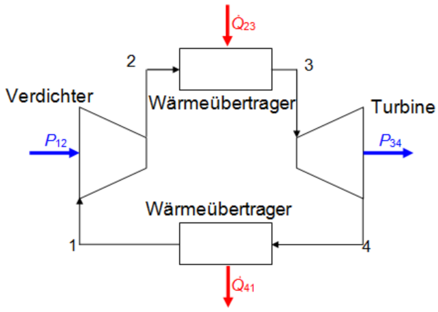
Joule-Prozess

1→2: reversibel-adiabate Kompression

2→3: isobare Wärmezufuhr

3→4: reversibel-adiabate Entspannung

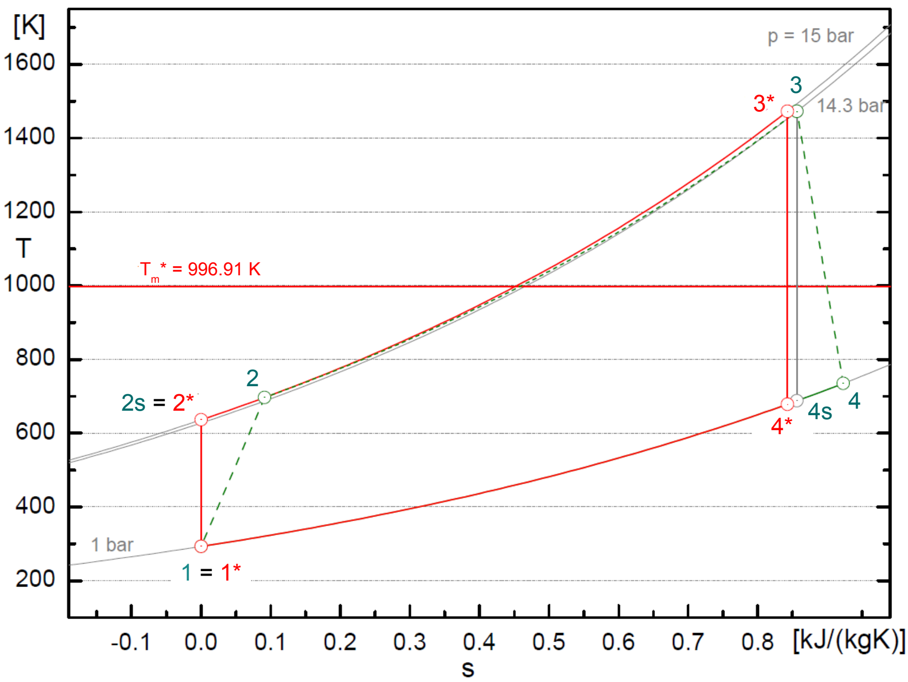
4→1: isobare Wärmeabfuhr



- wird als Vergleichsprozess für Gasturbinen genutzt
- maximal möglicher thermischer Wirkungsgrad: Carnot-Wirkungsgrad η_C (wird erreicht, wenn Kompression und Entspannung *reversibel* verlaufen, und das Arbeitsmedium vollständig auf Umgebungstemperatur abgekühlt wird.)

Aufgabe 12.1 – Lösung

a)



b) Um zur Lösung zu kommen, betrachten wir zunächst den idealen Prozess, und nutzen dann den isentropen Wirkungsgrad, um die Temperaturen des realen Prozesses zu bestimmen:

1 ⟶ 2s (rev.ad. ZÄ):

Es gilt: $p \cdot v^{\kappa} = const.$ Und damit für T_{2s}:

$$\Longrightarrow \frac{T_{2s}}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \tag{1}$$

$$\Longleftrightarrow T_{2s} = T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \tag{2}$$

$$= 293.15\,\mathrm{K} \cdot \left(\frac{15}{1}\right)^{\frac{1{,}401-1}{1{,}401}} = 636.38\,\mathrm{K} \tag{3}$$

T_2 kann nun über den isentropen Verdichterwirkungsgrad bestimmt werden:

$$\eta_{s,V} = \frac{w_{t,12s}}{w_{t,12}} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} = \frac{c_p \cdot (T_{2s} - T_1)}{c_p \cdot (T_2 - T_1)} = \frac{T_{2s} - T_1}{T_2 - T_1} \tag{4}$$

$$\Longleftrightarrow \boxed{T_2} = \frac{T_{2s} - T_1}{\eta_{s,V}} + T_1 \tag{5}$$

$$= \frac{363.23\,^{\circ}\mathrm{C} - 20\,^{\circ}\mathrm{C}}{0,85} + 20\,^{\circ}\mathrm{C} = 423.8\,^{\circ}\mathrm{C} \tag{6}$$

$$= \boxed{696.95\,\mathrm{K}} \tag{7}$$

3 $\longrightarrow$ 4s (rev.ad. ZÄ):

T_{4s} wird analog zu T_{2s} berechnet:

$$\frac{T_{4s}}{T_3} = \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \tag{8}$$

$$\Longleftrightarrow T_{4s} = T_3 \cdot \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \tag{9}$$

$$= 1473.15\,\mathrm{K} \cdot \left(\frac{1}{14,3}\right)^{\frac{1{,}401-1}{1{,}401}} = 687.96\,\mathrm{K} = 414.81\,^{\circ}\mathrm{C} \tag{10}$$

T_4 wird mit Hilfe des isentropen Turbinenwirkungsgrades bestimmt:

$$\eta_{s,T} = \frac{w_{t,34}}{w_{t,34s}} = \frac{h_4 - h_3}{h_{4s} - h_3} = \frac{c_p \cdot (T_4 - T_3)}{c_p \cdot (T_{4s} - T_3)} = \frac{T_4 - T_3}{T_{4s} - T_3} \tag{11}$$

$$\Longleftrightarrow \boxed{T_4} = \eta_{s,T} \cdot (T_{4s} - T_3) + T_3 \tag{12}$$

$$= 0,94 \cdot (414.81\,^{\circ}\mathrm{C} - 1200\,^{\circ}\mathrm{C}) + 1200\,^{\circ}\mathrm{C} = 461.92\,^{\circ}\mathrm{C} \tag{13}$$

$$= \boxed{735.07\,\mathrm{K}} \tag{14}$$

c) 1 $\longrightarrow$ 2 (adiabate ZÄ):

1.HS:

$$\cancel{\dot{Q}_{12}} + P_{12} = \dot{m} \cdot (h_2 - h_1) = \dot{m} \cdot c_{pL} \cdot (T_2 - T_1) \tag{15}$$
$$\Longrightarrow \boxed{P_{12}} = 200\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}} \cdot 1.004\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg\,K}} \cdot (696.95\,\mathrm{K} - 293.15\,\mathrm{K}) = \boxed{81.08\,\mathrm{MW}} \tag{16}$$

3 $\longrightarrow$ 4 (adiabate ZÄ):
1. HS:

$$\cancel{\dot{Q}_{34}} + P_{34} = \dot{m} \cdot (h_4 - h_3) = \dot{m} \cdot c_{pL} \cdot (T_4 - T_3) \tag{17}$$
$$\Longrightarrow \boxed{P_{34}} = 200\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}} \cdot 1.004\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg\,K}} \cdot (735.07\,\mathrm{K} - 1473.15\,\mathrm{K}) = \boxed{-148.21\,\mathrm{MW}} \tag{18}$$
$$\Longrightarrow \boxed{P_{\mathrm{Nutz}}} = P_{12} + P_{34} = \boxed{-67.13\,\mathrm{MW}} \tag{19}$$

2 $\longrightarrow$ 3:
1. HS:

$$\cancel{P_{23}} + \dot{Q}_{23} = \dot{m} \cdot (h_3 - h_2) = \dot{m} \cdot c_{pL} \cdot (T_3 - T_2) \tag{20}$$
$$\Longrightarrow \boxed{\dot{Q}_{23}} = 200\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}} \cdot 1.004\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg\,K}} \cdot (1473.15\,\mathrm{K} - 696.95\,\mathrm{K}) = \boxed{155.86\,\mathrm{MW}} \tag{21}$$

d) 1* $\longrightarrow$ 2* (rev.ad. ZÄ):
1. HS:

$$\cancel{\dot{Q}_{1^*2^*}} + P_{1^*2^*} = \dot{m} \cdot (h_{2^*} - h_{1^*}) = \dot{m} \cdot c_{pL} \cdot (T_{2^*} - T_{1^*}) \tag{22}$$
$$\Longrightarrow \boxed{P_{1^*2^*}} = 200\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}} \cdot 1.004\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg\,K}} \cdot (636.38\,\mathrm{K} - 293.15\,\mathrm{K}) = \boxed{68.92\,\mathrm{MW}} \tag{23}$$

3* $\longrightarrow$ 4* (rev.ad. ZÄ):
1. HS:

$$\cancel{\dot{Q}_{3^*4^*}} + P_{3^*4^*} = \dot{m} \cdot (h_{4^*} - h_{3^*}) = \dot{m} \cdot c_{pL} \cdot (T_{4^*} - T_{3^*}) \tag{24}$$
$$\Longrightarrow \boxed{P_{3^*4^*}} = 200\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}} \cdot 1.004\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg\,K}} \cdot (678.61\,\mathrm{K} - 1473.15\,\mathrm{K}) = \boxed{-159.54\,\mathrm{MW}} \tag{25}$$

mit:

$$\frac{T_{4^*}}{T_{3^*}} = \left(\frac{p_{4^*}}{p_{3^*}}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \tag{26}$$
$$\Longrightarrow T_{4^*} = T_{3^*} \cdot \left(\frac{p_{4^*}}{p_{3^*}}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 1473.15\,\mathrm{K} \cdot \left(\frac{1}{15}\right)^{\frac{1{,}401-1}{1{,}401}} \tag{27}$$
$$= 678.61\,\mathrm{K} = 405.46\,^{\circ}\mathrm{C} \tag{28}$$
$$\Longrightarrow \boxed{P_{\mathrm{Nutz}^*}} = P_{1^*2^*} + P_{3^*4^*} = \boxed{-90.62\,\mathrm{MW}} \tag{29}$$

e)

$$\eta_{\mathrm{th}^*} = \frac{\text{Nutzen}}{\text{Aufwand}} = \frac{|P_{\mathrm{Nutz}^*}|}{\dot{Q}_{2^*3^*}} \tag{30}$$

2* $\longrightarrow$ 3* (isobare ZÄ): 1. HS f. stationäre Fließprozesse:

$$\dot{Q}_{2^*3^*} + \cancel{P_{2^*3^*}} = \dot{m} \cdot (h_{3^*} - h_{2^*}) = \dot{m} \cdot c_{p\mathrm{L}} \cdot (T_{3^*} - T_{2^*}) \tag{31}$$

$$\Longrightarrow \dot{Q}_{2^*3^*} = 200\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}} \cdot 1.004\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg\,K}} \cdot (1473.15\,\mathrm{K} - 636.38\,\mathrm{K}) = 168.02\,\mathrm{MW} \tag{32}$$

$$\Longrightarrow \boxed{\eta_{\mathrm{th}^*}} = \frac{|P_{\mathrm{Nutz}^*}|}{\dot{Q}_{2^*3^*}} = \frac{|-90.62\,\mathrm{MW}|}{168.02\,\mathrm{MW}} = \boxed{0,5393 = 53.93\,\%} \tag{33}$$

$$\eta_{\mathrm{ex}^*} = \frac{\text{Exergetischer Nutzen}}{\text{Exergetischer Aufwand}} = \frac{|P_{\mathrm{Nutz}^*}|}{\dot{E}_{2^*3^*}} \tag{34}$$

$$\text{mit} \qquad \dot{E}_{2^*3^*} = \left(1 - \frac{T_\mathrm{a}}{T_{\mathrm{m}^*}}\right) \cdot \dot{Q}_{2^*3^*} \tag{35}$$

$$\text{mit} \qquad T_{\mathrm{m}^*} = \frac{\Delta h_{2^*3^*}}{\Delta s_{2^*3^*}} = \frac{\cancel{c_{p\mathrm{L}}} \cdot (T_{3^*} - T_{2^*})}{\cancel{c_{p\mathrm{L}}} \cdot \ln\left(\frac{T_{3^*}}{T_{2^*}}\right)} = \frac{T_{3^*} - T_{2^*}}{\ln\left(\frac{T_{3^*}}{T_{2^*}}\right)} \tag{36}$$

$$= \frac{1473.15\,\mathrm{K} - 636.38\,\mathrm{K}}{\ln\left(\frac{1473.15\,\mathrm{K}}{636.38\,\mathrm{K}}\right)} = 996.91\,\mathrm{K} \tag{37}$$

$$\text{mit} \qquad \mathrm{d}s = c_p \frac{\mathrm{d}T}{T} - R\frac{\mathrm{d}p}{p} \tag{38}$$

$$\mathrm{d}p = 0 \text{ (isobar)} \tag{39}$$

$$\Longrightarrow \Delta s_{2^*3^*} = \int_{2^*}^{3^*} c_p \frac{\mathrm{d}T}{T} = c_{p\mathrm{L}} \cdot \ln\left(\frac{T_{3^*}}{T_{2^*}}\right) \tag{40}$$

$$\Longrightarrow \dot{E}_{2^*3^*} = \left(1 - \frac{293.15\,\mathrm{K}}{996.91\,\mathrm{K}}\right) \cdot 168.02\,\mathrm{MW} = 118.61\,\mathrm{MW} \tag{41}$$

$$\Longrightarrow \boxed{\eta_{ex^*}} = \frac{|P_{\mathrm{Nutz}^*}|}{\dot{E}_{2^*3^*}} = \frac{|-90.62\,\mathrm{MW}|}{118.61\,\mathrm{MW}} = 0,764 = \boxed{76.4\,\%} \tag{42}$$

f)

$$\boxed{\eta_{\mathrm{th}}} = \frac{|P_{\mathrm{Nutz}}|}{\dot{Q}_{23}} = \frac{|-67.13\,\mathrm{MW}|}{155.86\,\mathrm{MW}} = 0,4307 = \boxed{43.07\,\%} \tag{43}$$

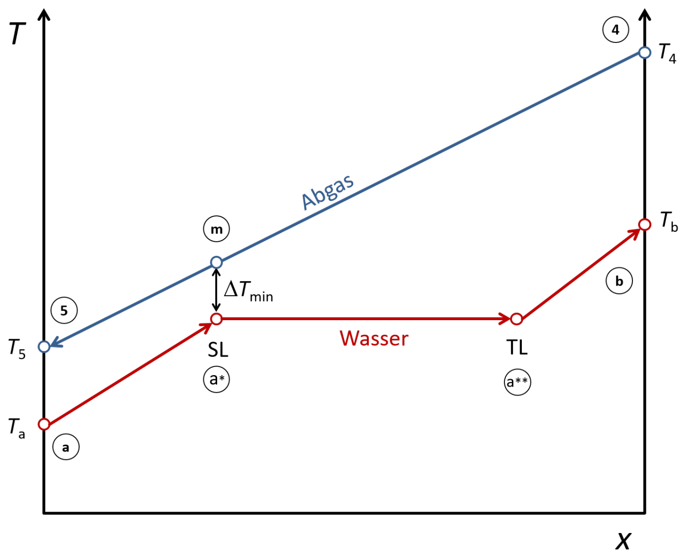
Aufgabe 12.2 – Lösung

Stoffdaten von Wasser (siedende Flüssigkeit: ($'$), gesättigter Dampf: ($''$)):

T [K]	p [MPa]	ρ [kg/m^3]	h [kJ/kg]	s [kJ/(kg K)]
350	10	978.09	329.79	1.0317
584.15 ($'$)	10	688.42	1408.10	3.3606
584.15 ($''$)	10	55.463	2725.50	5.6160
720	10	33.804	3233.70	6.4098

Zustand a
Zustand a*
Zustand a**
Zustand b

Temperaturverlauf im Wärmeübertrager:



a) Abgas: 4 $\longrightarrow$ m (isobare ZÄ)
Wasser: a* $\longrightarrow$ b (isobare ZÄ)

Der vom Abgas abgegebene Wärmestrom entspricht dem von Wasser aufgenommenen Wärmestrom: $\dot{Q}_{\mathrm{a^*b}} = -\dot{Q}_{\mathrm{4m}}$. Bei Anwendung des ersten Hauptsatzes erhält man also:

$$\underbrace{\dot{m}_{\mathrm{W}} \cdot (h_{\mathrm{b}} - h_{\mathrm{a^*}})}_{\text{Wasser}} = \underbrace{-\dot{m}_{\mathrm{L}} \cdot c_{p,\mathrm{L}} \cdot (T_{\mathrm{m}} - T_4)}_{\text{Abgas}} \tag{44}$$

$$T_{\mathrm{m}} = T_{\mathrm{a^*}} + \Delta T_{\min} = 584.15\,\mathrm{K} + 10\,\mathrm{K} = 594.15\,\mathrm{K} \tag{45}$$

$$\text{mit:} \quad T_{\mathrm{a*}} = T'(10\,\mathrm{MPa}) = 584.15\,\mathrm{K} \tag{46}$$

$$\Longrightarrow \boxed{\dot{m}_{\mathrm{W}}} = \frac{\dot{m}_{\mathrm{L}} \cdot c_{p,\mathrm{L}} \cdot (T_4 - T_{\mathrm{m}})}{(h_{\mathrm{b}} - h_{\mathrm{a}^*})} \tag{47}$$

$$= \frac{200\,\mathrm{kg/s} \cdot 1.004\,\mathrm{kJ/(kg\,K)} \cdot (735.07\,\mathrm{K} - 594.15\,\mathrm{K})}{3233.7\,\mathrm{kJ/kg} - 1408.1\,\mathrm{kJ/kg}} \tag{48}$$

$$= \boxed{15.5\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}} \tag{49}$$

$$\text{mit:} \qquad h_{\mathrm{a}^*} = h'(10\,\mathrm{MPa}) \overset{\text{Tabelle}}{=} 1408.1\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}} \tag{50}$$

$$h_{\mathrm{b}} = h(720\,\mathrm{K}, 10\,\mathrm{MPa}) \overset{\text{Tabelle}}{=} 3233.7\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}} \tag{51}$$

b) Abgas: $\underline{4 \longrightarrow 5 \text{ (isobare ZÄ)}}$
Wasser: $\underline{\mathrm{a} \longrightarrow \mathrm{b} \text{ (isobare ZÄ)}}$

Der vom Abgas abgegebene Wärmestrom entspricht wiederum dem von Wasser aufgenommenen Wärmestrom: $\dot{Q}_{\mathrm{ab}} = -\dot{Q}_{45}$. Bei Anwendung des ersten Hauptsatzes erhält man analog zur Teilaufgabe a):

$$\underbrace{\dot{m}_{\mathrm{W}} \cdot (h_{\mathrm{b}} - h_{\mathrm{a}})}_{\text{Wasser}} = \underbrace{-\dot{m}_{\mathrm{L}} \cdot c_{p,\mathrm{L}} \cdot (T_5 - T_4)}_{\text{Abgas}} \tag{52}$$

$$\Longrightarrow \boxed{T_5} = \frac{\dot{m}_{\mathrm{W}} \cdot (h_{\mathrm{b}} - h_{\mathrm{a}})}{-\dot{m}_{\mathrm{L}} \cdot c_{p,\mathrm{L}}} + T_4 \tag{53}$$

$$= \frac{15.5\,\mathrm{kg/s} \cdot (3233.7\,\mathrm{kJ/kg} - 329.79\,\mathrm{kJ/kg})}{-200\,\mathrm{kg/s} \cdot 1.004\,\mathrm{kJ/(kg\,K)}} + 735.07\,\mathrm{K} \tag{54}$$

$$= \boxed{510.91\,\mathrm{K}} = 237.76\,^{\circ}\mathrm{C} \tag{55}$$

Plausibilität des Ergebnisses: wir sehen, dass $T_{\mathrm{a}} < T_5 < T_4$. Wäre dies nicht der Fall, dann müsste etwas schief gegangen sein.