

VERSUCH 501 + 502

# **Ablenkung von Elektronen im elektrischen und magnetischen Feld**

Lars Kolk

[lars.kolk@tu-dortmund.de](mailto:lars.kolk@tu-dortmund.de)

Julia Sobolewski

[julia.sobolewski@tu-dortmund.de](mailto:julia.sobolewski@tu-dortmund.de)

Durchführung: 17.04.2018

Abgabe: 24.04.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Ziel</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
2.1	Aufbau einer Kathodenstrahlröhre . . . . .	3
2.2	Ablenkung im E-Feld . . . . .	4
2.3	Kathodenstrahl-Oszillographen . . . . .	5
2.4	Ablenkung im B-Feld . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Aufbau und Durchführung</b>	<b>6</b>
3.1	1. Versuchsteil: Elektronen im E-Feld . . . . .	6
3.2	2. Versuchsteil: Elektronen im B-Feld . . . . .	8
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>8</b>
4.1	Überprüfung der Proportionalität zwischen der Leuchtfleckverschiebung und der Ablenkspannung . . . . .	8
4.2	Bestimmung der Signalspannung mithilfe eines Kathodenstrahl-Oszillographen	11
4.3	Bestimmung der spezifischen Ladung $e_0/m_0$ . . . . .	11
4.4	Bestimmung des Erdmagnetfeldes . . . . .	13
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>13</b>
	<b>Literatur</b>	<b>13</b>

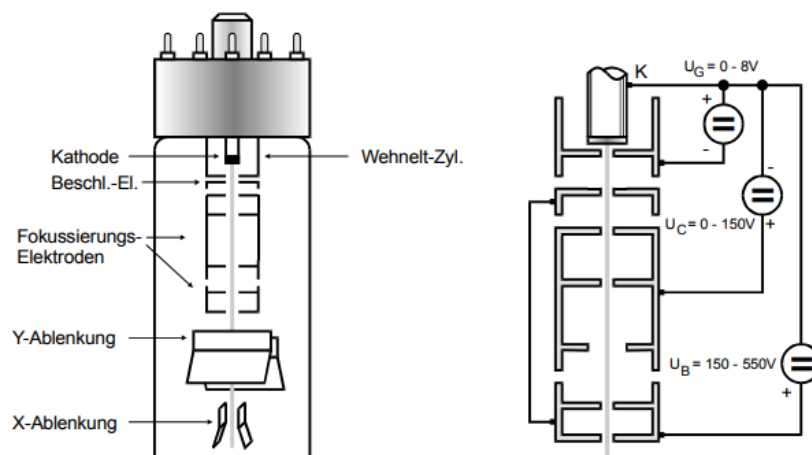
# 1 Ziel

In diesem Versuch soll die Ablenkung eines Elektronenstrahls im elektrischen und magnetischen Feld untersucht werden.

## 2 Theorie

### 2.1 Aufbau einer Kathodenstrahlröhre

Die Kathodenstrahlröhre besteht aus drei Teilen: der sogenannten Elektronenkanone, einem Ablenk- und einem Nachweissystem. Die Elektronenkanone erzeugt freie Elektronen durch Glühemission. Die dabei erhitzte Kathode wird von einem Wehnelt-Zylinder umgeben, der in Abbildung 1 dargestellt wird.



**Abbildung 1:** Querschnitt durch eine Kathodenstrahlröhre und die Beschaltung ihrer „Elektronenkanone“ [1, S. 82]

Aufgrund der Potentialdifferenz zwischen Kathode und dem Wehnelt-Zylinder, steuert letzterer die Intensität des Elektronenstrahls. Zusätzlich befindet sich vor diesem eine Elektrode mit hohen positiven Potential gegenüber der Kathode. Diese beschleunigt die Elektronen auf die Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{\frac{2e_0 U_B}{m}}. \quad (1)$$

Nachdem die Elektronen auf diese Geschwindigkeit beschleunigt wurden, werden sie durch sich an den Seiten befindenden Elektroden, den Elektronenlinsen, abgelenkt und fokussiert. Bevor die Elektronen jedoch den Leuchtschirm erreichen, passieren sie das Ablenkensystem. Dieses besteht aus zwei je parallelen Plattenpaaren, in denen der Elektronenstrahl durch elektrische Felder in X- bzw Y-Richtung abgelenkt wird. Dies wird in 2.2 näher erläutert. Danach treffen die Elektronen auf den Leuchtschirm, auf dem ihre Position durch emittierte Lichtquanten sichtbar gemacht wird. Zur Emission kommt es durch

Anregung der Aktivatorzentren im Schirm, d.h. Störstellen im Gitter des Materials. Damit der Schirm elektrisch neutral bleibt, ist dieser mit der Beschleunigungselektrode verbunden.

## 2.2 Ablenkung im E-Feld

Bei einem Plattenpaar mit Abstand  $d$  und Länge  $l$  kann für den Fall  $d \ll l$  das Feld zwischen den Platten mit

$$E = \frac{U_d}{d} \quad (2)$$

als konstant genähert werden. Das Elektron erfährt dann die Kraft

$$F = |\vec{E} \cdot e_0| = e_0 \cdot \frac{U_d}{d} \quad (3)$$

über einen Zeitraum  $\Delta t$ . Damit wird es, wie in Abbildung 2 zu sehen ist, konstant in y-Richtung abgelenkt. Da  $F$  konstant ist, gilt mit  $v = a_y \cdot \Delta t$  und  $a_y = F/m_0$ :

$$v_y = \frac{e_0}{m_0} \frac{U_d}{d} \Delta t \quad (4)$$

Aus Abbildung 2 lassen sich zusätzlich die Zusammenhänge  $\Delta t = \frac{p}{v_z}$  und  $\theta = \frac{v_y}{v_z}$  entnehmen, womit (4) umgeschrieben werden kann zu

$$v_y = \frac{e_0}{m_0} \frac{U_d}{d} \frac{p}{v_z}. \quad (5)$$

Damit gilt die Verschiebung

$$D = \frac{e_0}{m_0} \frac{U_d}{d} \frac{p}{(v_z)^2} L = \frac{p}{2d} \frac{U_d}{U_B} L. \quad (6)$$

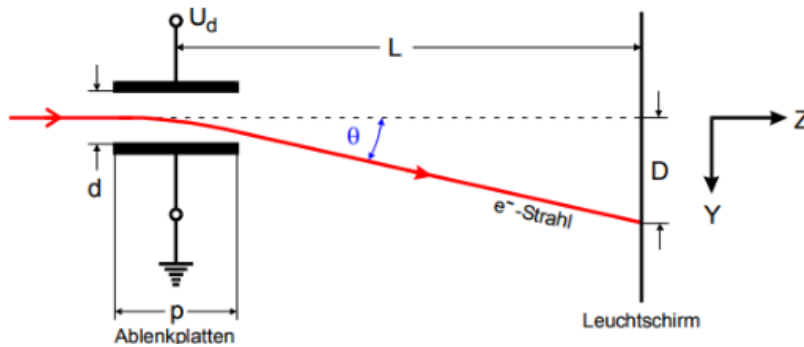


Abbildung 2: Strahlablenkung in der Kathodenstrahlröhre[1, S. 83].

### 2.3 Kathodenstrahl-Oszillographen

Wird an den Platten, die den Elektronenstrahl in X-Richtung ablenken, eine Wechselspannung und an das andere Plattenpaar die zu untersuchende Spannung angebracht, so kann eine Kathodenstrahlröhre zu einem Kathodenstrahl-Oszillographen erweitert werden. Diese erlaubt es, die Zeitabhängigkeit von Wechselspannungen darzustellen. Sind die beiden Spannungen im passenden Verhältnis zueinander, so zeichnet sich der zeitliche Verlauf am Laufschild ab. Es soll gelten:

$$n \cdot v_{\text{Sä}} = m \cdot v_{\text{Sig}} \quad n, m \in \mathbb{N} \quad (7)$$

### 2.4 Ablenkung im B-Feld

Bewegt sich eine Ladung  $q$  mit einer Geschwindigkeit  $v$  verschieden von 0 in einem magnetischen statt einem elektrischen Feld, so wirkt auf dieses die Lorentzkraft:

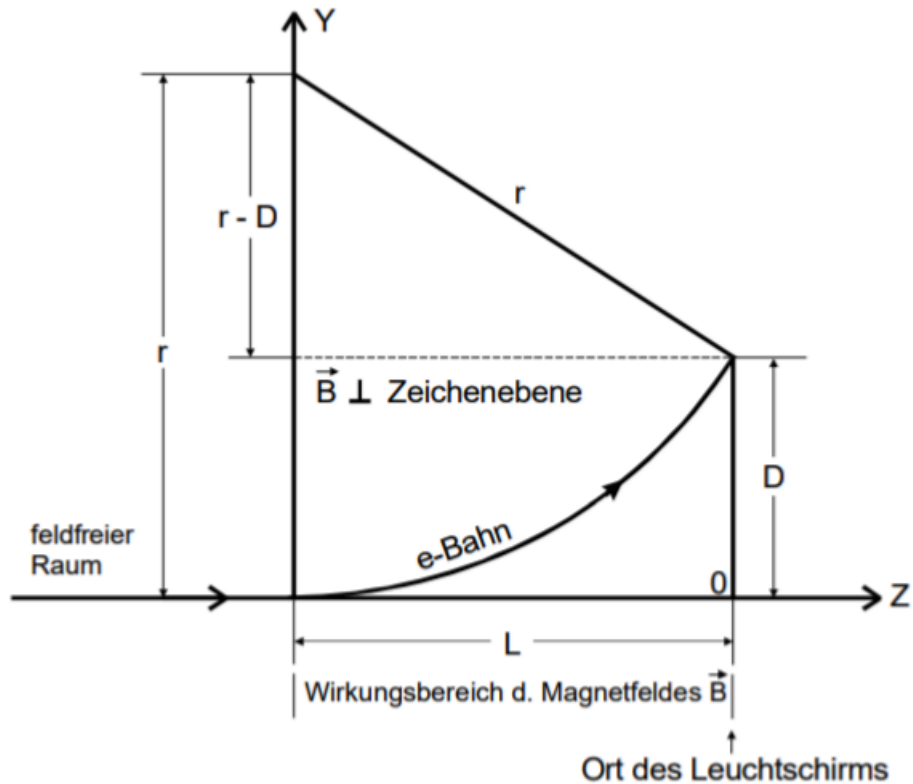
$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \quad (8)$$

Im Fall  $\vec{v} \perp \vec{B}$  gilt für ein Elektron:

$$F_L = e_0 \cdot v \cdot B \quad (9)$$

Wie in Abbildung 3 zu sehen ist, bewegen sich die Elektronen mit der in (1) gegebenen Geschwindigkeit geradlinig, bis sie durch die Lorentzkraft auf eine Kreisbahn geraten, womit diese der Zentripetalkraft  $F = \frac{mv^2}{r}$  entspricht. Damit gilt für den Radius:

$$r = \frac{m_0 v_0}{e_0 B} \quad (10)$$



**Abbildung 3:** Skizze zur Ableitung einer Beziehung zwischen  $L$ ,  $D$  und  $r$  [3, S. 89].

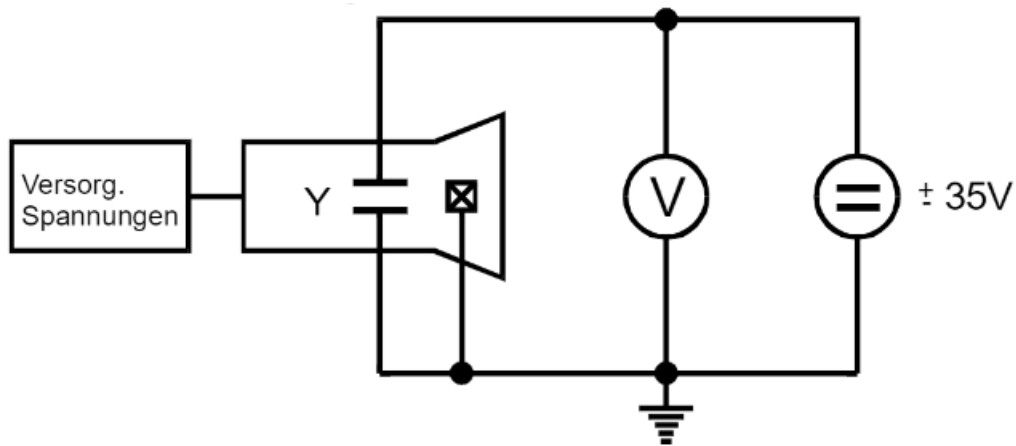
Für die in 3 zu sehende Konstellation folgt dann aus geometrischen Überlegung und (1) der Zusammenhang

$$\frac{D}{D^2 + L^2} = \frac{1}{8U_B} \sqrt{\frac{e_0}{m_o}} B. \quad (11)$$

### 3 Aufbau und Durchführung

#### 3.1 1. Versuchsteil: Elektronen im E-Feld

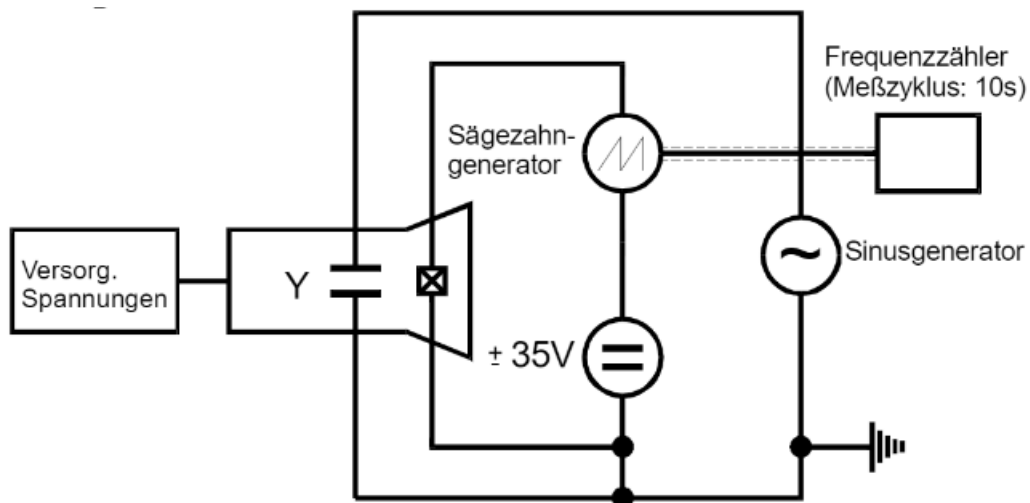
Zunächst wird die Schaltung aus Abbildung 4 aufgebaut. Daraufhin muss die Apperatur eine Minute lang vorgeheizt werden. Danach wird zur Untersuchung der Proportionalität der Verschiebung von  $D$  und Ablenkspannung  $U_d$  die Ablenkspannung so eingestellt, dass der Leuchtfleck auf dem unteren Rand des Koordinatennetzes landet. Dabei muss der Fleck ebenso an der vertikalen Markierung sein, damit die Abstände gemessen werden können.



**Abbildung 4:** Schaltung zur Messung der Leuchtfleckverschiebung [3, S. 85]

Ist dies geschehen, wird die Spannung  $U_d$  so variiert, dass der Leuchtfleck einer der nächsten Markierungen erreicht. Dies wird so lange durchgeführt, bis das obere Ende des Koordinatengitters erreicht ist. Dies wird für 5 verschiedene  $U_B$  zwischen 210 und 350 V durchgeführt.

Nachdem die erste Messung beendet ist, wird die Schaltung aus Abbildung 5 aufgebaut. Ist dies getan, wird die Frequenz der Sägezahnspannung solange variiert, bis stehende Bilder auf dem Leuchtschirm zu sehen sind.



**Abbildung 5:** Schaltbild eines Kathodenstrahloszillographen [3, S. 85]

Dies ist der Fall, wenn die Frequenzen der Spannungen ein rationales Verhältnis bilden. Die Fälle  $n\nu_{Sä} = \nu_{si}$  für  $n \in \frac{1}{2}, 1, 2, 3$  werden realisiert. Die Amplitude und Frequenz werden jeweils gemessen.

## 3.2 2. Versuchsteil: Elektronen im B-Feld

In diesem Versuchsteil befindet sich die Kathodentrährröhre im Zentrum eines Helmholtzspulenpaar. Dieses bleibt zunächst ausgeschaltet. Zu Beginn der Messung wird die Kathodenstrahlröhre so gedreht, dass sie in Richtung der Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes zeigt. Es wird als Beschleunigungsspannung zunächst 250 V angelegt. Nun wird der Leuchtfleck mithilfe eines elektrischen Feldes auf die obere oder untere Seite des Leuchtschirms gelegt. Ist dies geschehen, wird das Helmholtzspulenpaar eingeschaltet und die dort angelegte Stromstärke erhöht, sodass die Verschiebung  $D$  in Abhängigkeit von  $I$  gemessen werden kann. Die Stromstärke wird solange erhöht, bis das jeweils andere Ende des Leuchtschirms erreicht wird. Die Messung wird für  $U_B = 400 \text{ V}$  wiederholt. In der letzten Messung wird zunächst die Position des Leuchtflecks bei ausgeschalteten Helmholtzspulenpaar notiert. Es dabei wird eine möglichst niedrige Beschleunigungsspannung gewählt. Daraufhin wird die Kathodenstrahlröhre in Ost-West-Richtung gedreht und der Leuchtpunkt mithilfe eines Magnetfeldes in seine Ursprüngliche Position zurückversetzt und die benötigte Stromstärke notiert. Zuletzt wird noch der Inklinationswinkel  $\varphi$  bestimmt. Das ist der Winkel zwischen Horizontalebene und der Richtung des Erdfeldes. Dafür wird ein Inklinatorium so gedreht, dass seine horizontale Drehachse parallel zur Magnetnadel ist. Danach wird der Teilkreis um  $90^\circ$  in vertikale Richtung gedreht und der Winkel  $\varphi$  abgelesen.

## 4 Auswertung

### 4.1 Überprüfung der Proportionalität zwischen der Leuchtfleckverschiebung und der Ablenkspannung

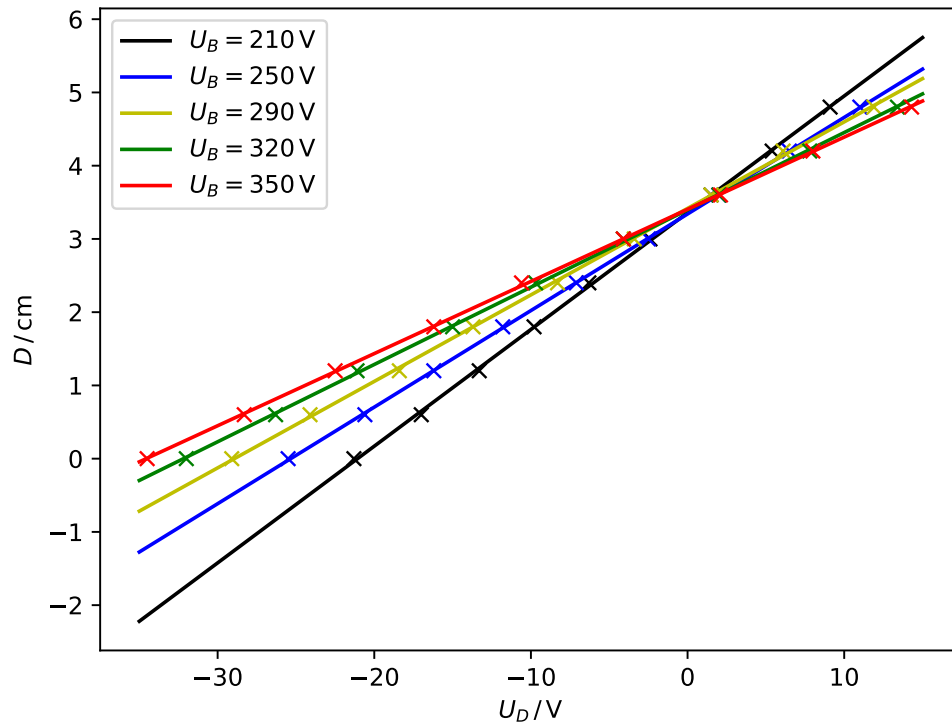
Die aufgenommenen Messwerte für die Beschleunigungsspannungen  $U_B = 210 \text{ V}$ ,  $U_B = 250 \text{ V}$ ,  $U_B = 290 \text{ V}$ ,  $U_B = 320 \text{ V}$  und  $U_B = 350 \text{ V}$  befinden sich in Tabelle 1.

**Tabelle 1:** Messwerte zur Bestimmung der Empfindlichkeit der Kathodenstrahlröhre

$D / \text{cm}$	$U_{210} / \text{V}$	$U_{250} / \text{V}$	$U_{290} / \text{V}$	$U_{320} / \text{V}$	$U_{350} / \text{V}$
0,0	-21,3	-25,5	-29,1	-32,0	-34,5
0,6	-17,0	-20,6	-24,1	-26,3	-28,3
1,2	-13,3	-16,2	-18,4	-21,1	-22,5
1,8	-9,8	-11,8	-13,7	-15,0	-16,2
2,4	-6,3	-7,1	-8,3	-9,7	-10,6
3,0	-2,4	-2,5	-3,4	-4,1	-4,1
3,6	1,5	2,0	1,5	2,0	2,1
4,2	5,4	6,5	6,1	7,8	8,0
4,8	9,1	11,0	11,9	13,4	14,3



Diese sind in Abbildung 6 dargestellt.



**Abbildung 6:**  $D$ - $U_d$ -Diagramm zur Bestimmung der Empfindlichkeiten der Kathodenstrahlröhre

Die lineare Regression  $f(x) = a \cdot x + b$  ergibt

$$a_{210} = (1,594 \pm 0,012) \frac{\text{mm}}{\text{V}}$$

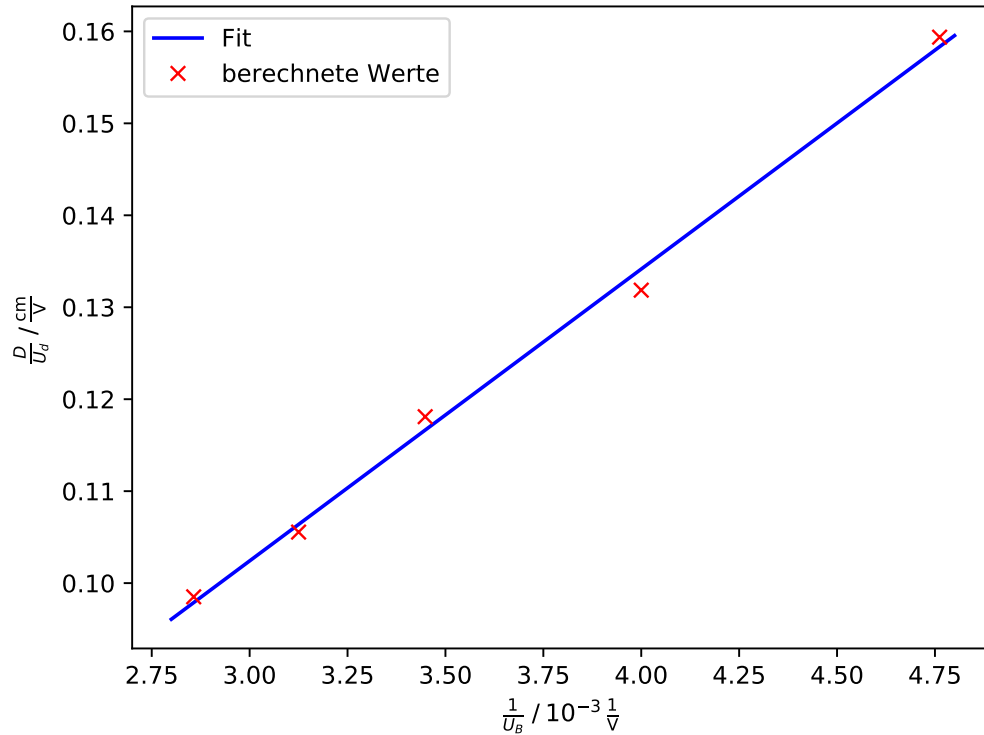
$$a_{250} = (1,319 \pm 0,004) \frac{\text{mm}}{\text{V}}$$

$$a_{290} = (1,181 \pm 0,009) \frac{\text{mm}}{\text{V}}$$

$$a_{320} = (1,055 \pm 0,006) \frac{\text{mm}}{\text{V}}$$

$$a_{350} = (0,985 \pm 0,004) \frac{\text{mm}}{\text{V}}$$

Diese Empfindlichkeiten werden in Abbildung 7 aufgetragen.



**Abbildung 7:** Diagramm zur Bestimmung der Apparaturkonstante  $k$

Eine erneute lineare Regression ergibt die Steigung

$$a = (31,74 \pm 0,40) \text{ cm} = k$$

Der Theoriewert ergibt sich aus

$$k_{\text{theo}} = \frac{pL}{2d} = 21,9 \text{ cm.} \quad (12)$$

Die Abweichung beträgt 44,91%. Die benötigten Werte werden der Versuchsanleitung entnommen.

## 4.2 Bestimmung der Signalspannung mithilfe eines Kathodenstrahl-Oszillographen

Die aufgenommenen Messwerte befinden sich in Tabelle 2.

**Tabelle 2:** Aufgenommene Sägezahnfrequenzen und daraus resultierende Signalfrequenzen

$n$	$\nu_{\text{Säg}} / \text{Hz}$	$\nu_{\text{Sig}} / \text{Hz}$
1/4	19,95	79,80
1/3	26,62	79,86
1/2	39,91	79,82
1	79,87	79,87

Gemittelt nach (13) und (14)

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (13)$$

$$\Delta\bar{x} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (14)$$

beträgt die Signalspannung  $\bar{\nu}_{\text{Sig}} = (79,84 \pm 0,02) \text{ Hz}$ . Der Scheitelwert  $S$  errechnet sich aus der Empfindlichkeit und der gemessenen Strahlauslenkung 1,5 cm zu  $S = 18,27 \text{ V}$ .

## 4.3 Bestimmung der spezifischen Ladung $e_0/m_0$

Die aufgenommenen Messwerte für die Beschleunigungsspannungen  $U_B = 250 \text{ V}$  und  $U_B = 400 \text{ V}$  befinden sich in Tabelle 3.

**Tabelle 3:** Messwerte zur Bestimmung der spezifischen Ladung

$D / \text{cm}$	$I_{250} / \text{A}$	$I_{400} / \text{A}$
0,0	0,00	0,00
0,6	0,30	0,45
1,2	0,60	0,90
1,8	0,90	1,30
2,4	1,25	1,70
3,0	1,60	2,15
3,6	1,90	2,60
4,2	2,25	3,10
4,5		3,25
4,8	2,55	

Mithilfe von Gleichung (15)

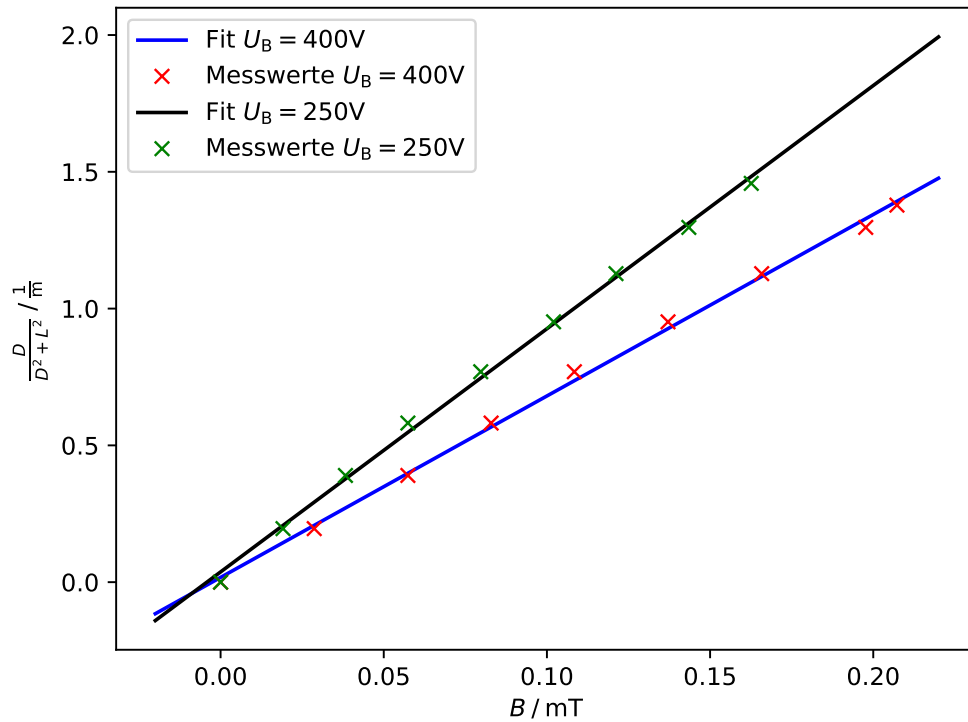
$$B = \mu_0 \frac{8}{\sqrt{125}} \frac{NI}{R} \quad (15)$$

werden die Magnetfelder aus den Spulenströmen aus Tabelle 3 berechnet. Die benötigten Werte sind

$$N = 20$$

$$R = 0,282 \text{ m}$$

Daraus ergibt sich Abbildung 8.



**Abbildung 8:** Diagramm zur Bestimmung der spezifischen Ladung

Die lineare Regression  $f(x) = a \cdot x + b$  ergibt

$$a_{250} = (8,89 \pm 0,16) \cdot 10^3 \frac{1}{\text{T m}}$$

$$a_{400} = (6,63 \pm 0,11) \cdot 10^3 \frac{1}{\text{T m}}$$

Mithilfe von Gleichung (16)

$$\frac{e_0}{m_0} = 8a^2 U_b \quad (16)$$

ergeben sich folgende Werte für die spezifische Ladung

$$\begin{aligned}\left(\frac{e_0}{m_0}\right)_{250} &= 1,58 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} \\ \left(\frac{e_0}{m_0}\right)_{400} &= 1,41 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}\end{aligned}$$

Gemittelt nach (13) und (14) erhält man

$$\left(\frac{e_0}{m_0}\right)_{\emptyset} = (1,49 \pm 0,09) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}.$$

Die Abweichung vom Theoriewert [2]  $\left(\frac{e_0}{m_0}\right)_{\text{theo}} = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$  beträgt 15,05%.

#### 4.4 Bestimmung des Erdmagnetfeldes

Der gemessene Gegenstrom beträgt  $I = 0,2 \text{ A}$  und der Inklinationswinkel  $\varphi = 70^\circ$ . Mithilfe des Inklinationswinkels  $\varphi$  und von Gleichung (15) berechnet sich das totale Magnetfeld zu

$$B_{\text{total}} = 37,29 \mu\text{T}.$$

### 5 Diskussion

Die Abweichungen sind mit 44,91% in Kapitel 4.1 und 15,05% in Kapitel 4.3 relativ groß. Dies kann mehrere Gründe haben. Der Elektronenstrahl muss jedes mal per Hand neu fokussiert werden, was zu unterschiedlich großen Flecken auf dem Leuchtschirm führt wodurch es schwierig ist den Strahl immer um den denselben Abstand zu verschieben. Desweiteren kam es bei der Messung in Kapitel 4.1 zu Schwankungen bei den vom Voltmeter angezeigten Werten. Auch ist der Abstand zwischen den Kondensatorplatten nicht überall gleich groß, wodurch dieser zur Berechnung des Theoriewertes gemittelt werden muss. Bei der Bestimmung des Erdmagnetfeldes kommt als zusätzliche Schwierigkeit die Handhabung des Deklinatorium-Inklinatoriums hinzu, da sich die Nadel nicht richtig ausgerichtet hat.

### Literatur

- [1] TU Dortmund. *Thermische Elektronenemission*. 2018. URL: <http://129.217.224.2/HOME/PAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V504.pdf>.
- [2] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.19.1. URL: <http://www.scipy.org/> (besucht am 15.05.2018).
- [3] Spektrum. *Austrittsarbeit*. 2018. URL: <https://www.spektrum.de/lexikon/physik/austrittsarbeit/1067>.