

## VERSUCH 204

# Wärmeleitung von Metallen

Lars Kolk

`lars.kolk@tu-dortmund.de`

Julia Sobolewski

`julia.sobolewski@tu-dortmund.de`

Durchführung: 16.01.2018

Abgabe: 23.01.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Ziel</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Aufbau und Durchführung</b>	<b>4</b>
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>5</b>
4.1	statische Methode . . . . .	5
4.2	Dynamische Methode . . . . .	8
4.2.1	Breiter Messingstab . . . . .	8
4.2.2	Aluminiumstab . . . . .	9
4.2.3	Edelstahlstab . . . . .	11
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>12</b>
	<b>Literatur</b>	<b>12</b>

## 1 Ziel

In diesem Versuch soll die Wärmeleitung von Messing, Aluminium und Edelstahl untersucht werden.

## 2 Theorie

Ist die Temperatur eines Körpers ungleichmäßig in diesem verteilt, so findet ein Wärmetransport statt. Dies kann durch Konvektion, also Wärmemitführung, Wärmestrahlung und Wärmeleitung geschehen, wobei sich in diesem Versuch auf letzteres beschränkt wird. Ebenso kann der Gitterbeitrag vernachlässigt werden, da im folgenden nur Metalle untersucht werden.

Betrachtet wird zunächst ein Metallstab der Länge  $L$  und Querschnittsfläche  $A$ , dessen Enden eine Temperaturdifferenz  $\Delta T$  aufweisen. Aus dem 2. Hauptsatz der Thermodynamik folgt, dass nun Wärme vom wärmeren zum kälteren Ende fließt. Es ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$dQ = -\kappa A \frac{\partial T}{\partial x} dt \quad (1)$$

( $Q$  = Wärme,  $T$  = Temperatur,  $t$  = Zeit,  $x \in [0, L]$  .)

Das negative Vorzeichen folgt aus Konvention und zeigt, dass Temperatur vom wärmeren ins kältere Reservoir fließt. Für die Wärmestromdichte  $j_w$  gilt entsprechend

$$j_w = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2)$$

Aus der Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0 \quad (3)$$

ergibt sich damit die Wärmeleitungsgleichung in 1D:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\kappa}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}. \quad (4)$$

( $c$  = spezifische Wärmekapazität,  $m$  = Masse,  $\rho$  = Dichte)

Der Faktor  $\sigma_T = \frac{\kappa}{\rho c}$  wird dabei als Leitfähigkeit bezeichnet. Dieser gibt an, wie schnell der Temperaturunterschied  $\Delta T$  der beiden Stabenden ausgeglichen wird. Die Lösung von (4) hängt von den gewählten Anfangsbedingungen ab. Wird der Körper periodisch abgekühlt und erwärmt, so ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$T(x, t) = T_{\max} \exp \left[ -\sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}} x \right] \cos \left( \omega t - \sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}} x \right) \quad (5)$$

(mit  $\omega = \frac{2\pi}{T^*}$ ,  $T^*$  = Periodendauer)

Für die Phasengeschwindigkeit  $\nu = \frac{\omega}{k}$  ergibt sich damit:

$$\nu = \sqrt{\frac{2\kappa\omega}{\rho c}} \quad (6)$$

Mit den bereits bekannten Zusammenhängen folgt mit der Phase  $\phi = \frac{2\pi\Delta t}{T_*}$  für die Wärmeleitfähigkeit  $\kappa$ :

$$\kappa = \frac{\rho c (\delta x)^2}{2\Delta t \ln\left(\frac{A_{\text{nah}}}{A_{\text{fern}}}\right)} \quad (7)$$

### 3 Aufbau und Durchführung

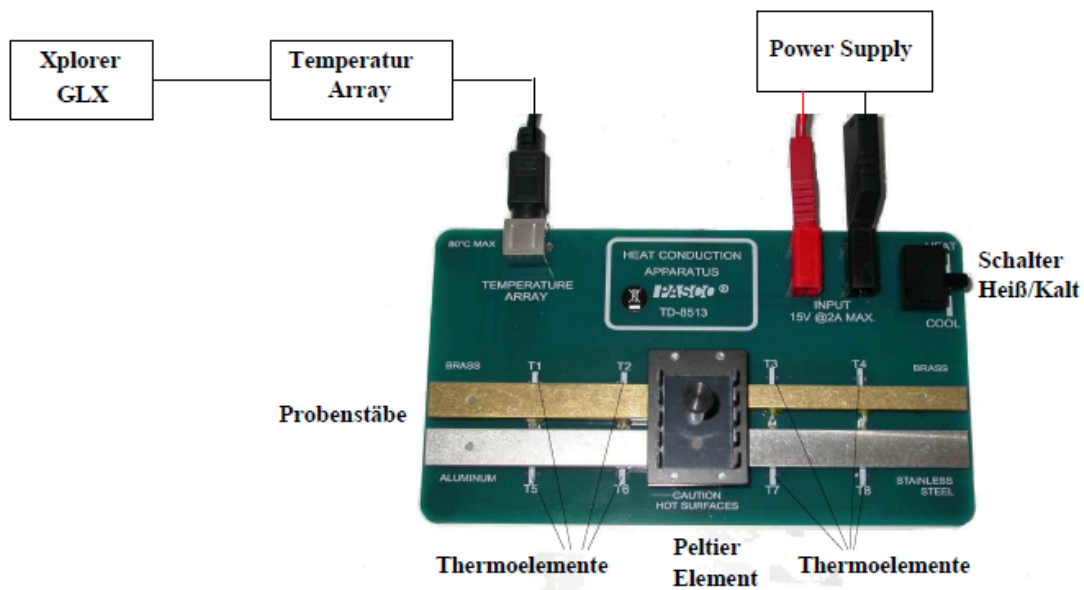


Abbildung 1: Aufbau [1, S. 3]

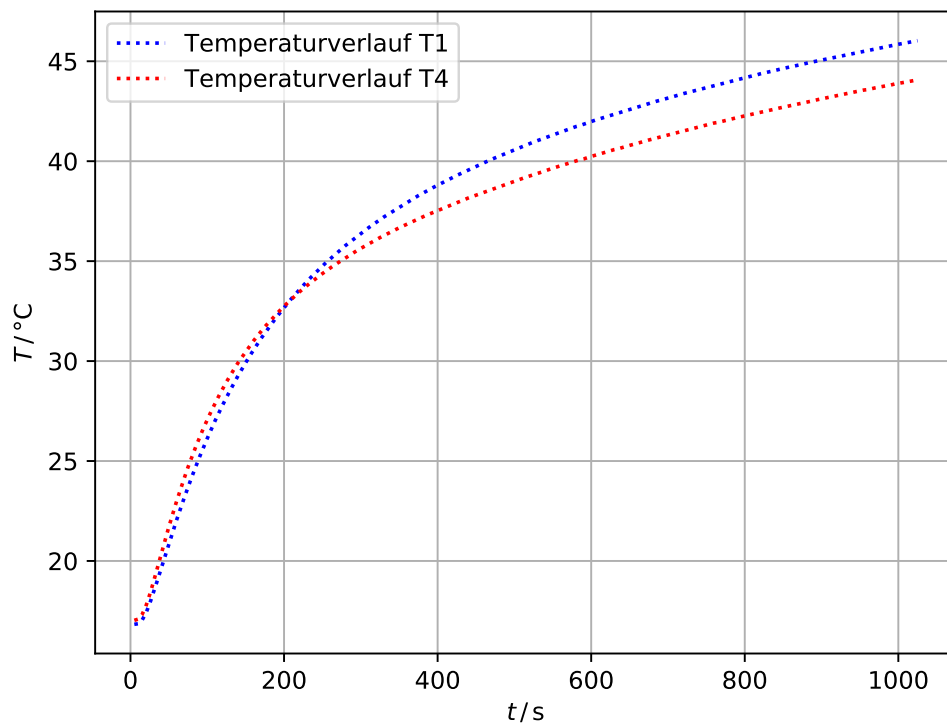
Zunächst wird der in Abbildung 1 zu sehende Aufbau aufgebaut und die Apparatur auf "COOL" gestellt. Ebenso wird der Abstand zwischen den Thermoelementen gemessen. Daraufhin wird kontrolliert, ob der Temperatur-Array alle Sensoren erkennt und die Abtastrate auf 5s eingestellt. Die Isolierungen werden auf die Stäbe gelegt und die Apparatur auf "HEAT" gestellt. Sobald T7 eine Temperatur von 45 °C erreicht, wird die Messung beendet und die Isolierungen entfernt. Nachdem alle Stäbe auf eine Temperatur von 30 °C oder weniger abgekühlt sind, beginnt eine zweite Messreihe. In dieser werden die Metalle über 10 Perioden erhitzt. Dabei wird die Apparatur in einer Periode 40s auf "HEAT" und 40s auf "COOL" gestellt. Die Abtastrate wird dabei auf 2s gestellt. Erreicht ein Metall eine Temperatur von 80 °C bevor die 10 Perioden abgeschlossen sind,

wird die Messung beendet. Ist diese Messung abgeschlossen, wird sie wiederholt. Jedoch mit dem Unterschied, dass die Apparatur in einer Periode nun 200 s auf "HEAT" und 200 s auf "COOL" gestellt wird.

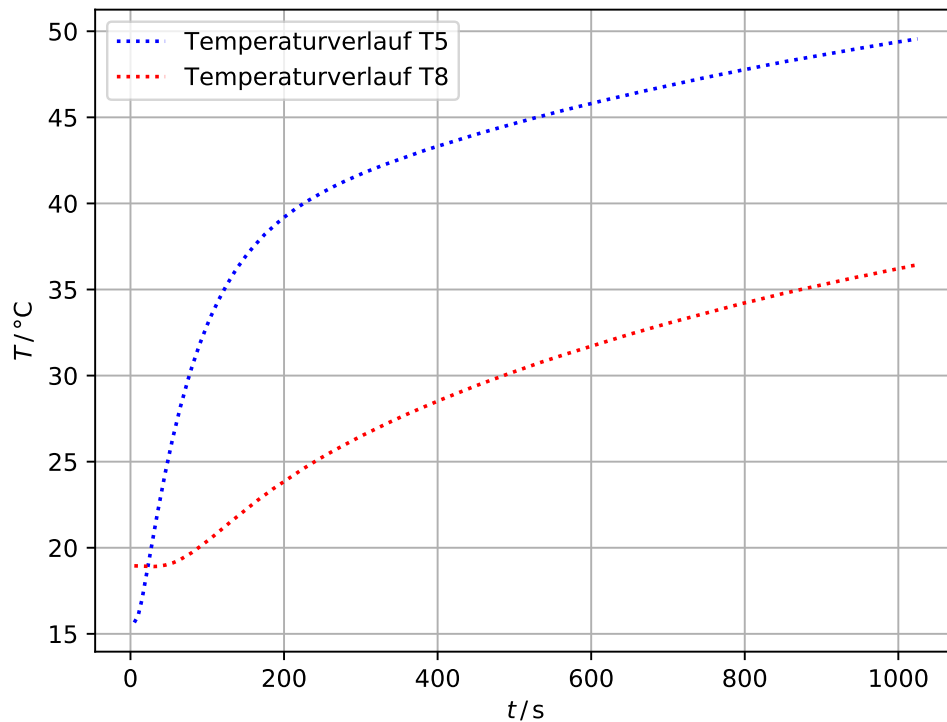
## 4 Auswertung

### 4.1 statische Methode

In den Abbildungen 2 und 3 sind die aufgenommenen Messwerte dargestellt.



**Abbildung 2:**  $T$ - $t$ -Diagramm mit den Temperaturverläufen am breiten (T1) und schmalen (T4) Messingstab



**Abbildung 3:**  $T$ - $t$ -Diagramm mit den Temperaturverläufen am Aluminium- ( $T_5$ ) und Edelstahlstab ( $T_8$ )

Die nach 700 s aufgenommenen Temperaturen betragen

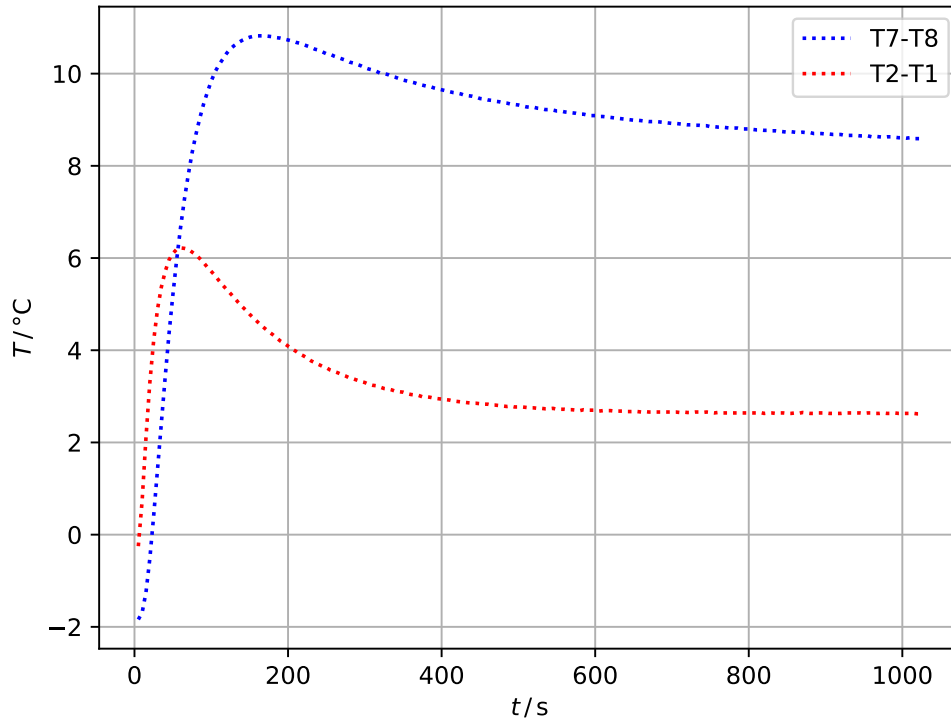
$$T_1 = 43,16 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$T_4 = 41,32 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$T_5 = 46,84 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$T_8 = 33,04 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Die vier Graphen zeigen jeweils einen logarithmischen Verlauf. Der stärkste Anstieg findet dabei in der Zeit bis ungefähr 200 s statt. Dabei streben die Graphen unterschiedlichen Temperaturen zu. Außerdem ist zu erkennen, dass Aluminium die höchste Wärmeleitfähigkeit besitzt und Edelstahl die niedrigste. Desweiteren ist die Wärmeleitung bei größerer Fläche größer, wie beim Vergleich von  $T_1$  und  $T_4$  auffällt. In der Abbildung 4 sind die Temperaturdifferenzen dargestellt.



**Abbildung 4:**  $T$ - $t$ -Diagramm mit den Temperaturdifferenzen am breiten Messingstab ( $T_2 - T_1$ ) und Edelstahlstab ( $T_7 - T_8$ ).

Auffällig ist hier, dass beide Graphen einen zunächst starken Anstieg haben und nach dem Erreichen eines Maximums auf einen konstanten Wert fallen. Der Messingstab erreicht dabei sein Maximum bei 6 °C nach ungefähr 50 s und fällt im Anschluss auf knapp 3 °C. Der Edelstahlstab braucht mit ca. 150 s dreimal so lange, um sein Maximum zu erreichen, das bei über 10 °C liegt. Der konstante Wert, der sich danach einstellt, ist mit knapp 9 °C auch dreimal so hoch wie beim Messingstab. Hieraus lässt sich ebenfalls darauf schließen, dass Edelstahl eine viel geringere Wärmeleitfähigkeit als Messing besitzt, da die Temperaturdifferenzen zwischen den beiden Thermoelementen größer ist. Das heißt, dass die Wärme langsamer transportiert wird.

Mit Gleichung (1) soll für fünf unterschiedliche Zeiten der Wärmestrom  $\Phi = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$  berechnet werden. Die Ergebnisse befinden sich in Tabelle 1. Der Abstand zwischen den Thermoelementen ist  $\Delta x = 30$  cm und die Wärmeleitfähigkeiten [2] von Messing und Edelstahl betragen

$$\kappa_{\text{theo, Messing}} = 109 \frac{\text{W}}{\text{m K}}$$

$$\kappa_{\text{theo, Edelstahl}} = 16 \frac{\text{W}}{\text{m K}}$$

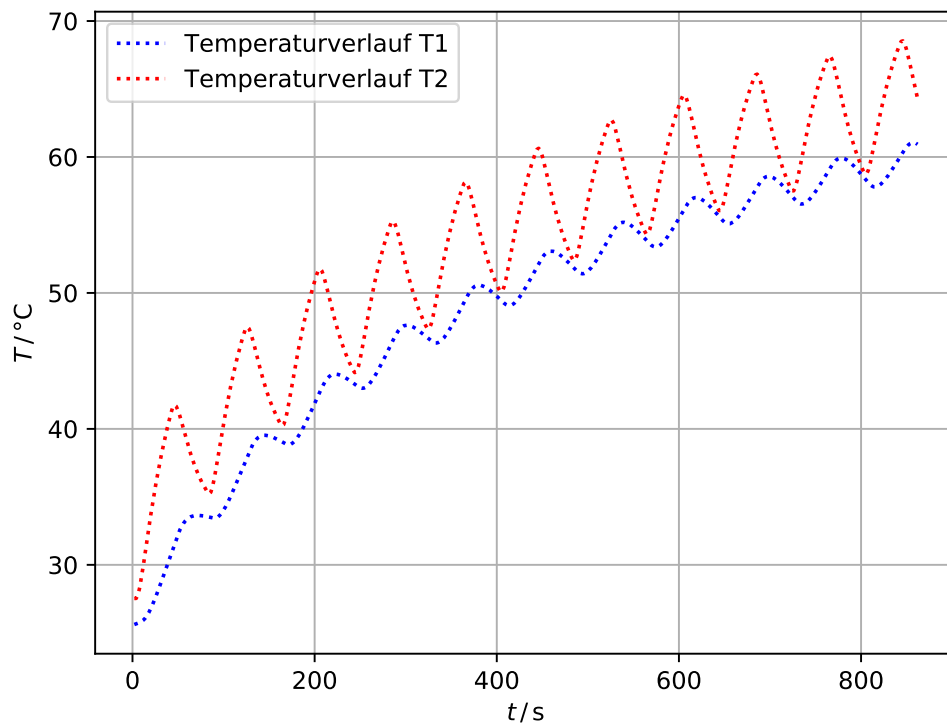
**Tabelle 1:** Wärmestrom von Messing und Edelstahl

$t / s$	$\Phi_{\text{Messing}} / W$	$\Phi_{\text{Edelstahl}} / W$
100	-1,00	-0,25
300	-0,58	-0,26
500	-0,48	-0,24
700	-0,46	-0,23
900	-0,46	-0,22

## 4.2 Dynamische Methode

### 4.2.1 Breiter Messingstab

Die aufgenommenen Messwerte sind in Abbildung 5 aufgetragen.



**Abbildung 5:**  $T$ - $t$ -Diagramm mit den Temperaturverläufen  $T1$  und  $T2$  am breiten Messingstab bei einer Periode von 80 s.

Die daraus bestimmten Amplituden und Phasendifferenzen befinden sich in Tabelle 2.



**Tabelle 2:** Werte zur Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit von Messing

	$A_{\text{nah}} / \text{K}$	$A_{\text{fern}} / \text{K}$	$\Delta t / \text{s}$
	10,3	3,0	18
	10,0	2,9	16
	9,7	3,0	16
	9,7	2,9	16
	9,5	2,7	14
	9,4	2,7	16
	9,5	2,9	16
	9,5	2,9	14
	9,4	2,7	11
	9,4	2,9	14
Mittelwert	$9,64 \pm 0,09$	$2,86 \pm 0,04$	$15,1 \pm 0,6$

Die Mittelwerte errechnen sich dabei aus

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (8)$$

und die Standardabweichungen aus

$$\Delta \bar{x} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (9)$$

Mithilfe von Gleichung (7) und der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung

$$\delta = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial y}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2} \quad (10)$$

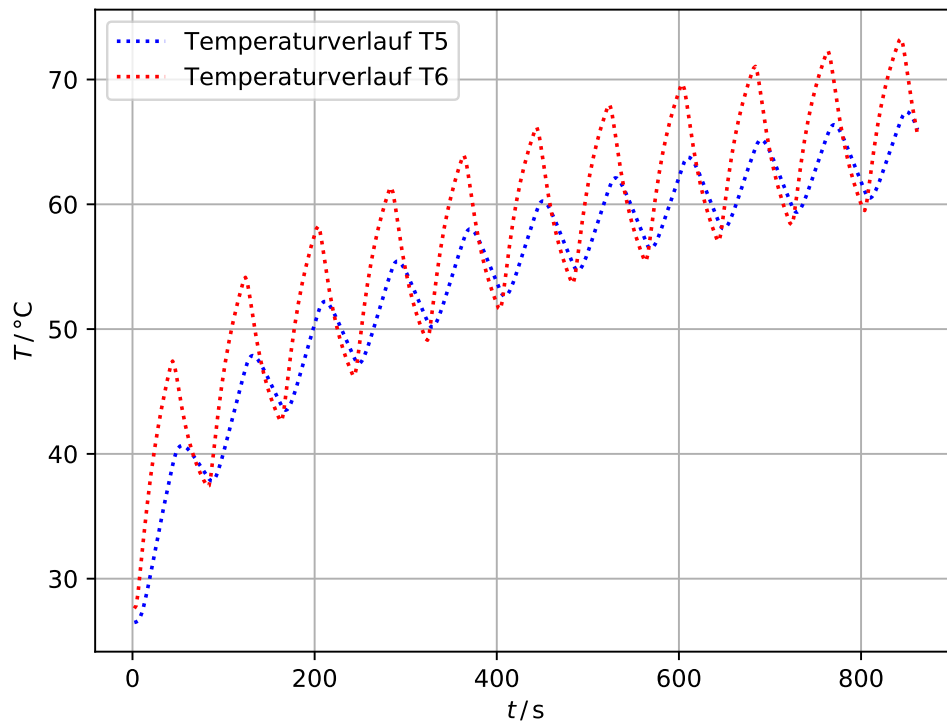
ergibt sich für die Wärmeleitfähigkeit

$$\kappa_{\text{Messing}} = (80,45 \pm 3,40) \frac{\text{W}}{\text{m K}}.$$

Die Abweichung vom Theoriewert  $\kappa_{\text{theo, Messing}} = 109 \text{ W}/(\text{m K})$  beträgt 26,19%.

#### 4.2.2 Aluminiumstab

Die aufgenommenen Messwerte sind in Abbildung 6 aufgetragen.



**Abbildung 6:**  $T$ - $t$ -Diagramm mit den Temperaturverläufen  $T5$  und  $T6$  am Aluminiumstab bei einer Periode von 80 s.

Die daraus bestimmten Amplituden und Phasendifferenzen befinden sich in Tabelle 3.

**Tabelle 3:** Werte zur Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit von Aluminium

	$A_{\text{nah}} / \text{K}$	$A_{\text{fern}} / \text{K}$	$\Delta t / \text{s}$
	13,8	7,3	14
	13,0	6,7	14
	12,9	6,4	14
	12,7	6,4	12
	12,6	6,2	12
	12,6	6,2	12
	12,4	6,2	12
	12,4	6,2	14
	12,4	6,1	12
	12,4	6,1	12
Mittelwert	$12,72 \pm 0,14$	$6,38 \pm 0,12$	$12,8 \pm 0,3$

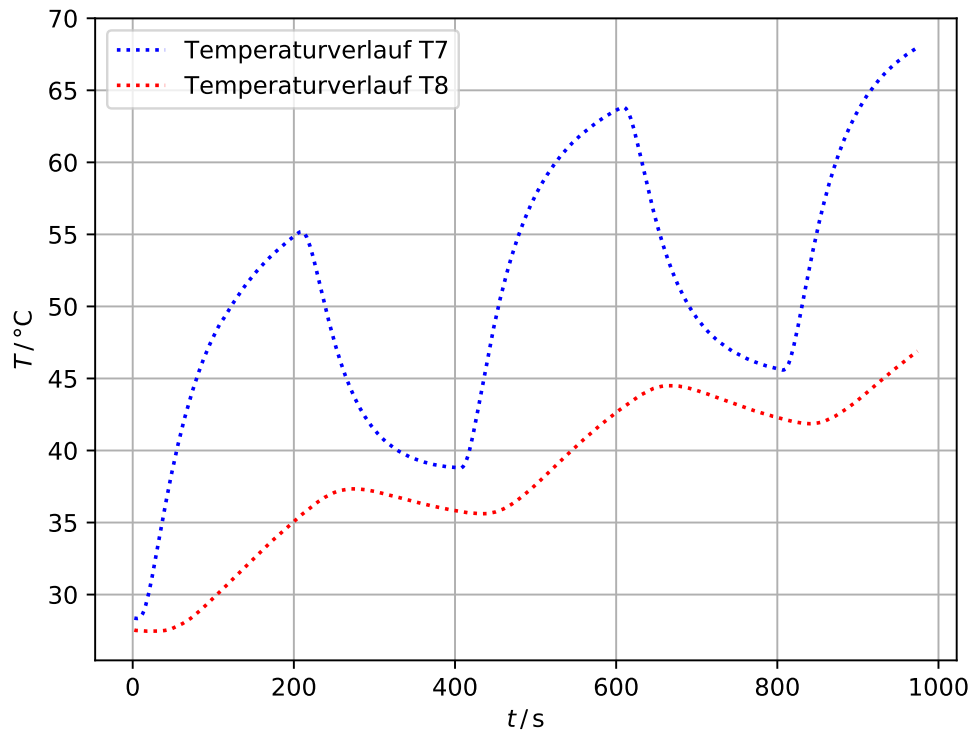
Die Mittelwerte und Standardabweichungen ergeben sich aus den Gleichungen (8) und (9). Mithilfe von Gleichung (7) und der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung (10) ergibt sich für die Wärmeleitfähigkeit

$$\kappa_{\text{Aluminium}} = (118,41 \pm 4,75) \frac{\text{W}}{\text{m K}}.$$

Die Abweichung vom Theoriewert  $\kappa_{\text{theo, Aluminium}} = 205 \text{ W}/(\text{m K})$  [2] beträgt 42,24%.

### 4.2.3 Edelstahlstab

Die aufgenommenen Messwerte sind in Abbildung 7 aufgetragen.



**Abbildung 7:**  $T$ - $t$ -Diagramm mit den Temperaturverläufen  $T7$  und  $T8$  am Edelstahlstab bei einer Periode von 200 s.

Die daraus bestimmten Amplituden und Phasendifferenzen befinden sich in Tabelle 4.

**Tabelle 4:** Werte zur Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit von Edelstahl

	$A_{\text{nah}} / \text{K}$	$A_{\text{fern}} / \text{K}$	$\Delta t / \text{s}$
	22,0	5,4	62
	21,9	5,6	60
Mittelwert	$21,95 \pm 0,05$	$5,50 \pm 0,10$	$61,0 \pm 1,0$

Die Mittelwerte und Standardabweichungen ergeben sich aus den Gleichungen (8) und (9). Mithilfe von Gleichung (7) und der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung (10) ergibt sich für die Wärmeleitfähigkeit

$$\kappa_{\text{Edelstahl}} = (17,06 \pm 0,36) \frac{\text{W}}{\text{m K}}.$$

Die Abweichung vom Theoriewert  $\kappa_{\text{theo, Edelstahl}} = 16 \text{ W}/(\text{m K})$  beträgt 6,63%.

## 5 Diskussion

Bei der statischen Methode gibt es keine Theoriewerte, mit denen die Ergebnisse verglichen werden könnten. Allerdings zeigen die in Kapitel 4.1 aufgenommenen Temperaturen nach 700 s die richtige Tendenz.

Bei der dynamischen Methode liegen die Werte für Messing und Edelstahl im Rahmen der Messungenauigkeiten. Alleine der Wert für Aluminium weicht relativ stark ab. Fehlerquellen liegen hier vor allem in der Auswertung der aufgenommenen Daten, da die Amplituden und Phasendifferenzen abgelesen werden müssen.

## Literatur

- [1] TU Dortmund. *Wärmeleitung von Metallen*. 2017. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/Waermeleitf.pdf>.
- [2] The Engineering ToolBox. *Thermal Conductivity of common Materials and Gases*. 2017. URL: [https://www.engineeringtoolbox.com/thermal-conductivity-d\\_429.html](https://www.engineeringtoolbox.com/thermal-conductivity-d_429.html).