

VERSUCH 504

Thermische Elektronenemission

Lars Kolk

lars.kolk@tu-dortmund.de

Julia Sobolewski

julia.sobolewski@tu-dortmund.de

Durchführung: 10.04.2018

Abgabe: 17.04.2018

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel	3
2	Theorie	3
2.1	Austrittsarbeit und Richardson-Gleichung	3
2.2	Hochvakuum-Diode	4
2.3	Die Langmuir-Schottkysche Raumladungsgleichung	5
2.4	Das Anlaufstromgebiet einer Hochvakuumdiode	5
2.5	Kennlinie der Hochvakuum-Diode	6
3	Aufbau und Durchführung	7
4	Auswertung	8
4.1	Bestimmung des Sättigungsstroms	8
4.2	Bestimmung des Exponenten im Langmuir-Schottkyschen Gesetz für die höchste Heizleistung	10
4.3	Bestimmung der Kathodentemperatur über das Anlaufstromgebiet	11
4.4	Bestimmung der Kathodentemperatur mithilfe der Heizleistung	13
4.5	Berechnung der Austrittsarbeit	14
5	Diskussion	15
	Literatur	15

1 Ziel

In diesem Versuch soll der glühelektrische Effekt in Abhängigkeit der Temperatur untersucht werden.

2 Theorie

2.1 Austrittsarbeit und Richardson-Gleichung

Metalle weisen in der Regel eine Kristallstruktur auf, aufgrund derer sie eine hohe elektrische Leitfähigkeit aufweisen. Diese rührt daher, dass die Atome im Kristallgitter fast alle ausnahmslos ionisiert vorliegen, sodass sich in deren gemeinsamen Kraftfeld Elektronen frei bewegen können, die sogenannten Leitelekttronen. Da das durch die Ladungen verursachte Gitterpotential an den Gitterpunkten hohe Werte annimmt, abseits dieser jedoch nahezu unverändert ist, kann dieses grob als konstant genähert werden. Somit befindet sich innerhalb des Metalls ein positives Gitterpotential, welches sich durch den Betrag ϕ vom äußeren Potential unterscheidet. Es liegt ein sogenannter Potentialtopf vor, der in Abbildung 1 dargestellt ist.

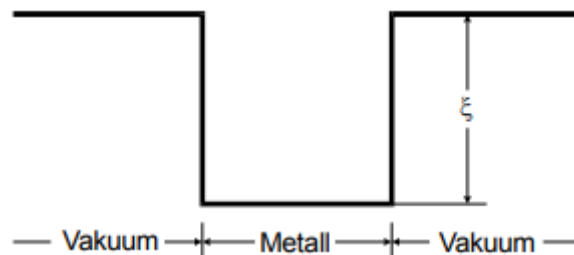


Abbildung 1: Darstellung eines Potentialtopfs [1, S. 93]

Wenn ein Elektron dieses Potentialtopf verlassen will, muss dieses die Austrittsarbeit $e_0\zeta$ aufbringen. Dabei ist e_0 die Elementarladung und ζ die fermische Grenzenergie. Letztere gibt die Maximalenergie der Elektronen bei $T = 0$ in Abhängigkeit der Elektronendichte an. Ebenso gilt bei Raumtemperatur $\zeta \gg kT$. Auf die Frage ob ein Elektron die Metalloberfläche spontan verlassen kann, gibt die Quantenmechanik folgende Einschränkungen:

- Elektronen können nur diskrete Energiewerte annehmen
- Die Elektronen unterliegen in diesem Fall dem Pauli-Verbot, das heißt, dass jeder Energiezustand nur mit 2 Elektronen mit entgegengesetzten Spin besetzt werden kann.

Daraus folgt, dass Elektronen auch beim absoluten Nullpunkt eine endliche Energie aufweisen. Wie wahrscheinlich es ist, dass ein Energiezustand im thermische Gleichgewicht besetzt wird, gibt die Fermi-Diracsche Verteilungs-Funktion (1) an.

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E-\zeta}{kT}\right) + 1} \quad (1)$$

Der Kurvenverlauf ist in Abbildung 2 zu sehen.

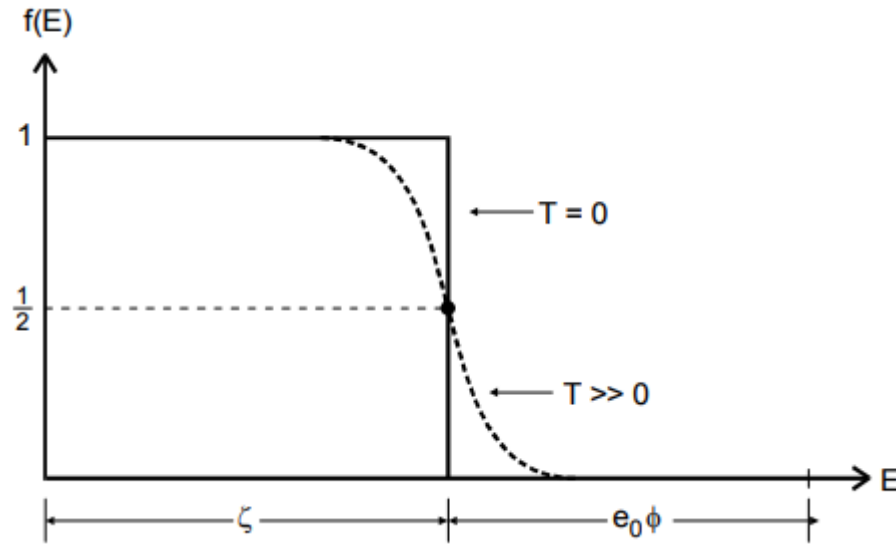


Abbildung 2: Der Verlauf der Fermi-Dirac'schen Verteilungsfunktion am absoluten Nullpunkt (durchgezogene Linie) und bei $T \gg 0$ (gestrichelte Linie) [1, S. 94]

Es ist zu erkennen, dass eine Energie von $\zeta + e_0\phi$ nötig ist, damit ein Elektron die Metalloberfläche verlassen kann. Experimentelle Beobachtungen haben ergeben, dass für so einen Fall auch beim Schmelzpunkt von Wolfram noch $e_0\phi \gg kT$ gilt, weshalb (1) genähert werden kann:

$$f(E) \approx \exp\left(\frac{\zeta - E}{kT}\right) \quad (2)$$

Die Menge der Elektronen $d\alpha$ aus dem Volumenelement des Impulsraums wird durch

$$d\alpha = v_z n(E) dp_x dp_y dp_z \quad (3)$$

$$(v_z = \text{Geschwindigkeit der Elektronen zur Oberflächennormalen, } n(E) = \frac{2}{h^3} f(E))$$

beschrieben. Mithilfe der kinetischen Energie kann mit (3) die Richardson-Gleichung hergeleitet werden:

$$J_S = \frac{4\pi e_0 m_0 k^2}{h^3} T^2 \exp\left(-e_0 \frac{\phi}{kT}\right). \quad (4)$$

(h = Planck'sches Wirkungsquantum)

Diese beschreibt die Stromdichte der austretenden Elektronen.

2.2 Hochvakuum-Diode

Da Elektronen mit Gasen in der Luft wechselwirken können und dies die Messungen verfälschen könnte, wird der Sättigungsstrom im Hochvakuum gemessen. Ebenso werden

die Elektronen nach Austritt aus der Metalloberfläche mithilfe des elektrischen Feldes einer Anode abgesogen. Die Hochvakuum-Diode ist in Abbildung 3 dargestellt.

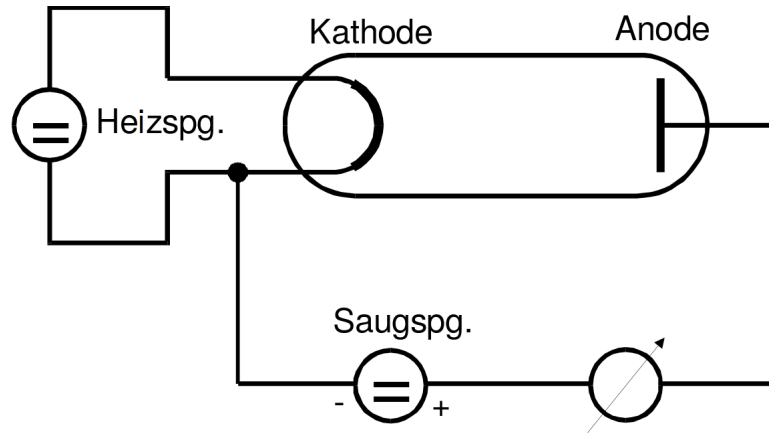


Abbildung 3: Grundsätzliche Beschaltung einer Hochvakuum-Diode [1, S. 96]

2.3 Die Langmuir-Schottkysche Raumladungsgleichung

Elektronen werden zur Anode hin beschleunigt, wodurch die Geschwindigkeit v der Elektronen nicht konstant ist. Daher folgt aus $I = \rho v = \text{const.}$, dass die Raumladungsdichte ρ zur Anode hin abnehmen muss. Aufgrund der hohen Raumladung an der Kathode erreichen die Feldlinien der Anode nicht alle austretenden Elektronen, weshalb der gemessene Diodenstrom kleiner als der zu erwartende Sättigungsstrom ist. Die Stromstärke innerhalb des Raumladungsgebiets lässt sich durch die Langmuir-Schottkysche Raumladungsgleichung (5) beschreiben:

$$J = \frac{4}{9} \epsilon_0 \sqrt{\frac{2e_0^3 V^3}{a^4 m_0}} \quad (5)$$

($v_z = a$ = Abstand von Anode und Kathode)

2.4 Das Anlaufstromgebiet einer Hochvakuumdiode

Die Gleichung (5) deutet an, dass $j = 0$ ist, wenn keine Spannung anliegt. Jedoch ist auch in so einem Fall noch eine geringe Stromdichte messbar. Dies lässt sich dadurch erklären, dass Elektronen eine größere Geschwindigkeit zur Oberflächennormalen haben können, als für den Austritt nötig wäre. Somit besitzen solche Elektronen noch eine Restgeschwindigkeit, wenn sie aus dem Leiter austreten. Wie groß die Anlaufstromstärke sein muss, damit ein Elektron die Anode noch erreicht, hängt von der Gegenspannung ab:

$$J = J_0 \exp \left(-\frac{e_0(-V + \phi_A)}{kT} \right). \quad (6)$$

2.5 Kennlinie der Hochvakuum-Diode

Als Kennlinie einer Hochvakuum-Diode wird der Zusammenhang zwischen Stromdichte j und dem vom außen angelegten Potential bezeichnet. Die Kennlinie kann in drei Bereiche unterteilt werden. Im ersten Bereich liegt eine Gegenspannung ($V < 0$) an und es wird Anlaufstromgebiet genannt. In diesem ist ein exponentieller Anstieg erkennbar. Der darauf folgende Bereich, das Raumladungsgebiet, zeichnet sich durch $j \sim V^{\frac{3}{2}}$ aus, während das anschließende Sättigungsstromgebiet sich asymptotisch der Sättigungsstromstärke I_S annähert. Ein schematischer Kurvenverlauf ist in Abbildung 4 dargestellt.

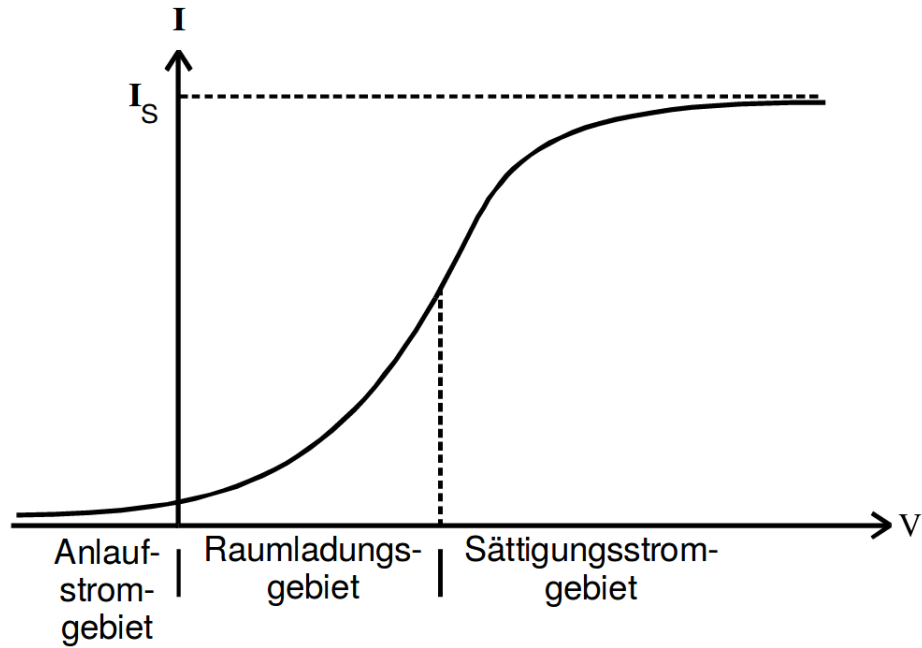


Abbildung 4: Kennlinie einer Hochvakuumdiode [1, S. 100]

3 Aufbau und Durchführung

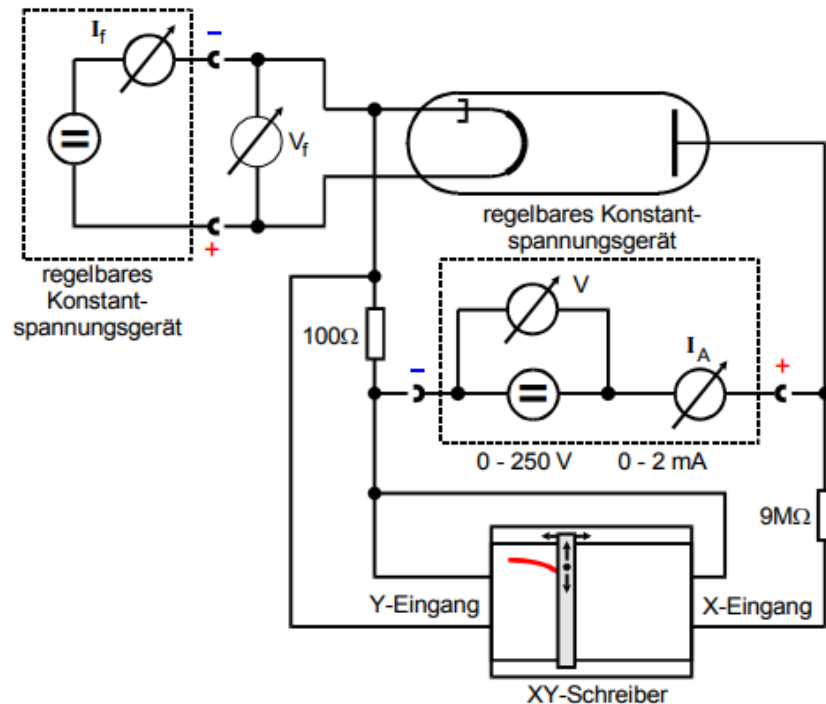


Abbildung 5: Darstellung einer möglichen Schaltung zur Aufnahme von Kennlinien mit $V \geq 0$ [1, S. 101]

Zur Messung einer Kennlinienschar wird zunächst die in Abbildung 5 zu sehende Schaltung aufgebaut. Daraufhin wird ein Heizstrom zwischen 2,0 und 2,5 V eingestellt und die dazugehörige Spannung gemessen. Anschließend wird die Saugspannung zwischen 0 und 110 V in regelmäßigen Abständen variiert. Diese und die dazugehörige Stromstärke werden in 10 bis 20 Wertepaaren notiert. Der Vorgang wird für 4 weitere Heizspannungen wiederholt.

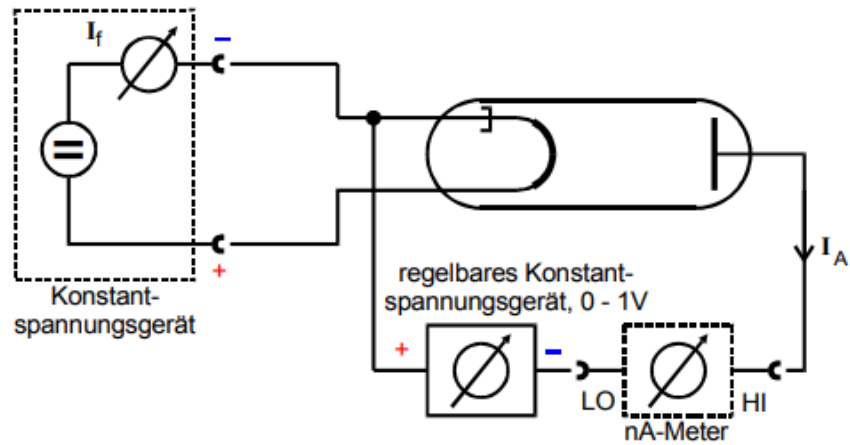


Abbildung 6: Darstellung einer möglichen Schaltung zur Aufnahme von Kennlinien mit $V \leq 0$ [1, S. 102].

Im zweiten Teil der Messung wird zum Erstellen einer Kennlinie im Anlaufstromgebiet die Schaltung aus Abbildung 6 aufgebaut. Daraufhin wird die Gegenspannung von 0 bis -1 V variiert und zusammen mit der zugehörigen Anlaufstromstärke notiert.

4 Auswertung

4.1 Bestimmung des Sättigungsstroms

Die aufgenommenen Messwerte für die Heizströme $I_H = 2,0\text{ A}$, $I_H = 2,1\text{ A}$, $I_H = 2,3\text{ A}$, $I_H = 2,4\text{ A}$ und $I_H = 2,5\text{ A}$ befinden sich in Tabelle 1.

Tabelle 1: Messwerte der aufgenommenen Kennlinien für verschiedene Heizströme

U / V	$I_{2,0} / \text{mA}$	$I_{2,1} / \text{mA}$	$I_{2,3} / \text{mA}$	$I_{2,4} / \text{mA}$	$I_{2,5} / \text{mA}$
5	0,003	0,004	0,007	0,038	0,040
10	0,019	0,030	0,042	0,085	0,105
15	0,040	0,065	0,105	0,160	0,170
20	0,061	0,102	0,206	0,249	0,280
25	0,071	0,143	0,286	0,345	0,363
30	0,078	0,175	0,362	0,435	0,482
35	0,080	0,183	0,418	0,531	0,610
40	0,081	0,189	0,485	0,624	0,722
45	0,083	0,194	0,534	0,720	0,846
50	0,083	0,196	0,572	0,804	0,965
55	0,084	0,198	0,606	0,887	1,103
60	0,085	0,200	0,625	0,957	1,215
65	0,086	0,201	0,638	1,015	1,343
70	0,086	0,202	0,649	1,069	1,473
75	0,086	0,203	0,657	1,120	1,574
80	0,087	0,204	0,664	1,163	1,673
85	0,087	0,205	0,669	1,199	1,783
90	0,087	0,206	0,673	1,230	1,872
95	0,088	0,206	0,677	1,250	1,970
100	0,088	0,207	0,680	1,266	2,020
105			0,682	1,284	2,100
110			0,685	1,297	2,160

Diese sind in Abbildung 7 dargestellt.

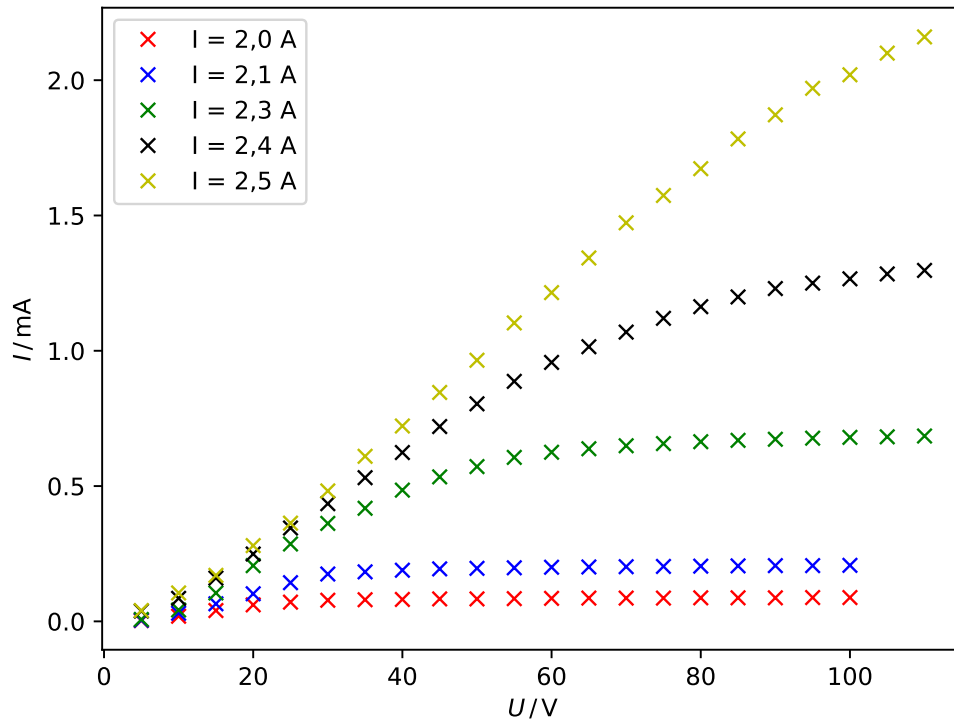


Abbildung 7: U - I -Diagramm mit den fünf Kennlinien

Die abgelesenen Sättigungsströme befinden sich in Tabelle 2. Für die Heizströme $I_H = 2,4\text{ A}$ und $I_H = 2,5\text{ A}$ lässt sich kein Sättigungsstrom ablesen.

Tabelle 2: Abgelesene Sättigungsströme

I_H / A	I_S / mA
2,0	0,088
2,1	0,207
2,3	0,685

4.2 Bestimmung des Exponenten im Langmuir-Schottkyschen Gesetz für die höchste Heizleistung

Der Geltungsbereich des Langmuir-Schottkyschen Gesetzes liegt ungefähr zwischen 0 V und 60 V . Die Messwerte aus diesem Bereich werden in Abbildung 8 doppellogarithmisch aufgetragen.

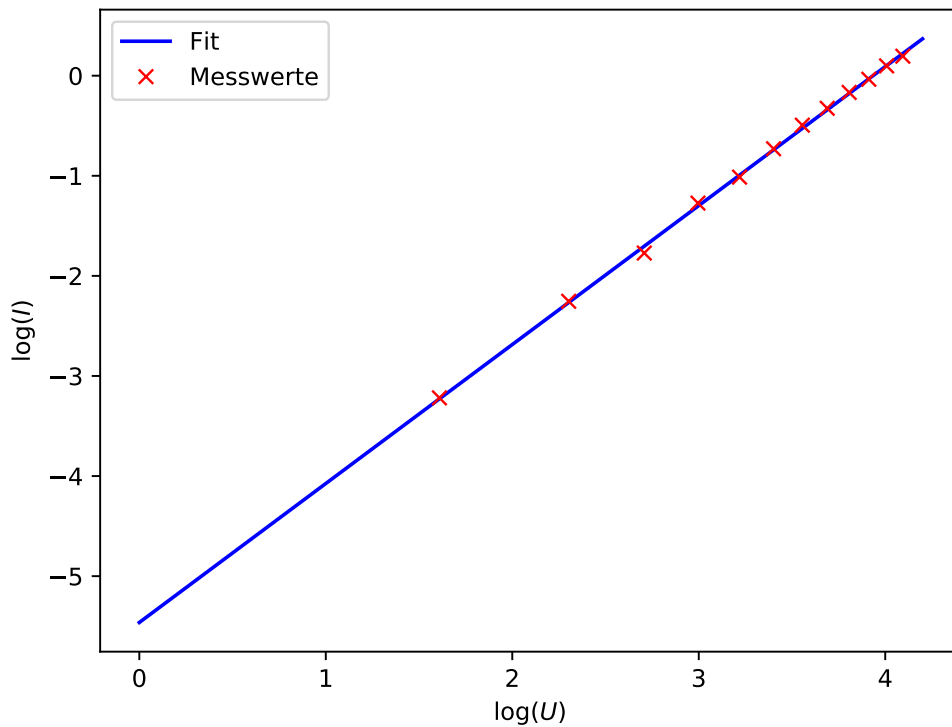


Abbildung 8: Doppellogarithmische Darstellung der Kennlinie mit der Heizspannung $I_H = 2,5 \text{ V}$

Die lineare Regression $f(x) = a \cdot x + b$ liefert die Steigung

$$a = 1,39 \pm 0,01$$

Die Abweichung von dem Exponenten in Gleichung (5) beträgt 7,44%.

4.3 Bestimmung der Kathodentemperatur über das Anlaufstromgebiet

Die aufgenommenen Messwerte für den Heizstrom $I_H = 2,5 \text{ V}$ befinden sich in Tabelle 3. Aufgrund eines nicht funktionierenden Amperemeters wurde der Versuchsaufbau gewechselt.

Tabelle 3: Messwerte für das Anlaufstromgebiet

U / V	I / nA
0,00	0,900
0,10	0,350
0,20	0,200
0,26	0,150
0,30	0,100
0,40	0,050
0,42	0,020
0,50	0,050
0,52	0,040
0,60	0,020
0,66	0,020
0,70	0,020
0,74	0,012
0,80	0,005
0,90	0,002

Aufgetragen sind diese in Abbildung 9.

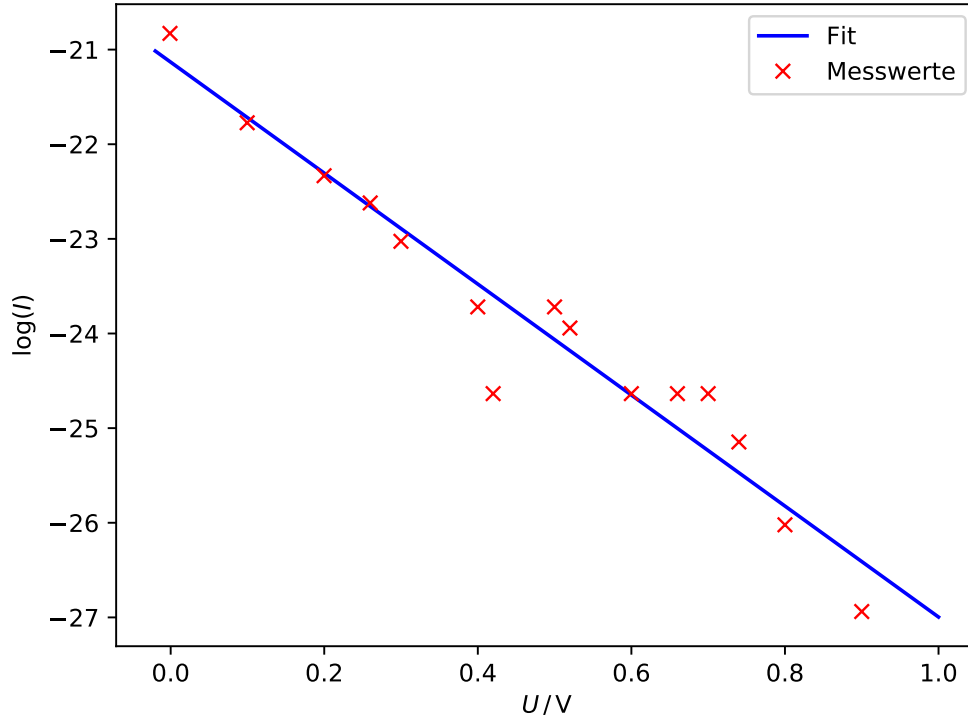


Abbildung 9: Halblogarithmische Auftragung der Messwerte für das Anlaufstromgebiet

Mithilfe der linearen Regression $f(x) = a \cdot x + b$ und der Formel

$$T = -\frac{e_0 V}{ka} \quad (7)$$

ergibt sich eine Kathodentemperatur von $T = (1979,09 \pm 144,36)$ K. Der Fehler ergibt sich aus der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung

$$\delta = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2}. \quad (8)$$

4.4 Bestimmung der Kathodentemperatur mithilfe der Heizleistung

Die Kathodentemperaturen ergeben sich aus

$$T = \sqrt[4]{\frac{IU - N_{\text{WL}}}{f\eta\sigma}} \quad (9)$$

und befinden sich in Tabelle 4. Die Wärmeleitung der Diode N_{WL} wird dafür als 1 W angenommen. Die restlichen Werte werden der Versuchsanleitung entnommen.

Tabelle 4: Kathodentemperaturen in Abhängigkeit von der Heizleistung

I_{H} / A	U_{H} / V	T / K
2,0	3,5	1851,37
2,1	4,1	1964,72
2,3	4,7	2093,49
2,4	5,2	2177,41
2,5	5,6	2246,16

4.5 Berechnung der Austrittsarbeit

Gleichung (6) wird nach φ umgestellt:

$$\varphi = -\frac{kT}{e_0} \log \left(\frac{I_{\text{S}} h^3}{4\pi e_0 m_0 f k^2 T^2} \right) \quad (10)$$

Mit den zuvor abgelesenen Sättigungsströmen und den berechneten Kathodentemperaturen ergeben sich die in Tabelle 5 befindlichen Austrittsarbeiten.

Tabelle 5: Austrittsarbeit in Abhängigkeit von der Heizleistung

I_{H} / A	φ / eV
2,0	4,84
2,1	5,01
2,3	5,13

Im Mittel ergibt sich eine Austrittsarbeit von $\varphi = (5,00 \pm 0,09) \text{ eV}$

Der Mittelwert und die Standardabweichung errechnet sich aus den Gleichungen (11) und (12).

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (11)$$

$$\Delta \bar{x} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (12)$$

Der Literaturwert beträgt für Wolfram 4,54 eV [2]. Der gemittelte Wert weicht um 10, 12% ab.

5 Diskussion

Die Kennlinien in Kapitel 4.1 folgen dem theoretisch erwarteten Trend. Da die Gleichspannungsquelle nicht weiter hochgeregelt werden konnte, ist es nicht bei allen Kennlinien möglich einen Sättigungsstrom abzulesen. Die aus der Heizleistung berechnete Temperatur weicht um 11,89% von der Temperatur ab, die sich aus der Messung des Anlaufstromgebietes ergibt. Ein Grund dafür könnte sein, dass die Ströme im Nanoampere-Bereich liegen und aufgrunddessen eine empfindliche und somit auch störungsanfällige Messvorrichtung verwendet werden muss. Desweiteren kommt es zu Schwankungen in den Messwerten wenn sich ein Objekt in der Nähe der Leitung befindet. Die Abweichung der errechneten Austrittsarbeit vom Literaturwert liegt mit 10,12% im Rahmen der Messungenauigkeiten.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Thermische Elektronenemission*. 2018. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V504.pdf>.
- [2] Spektrum. *Austrittsarbeit*. 2018. URL: <https://www.spektrum.de/lexikon/physik/austrittsarbeit/1067>.

V504 - Thermische Elektronenemission

$$I_{\text{Heiz}} = 2,5 \text{ A} \quad U_{\text{Heiz}} = 5,6 \text{ V}$$

U_p / V	5	10	15	20	25	30	35	40	45
$I_p / \mu\text{A}$	0,040	0,105	0,150	0,280	0,363	0,482	0,610	0,722	0,846

U / V	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	105	110
$I / \mu\text{A}$	0,965	1,103	1,215	1,343	1,473	1,574	1,673	1,783	1,872	1,970	2,02	2,10	2,18

$$I = 2,4 \text{ A} \quad U = 5,2 \text{ V}$$

U / V	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
$I / \mu\text{A}$	0,038	0,085	0,160	0,249	0,345	0,435	0,531	0,624	0,720	0,804

U / V	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	105	110
$I / \mu\text{A}$	0,897	0,957	1,015	1,069	1,120	1,163	1,199	1,230	1,250	1,266	1,284	1,297

$$I = 2,3 \text{ A} \quad U = 4,7 \text{ V}$$

U / V	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
$I / \mu\text{A}$	0,007	0,042	0,105	0,206	0,296	0,362	0,418	0,485	0,534	0,572

U / V	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	105	110
$I / \mu\text{A}$	0,606	0,625	0,638	0,649	0,657	0,664	0,669	0,673	0,677	0,680	0,682	0,685

$$I = 2,1 \text{ A} \quad U = 4,1 \text{ V}$$

U / V	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
$I / \mu\text{A}$	0,004	0,030	0,065	0,102	0,143	0,175	0,183	0,189	0,194	0,196

U / V	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
$I / \mu\text{A}$	0,198	0,200	0,201	0,202	0,203	0,204	0,205	0,206	0,206	0,207

$$I = 2,0 \text{ A} \quad U = 3,5 \text{ V}$$

U / V	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
$I / \mu\text{A}$	0,003	0,019	0,040	0,061	0,071	0,078	0,080	0,081	0,083	0,083

U / V	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
$I / \mu\text{A}$	0,084	0,085	0,086	0,086	0,086	0,087	0,087	0,087	0,088	0,088

24

Aufbau
gewechselt

$$I_{\text{meiz}} = 2,5 \text{ mA}$$

Skalawechsel

U/V	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
I/nA	0,9	0,35	0,2	0,1	0,05	0,05	0,03	0,02	0,005
U/V	0,9	0,26	0,42	0,52	0,66	0,74			
I/nA	0,002	0,15	0,02	0,04	0,02	0,012			

75