösungsvorschlag zum Kurzfragentest vom 24.06.2019

Lösungsvorschlag

Aufgabe 1 [3 Punkte]

Geben Sie die Einheiten der folgenden mechanischen Größen in Abhängigkeit der Einheiten **kg**, **s** und **m** bzw. **1** für dimensionslose Größen, an.

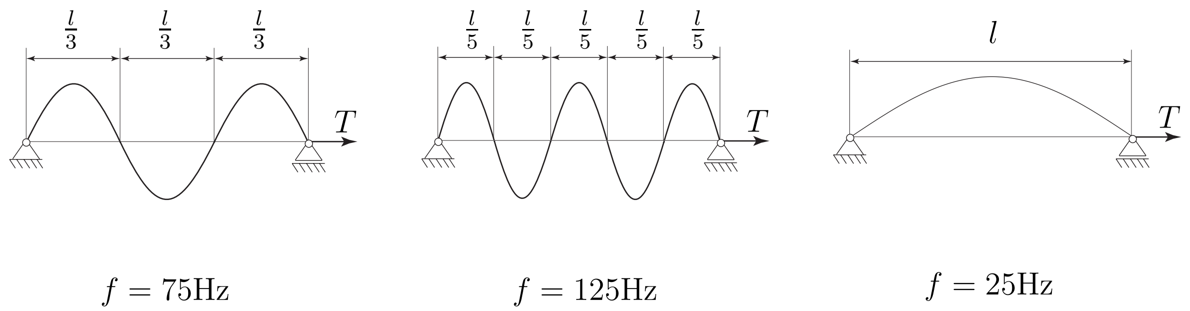
Masse pro Länge μ	$\frac{\text{kg}}{\text{m}}$
Wellenausbreitungsgeschwindigkeit c	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$
Eigenkreisfrequenz ω	$\frac{1}{\text{s}}$
Biegesteifigkeit EI	$\frac{\text{kgm}^3}{\text{s}^2}$

1 + 1 + 1

Aufgabe 2 [1 Punkt]

Ordnen Sie die gegebenen Eigenfrequenzen f den skizzierten Eigenformen einer fest/fest gelagerten Saite zu.

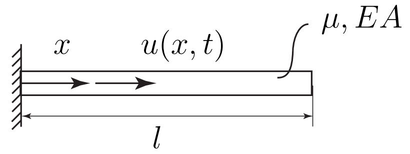
Geg: $f = 25$ Hz, $f = 75$ Hz, $f = 125$ Hz

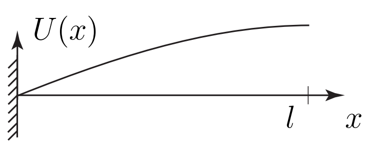


1

Aufgabe 3 [1 Punkt]

Skizzieren Sie für den gegebenen Dehnstab die Eigenform mit der niedrigsten Eigenkreisfrequenz.



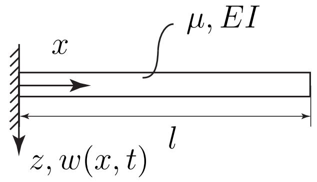


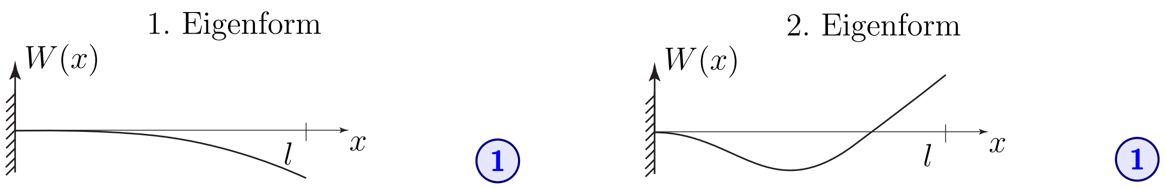
1

Aufgabe 4

[2 Punkte]

Skizzieren Sie für den gegebenen Euler-Bernoulli-Balken die Eigenform mit der niedrigsten (1. Eigenfrequenz) und nächst-höheren Eigenfrequenz (2. Eigenfrequenz).



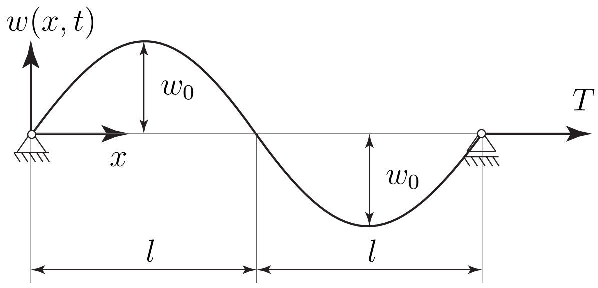


Aufgabe 5

[2 Punkte]

Eine fest/fest gelagerte Saite (Länge l, Wellenausbreitungsgeschwindigkeit c) vorgespannt mit der Kraft T, wird zum Zeitpunkt $t = 0$ wie skizziert sinusförmig mit $w_0(x)$ ausgelenkt und besitzt keine Anfangsgeschwindigkeit.

Geg: T, l, w_0, c



a) Formulieren Sie die Anfangsbedingungen.

$$w_0(x, t = 0) = w_0 \sin\left(\frac{\pi}{l} x\right)$$

$$\dot{w}_0(x, t = 0) = 0$$

1

b) Wie lautet die Lösung der eindimensionalen Wellengleichung nach d'Alembert für das obige Beispiel?

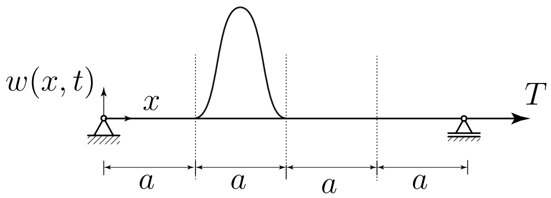
$$w(x,t) = \frac{1}{2} w_0 \sin\left(\frac{\pi}{l}(x - ct)\right) + \frac{1}{2} w_0 \sin\left(\frac{\pi}{l}(x + ct)\right)$$

1

Aufgabe 6

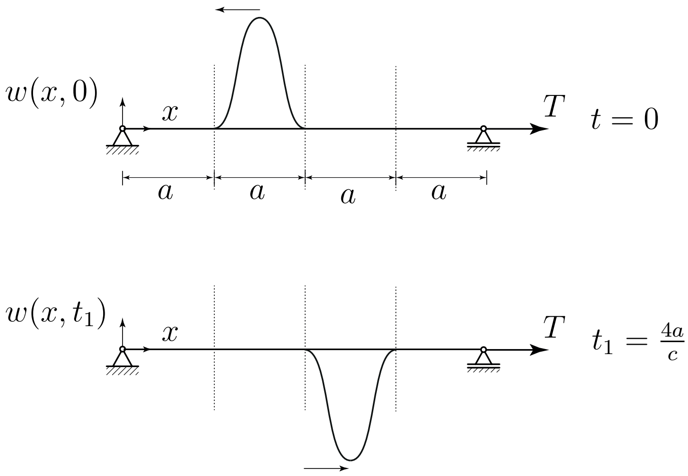
[2 Punkte]

Die fest/fest gelagerte Saite (Wellenausbreitungsgeschwindingkeit c, Länge $4a$) ist mit der Kraft T vorgespannt. Eine Transveralwelle hat zum Zeitpunkt $t = 0$ die skizzierte Auslenkung $w(x, 0)$. Die Laufrichtung der Welle ist nach links.



Geg: c, a, T

a) Vervollständigen Sie das Bild, indem Sie die Auslenkung der Saite zum Zeitpunkt $t_1 = 4a/c$ sowie die zugehörige **Laufrichtung** der Welle einzeichnen.



1

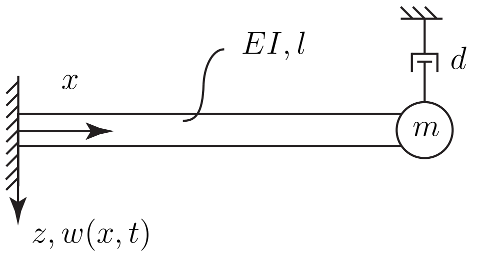
b) Nach welcher Zeit t_2 nimmt die Saite **erstmals** wieder den Anfangszustand an?

$$t_2 = \frac{8a}{c}$$ 1

Aufgabe 7 [2 Punkte]

Geben Sie alle geometrischen und alle dynamischen Randbedingungen für den skizzierten Euler-Bernoulli-Balken (Biegesteifigkeit EI, Länge l) mit der Punktmasse (Masse m) und Dämpfer (Dämpfungskonstante d) an.

Geg: EI, d, l, m



$$w'''(l,t) = \frac{m\ddot{w}(l,t)}{EI} + \frac{d\dot{w}(l,t)}{EI}$$ 1

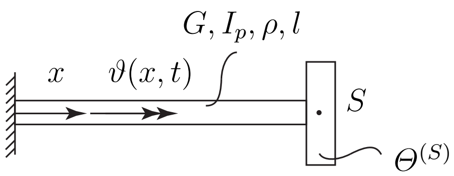
$$\left.\begin{aligned} w''(l,t) &= 0 \\ w(0,t) &= 0 \\ w'(0,t) &= 0 \end{aligned}\right\}$$ 1

Aufgabe 8 [2 Punkte]

Ein Torsionsstab ist am Ende mit einer dünnen, homogenen Scheibe (Schwerpunkt S, Massenträgheitsmoment $\Theta^{(S)}$) fest verbunden.

Geg: G, I_p, l, ρ, $\Theta^{(S)}$

a) Geben Sie die Feldgleichung für freie Schwingungen sowie die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit c für den skizzierten Torsionsstab an.



$$\ddot{\vartheta}(x,t) = c^2\vartheta''(x,t)$$

$$c^2 = \frac{G}{\rho}$$ 1

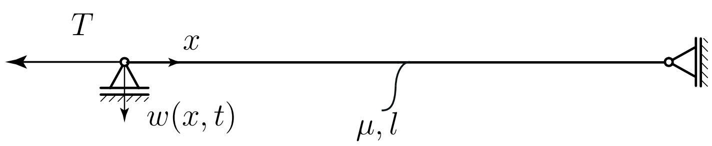
b) Geben Sie alle geometrischen und dynamischen Randbedingungen an.

$$\vartheta(0,t) = 0$$
$$GI_p\vartheta'(l,t) = -\Theta^S\ddot{\vartheta}(l,t)$$ 1

Aufgabe 9 [2 Punkte]

a) Geben Sie alle geometrischen und dynamischen Randbedingungen für die fest/los gelagerte, vorgespannte Saite an.

Geg: T, μ, l



$w(0,t) = 0$

$w'(l,t) = 0$

1

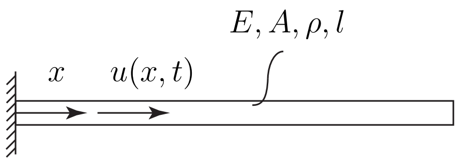
b) Welchen Einfluss hat eine steigende Vorspannkraft T auf die Eigenkreisfrequenzen der Saitenschwingung des skizzierten Systems? Kreuzen Sie an. Eigenkreisfrequenzen werden mit steigender Vorspannkraft...

- [x] größer
- [ ] nicht verändert
- [ ] kleiner

1

Aufgabe 10 [2 Punkte]

Für freie Längsschwingungen des abgebildeten Stabes ist die folgende Differentialgleichung gegeben: $\ddot{u}(x,t) - \frac{E}{\rho}u''(x,t) = 0$



Geg: E, A, ρ, l

a) Leiten Sie mit dem Ansatz $u(x,t) = U(x)\sin(\omega t)$ eine gewöhnliche Differentialgleichung für $U(x)$ her.

$$-\omega^2 U(x)\sin(\omega t) - c^2 U''(x)\sin(\omega t) = 0$$

$$U''(x) + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 U(x) = 0$$

1

b) Geben Sie die allgemeine Lösung für $U(x)$ an.

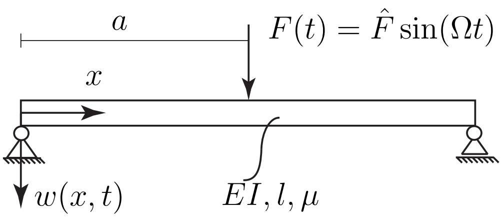
$$U(x) = A\sin\left(\frac{\omega}{c}x\right) + B\cos\left(\frac{\omega}{c}x\right)$$

1

Aufgabe 11 [2 Punkte]

Der skizzierte Euler-Bernoulli-Balken wird mit der Kraft $F(t)$ an einer beliebigen Stelle a belastet.

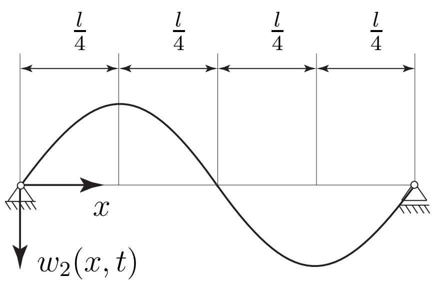
Geg: EI, l, μ, a, Ω, $\hat{F}$

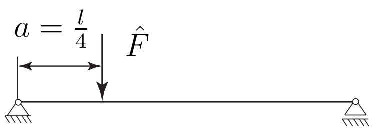


a) Geben Sie einen Ansatz vom Typ der rechten Seite an um eine partikuläre Lösung $w_p(x,t)$ zu bestimmen.

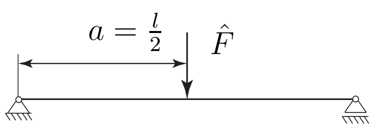
$$w_p(x,t) = W_p(x)\sin(\Omega t)$$ 1

b) Der Balken besitzt die abgebildete zweite Eigenform $W_2(x)$ mit der zugehörigen Eigenkreisfrequenz ω_2. Er wird mit der Kraft $F(t) = \hat{F}\sin(\Omega t)$ mit $\Omega = \omega_2$ zu Schwingungen angeregt. Dabei werden verschiedene Angriffspunkte $x = a$ der stets vertikalen Kraft $\hat{F}$ betrachtet. Kreuzen Sie die Belastung(en) an, die zur Resonanz führt/führen.

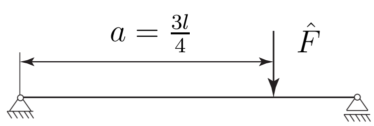




[X]



[ ]



[X] 1

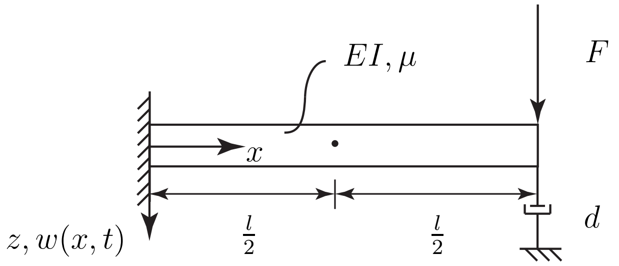
Aufgabe 12 [1 Punkt]

Für ein mechanisches System ergibt sich aus dem Prinzip von Hamilton der folgende Ausdruck:

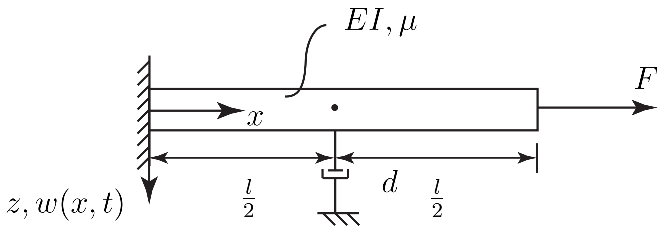
$$\delta \int_{t_0}^{t_1} \frac{1}{2} \int_0^l \left(\mu \dot{w}^2 - EI w''^2 \right) \mathrm{d}x \, \mathrm{d}t + \int_{t_0}^{t_1} \left(F \delta w(l) - d \dot{w}(\tfrac{l}{2}) \delta w \left(\tfrac{l}{2} \right) \right) \mathrm{d}t = 0$$

Für welches der nachfolgenden skizzierten Systeme mit schlanken Balken ergibt sich dieser Ausdruck im Prinzip von Hamilton? Kreuzen Sie das/die richtige(n) System(e) an.

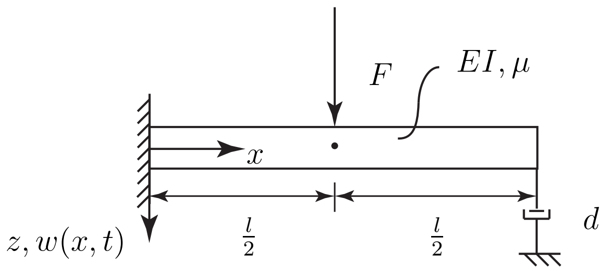
Geg: μ, EI, d, F



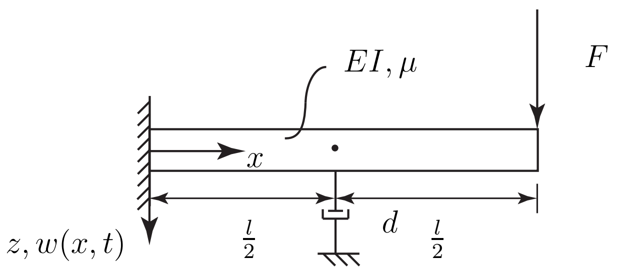
☐



☐



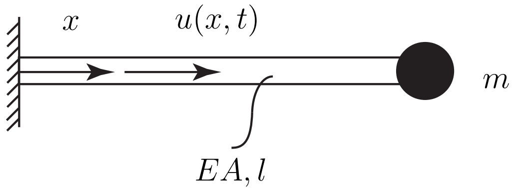
☐



☒ 1

Aufgabe 13 [3 Punkte]

Gegeben ist das skizzierte System, bestehend aus einem Stab (Dehnsteifigkeit EA, Länge l) an dessen rechten Ende eine Punktmasse (Masse m) angebracht ist.



Geg: EA, l, m

a) Geben Sie die geometrische(n) Randbedingung(en) an.

geometrische Randbedingung(en):

$u(0,t) = 0$ 1

b) Nach Ausführen der Variation und partieller Integration liefert das Prinzip von Hamilton für das skizzierte System den Ausdruck

$$\int_{t_0}^{t_1} \left\{ \int_0^l \big(-\mu\ddot{u} + EAu'' \big) \delta u \,\mathrm{d}x - m\ddot{u}(l)\delta u(l) - \Big[EAu'\delta u \Big]_0^l \right\} \mathrm{d}t + \int_0^l \Big[\mu\dot{u}\delta u + m\dot{u}(l)\delta u(l) \Big]_{t_0}^{t_1} \mathrm{d}x = 0.$$

Bestimmen Sie unter Verwendung der geometrischen Randbedingun(en) die dynamische(n) Randbedingun(en) des Systems und die Feldgleichung(en).

dynamische(n) Randbedingung(en):

$-m\ddot{u}(l,t) - EAu'(l,t) = 0$ 1

Feldgleichung(en):

$\mu\ddot{u}(x,t) - EAu''(x,t) = 0$ 1