

VERSUCH 602

Röntgenemission und -absorption

Lars Kolk

`lars.kolk@tu-dortmund.de`

Julia Sobolewski

`julia.sobolewski@tu-dortmund.de`

Durchführung: 8.05.2018

Abgabe: 15.05.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel	3
2 Theorie	3
2.1 Erzeugung von Röntgenstrahlung	3
2.1.1 Bremsstrahlung	3
2.1.2 Charakteristisches Spektrum	4
2.2 Absorption	4
3 Aufbau und Durchführung	5
4 Auswertung	6
4.1 Vorbereitung - Theoriewerte	6
4.2 Überprüfung der Bragg-Bedingung	7
4.3 Emissionsspektrum der Kupfer-Röntgenröhre	7
4.3.1 Minimale Wellenlänge	8
4.3.2 Auflösungsvermögen	8
4.3.3 Abschirmkonstanten	9
4.4 Absorptionsspektren	10
4.4.1 Zink	10
4.4.2 Brom	10
4.4.3 Strontium	11
4.4.4 Zirkonium	12
4.4.5 Moseley'sches Gesetz	13
4.4.6 Quecksilber	14
5 Diskussion	15
Literatur	16

1 Ziel

In diesem Versuch sollen das Emissionsspektrum einer Cu-Röntgenröhre und verschiedene Absorptionsspektren aufgenommen und analysiert werden.

2 Theorie

2.1 Erzeugung von Röntgenstrahlung

Röntgenstrahlung kann durch beschleunigte Elektronen, die in ein Material eindringen, erzeugt werden. Dazu werden Elektronen aus einer Glühkathode emittiert und auf eine Anode hin beschleunigt. Dies geschieht in einer evakuierten Röhre, da die Elektronen mit der Luft wechselwirken, wodurch dann keine Röntgenstrahlung erzeugt werden kann. Die Röntgenstrahlung setzt sich aus dem kontinuierlichen Spektrum und der Bremsstrahlung zusammen, die im folgendem näher erleutert werden.

2.1.1 Bremsstrahlung

Fällt ein Elektron in ein Material ein, so kann dieses nah genug an einen Atomkern kommen, um von dessen elektrischen Feld beeinflusst zu werden. Durch die wirkende Coulombkraft wird dann das Elektron abgelenkt und somit abgebremst. Dabei emittiert es einen Röntgenquant mit der Energie ΔE , die der verlorenen Energie des Elektrons entspricht. Das Elektron kann durch die Coulombkraft auch so stark abgebremst werden, dass es seine gesamte kinetische Energie $E = Ue_0$ abgibt, wobei U der Beschleunigungsspannung und e_0 der Ladung des Elektrons entspricht. Somit kann das Elektron beliebig viele Energieportionen abgeben, weshalb das Bremsspektrum kontinuierlich ist. Ein schematischer Verlauf des Bremsspektrums ist in Abbildung 1 zu sehen. Ein Röntgenquant

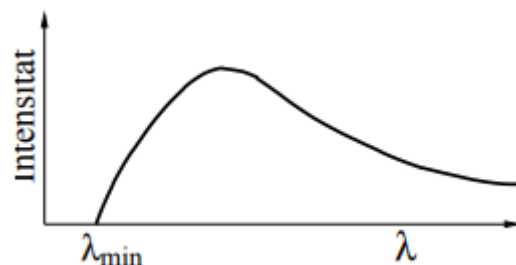


Abbildung 1: Verlauf des Bremsspektrums [2, S. 1]

verfügt über die minimale Wellenlänge λ_{\min} , wenn das Elektron seine gesamte kinetische Energie abgegeben hat. Für sie lässt sich folgender Zusammenhang aufstellen:

$$\lambda_{\min} = \frac{h \cdot c}{e_0 \cdot U} \quad (1)$$

2.1.2 Charakteristisches Spektrum

Ionisiert ein Elektron das Material so, dass Leerstellen in einer inneren Schalen n entstehen, fällt ein Elektron aus einer höheren Schale m in diese Leerstelle und emittiert dabei einen Röntgenquant. Dieser verfügt dann über die Energie

$$h \cdot \nu = E_m - E_n, \quad (2)$$

weshalb das charakteristische Spektrum aus scharfen Linien besteht. Diese werden mit ξ_i bezeichnet. Dabei gibt ξ an, auf welcher Schale (K, L, M..) der Übergang endet. Im Index werden für i griechische Buchstaben (α, β, \dots) verwendet. Diese geben Auskunft über die Herkunft des Elektrons. Die Feinstruktur der Linien, also dass jede Linie aus vielen, nahe beieinander liegenden Linien besteht, lässt sich damit erklären, dass die Elektronen aufgrund ihres Bahndrehimpulses und ihres Elektronenspins unterschiedliche Energien besitzen. Unter Berücksichtigung, dass Hüllenelektronen und die Wechselwirkungen zwischen den Elektronen generell das zu betrachtende Elektron vom Kern abschirmen, kann die Energie eines Elektrons wie folgt beschrieben werden:

$$E_N = -R_\infty z_{\text{eff}}^2 \cdot \frac{1}{N^2}. \quad (3)$$

($R_\infty = 13,6 \text{ eV} \hat{=}$ Rydbergenergie, $z_{\text{eff}} = z - \sigma$, σ = Abschirmungskonstante)

2.2 Absorption

Bei der Absorption von Röntgenstrahlung sind bei Energien von bis zu 1 MeV der Photoeffekt und Comptoneffekt die dominierenden Prozesse. Wie in Abbildung 2 zu sehen ist, nimmt der Absorptionskoeffizient bei zunehmender Energie ab.

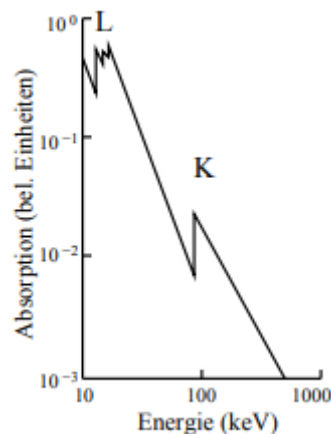


Abbildung 2: Schematischer Verlauf des Energie-Absorptions-Graphen [2, S. 2]

Die in Abbildung 2 zu erkennende sprunghafte Steigung tritt immer dann auf, wenn die Photonenenergie gerade größer ist als die Bindungsenergie eines Elektrons aus der

nächsten inneren Schale. Dieser sprunghafte Anstieg wird auch als Absorptionskante bezeichnet. Im Vergleich mit der Absorptionsenergie

$$h\nu_{\text{abs}} = E_n - E_{\infty} \quad (4)$$

mit der Bindungsenergie eines Elektrons fällt auf, dass diese nahezu identisch sind. Bei Betrachtung der Feinstruktur können 3 L-Kanten (L_I , L_{II} , L_{III}) beobachtet werden. Aufgrund der hier im Versuch verwendeten Technik, kann jedoch die L_I -Kante nicht von der L_{II} -Kante getrennt werden, wodurch nur 2 Kanten erkennbar sind. Wird die Feinstruktur jedoch berücksichtigt, muss die Bindungsenergie eines Elektrons mit der Sommerfeldschen Feinstrukturformel beschrieben werden:

$$E_{n,j} = -R_{\infty} \left(\frac{z_{\text{eff},1}^2}{n^2} + \frac{\alpha^2 z_{\text{eff},2}^4}{n^3} \left(\frac{1}{J + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} \right) \right) \quad (5)$$

(α = Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante, J = Gesamtdrehimpuls)

Vereinfacht kann durch Bestimmung der Energiedifferenz ΔL zweier L-Kanten kann die Abschirmkonstante σ_L bestimmt werden. Für diese gilt:

$$\sigma_L = Z - \left(\frac{4}{\alpha} \sqrt{\frac{\Delta E_L}{R_{\infty}}} - \frac{5\Delta E_L}{R_{\infty}} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{19}{32} \alpha^2 \frac{\Delta E_L}{R_{\infty}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

($\Delta E_L = E_{II} - E_{III}$, Z : Ordnungszahl)

Bei bekannter Gitterkonstante kann die Energie E auch mithilfe der Bragg-Reflexion experimentell bestimmt werden. Fällt Röntgenstrahlung auf ein dreidimensionales Gitter, so wird die Strahlung an den Atomen gebeugt. Der Glanzwinkel θ , bei dem konstruktive Interferenz auftritt, kann mithilfe der Bragg'schen Bedingung

$$2d \sin \theta = n\lambda \quad (7)$$

bestimmt werden.

3 Aufbau und Durchführung

In diesem Versuch wird die Apparatur aus Abbildung 3 verwendet. Nachdem überprüft wurde, ob sich die 1 mm-Blende und der LiF-Kristall in den jeweiligen Halterungen befinden und ob die Schlitzblende waagrecht zur Drehrichtung ist, wird das zum Röntgenerät passende Programm gestartet. Im Programm wird daraufhin unter *measure* im Menüpunkt *Messgeräte* das Röntgenerät angewählt. Für die im folgendem beschreibenden Messungen muss für die Beschleunigungsspannung 35 kV und für den Emissionsstrom 1 mA gewählt werden.

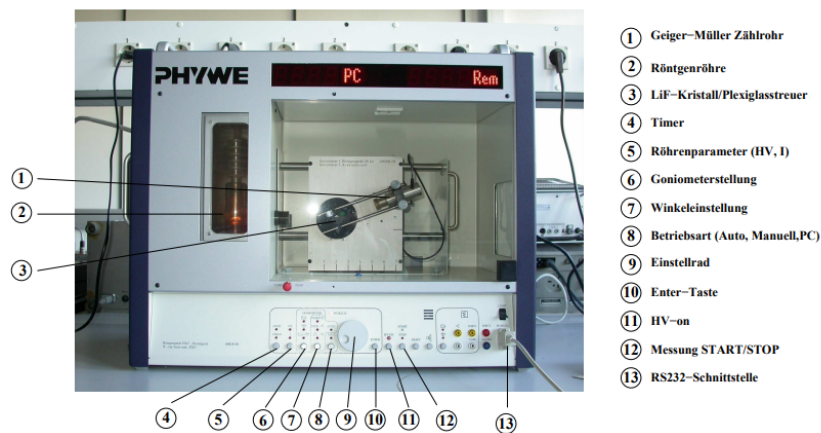


Abbildung 3: Röntgengerät [2, S. 4]

In der ersten Messung wird zunächst die Braggbedingung überprüft. Dazu wird der LiF-Kristall auf einen festen Winkel $\phi = 14^\circ$ eingestellt. Daraufhin wird mithilfe des Geiger-Müller Zählrohrs die Röntgen-Intensität im Bereich $26^\circ \leq \alpha_{\text{GM}} \leq 30^\circ$ mit einem Winkelzuwachs von $\Delta\alpha = 0,1^\circ$ gemessen. Für die Integrationszeit wird hier $\Delta t = 20 \text{ s}$ gewählt.

In der darauf folgenden Messung wird das Emissionsspektrum einer Cu-Röntgenröhre untersucht. Dazu wird im Programm der 2 : 1 Koppelmodus gewählt und im Winkelbereich $4^\circ \leq \alpha \leq 26^\circ$ die Röntgenspektrum in $0,2^\circ$ -Schritten gemessen. Für die Integrationszeit wird hier $\Delta t = 5 \text{ s}$ gewählt.

In der nun beschriebenen Messreihe werden Absorptionsspektren untersucht. Dazu wird ein Absorber vor das Geiger-Müller Zählrohr gesetzt und das Absorptionsspektrum in $0,1^\circ$ -Schritten in einem geeigneten Bereich gemessen. Die Messzeit soll hier $\Delta t = 20 \text{ s}$ betragen. Dies soll für 4 weitere Materialien mit einer Ordnungszahl von $30 \leq Z \leq 50$ wiederholt werden. Ebenso soll dies für ein Material mit Ordnungszahl $Z \geq 70$ wiederholt werden.

4 Auswertung

4.1 Vorbereitung - Theoriewerte

- Energien der K_α -Linie und K_β -Linie für Kupfer [1, S. 5]
 - $E_\alpha = 8,05 \text{ keV}$
 - $E_\beta = 8,91 \text{ keV}$
- Energien der K-Kanten verschiedener Elemente [3]
 - Zink: $E_K = 9,65 \text{ keV}$
 - Brom: $E_K = 13,48 \text{ keV}$
 - Strontium: $E_K = 16,12 \text{ keV}$

- Zirkonium: $E_K = 18,01 \text{ keV}$
- Energien der L_{II} - und L_{III} - Kante von Quecksilber [4]
 - $E_{\text{II}} = 14,21 \text{ keV}$
 - $E_{\text{III}} = 12,30 \text{ keV}$

4.2 Überprüfung der Bragg-Bedingung

Die Messwerte sind in Abbildung 4 aufgetragen.

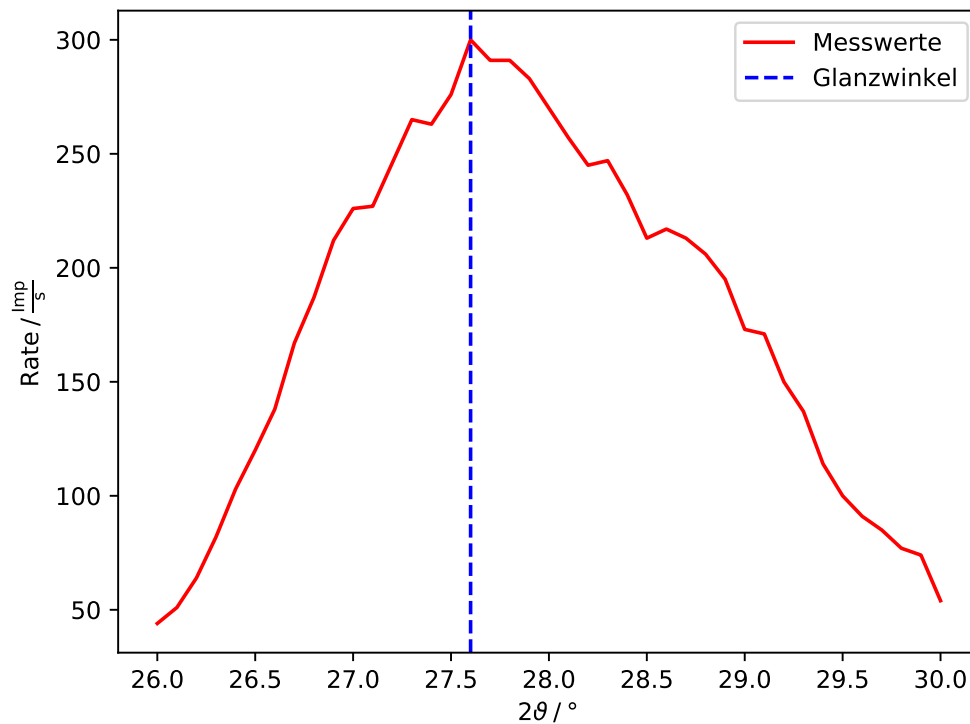


Abbildung 4: Plot zur Bestimmung des Glanzwinkels

Das Maximum liegt bei $\vartheta = 13,8^\circ$. Die Abweichung vom Theoriewert $\vartheta_{\text{theo}} = 14^\circ$ beträgt 1,43%.

4.3 Emissionsspektrum der Kupfer-Röntgenröhre

Die aufgenommenen Messwerte sind in Abbildung 5 aufgetragen.

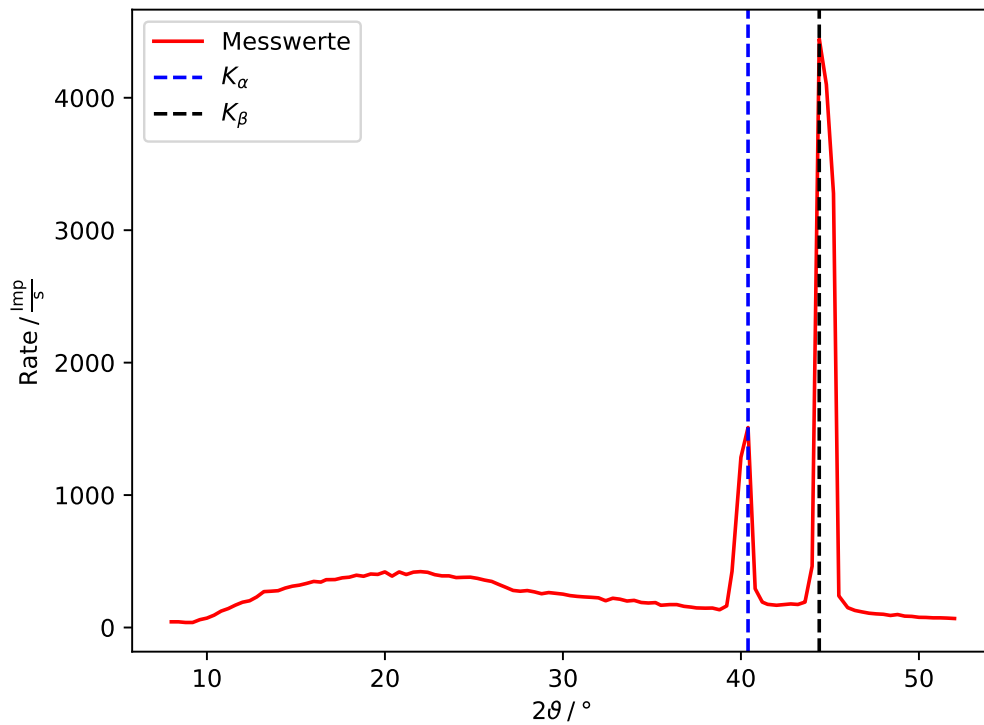


Abbildung 5: Das aufgetragene Emissionsspektrum

4.3.1 Minimale Wellenlänge

Die minimale Wellenlänge liegt hier bei ca.

$$\vartheta_{\min} = 4,8^\circ$$

$$\lambda_{\min} = 3,37 \cdot 10^{-11} \text{ m.}$$

Der Theoriewert ergibt sich aus Gleichung 1 und beträgt

$$\lambda_{\min, \text{theo}} = 3,54 \cdot 10^{-11} \text{ m.}$$

Es ergibt sich eine Abweichung von 4,85%.

4.3.2 Auflösungsvermögen

Die Auflösung ergibt sich aus der Halbwertsbreite der beiden Peaks. Die beiden Winkel bei denen die Intensität auf die Hälfte ihres Maximums abgesunken ist, sind bei der K_α -Linie

$$\vartheta_{\alpha,1} = 22,10^\circ$$

$$\vartheta_{\alpha,2} = 22,645^\circ.$$

Bei der K_β -Linie sind es

$$\vartheta_{\beta,1} = 19,875^\circ$$

$$\vartheta_{\beta,2} = 20,311^\circ.$$

Für die Halbwertsbreiten ergibt somit

$$\Delta E_\alpha = 186,91 \text{ eV}$$

$$\Delta E_\beta = 186,40 \text{ eV}.$$

Im Mittel nach Gleichung (8) und (9) ergibt sich

$$\Delta E = (186,66 \pm 0,25) \text{ eV}.$$

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (8)$$

$$\Delta \bar{x} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (9)$$

Wobei die Angabe der Standardabweichung an dieser Stelle weggelassen werden, da da Auflösungsvermögen bereits eine Angabe der Messungenauigkeit darstellt.

4.3.3 Abschirmkonstanten

Die aus Abbildung 5 abgelesenen Winkel für die K_α - und K_β -Linie betragen

$$\vartheta_\alpha = 22,2^\circ$$

$$\vartheta_\beta = 20,2^\circ.$$

Daraus ergeben sich die Energien

$$E_\alpha = 8146,44 \text{ eV}$$

$$E_\beta = 8914,20 \text{ eV}$$

Die Abschirmzahlen lassen sich wie folgt bestimmen

$$\sigma_1 = Z_{\text{Cu}} - \sqrt{\frac{E_\beta}{R_\infty}} = 3,40 \quad (10)$$

$$\sigma_2 = Z_{\text{Cu}} - 2\sqrt{(Z_{\text{Cu}} - \sigma_1)^2 - \frac{E_\alpha}{R_\infty}} = 13,98 \quad (11)$$

Die Theoriewerte sind

$$\sigma_1 = 3,41$$

$$\sigma_2 = 13,06$$

Der Wert für σ_1 weicht um 0,18% und der Wert für σ_2 um 7,01% vom jeweiligen Literaturwert ab.

4.4 Absorptionsspektren

4.4.1 Zink

Die aufgenommenen Messwerte sind in Abbildung 6 aufgetragen.

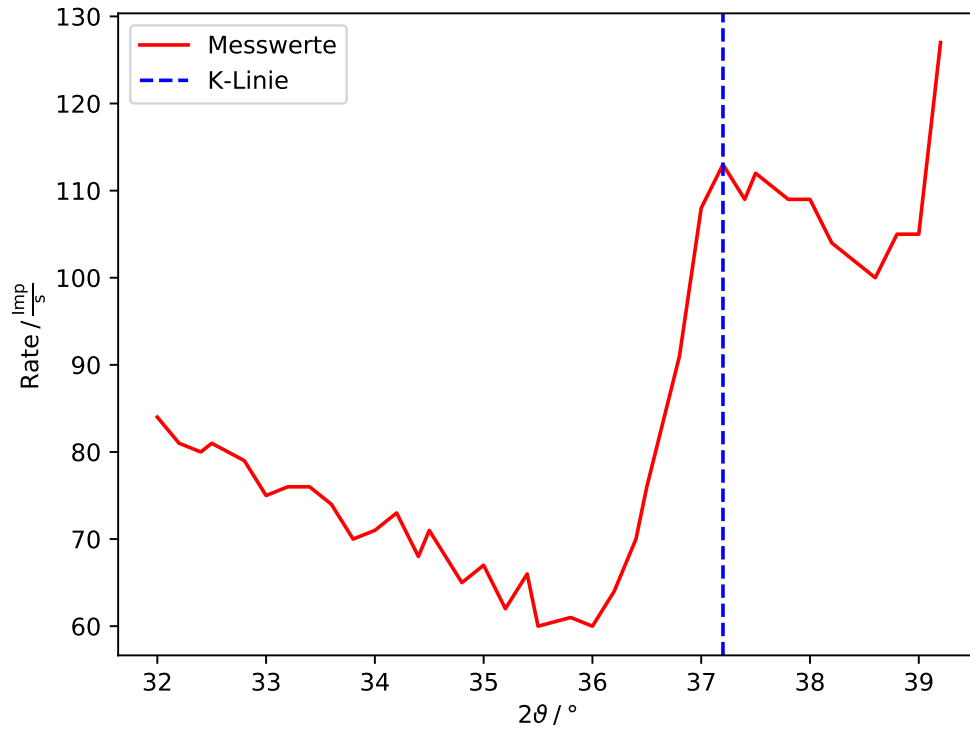


Abbildung 6: Aufgetragenes Absorptionsspektrum von Zink

Der aus dem Graphen bestimmte Winkel ist $\vartheta_{\text{Zink}} = 18,6^\circ$. Der daraus folgende Energiewert beträgt $E_{\text{Zink}} = 9,65 \text{ keV}$. Die sich daraus ergebende Abschirmkonstante ist

$$\sigma_{\text{Zink}} = 3,368$$

Die Abweichung vom Theoriewert $\sigma_{\text{Zink, theo}} = 3,37$ liegt bei 0,07%.

4.4.2 Brom

Die aufgenommenen Messwerte sind in Abbildung 7 aufgetragen.

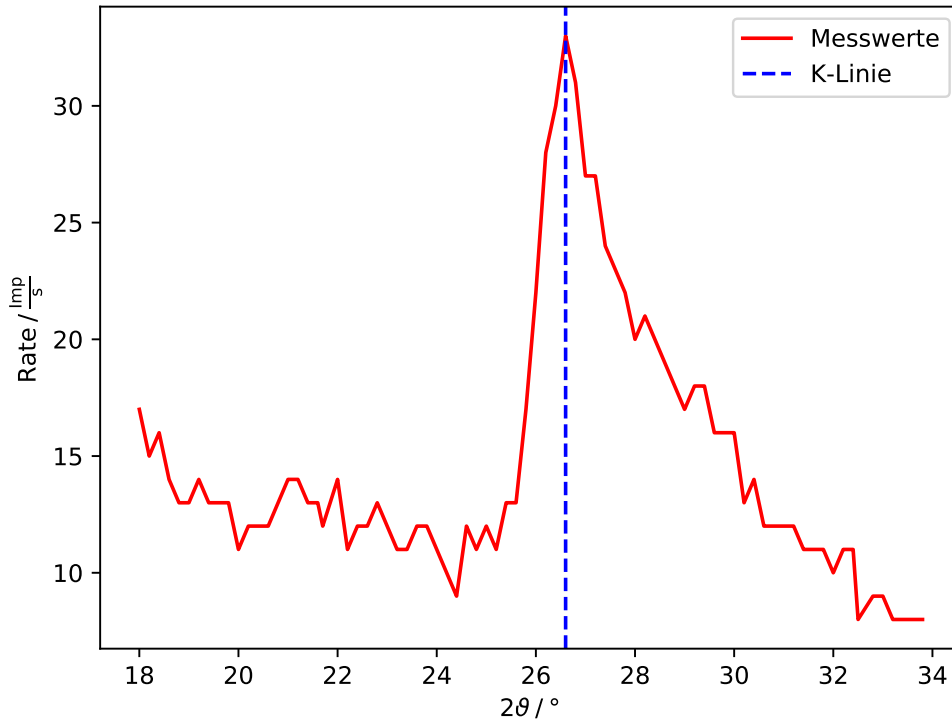


Abbildung 7: Aufgetragenes Absorptionsspektrum von Brom

Der aus dem Graphen bestimmte Winkel ist $\vartheta_{\text{Brom}} = 13,3^\circ$. Der daraus folgende Energiewert beträgt $E_{\text{Brom}} = 13,38 \text{ keV}$. Die sich daraus ergebende Abschirmkonstante ist

$$\sigma_{\text{Brom}} = 3,64$$

Die Abweichung vom Theoriewert $\sigma_{\text{Brom, theo}} = 3,52$ liegt bei 3,43%.

4.4.3 Strontium

Die aufgenommenen Messwerte sind in Abbildung 8 aufgetragen.

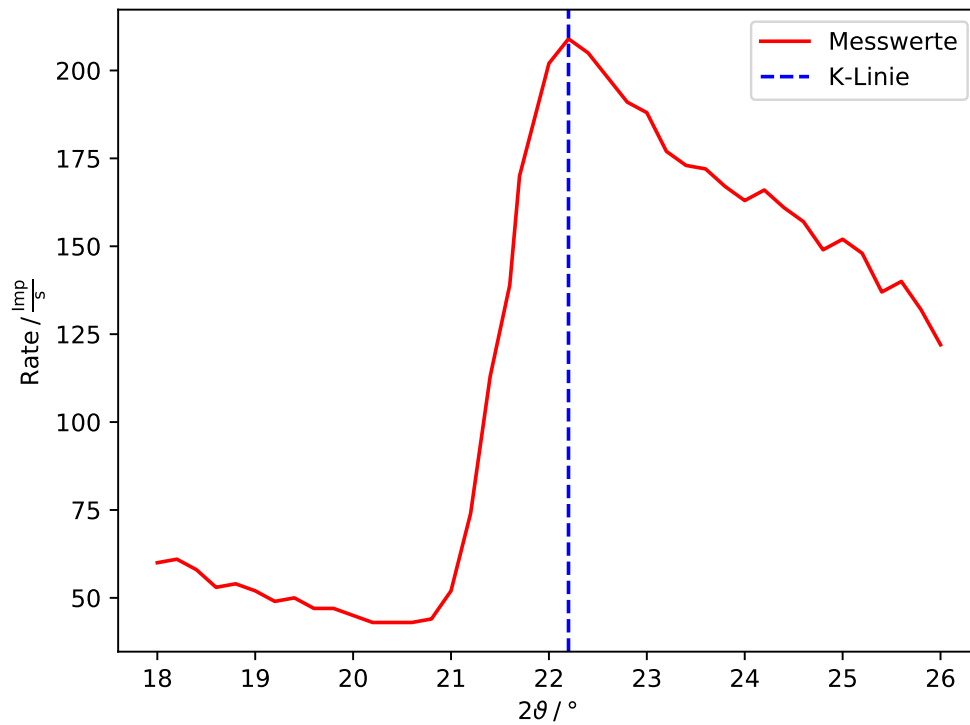


Abbildung 8: Aufgetragenes Absorptionsspektrum von Strontium

Der aus dem Graphen bestimmte Winkel ist $\vartheta_{\text{Strontium}} = 11,1^\circ$. Der daraus folgende Energiewert beträgt $E_{\text{Strontium}} = 15,99 \text{ keV}$. Die sich daraus ergebende Abschirmkonstante ist

$$\sigma_{\text{Strontium}} = 3,72$$

Die Abweichung vom Theoriewert $\sigma_{\text{Strontium, theo}} = 3,58$ liegt bei 3,92%.

4.4.4 Zirkonium

Die aufgenommenen Messwerte sind in Abbildung 9 aufgetragen.

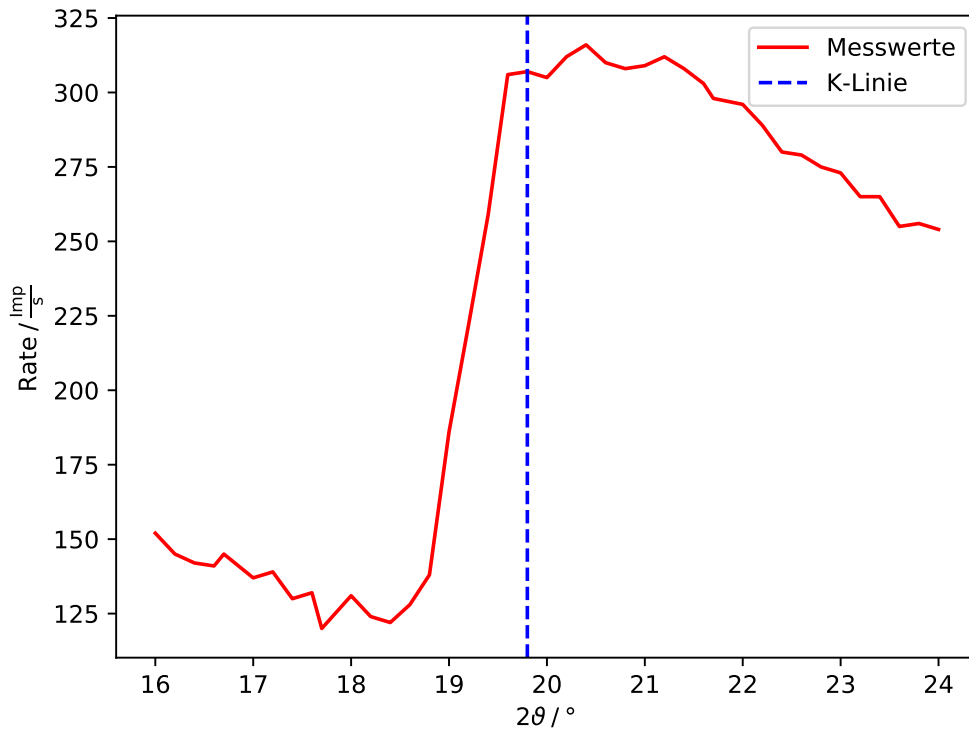


Abbildung 9: Aufgetragenes Absorptionsspektrum von Zirkonium

Der aus dem Graphen bestimmte Winkel ist $\vartheta_{\text{Zirkonium}} = 9,9^\circ$. Der daraus folgende Energiewert beträgt $E_{\text{Zirkonium}} = 17,90 \text{ keV}$. Die sich daraus ergebende Abschirmkonstante ist

$$\sigma_{\text{Zirkonium}} = 3,73$$

Die Abweichung vom Theoriewert $\sigma_{\text{Zirkonium, theo}} = 3,62$ liegt bei 2,91%.

4.4.5 Moseley'sches Gesetz

In Graph 10 sind die Wurzeln der in Kapitel 4.4.1 bis 4.4.4 bestimmten Energien gegen die Quadrate der jeweiligen Ordnungszahl aufgetragen.

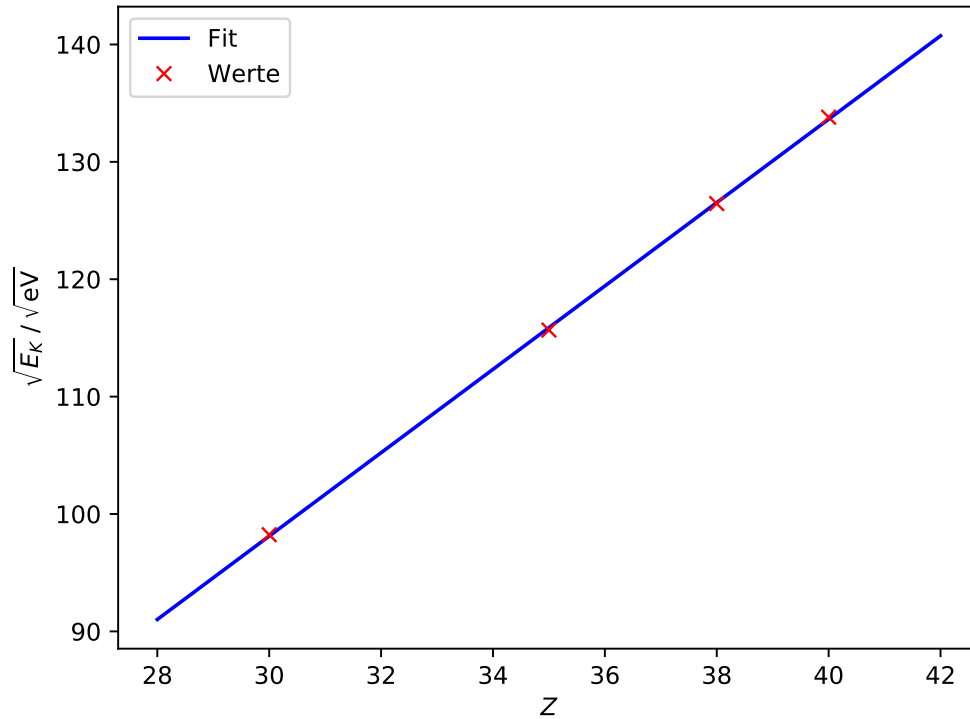


Abbildung 10: $\sqrt{E_K}$ - Z^2 -Diagramm zur Bestimmung der Rydberg-Energie

Mithilfe einer linearen Regression $f(x) = ax + b$ und der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung (12) lässt sich die Rydberg-Energie zu

$$R_\infty = a^2 = (12,61 \pm 0,20) \text{ eV}$$

bestimmen.

$$\delta = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2}. \quad (12)$$

Die Abweichung vom Literaturwert beträgt 7,29%

4.4.6 Quecksilber

Die aufgenommenen Messwerte sind in Abbildung 11 aufgetragen.

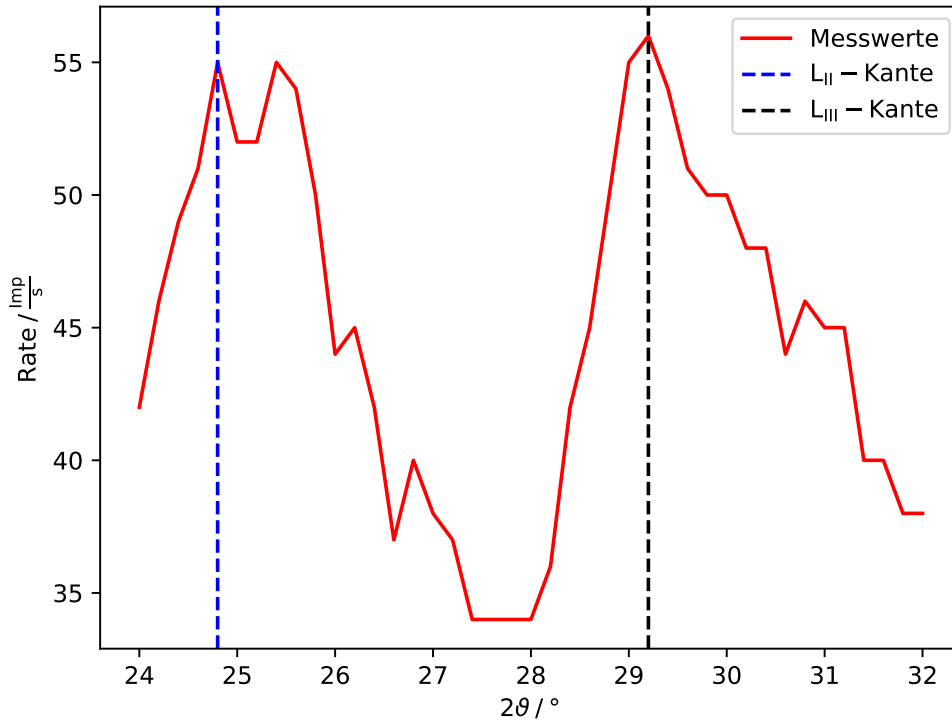


Abbildung 11: Aufgetragenes Absorptionsspektrum von Quecksilber

Die mithilfe von Abbildung 11 bestimmten Energien der L_{II} - und L_{III} -Kante liegen bei

$$\vartheta_{II} = 12,4^\circ$$

$$\vartheta_{III} = 14,6^\circ$$

und betragen

$$E_{II} = 14,33 \text{ keV}$$

$$E_{III} = 12,21 \text{ keV}.$$

Die Abschirmkonstante σ_L wird mit Gleichung (6) bestimmt. Dabei ist $\Delta E = E_{II} - E_{III}$. Das Ergebnis ist

$$\sigma_L = 1,92.$$

Der Theoriewert liegt bei $\sigma_{L, \text{theo}} = 4,24$. Die Abweichung beträgt 54,77%.

5 Diskussion

Kapitel 4.2 zeigt, dass bei allen Messungen ein systematischer Fehler vorliegt, da das Intensitätsmaximum nicht exakt bei $\vartheta = 14^\circ$ liegt. Die Auswertung per Hand stellt einen

weitere Unsicherheit dar, die die Ergebnisse maßgeblich beeinflussen kann. Insgesamt sind die Abweichungen alle sehr gering. Einzig und allein die Abschirmkonstante σ_L in Kapitel 4.4.6 weicht mit 54,77% sehr stark vom Theoriewert ab. Dies liegt vermutlich daran, dass zur Berechnung dieser Größe zwei abgelesene Werte benötigt werden, wohingegen sonst nur ein abgelesener Wert einfließt.

Literatur

- [1] LD Didactic. *Untersuchung der charakteristischen Spektren in Abhängigkeit von der Ordnungszahl des Elements: K-Linien*. 2018. URL: https://www.ld-didactic.de/literatur/hb/d/p6/p6354_d.pdf.
- [2] TU Dortmund. *Röntgenemission und -absorption*. 2018. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/RoentgenAbs.pdf>.
- [3] ESRF - European Synchrotron Radiation Facility. *X-RAY EDGE ENERGIES*. 2018. URL: <http://www.esrf.eu/UsersAndScience/Experiments/StructMaterials/ID11/ID11UserGuide/ID11Edges>.
- [4] Dr. Steffen Thomas. *Wellenlängen und Anregungsenergien von K- und L-Absorptionskanten*. 2018. URL: <https://wissen.science-and-fun.de/tabellen-fur-spektroskopiker/wellenlaengen-und-anregungsenergien-von-k-und-l-absorptionskanten/>.