### VERSUCH 308

# Spulen und Magnetfelder

Lars Kolk Julia Sobolewski lars.kolk@tu-dortmund.de julia.sobolewski@tu-dortmund.de

Durchführung: 21.12.2017 Abgabe: 09.01.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

1	Ziel	1									
2	Theorie										
3	Durchführung3.1 Magnetfeld von Spulen3.2 Magnetfeld von Spulenpaaren3.3 Hysteresekurve	3									
4	Auswertung4.1Solenoide4.2Helmholtz-Spulen4.3Toroid	6									
5	Diskussion	10									
Literatur											

### 1 Ziel

Ziel des Versuches ist die Bestimmung der magnetischen Felder verschiedener Spulenandordnungen.

#### 2 Theorie

Bewegte Ladungen erzeugen magnetische Felder, welche durch die magnetische Feldstärke  $\vec{H}$  beschrieben werden. Unter der Vorraussetzung, dass die magnetischen Momente der Atome eines Körpers durch die Wärmebewegung statistisch verteilt sind, lässt sich folgender Zusammenhang zwischen magnetischer Flussdichte  $\vec{B}$  und magnetischer Feldstärke  $\vec{H}$  aufstellen:

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} = \mu_0 \mu_r \cdot \vec{H}. \tag{1}$$

Dabei ist  $\mu_0=4\pi\cdot 10^{-7}\,\mathrm{N/A^2}$  die Vakuumpermeabilität und  $\mu_r$  die relative Permeabilität. Die magnetische Flussdichte lässt sich bei stromdurchflossenden Leitern durch das Biot-Savart-Gesetz

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3} \tag{2}$$

bestimmen, wobei I hier die Stromstärke ist. Für eine Spule mit n Windungen gilt somit:

$$\vec{B}(x) = n \cdot \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \vec{e_x}.$$
 (3)

Dabei ist R der Spulenradius und x der Abstand zum Spulenzentrum. Handelt es sich bei der Spule um einen Solenoiden, also eine langestreckte Spule, so ist die magnetische Feldstärke  $\vec{H}$  in der Mitte der Spule konstant. Ebenso verlaufen die Feldlinien parallel zur Spulenachse und das magnetische Feld ist homogen. Außerhalb der Spule gilt dies jedoch nicht, da sich die Feldlinien dort auffächern. Für den Fall  $l \gg d$ , wobei l die Länge und d der Durchmesser ist, gilt für die homogene magnetische Flussdichte  $\vec{B}$ :

$$|\vec{B}| = \mu \frac{n}{I} I. \tag{4}$$

Wird nun ein Solenoid zu einem Torus mit Radius  $r_T \ll l$  umgeformt, so ist keine äußere magnetische Flussdichte mehr vorhanden. Innerhalb des Toroids lässt sich die magnetische Flussdichte  $\vec{B}$  mit  $l = 2\pi r_T$  analog zu (4) bestimmen:

$$|\vec{B}| = \mu \frac{n}{2\pi r_T} I. \tag{5}$$

Um ein homogenes Magnetfeld zu erzeugen, kann auch ein Helmholtz-Spulenpaar eingesetzt werden, welches aus zwei gleichsinnig vom Strom I durchflossenen Kreisspulen besteht. Diese werden so positioniert, dass ihre Achsen zusammenfallen. Aufgrund des Superpositionsprinzips folgt aus Gleichung (3) die Gleichung

$$|\vec{B}| = n \cdot \frac{\mu_0 I R^2}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}},\tag{6}$$

wobei d=2x gilt. d ist dabei der Abstand der beiden Spulen. Befindet sich ein ferromagnetischer Stoff in einer Spule, so steigt der Betrag der magnetischen Flussdichte  $\vec{B}$  und es gilt

$$\vec{B} = \mu_0 \left( \vec{H} + \vec{M} \right), \tag{7}$$

wobei mögliche Randeffekte mit  $\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}_R$  berücksichtigt werden und  $\vec{M}$  durch die Erhöhung der Feldstärke  $\vec{B}_{\rm Fe} = \mu_0 \vec{M}$  gegeben ist.

Ursache für den höheren Betrag der magnetischen Flussdichte  $\vec{B}$  sind die Weiß'schen Bezirke innerhalb des Materials. In solchen sind magnetische Momente vorhanden, die sich, auch ohne äußeren Einfluss, parallel zueinander ausrichten, weshalb ferromagnetische Stoffe ein permanentes magnetisches Moment aufweisen. Wirkt jedoch ein äußeres magnetisches Feld auf einen ferromagnetischen Stoff ein, richten sich die magnetischen Momente in den einzlenen Weiß'schen Bezirken solange aus, bis alle magnetischen Momente mit der Ausrichtung des äußeren Feldes übereinstimmen. Da der Ausgangszustand jedoch nicht wieder durch Abwesenheit des magnetischen Feldes erreicht wird, bleibt Restmagnetismus zurückt. Dieses Phänomen wird durch die Hysteresekurve (s. Abbildung 1) beschrieben. Die hier dargestellte Kurve ist jedoch nicht allgemeingültig,

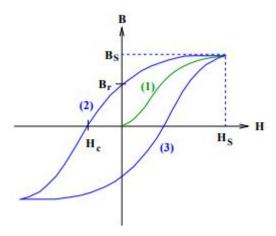


Abbildung 1: Hysteresekurve[1, S. 3]

sondern dient nur zur groben Darstellung, da der genaue Verlauf von der Vorgeschichte des Materials abhängt.

Wie in Abbildung 1 zu sehen, bleibt, wie bereits erwähnt, Restmagnetisierung zurück, wenn kein äußeres magnetisches Feld anliegt. Dies wird als Remanenz bezeichnet. Als Koerzitätskraft  $H_C$  wird die Feldstärke bezeichnet, bei dem die Restmagnetisierung aufgehoben wird. Der Wert  $B_S$  wird als Sättigungswert bezeichnet.

Da die relative Permeabilität bei ferromagnetischen Stoffen Größenordnungen von  $10^2$  bis  $10^7$  annehmen kann, verliert die Gleichung (1) ihre Gültigkeit und Gleichung (7) kann zu

$$\vec{B} \approx \mu_0 \vec{M} \tag{8}$$

umgeschrieben werden.

# 3 Durchführung

#### 3.1 Magnetfeld von Spulen

Zunächst wird die lange Spule an das Netzgerät angeschlossen. Daraufhin werden Strom und Spannung hochgeregelt, wobei die maximale Spannung nicht überschritten werden darf. Mithilfe einer Longitudinalsonde wird nun die magnetische Flussdichte innerhalb und außerhalb der Spule gemessen. Dazu soll die Sonde so justiert werden, dass das

Magnetfeld auf der Achse der Spule gemessen wird. Der Messvorgang wird für die kleine Spule wiederholt. Der experimentelle Aufbau ist in Abbildung 2 dargestellt.



Abbildung 2: Experimenteller Aufbau [1, S. 4].

#### 3.2 Magnetfeld von Spulenpaaren

Ähnlich wie in Kapitel 3.1 wird in diesem Versuchsteil eine Helmholtz-Spule an das Netzgerät angeschlossen. Dabei sollen beide Spulen in Reihe geschaltet werden. Die Spannung muss so gewählt werden, dass der maximal zulässige Spulenstrom nicht überschritten wird. Mithilfe einer transversalen Hallsonde wird die magnetische Flussdichte  $\vec{B}$  für drei Spulenabstände sowohl zwischen als auch außerhalb der Spulen gemessen. Der experimentelle Aufbau ist in Abbildung 3 dargestellt.



**Abbildung 3:** Experimenteller Aufbau [1, S. 5].

#### 3.3 Hysteresekurve

In diesem Versuchsteil wird das Netzgerät an eine Ringspule angeschlossen. Erneut wird die magnetische Flussdichte  $\vec{B}$  mit einer transversalen Hallsonde bestimmt. Dazu wird hier jedoch die anliegene Spannung in regelmäßigen Abständen variiert und die Magnetische Flussdichte  $\vec{B}$  mit der zugehörigen Spannung U notiert. Es werden 10-20 Messpaare aufgenommen. Der experimentelle Aufbau ist in Abbildung 4 dargestellt.

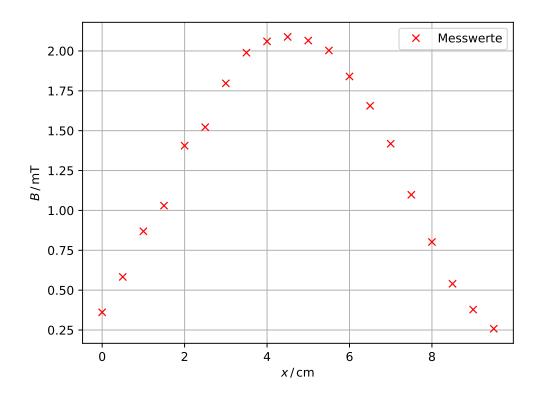


Abbildung 4: Experimenteller Aufbau [1, S. 5].

# 4 Auswertung

#### 4.1 Solenoide

Aus den aufgenommenen Messwerten (s. Anhang) folgen die Abbildungen 5 und 6. Bei der langen Spule ist der erwartete Verlauf zu erkennen. Am Beginn der Spule nimmt die Feldstärke zu und hat dann eine Plateauphase bevor sie am Ende der Spule wieder abfällt. Der Theoriewert nach Gleichung (4) beträgt  $B=2,432\,\mathrm{mT}$ . Bei der kurzen Spule hingegen findet sich zwar ein Maximum, aber es bildet sich kein richtiges Plateu aus, da nicht mehr  $l\gg d$  gilt.



**Abbildung 5:** B-x-Diagramm zur kurzen Spule

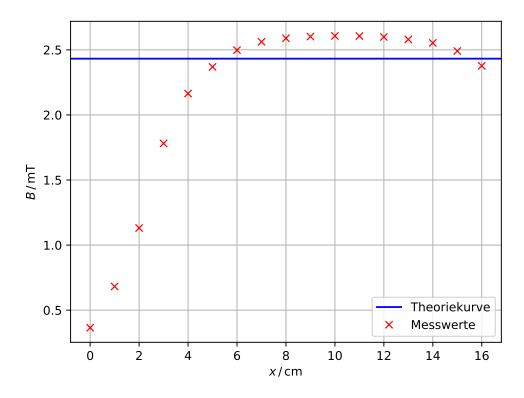


Abbildung 6: B-x-Diagramm zur langen Spule

#### 4.2 Helmholtz-Spulen

Die Messwerte sind in den Abbildungen 7, 8 und 9 aufgetragen. In Abbildung 7, wo der Abstand ungefähr dem Radius der Helmholtz-Spulen entspricht, ist das durch Superposition erhaltene homogene Magnetfeld gut zu erkennen. Der Theoriewert ergibt sich aus Gleichung (6) und beträgt  $B=4,006\,\mathrm{mT}$ . In den Abbildungen 8 und 9 wurde der Abstand erhöht und der ideale Fall liegt nicht mehr vor. Es entsteht kein homogenes Magnetfeld mehr. Bei einem Abstand von 9 cm beträgt der Theoriewert  $B=3,224\,\mathrm{mT}$  und bei  $11\,\mathrm{cm}$  ist  $B=2,552\,\mathrm{mT}$ 

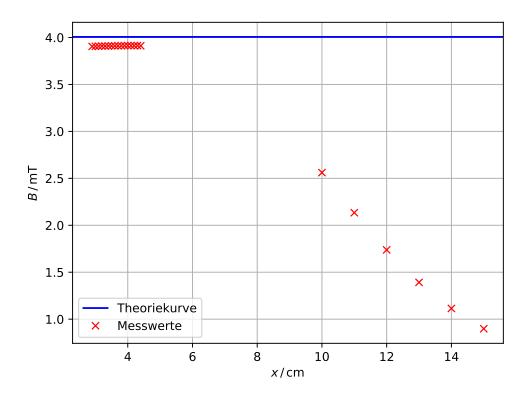


Abbildung 7: B-x-Diagramm für ein Helmholtz-Spulenpaar mit Abstand  $d=7\,\mathrm{cm}$ 

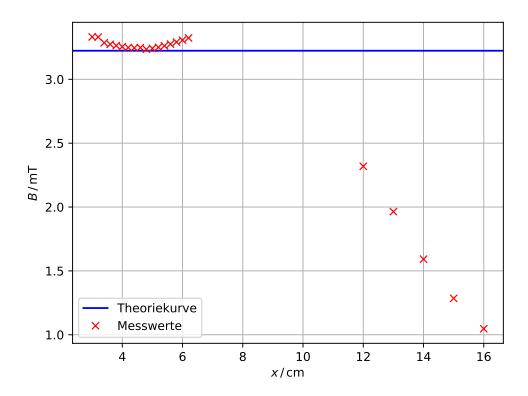
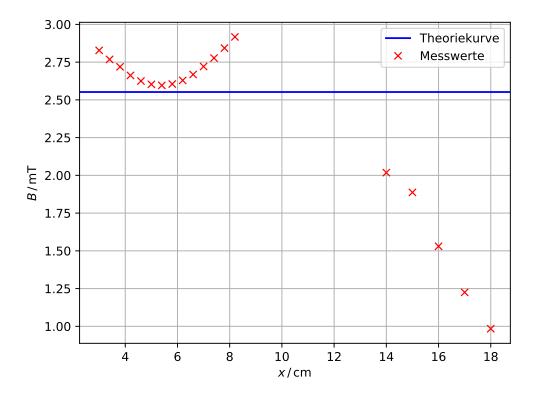


Abbildung 8: B-x-Diagramm für ein Helmholtz-Spulenpaar mit Abstand  $d=9\,\mathrm{cm}$ 



**Abbildung 9:** B-x-Diagramm für ein Helmholtz-Spulenpaar mit Abstand  $d=11\,\mathrm{cm}$ 

#### 4.3 Toroid

Aus der Hysteresekurve in Abbildung 10 lassen sich die Werte

$$\begin{split} B_S &= 706,\!65\,\mathrm{mT} \\ B_r &= 91,\!7\,\mathrm{mT} \\ I_c &= -0,\!55\,\mathrm{A} \end{split}$$

ablesen. Dies sind die Sättigungsmagnetisierung  $B_S$ , die Remanenz  $B_r$  und das Äquvivalent zur Koerzitivkraft  $H_c$ . Anhand der schmalen Hystereschleife lässt sich erkennen, dass es sich in diesem Fall um ein magnetisch weiches Material handelt.

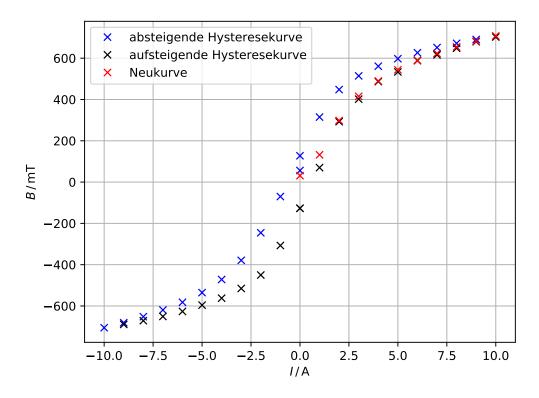


Abbildung 10: B-I-Diagramm mit Hysteresekurve für eine Toroidspule

#### 5 Diskussion

Innerhalb der kurzen Spule ist das Magnetfeld inhomogen und hat sein Maximum ungefähr in der Mitte der Spule. In der langen Spule hingegen bildet sich ein homogenes Magnetfeld aus, das etwas stärker als der Theoriewert ist.

Bei den Helmholtz-Spulen ist der Einfluss des Spulenabstandes gut zu erkennen. Bei einem Abstand von 7 cm bildet sich ein homogenes Magnetfeld zwischen den beiden Spulen aus. Die Stärke des Magnetfeldes weicht hier nur minimal vom theoretischen Wert ab. Wird der Abstand vergrößert entsteht ein inhomogenes Magnetfeld mit einem Minimum genau zwischen den Spulen. Die Theoriewerte an dieser Stelle, stimmen gut mit den Messungen überein.

Die Messwerte aus Kapitel 4.3 ergeben eine klare Hysteresekurve aus der sich alle charakterisitschen Größen gut ablesen lassen.

Eine mögliche Fehlerquelle bei der Aufnahme der Hysteresekurve ist, dass zu Beginn des Experiments die Remanenz nicht ganz Null war. Außerdem lieferte die Hall-Sonde an einigen Stellen keine eindeutigen Messwerte. Die Schwierigkeit bei den Helmholtz-Spulen und den Solenoiden besteht vor allem darin die Hall-Sonden richtig auszurichten und zu

verhindern, dass sie sich im Laufe der Messung verschieben.

# Literatur

[1] TU Dortmund. V308 - Spulen und Magnetfelder. 2017. URL: http://129.217.224. 2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/Magnetfeld.pdf.

Torus		I/A	0	٨	2	3	4	5	6	7	8 5	
		B/unT	34,06	152,1	238,1	445,3	489,5	543,9	587,2	6 23	654,6 63	2,2
	I/A	9	8	7	6	5	4	3	2	4	0	0
	Bluet	690,6	672	651,6	6 26,6	\$97,5	561,2	514,4	448	3,4,9	427,4	
		Umpolun	g		1 7		63 %		23.5			¥1
	I/A	0 -	<i>a</i>	2	2 3	4	s	6	7	8	9	ا مد
,	Blout	55, 97	- 70,13	- 245,5	- 379	-471,8	-535,3	-582,0	-619,5	- 652	-684,4	- 705, 4
V	I/A	9	8	7	6	.15	<u>,</u> 4	3	12 1	3 4	0	9 8
	Bout	-689,3	-671,2	-650,8	-626,4	-595,9	-562,2	-515,2	-450,4	-307,4	-126, 9	9
		Umpole	ng	3	234	353	5	15).			L.S.	W) =
	1/4	0	1	2	3	4	5	6	7	3	9	40
	Blut	- 126,8	70	292,5	40117	486,6	53314	589,4	61519	648,3	679,8	<b>702</b> 16 -
		d= 7cm		= 3A			19 6					3
Helmholtz		×/cm	2,9	3	3, 1	3,2	3,3	- 3, 4	- à <sub>u</sub> S	3, 6	3,7	3,8
Spuler	)	B/ut	-3,905	-3,906	-3,907	-3,909	-3,909	1-3, 91 11/NEN	Auste	-3,94	-3,912	- 3,92
		×/au	3,9	્રમ	4,1	4,2	4,3	્ષ, પ	23	A.A.	12	И
	Ω	Bout	-3,913	-3,914	-3,914	-3,914	-3,914	-3,912	-2,514	-2,234	-4,738	
		x/cm	13	14	15							7
The FVYS	F.V.)	Blut	-1,392	-1,114	-01896							
The	اللام										3	
4/1		al = 9 cu		)			A					-1
5/10		x/cun	3	3,2	3,4	3,6	3,8	4	4,2	4,4	4,6	TA L
		B/mT	-3,332	- 3,331	-3,286	-3,274	- 3, 264	-3,255	-3,143	- 3, 24 6 INNER		
		* /cm	4,8	6	5,2	5,4	5,6	5,8	06	6, 2		
		3/u T	-3, 235 Augen	-3,242	-3,251	- 3,262	-31276	-3, 29 2	-3,307	-3,324	11	
		* /cm	12	13	14	15	16					
		Blut	-2,319	-×1,964	-1,592	- 1,285	- 1,047					

d = 11	cu										
×/au	3	3,4	3,8	4,2	4,6	5	5,4	5,8	6, 2	6,6	
Blut	- 2,828	- 2, 768	-2,749	- 2,662			- 2,596	-2605	-2,629	- 2,66	8
x/au	7	7,4	7,8	B 2	AUBEN 14	1 15	16	17	18		
B/unT	- 2,7 21	-2,777	-2,843	-2,917	-2,018	- 4, 887	-1,530	-1,225	-0,984		
											I=117
* /cu	0	1	2	3	Ч	5	6	7	8	9	, 0
B/unT	-0,35	-0,692	-4,131	-1,781	-2,164	-2,369	- 2,498	-2,562	- 2,589	-2,602	1 = 15,5au
× / cm	or	u	42	13	λЧ	15	1 16	Sone	le 20 6	inde	bzw. tu kurż
B/urT	-2,607	- 2,606	- 2,599	-2,580	- 2,553	-2,491	-2,377				
*/cm	0	0,5	1	115	2	2,5	3	3,5	4	4,5	kurze Spule
Blust	0/361	0,583	0,869	1,030	1,406	1,522	4,797	ا و89ء	2,060	2,088	1= 2000 5 cm
×/cm	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8 1	8,5	9	9,5	
B/unt	2,065	2,003	1,840	11656	448	1,098	0,802	0,540	0,378	0,25	?
											2112
											July 17
											21.1217 1906nas
											iona maschner
											jana. moschner @tu-dortmund.de
											BKE
-											