VERSUCH 703

Das Geiger-Müller-Zählrohr

Lars Kolk
lars.kolk@tu-dortmund.de

Julia Sobolewski
julia.sobolewski@tu-dortmund.de

Durchführung: 15.05.2018

Abgabe: 22.05.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel

In diesem Versuch sollen die Plateau-Steigung und die Totzeit eines Geiger-Müller-Zählrohres, sowie die pro Teilchen freigesetzte Ladungsmenge bestimmt werden. Darüber hinaus wird auch die Erholungszeit bestimmt.

2 Theorie

2.1 Aufbau und Wirkweise des Geiger-Müller Zählrohrs

Wie in Abbildung 1 zu erkennen ist, besteht das Geiger-Müller aus einer Kathode, einem Zylinderförmigen Metallmantel, durch dessen Mitte ein Anodendraht verläuft. Um zu verhindern, dass positiv geladene Ionen Elektronen aus der Metalloberläche schlagen, wird das Innere des Zylinders mit Alkoholgas befüllt. Näheres dazu in Kapitel 2.3.

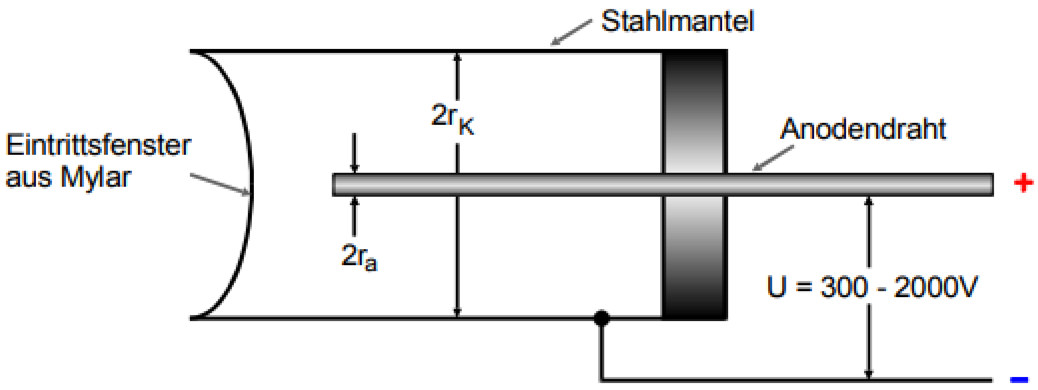

Abbildung 1: Querschnitt durch ein Endfenster-Zählrohr[1, S. 220]

Durch anlegen einer äußeren Spannung kommt es zu einer Potentialdifferenz und somit zu einem elektrischen Feld zwischen Anode und Kathode. Dieses ist gegeben durch

$$E(r) = \frac{U}{r \ln\left(\frac{r_K}{r_A}\right)}. \tag{1}$$

($r_\text{a} \mathrel{\hat{=}}$ Radius des Drahtes, $r_\text{k} \mathrel{\hat{=}}$ Radius des Zylinders, $r_\text{a} \leq r \leq r_\text{k}$)

In Abbildung 1 ist ebenfalls zu erkennen, dass eine Seite des Zylinders geschlossen ist, während sich auf der anderen Seite ein aus Mylarfolie bestehendes Endfenster befindet. Die Mylarfolie wird dort verbaut, da selbst α- und β-Teilchen diese durchdringen können. Grund dafür ist die geringe Massenbelegung, dem Produkt aus Dichte und Schichtdicke , der Folie. Dringen Teilchen durch dieses ein, kommt es zu Wechselwirkungen zwischen Teilchen und Gas. Dabei verlieren die Teilchen solange Energie, bis diese durch Ionisation und Anregung des Gases aufgebraucht ist.
Die im Zählrohr ablaufenden Vorgänge hängen stark von der angelegten Spannung ab.

Wie in Abbildung 2 zu sehen ist, kann zwischen fünf Bereichen unterschieden werden. Bei geringer Beschleunigungsspannung erreichen wenige der aus der Ionisation stammenden Elektronen den Draht, da viele bereits vorher mit den entstandenen Gasionen rekombinieren (Bereich I, Abb.2). Wird die angelegte Spannung vergrößert erreichen nahezu alle Elektronen die Anode, da die Rekombinationswahrscheinlichkeit abnimmt. Es entsteht ein nahezu proportionaler Zusammenhang zwischen angelegter Spannung und der Anzahl der Elektron-Ionen-Paare. Dies lässt sich in Bereich II der Abbildung 2 erkennen.

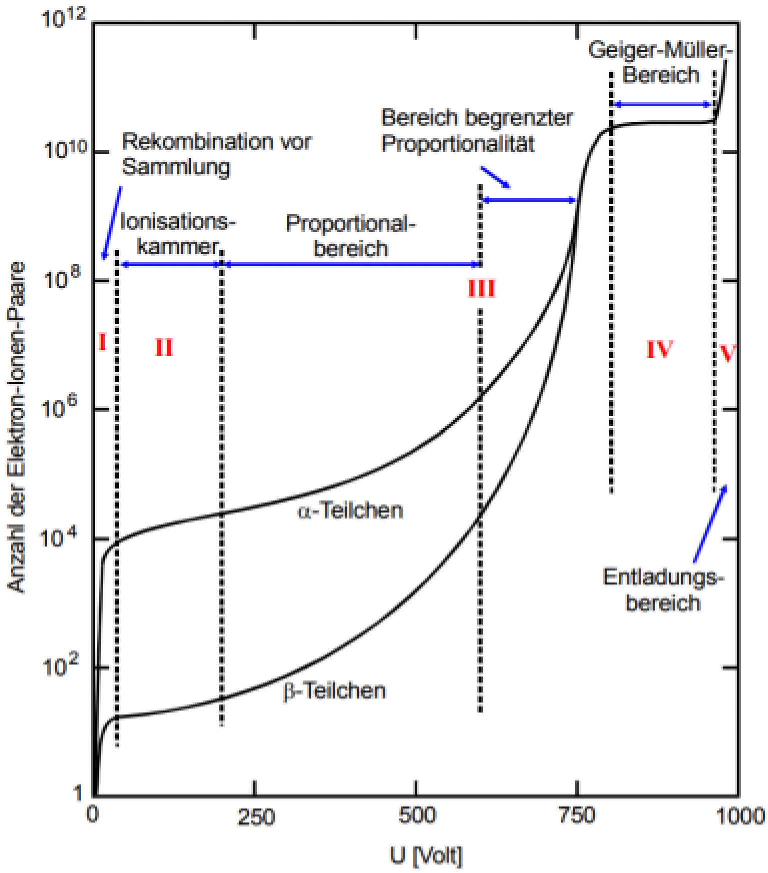

Abbildung 2: Anzahl der erzeugten Elektron-Ionenpaare als Funktion der Spannung U bei einem Proportionalzählrohr [1, S. 221].

Bei weiterer Erhöhung der Spannung erhöht sich die kinetische Energie $E = U \cdot e_0$ der Elektronen soweit, dass diese das Gas ionisieren können. Dabei kommt es zur sogenannten Stoßionisation. Die so erzeugten freien Elektronen erhalten durch das elektrische Feld der Anode ebenfalls genug Energie, um andere Gas-Moleküle ionisieren zu können. Da so lawninenartig neue Elektronen erzeugt werden, wird bei diesem Vorgang von einer Townsend-Lawine gesprochen. Mit dieser lässt sich auch der Anstieg der Elektron-Ion-Paare im Bereich III in Abbildung 2 erklären. Die angelegte Spannung kann jedoch noch so weit erhöht werden, dass neben der Primärionisation auch UV-Strahlung entsteht. Dies entspricht Bereich *IV* der Abbildung 2. Da Photonen elektrtisch neutral sind, können diese sich unabhängig vom elektrischen Feld der Anode bewegen. Somit entsteht nicht nur eine Lawine längs der Feldlinien, sondern eine sich durch das gesamte Zählrohr ausbreitende Lawine, die das gesamte Zählrohrvolumen füllt. Die sich am Anodendraht befindende Ladung hängt dann nur noch vom Volumen des Zählrohrs und von der angelegten Spannung ab.

2.2 Tot- und Erholungszeit

Aufgrund der Massendifferenz Δm zwischen Elektron und Ion, bewegen sich diese unterschiedlich schnell durch das elektrische Feld. Dadurch halten sich positive Ionen länger im Raum zwischen Anode und Kathode auf und erzeugen einen sogenannten Ionenschlauch. Dieser erzeugt aufgrund seiner Ladung ein elektrisches Feld, was dem der Anode entgegengerichtet ist und dieses somit abschwächt. Da somit auch keine Stoßionisation mehr stattfinden kann, kann das Geiger-Müller Zählrohr in dieser Zeit auch keine einfallende Strahlung registrieren. Diese Zeit wird Totzeit T genannt. Zwar steigt die Anzahl der Stoßionisationen mit dem Abwandern der Ladungswolke wieder an, doch erst wenn diese vollständig verschwunden ist, erreichen die Ladungsimpulse wieder ihre ursprüngliche Höhe. Die Zeit, die die Ladungswolke zum Abwandern benötigt, wird als Erholungszeit

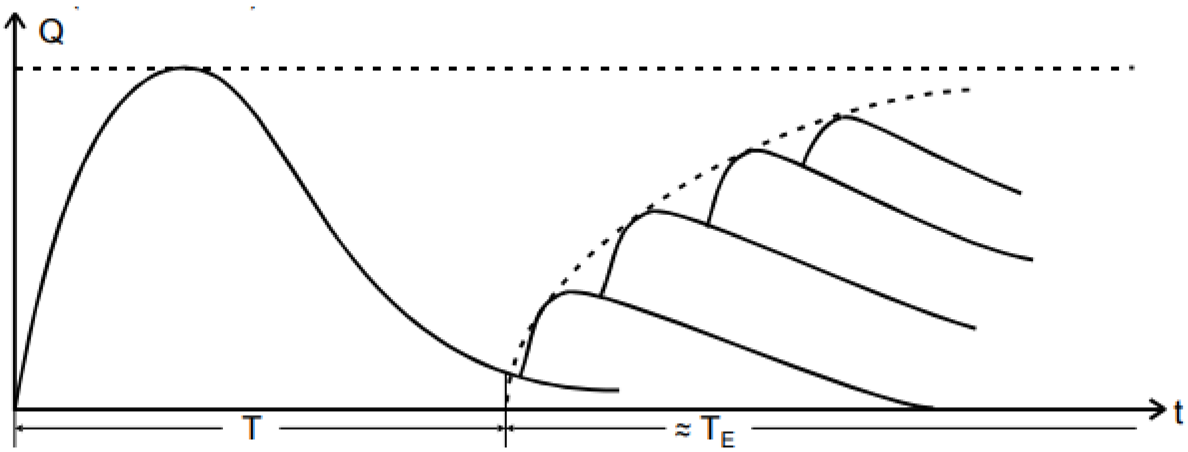

Abbildung 3: Tot- und Erholungszeit eines Zählrohrs, dargestellt im Ladungs-Zeit-Diagramm [1, S. 223].

T_E bezeichnet. Ein schematischer Verlauf der Tot- und Erholngszeit ist in Abbildung 3 zu sehen.
Aufgrund der Totzeit ist die gemessene Impulsrate N_r immer kleiner als der in das Zählrohrvolumen pro Zeiteinheit eindringenden und absorbierten Teilchen N_w. Werden N_r Impulse pro Zeiteinheit registriert, ist das Zählrohr für den Bruchteil TN_r der Messzeit unempfindlich und nur für den Rest $1 - TNr$ messbereit. Daraus ergibt sich der

Zusammenhang

$$N_w = \frac{\text{Impulsrate}}{\text{Messzeit}} = \frac{N_r}{1 - TN_r}. \tag{2}$$

Die Totzeit lässt sich bestimmen, indem zwei radioaktive Präperate mit den Impulsraten N_1 und N_2 verwendet werden. Wenn das Geiger-Müller Zählrohr über keine Totzeit verfügen würde, so wäre

$$N_{1+2} = N_1 + N_2. \tag{3}$$

Im Experiment wird jedoch der Zusammenhang

$$N_{1+2} < N_1 + N_2 \tag{4}$$

beobachtet. Mithilfe der Gleichungen (2) und $N_{\text{w1}} + N_{\text{w2}} = N_{\text{w1+2}}$ kann mit den aufgenommenden Daten die Totzeit mit

$$T \approx \frac{N_1 + N_2 - N_{1+2}}{1 N_1 N_2} \tag{5}$$

approximiert werden.

2.3 Nachentladungen

Ionen, die den Mantel des Geiger-Müller-Zählrohrs erreichen, können aus diesem Elektronen befreien. Aufgrund des elektrischen Felds der Anode durchlaufen diese dann das Geiger-Müller Zählrohr und können dann die Zählrohrentladung erneut zünden. Somit können beim Durchgang eines einzelnen Teilchen mehrere Ausgangsimpulse entstehen. Die zusätzlich entstandenen Impulse werden als Nachentladung bezeichnet. Um dies zu vermeiden, wird das Geiger-Müller Zählrohr mit Alkoholgas befüllt, da es so zu Stößen zwischen Edelgasionen und Alkoholmolekülen kommt, wobei letztere dann ionisiert werden. Diese wandern dann stattdessen zur Anode um dort neutralisiert zu werden. Die dabei freiwerdende Energie ist jedoch nicht groß genug, um Elektronen freizusetzen und äußert sich stattdessen in zunehmender Schwingung der Alkoholmoleküle.

2.4 Freigesetzte Ladungsmenge

Der mittlere Zählerstrom lässt sich mithilfe der Gleichung

$$\bar{I} = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \frac{U(t)}{R} \mathrm{d}t \qquad \tau \gg t \tag{6}$$

bestimmen. Bei Z Teilchen pro Zeiteinheit kann der Strom mit

$$\bar{I} = \frac{\Delta Q}{\Delta T} Z \tag{7}$$

definiert werden, womit die freigesetzte Ladungsmenge ΔQ mit

$$\Delta Q = \frac{\bar{I} \Delta t}{Z} \tag{8}$$

bestimmt werden kann.

2.5 Charakteristik des Geiger-Müller Zählrohrs

Als Charakteristik des Geiger-Müller Zählrohrs wird der Zusammenhang der registrierten Teilchenzahl N bei konstanter Strahlungsintensität und der angelegten Spannung U bezeichnet. Ein schematischer Ablauf des Zusammenhangs wird in Abbildung 4 dargestellt.

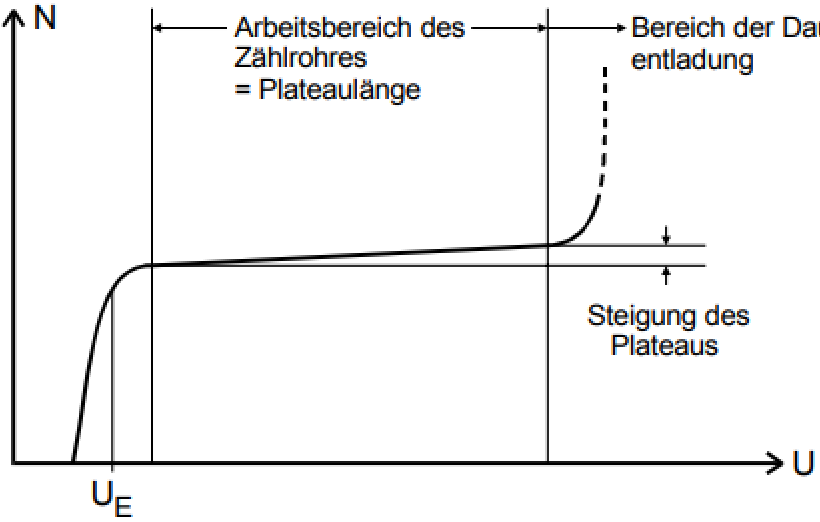

Abbildung 4: Zählrohrcharakteristik des Geiger-Müller Zählrohrs [1, S. 224].

Der lineare Teil des Graphen wird als Plateau bezeichnet und hat im Idealfall die Steigung 0. In der Realität ist diese jedoch größer als 0, da es trotz des Alkoholsdampfes zu einer geringen Anzahl von Nachentaldungen kommt. Die Anzahl der Nachentladungen nimmt am Ende des Plateaus stark zu, sodass sich nach dem Plateau der Bereich der selbstständigen Gasentladung anschließt.

3 Aufbau und Durchführung

Für die im folgendem beschriebenen Versuchsteile wird die in Abbildung 5 verwendete Schaltung verwendet.

3.1 Charakteristik des Geiger-Müller Zählrohrs und Messung der pro Teilchen vom Zählrohr freigesetzten Ladungsmenge

In diesem Versuchsteil wird die β-Quelle vor das Fenster des Zählrohrs gestellt und die Zählrate N in Abhängigkeit von U gemessen. Dazu wird die Spannung im Bereich 300 und 700 V in 10 V-Schritten variert und gemessen. Dabei darf die Spannung unter keinen Umständen den Wert von 700 V übersteigen, da es sonst zur selbständigen Gasentladung kommen kann. Damit der statistischer Fehler weniger als 1% beträgt, wird als Messzeit pro angelegter Spannung $t = 60\,\mathrm{s}$ gewählt. Um die freigesetzte Ladungsmenge ΔQ zu bestimmen, wird dabei ebenfalls die Stromstärke gemessen.

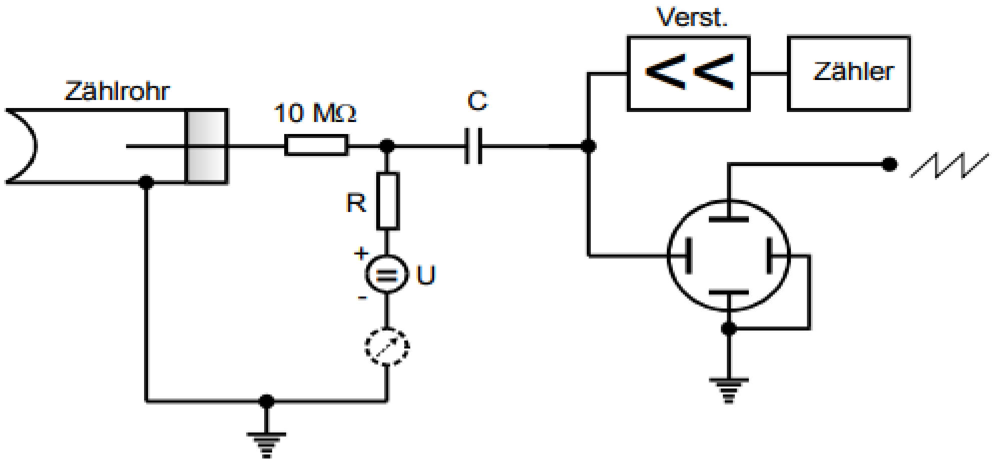

Abbildung 5: Skizze der Messapparatur[1, S. 226]

3.2 Messung der Totzeit des Geiger-Müller Zählrohrs

3.2.1 Oszillographische Messung der Totzeit

Um die Totzeit des Geiger-Müller Zählrohrs mithilfe des Oszilloskops zu messen, wird als Spannung 550 V gewählt, sodass am Oszilloskop ein Graph ähnlich dem in Abbildung 3 zu sehenden Graphen zu erkennen ist. Aus diesem lässt sich die Totzeit ablesen, indem beobachtet wird, im welchem Bereich keine Ereignissse auftreten.

3.2.2 Bestimmung der Totzeit mit der Zwei-Quellen-Methode

Mithilfe des Zählgeräts wird in diesem Versuchsteil die Totzeit bestimmt. Diese lässt sich bestimmen, indem zwei radioaktive Präparate verwendet werden. Dazu wird zunächst die Zählrate N_1 des ersten Präparats gemessen. Ist dies geschehen, wird das zweite Präparat hinzugefügt und die Zählrate erneut gemessen. Um systematsche Fehler auszuschließen, darf die Position des ersten Präparats nicht verändert werden. Um die Zählrate N_2 zu erhalten, wird das erste Präparat entfernt und die Zählrate erneut gemessen. Auch hier darf die Position des anderen Präparats nicht verändert werden.

4 Auswertung

4.1 Charakteristik

In Tabelle 2 befinden sich die aufgenommenen Messwerte. In Graph 6 ist die Charakteristik des Geiger-Müller-Zählrohrs mit den Poisson-Fehlern $\sqrt{N}$ aufgetragen. Dabei werden allerdings die ersten beiden Nullwerte weggelassen, damit die Fehlerbalken erkennbar sind.

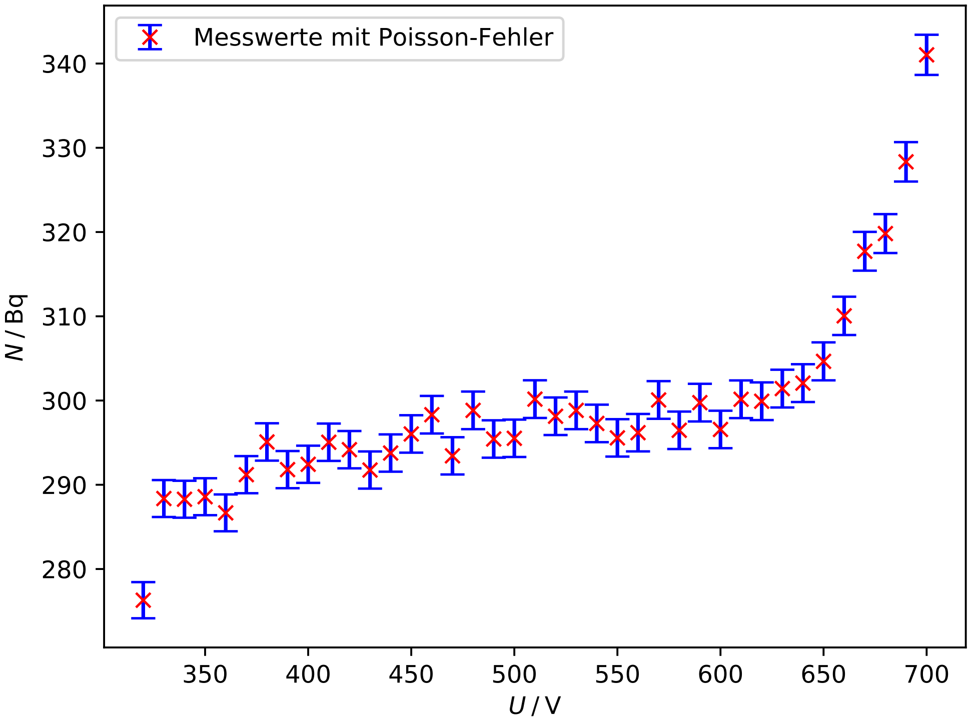

Abbildung 6: Charakteristik des Geiger-Müller-Zählrohrs

Der Plateau-Bereich erstreckt sich von 370 V bis 640 V und ist somit 270 V lang. Dieser ist in Abbildung 7 aufgetragen.

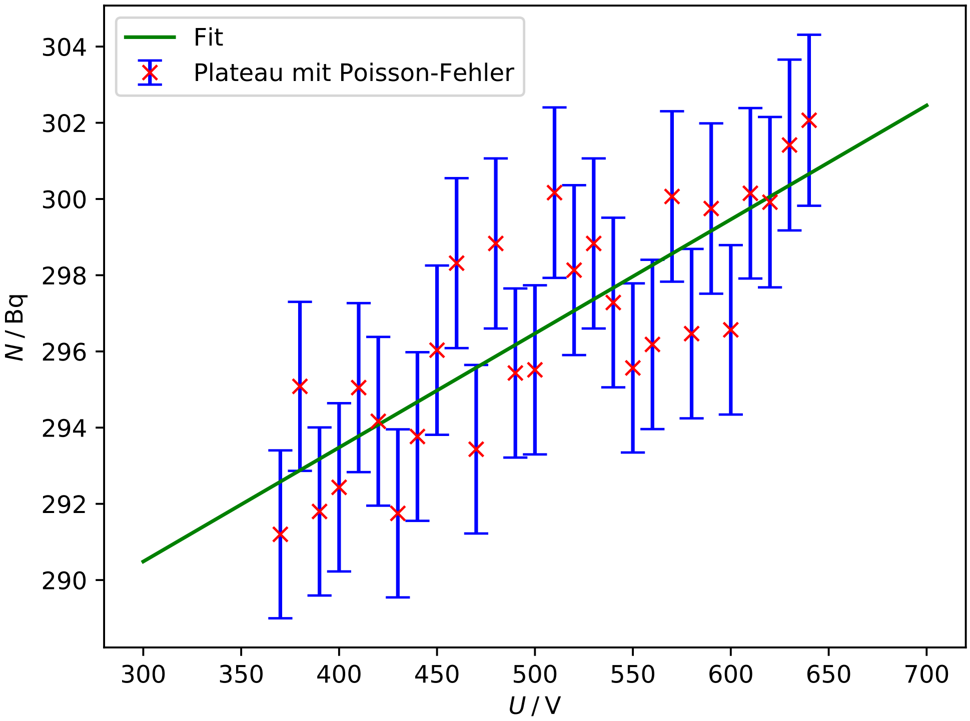

Abbildung 7: Plateau-Bereich des Geiger-Müller-Zählrohrs zw. 370 V und 640 V

Eine lineare Regression $f(x) = a \cdot x + b$ liefert die Werte

$$
\begin{aligned}
a &= (0{,}0299 \pm 0{,}0043)\,\frac{\mathrm{Bq}}{\mathrm{V}} \\
&= 4{,}02\,\%/100\mathrm{V} \\
b &= (281{,}51 \pm 2{,}22)\,\mathrm{Bq}
\end{aligned}
$$

4.2 Totzeit

4.2.1 Ablesen am Oszilloskop

Die abgelesene Totzeit beträgt $T_{\text{tot, oszi}} = 80\,\mu\text{s}$. Die Erholungszeit beträgt ungefähr $T_\mathrm{E} = 240\,\mu\text{s}$.

4.2.2 Zwei-Quellen-Methode

Die aufgenommenen Messwerte befinden sich in Tabelle 1.

Tabelle 1: Messwerte zur Bestimmung der Totzeit mithilfe der Zwei-Quellen-Methode

	N / 2min	N / s
N_1	36318	302,65±1,59
N_2	30562	254,68±1,46
N_{1+2}	65063	542,19±2,13

Aus Gleichung (5) und der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung (9)

$$\Delta T_{\text{tot, quell}} = \sqrt{\left(\frac{N_{1+2}-N_2}{2N_1^2 N_2}\Delta N_1\right)^2 + \left(\frac{N_{1+2}-N_1}{2N_1 N_2^2}\Delta N_2\right)^2 + \left(\frac{-1}{2N_1 N_2}\Delta N_{1+2}\right)^2} \tag{9}$$

ergibt sich für die Totzeit

$$T_{\text{tot, quell}} = 98,22 \pm 19,10\,\mu\text{s}.$$

Die Abweichung $T_{\text{tot, oszi}}$ von $T_{\text{tot, quell}}$ beträgt $18,55\%$.

4.3 Freigesetzte Ladungsträger

Die aufgenommenen Messwerte mit den berechneten freigesetzten Ladungsmengen befinden sich in Tabelle 2.

Tabelle 2: Aufgenommene Messwerte und freigesetzte Ladungsmengen

U / V	N / $\frac{1}{\text{min}}$	N / Bq	I / µA	$\frac{\Delta Q}{e}$ / 10^9
300	0	0,00 ±0,00	0,1	-
310	0	0,00 ±0,00	0,2	-
320	16578	276,30 ±2,1	0,2	4,52 ±0,04
330	17302	288,37 ±2,1	0,3	6,49 ±0,05
340	17297	288,28 ±2,1	0,4	8,66 ±0,07
350	17315	288,58 ±2,1	0,4	8,65 ±0,07
360	17200	286,67 ±2,1	0,5	10,89 ±0,08
370	17472	291,20 ±2,2	0,6	12,86 ±0,10
380	17705	295,08 ±2,2	0,6	12,69 ±0,10
390	17508	291,80 ±2,2	0,7	14,97 ±0,11
400	17546	292,43 ±2,2	0,8	17,07 ±0,13
410	17703	295,05 ±2,2	0,8	16,92 ±0,13
420	17650	294,17 ±2,2	0,9	19,10 ±0,14
430	17505	291,75 ±2,2	1,0	21,39 ±0,16
440	17626	293,77 ±2,2	1,1	23,37 ±0,18
450	17762	296,03 ±2,2	1,1	23,19 ±0,17
460	17899	298,32 ±2,2	1,2	25,11 ±0,19

Tabelle 2: Aufgenommene Messwerte und freigesetzte Ladungsmengen (Fortsetzung)

U / V	N / $\frac{1}{\mathrm{min}}$	N / Bq	I / µA	$\frac{\Delta Q}{e}$ / 10^9
470	17606	293,43 ±2,2	1,2	25,52 ±0,19
480	17930	298,83 ±2,2	1,2	25,06 ±0,19
490	17726	295,43 ±2,2	1,3	27,46 ±0,21
500	17731	295,52 ±2,2	1,4	29,57 ±0,22
510	18010	300,17 ±2,2	1,5	31,19 ±0,23
520	17888	298,13 ±2,2	1,5	31,40 ±0,23
530	17930	298,83 ±2,2	1,6	33,42 ±0,25
540	17837	297,28 ±2,2	1,6	33,59 ±0,25
550	17734	295,57 ±2,2	1,7	35,90 ±0,27
560	17771	296,18 ±2,2	1,8	37,93 ±0,28
570	18004	300,07 ±2,2	1,9	39,52 ±0,29
580	17788	296,47 ±2,2	1,9	40,00 ±0,30
590	17985	299,75 ±2,2	2,0	41,64 ±0,31
600	17794	296,57 ±2,2	2,0	42,09 ±0,32
610	18009	300,15 ±2,2	2,1	43,67 ±0,33
620	17995	299,92 ±2,2	2,2	45,78 ±0,34
630	18085	301,42 ±2,2	2,2	45,56 ±0,34
640	18124	302,07 ±2,2	2,3	47,52 ±0,35
650	18279	304,65 ±2,2	2,4	49,17 ±0,36
660	18603	310,05 ±2,2	2,5	50,33 ±0,37
670	19063	317,72 ±2,3	2,5	49,11 ±0,36
680	19189	319,82 ±2,3	2,6	50,74 ±0,37
690	19700	328,33 ±2,3	2,6	49,43 ±0,35
700	20462	341,03 ±2,3	2,8	51,24 ±0,36

Die Ladungsträger ergeben sich aus Gleichung (10).

$$\frac{\Delta Q}{e} = \frac{I \cdot \Delta t}{Ne} \tag{10}$$

Die Fehler ergeben sich aus Gleichung (11).

$$\Delta\left(\frac{\Delta Q}{e}\right) = \frac{1}{e}\sqrt{\left(-\frac{I}{N^2}\Delta N\right)^2} \tag{11}$$

In Abbildung 8 sind diese aufgetragen.

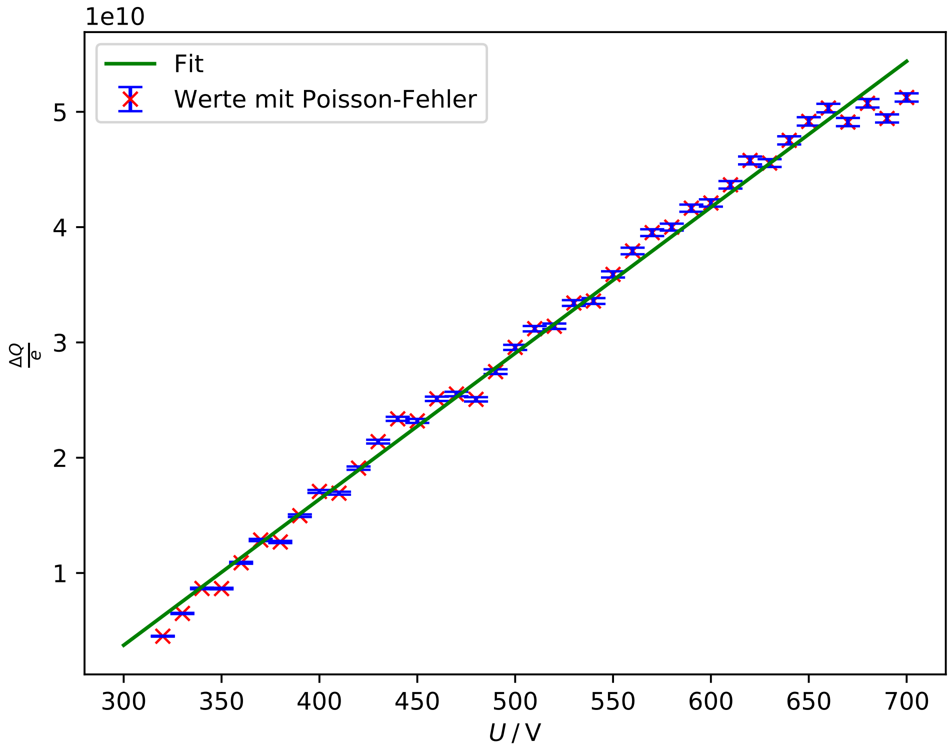

Abbildung 8: Ladung in Abhängigkeit von der Spannung mit Poisson-Fehlern

Aus einer linearen Regression $f(x) = a \cdot x + b$ mit

$$a = (12{,}7 \pm 0{,}2) \cdot 10^7 \, \frac{1}{\mathrm{V}}$$
$$b = (-34{,}5 \pm 0{,}9) \cdot 10^9$$

ergibt sich das Bestimmtheitsmaß

$$R^2 = 99,27\%.$$

Das Bestimmtheitsmaß gibt an wie gut die Werte mit der Ausgleichsgeraden übereinstimmen.

5 Diskussion

Die Plateausteigung in Kapitel 4.1 ist mit 4,02 %/100V ziemlich klein, was auf eine hohe Genauigkeit des Geiger-Müller-Zählrohrs schließen lässt. Die Abweichung, der mithilfe verschiedener Methoden bestimmten Totzeiten, ist mit $18,55\%$ vergleichsweise groß. Dies liegt daran, dass die Kurven auf dem Oszilloskop nur für den Bruchteil einer Sekunde zu sehen sind und somit das Ablesen nur unter größten Schwierigkeiten möglich ist. Die Zwei-Quellen-Methode ist deutlich genauer, da die Teilchenzahl über einen so langen Zeitraum bestimmt werden kann, dass der Fehler jedes einzelnen Messpunktes vernachlässigbar klein wird. Desweiteren wird sie automatisch ohne menschliches Eingreifen bestimmt. Mit einem Bestimmtheitsmaß von $99,27\%$ in Kapitel 4.3, ist ein linearer Zusammenhang zwischen angelegter Spannung und den freigesetzten Ladungsträgern feststellbar. Außerdem liegt die Größenordung der freigesetzten Ladungsträger im Geiger-Müller-Bereich.

Literatur

[1] TU Dortmund. *Das Geiger-Müller-Zählrohr.* 2018. URL: `http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V703.pdf`.

$U_B = 290V$

Ud/V	-29,1	-24,1	-18,4	-13,7	-8,3	-3,4	1,5	6,1	11,9
D/cm	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4

$U_B = 250V$

Ud/V	-25,5	-20,6	-16,2	-11,8	-7,1	-2,5	2	6,5	11
D/cm	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4

$U_B = 210V$

Ud/V	-21,3	-17	-13,3	-9,8	-6,3	-2,4	1,5	5,4	9,1
D/cm	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4

601 - Franck-Hertz-Versuch

703 - Geiger-Müller

$\Delta t = 60 s$

N/Δt	0	0	16'578	17'302	17'297	17'315	17'200	17'472	17'705	17'508
I/μA	0,1	0,2	0,2	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6	0,6	0,7
U/V	300	310	320	330	340	350	360	370	380	390

U/V	400	410	420	430	440	450	460	470	480	490
I/μA	0,8	0,8	0,9	1	1,1	1,1	1,2	1,2	1,2	1,3
N/Δt	17'546	17'703	17'650	17'565	17'626	17'762	17'839	17'606	17'930	17'726

U/V	500	510	520	530	540	550	560	570	580	590
I/μA	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,7	1,8	1,9	1,9	2
N	17'731	18'010	17.888	17'930	17'837	17'734	17'771	18'004	17'788	17'985

U/V	600	610	620	630	640	650	660	670	680	690
I/μA	2	2,1	2,2	2,2	2,3	2,4	2,5	2,5	2,6	2,6
N	17'794	18'009	17'995	18'025	18'124	18'279	18.603	19.063	19'183	19'700

U/V	700	710
I/μA	2,8	
N	20'462	

50μs / Div.

Totzeit: 1,6 Kästchen

⇒ 80μs

0,1 ms / Div.

Erholungszeit!

2,4 Kästen

⇒ 0,24 ms

⇒ 240 μs

$N_1 = 36'318$

$N_2 = 30'562$

$N_{1+2} = 65'063$

$U = 550V$

15.05.18

B. Wendlund