

VERSUCH 401

Das Michelson-Interferometer

Lars Kolk
lars.kolk@tu-dortmund.de

Julia Sobolewski
julia.sobolewski@tu-dortmund.de

Durchführung: 26.06.2018

Abgabe: 03.07.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

| | |
|-----------------------------------------------------------------|-----------|
| 1 Zielsetzung | 3 |
| 2 Theorie | 3 |
| 2.1 Interferenz und Kohärenz von Licht | 3 |
| 2.2 Das Michelson-Interferometer | 5 |
| 3 Durchführung | 7 |
| 3.1 Aufbau | 7 |
| 3.2 Messung der Wellenlänge eines Helium-Neon-Lasers | 8 |
| 3.3 Messung des Brechungsindex in Luft | 8 |
| 4 Auswertung | 8 |
| 4.1 Bestimmung der Wellenlänge des verwendeten Lasers | 8 |
| 4.2 Bestimmung des Brechungsindex von Luft | 9 |
| 5 Diskussion | 10 |
| Literatur | 10 |

1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll die Wellenlänge eines Lasers mithilfe des Michelson-Interferometers bestimmt werden. Ebenso soll der Brechungsindex von Luft bestimmt werden.

2 Theorie

2.1 Interferenz und Kohärenz von Licht

Die Ausbreitungsvorgänge von Licht lassen sich gut mit der Annahme, dass es sich bei Licht um eine elektromagnetische Welle handelt, beschreiben. Aus dieser Annahme folgt durch die Maxwell'schen Gleichungen, dass mehrere Lichtstrahlen durch Superposition überlagert werden können. Der elektrische Feldanteil \vec{E} einer elektromagnetischen Welle hat dabei die Form

$$\vec{E}_i(x, t) = \vec{E}_0 \cdot e^{i(kx - \omega t - \Delta_i)}. \quad (1)$$

($\omega \hat{=}$ Kreisfrequenz, $k \hat{=}$ Wellenzahl)

Da das im Versuch zu untersuchende Licht jedoch Frequenzen in der Größenordnung $\omega = 10 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$ aufweist, muss statt der Amplitude die Intensität I des Lichts, dem zeitlichen Mittelwert der auf eine Fläche auftreffenden Leistung, untersucht werden. Bei einer Überlagerung zweier elektromagnetischen Wellen mit Feldanteilen \vec{E}_1 und \vec{E}_2 folgt für die Intensität I , mit

$$I = \frac{A}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |\vec{E}(x, t)|^2 dt \quad (2)$$

($A \hat{=}$ Konstante)

der Zusammenhang

$$I_{\text{ges}} = 2 \cdot A \cdot E_0^2 (1 + \cos(\delta_2 - \delta_1)). \quad (3)$$

Der Term $\cos(\delta_2 - \delta_1)$ ist dabei der Interferenzterm. Dieser kann die Intensität verstärken, oder bis zur Auslöschung abschwächen. Bei Verstärkung der Intensität handelt es sich um konstruktive, bei einer Abschwächung um destruktive Interferenz. Jedoch lässt sich dieses Phänomen im Alltag nicht beobachten, obwohl es auch dort zur Überlagerung mehrerer Lichtwellen kommt.

Dies lässt sich damit erklären, dass die Phasenkonstanten von verschiedenen Lichtquellen, aufgrund der quantenmechanischen Natur der Lichtemission, statistische Funktionen der Zeit der Zeit sind. Werden diese über Zeiträume, die groß gegen die Periodendauer $T = \frac{2\pi}{\omega}$ sind, gemittelt, verschwindet der Interferenzterm. Es ist dann von inkoheränten Licht die Rede.

Das Phänomen der Interferenz lässt sich bei Licht dennoch beobachten. Dazu wird das Licht einer Lichtquelle zunächst geteilt. Daraufhin werden die Lichtstrahlen, wie in Abbildung 1 dargestellt, wieder zusammengeführt. Aufgrund der unterschiedlichen Weglängen weisen die Lichtstrahlen nun eine konstante Phasendifferenz auf, wodurch sich Interferenz erkennen lässt. Dabei sei zusätzlich erwähnt, dass die Kohärenzlänge des im Experiment verwendeten Lasers groß genug ist, um Interferenzeffekte zu erzeugen.

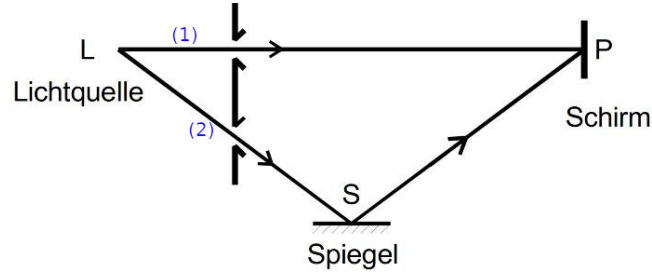


Abbildung 1: Interferenzzeugung mit einer gewöhnlichen Lichtquelle [2].

Jedoch ist dabei zu beachten, dass Elektronen nur endliche Wellenzüge emittieren. Legt der Strahl (2) aus Abbildung 1 einen viel größeren Weg als der dort abgebildete Strahl (1) zurück, treffen Lichtstrahlen aus unterschiedlichen Emissionen aufeinander, wodurch sie nicht mehr kohärent sind. Dabei sind zwei Lichtstrahlen genau dann kohärent, wenn ihre Phasenverschiebung zeitlich konstant bleibt. Die Wegdifferenz mehrerer kohärenter Wellen wird dabei als Gangunterschied bezeichnet. Für den maximalen Gangunterschied ℓ gilt:

$$\ell = N\lambda \quad (4)$$

($N \hat{=}$ Maximale Anzahl der sichtbaren Maxima)

Die Forderung eines maximal möglichen Gangunterschied folgt ebenso aus dem Fourier-schen Theorem. Dieses besagt, dass ein Wellenzug endlicher Länge nicht monochromatisch sein kann, sondern ein Frequenz- und Wellenlängenspektrum besitzen muss. Mit dem Frequenzspektrum

$$E(t) = \begin{cases} E_0 e^{-i\omega_0 t} & \text{für } -\frac{\tau}{2} < t < \frac{\tau}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (5)$$

eines Wellenzuges kann mithilfe der Fouriertransformation und der Bildung des Betragsquadrates folgender Zusammenhang für die Intensität I einer punktförmigen Lichtquelle in Abhängigkeit der Kreisfrequenz ω gefunden werden:

$$I(\omega) = 4E_0^2 \frac{\sin(\omega - \omega_0)l}{(\omega - \omega_0)^2 2c}. \quad (6)$$

In der Realität verfügen Lichtquellen jedoch über eine endliche Ausbreitung, wodurch sich der Kontrast des Interferenzmusters verschlechtert. Dies kann nicht vermieden, jedoch reduziert werden. Dazu wird die Ausdehnung der Lichtquelle oder der zu betrachtende Winkelbereich möglichst gering gehalten.

2.2 Das Michelson-Interferometer

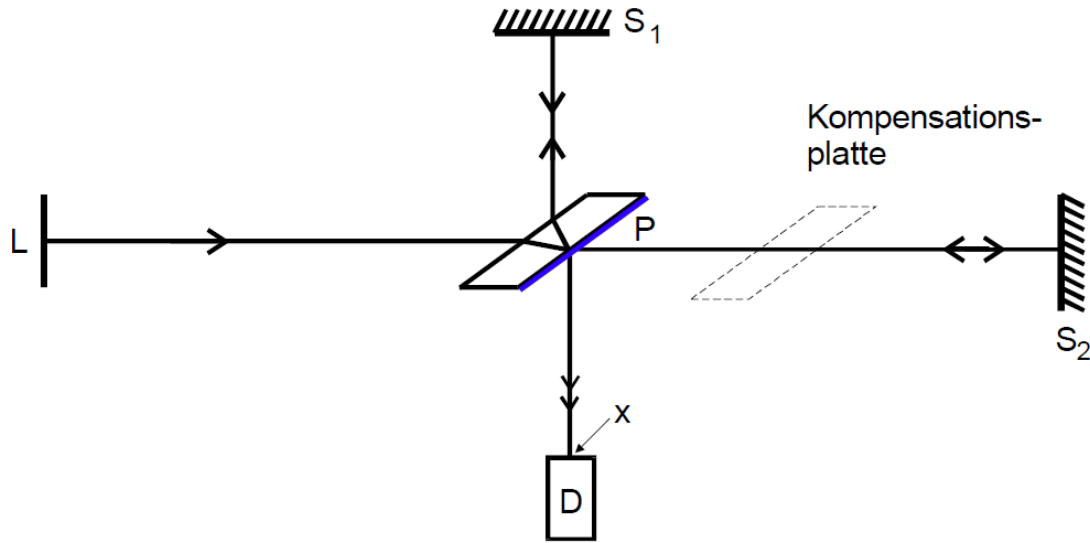


Abbildung 2: Prinzipieller Aufbau eines Michelson-Interferometers. $S_i \hat{=}$ Spiegel, $P \hat{=}$ semipermeabler Spiegel, $L \hat{=}$ Lichtquelle, $D \hat{=}$ Detektor [2]

Wie in Abbildung 2 zu sehen ist, besteht das Michelson Interferometer aus einer Lichtquelle, zwei Spiegeln, einem Detektor, einem semipermeablen Spiegel und einer Kompensationsplatte. Licht aus der Lichtquelle fällt auf den semipermeablen Spiegel. Dieser ist im 45° -Winkel aufgestellt und spaltet den Strahl in zwei Teilstrahlen auf. Beide Strahlen werden, wie in Abbildung 2 zu sehen, an einem Spiegel reflektiert und zum semipermeablen Spiegel zurückgeführt, an dem sie zum Detektor reflektiert werden. Um Interferenz beobachten zu können, muss der optische Wegunterschied kleiner als die Kohärenzlänge sein. Dies wird erreicht, wenn die Strecken $\overline{DS_1}$ und $\overline{DS_2}$ gleich groß sind. Da der von S_1 kommende Strahl jedoch 3 mal den semipermeablen Spiegel durchläuft, während der von S_2 kommende Strahl dies nur 1 mal tut, muss letzterer zusätzlich eine Kompensationsplatte durchlaufen. Diese hat dabei den selben Brechungsindex und Dicke wie der semipermeable Spiegel, womit beide Strahlen denselben optischen Weg durchlaufen. Wird der Gangunterschied nun durch verschieben des Spiegels S_1 um den Abstand Δd variiert, ändert sich der Gangunterschied. Daraufhin ändert sich das Interferenzbild. Mit der Gleichung

$$\lambda = \frac{2\Delta d}{z} \quad (7)$$

lässt sich mithilfe der Wegdifferenz Δd und Maximalanzahl z auf die Wellenlänge zurückführen. Wird die optische Wegstrecke durch eine Veränderung des Brechungsindexes Δn verlängert, gilt folgender Zusammenhag für die Wellenlänge:

$$\lambda = \frac{2b\Delta n}{z} \quad (8)$$

($b \hat{=}$ Länge des Materials mit Brechungsindex $n + \Delta n$)

Dieser Fall ist in Abbildung 3 dargestellt.

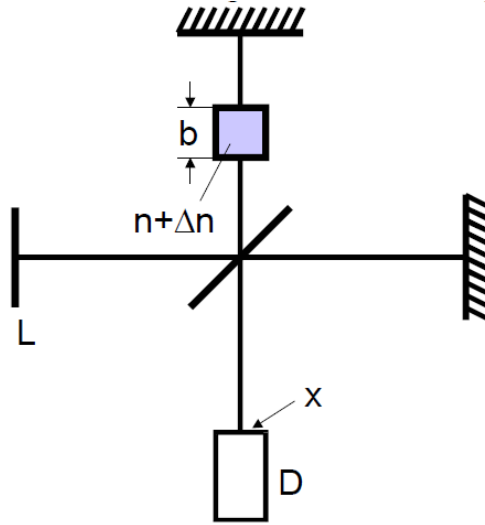


Abbildung 3: Prinzipielle Versuchsanordnung zur Messung kleiner Brechungsindexunterschiede mit dem Michelson-Interferometer [2, S. 10].

Ebenso lässt sich zeigen, dass für den Brechungsindex der Zusammenhang

$$n = \sqrt{1 + f(\lambda)N} \quad (9)$$

($N \hat{=}$ Anzahl der zur Schwingung angeregten Moleküle)

gilt, der sich mithilfe einer Taylor-Näherung mit

$$n = 1 + \frac{fn}{2} \quad (10)$$

näheren lässt. Mithilfe der idealen Gasgleichung

$$pV = RT \quad (11)$$

($p \hat{=}$ Druck, $V \hat{=}$ Volumen, $T \hat{=}$ Temperatur, $p \hat{=}$ Druck, $R \hat{=}$ Universelle Gaskonstante)

lässt sich durch Betrachtung von p und p' der Zusammenhang

$$n(p_0, T_0) = 1 + \frac{Z\lambda}{2b} \frac{T}{T_0} \frac{p_0}{p - p'} \quad (12)$$

aufstellen.

3 Durchführung

3.1 Aufbau

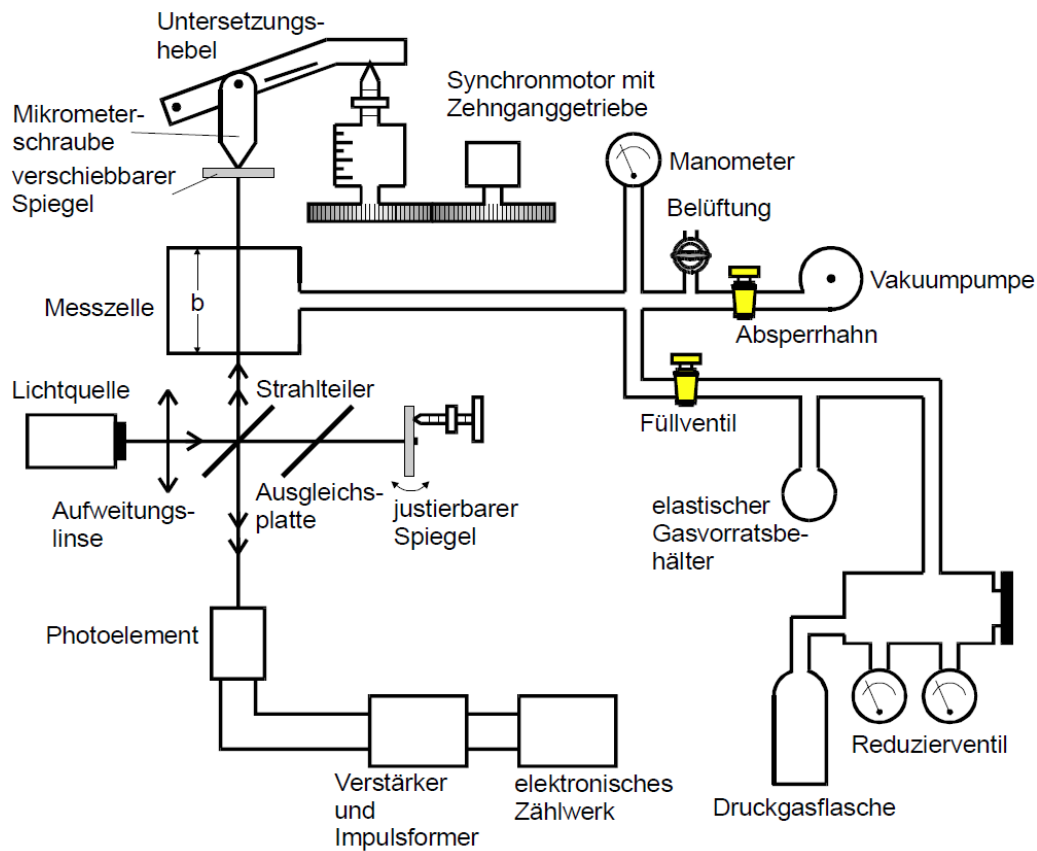


Abbildung 4: Schematische Darstellung der kompletten Messapparatur [2, S. 13].

Bei dem in Abbildung 4 dargestellten Aufbau handelt es sich um eine Modifikation des in Kapitel 2.2 behandelten schematischen Aufbaus eines Michelson-Interferometers. Bei dem Spiegel S_2 aus Abbildung 2 handelt es sich nun um einen justierbaren Spiegel, während der Spiegel S_1 nun an einen über einen Untersetzungshebel an einen Synchronmotor mit Zehnganggetriebe gekoppelt ist, der diesen verschiebt. Ebenso befindet sich zwischen dem Spiegel S_1 und dem semipermeablen Spiegel eine Messzelle der Länge b . Diese ist an eine Vakuumpumpe angeschlossen. An dieser befinden sich ein Manometer und verschiedene Ventile. Der Detektor ist zusätzlich an Verstärker und Impulsformer angeschlossen, mit deren Hilfe das elektrische Zählwerk die Interferenzmaxima zählen kann. Der Aufbau wird für die folgenden Versuchsteile verwendet.

3.2 Messung der Wellenlänge eines Helium-Neon-Lasers

Zunächst wird der Spiegel S_1 so justiert, dass sich am Detektor ein Interferenzmuster erkennen lässt. Anschließend wird der verschiebbare Spiegel mithilfe des Motors bewegt, bis das Zählwerk ungefähr 3000 Impulse anzeigt. Der Messvorgang wird 9 mal wiederholt.

3.3 Messung des Brechungsindex in Luft

In diesem Versuchsteil wird der Druck in der Messzelle mithilfe der Vakuumpumpe soweit wie möglich gesenkt. Daraufhin wird durch Öffnen des Ventils der Druck solange erhöht, bis dieser wieder den Normaldruck erreicht. Auch hier wird der Messvorgang 9 weitere Male durchgeführt.

4 Auswertung

4.1 Bestimmung der Wellenlänge des verwendeten Lasers

In Tabelle 1 befinden sich die aufgenommenen Messwerte.

Tabelle 1: Aufgenommene Messwerte und berechneten Werte für die Wellenlänge des verwendeten Lasers

| $\Delta d_{\text{abgelesen}} / \text{mm}$ | $\Delta d / \text{mm}$ | z | λ / nm |
|-------------------------------------------|------------------------|------|-----------------------|
| 4,80 | 0,96 | 3020 | 633,61 |
| 4,80 | 0,96 | 3043 | 628,82 |
| 5,24 | 1,04 | 3008 | 694,45 |
| 5,04 | 1,00 | 3001 | 669,50 |
| 4,25 | 0,85 | 3000 | 564,75 |
| 4,18 | 0,83 | 3001 | 555,26 |
| 4,96 | 0,99 | 3000 | 659,09 |
| 4,79 | 0,95 | 3000 | 636,50 |
| 5,10 | 1,01 | 3000 | 673,80 |
| 5,06 | 1,00 | 2999 | 668,74 |

Die von der Mikrometerschraube abgelesene Spiegelverschiebung $\Delta d_{\text{abgelesen}}$ muss mithilfe der Übersetzung in die tatsächliche Verschiebung Δd umgerechnet werden. Für die letzten beiden Werte beträgt die Übersetzung $\ddot{U} = \frac{1}{5,046}$, für den Rest beträgt sie $\ddot{U} = \frac{1}{5,017}$.

Die Werte für λ ergeben sich aus Gleichung (13)

$$\lambda = \frac{2\Delta d}{z}. \quad (13)$$

Der Mittelwert und die Standardabweichung ergeben sich aus den Gleichungen (14) und

(15)

$$\bar{N} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n N_i \quad (14)$$

$$\sigma_{\bar{N}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (N_i - \bar{N})^2}. \quad (15)$$

Im Mittel beträgt λ somit

$$\bar{\lambda} = (638 \pm 15) \text{ nm}.$$

Der Theoriewert beträgt $\lambda_{\text{theo}} = 635 \text{ nm}$. Die relative Abweichung beträgt 0,54 %, dies entspricht 0,24 Fehlerintervallen.

4.2 Bestimmung des Brechungsindex von Luft

In Tabelle 2 befinden sich die aufgenommenen Messwerte.

Tabelle 2: Aufgenommene Messwerte und berechnete Werte für den Brechungsindex von Luft

| Δp / bar | z | n |
|------------------|-----|---------|
| 0,66 | 27 | 1,00028 |
| 0,80 | 34 | 1,00029 |
| 0,80 | 33 | 1,00029 |
| 0,80 | 31 | 1,00027 |
| 0,80 | 32 | 1,00028 |
| 0,76 | 30 | 1,00027 |
| 0,80 | 34 | 1,00029 |
| 0,76 | 30 | 1,00027 |
| 0,80 | 34 | 1,00029 |
| 0,78 | 32 | 1,00028 |

Die Werte für n unter Normalbedingungen ergeben sich aus Gleichung (16)

$$n = 1 + \frac{z\lambda}{2b} \frac{T}{T_0} \frac{p_0}{\Delta p}. \quad (16)$$

$$(b = 50 \text{ mm} \hat{=} \text{Größe der Messzelle}, p_0 = 1,0132 \text{ bar}, T_0 = 273,15 \text{ K}, T = 294,15 \text{ K})$$

Der Mittelwert und die Standardabweichung nach Gleichung (14) und (15) beträgt

$$\bar{n} = 1,000\,283 \pm 0,000\,003.$$

Der Literaturwert [1] für $\lambda = 635 \text{ nm}$ beträgt $n_{\text{theo}} = 1,000\,28$. Die relative Abweichung liegt bei 0,0003 %. Der Mittelwert weicht um 0,97 Fehlerintervalle ab.

5 Diskussion

Die in Kapitel 4.1 und 4.2 berechneten Werte liegen beide innerhalb des ersten Fehlerintervalls und liegen somit im Rahmen der Messungenauigkeiten. Allerdings ist die Standardabweichung in Kapitel 4.1 mit $\sigma_\lambda = 15 \text{ nm}$ ziemlich groß. Da aber die relative Abweichung mit 0,54 % sehr klein ist, kann trotzdem davon ausgegangen werden, dass der Wert sehr exakt bestimmt worden ist. Eine potentielle Fehlerquelle ist hier die Zählung durch die Photozelle, da hierbei einige Interferenzstreifen übersprungen oder doppelt gezählt werden. Hier scheint die Zahl der Interferenzstreifen pro Messung allerdings groß genug gewesen zu sein, sodass sich diese Fehler größtenteils weggemittelt haben.

Literatur

- [1] RefractiveIndex. *Optical constants of Air*. URL: <https://refractiveindex.info/?shelf=other&book=air&page=Ciddor> (besucht am 09.07.2018).
- [2] Physikalisches Praktikum der TU Dortmund. *Versuch Nr. 401: Das Michelson-Interferometer*. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V401.pdf> (besucht am 29.06.2018).

V402 - Dispersionmessung am Prisma

| | | | |
|--------------------------------------|--------------------------|--------------------------|------------------------|
| lila: $\alpha_L = 219,8^\circ$ | $\alpha_R = 228,4^\circ$ | $\alpha_A = 230,1^\circ$ | $\alpha = 218,6^\circ$ |
| dunkelblau: $\alpha_L = 220,4^\circ$ | $\alpha_R = 227,5^\circ$ | $\alpha_A = 231,2^\circ$ | $\alpha = 217,9^\circ$ |
| hellblau: $\alpha_L = 220,7^\circ$ | $\alpha_R = 227,4^\circ$ | $\alpha_A = 231,4^\circ$ | $\alpha = 217,6^\circ$ |
| dunkelgrün: $\alpha_L = 221^\circ$ | $\alpha_R = 226,7^\circ$ | $\alpha_A = 231,6^\circ$ | $\alpha = 217,3^\circ$ |
| hellgrün: $\alpha_L = 221,2^\circ$ | $\alpha_R = 226,3^\circ$ | $\alpha_A = 231,9^\circ$ | $\alpha = 216,6^\circ$ |
| orange: $\alpha_L = 222^\circ$ | $\alpha_R = 225,7^\circ$ | $\alpha_A = 232,3^\circ$ | $\alpha = 216,3^\circ$ |
| rot: $\alpha_L = 222,5^\circ$ | $\alpha_R = 223,7^\circ$ | $\alpha_A = 233,1^\circ$ | $\alpha = 216^\circ$ |

- 1) $\varphi_1 = 118^\circ$ $\varphi_2 = 237,8^\circ$
- 2) $\varphi_1 = 114^\circ$ $\varphi_2 = 234,3^\circ$
- 3) $\varphi_1 = 110,3^\circ$ $\varphi_2 = 230,7^\circ$
- 4) $\varphi_1 = 108,1^\circ$ $\varphi_2 = 229^\circ$
- 5) $\varphi_1 = 105^\circ$ $\varphi_2 = 225^\circ$
- 6) $\varphi_1 = 109,8^\circ$ $\varphi_2 = 229,1^\circ$
- 7) $\varphi_1 = 113,3^\circ$ $\varphi_2 = 239,6^\circ$

SF 14 - Schwerflint

y.x

V401 - Michelson-Interferometer

$$\bar{u} = \frac{1}{5,047}$$

$$\lambda = 635 \text{ nm}$$

$$\bar{u} = \frac{1}{5,046}$$

| Start | Stop | Counts |
|----------|----------|--------|
| 5 mm | 9,2 mm | 3020 |
| 9,8 mm | 5 mm | 3043 |
| 5 mm | 10,24 mm | 3008 |
| 10,24 mm | 5,2 mm | 3001 |
| 5,2 mm | 9,45 mm | 3000 |
| 9,45 mm | 5,27 mm | 3001 |
| 5,27 mm | 10,23 mm | 3000 |
| 10,23 mm | 5,44 mm | 3000 |

p./bar Counts $T = 21^\circ\text{C}$

| | |
|-------|----|
| -0,66 | 27 |
| -0,8 | 34 |
| -0,8 | 33 |
| -0,8 | 31 |
| -0,8 | 32 |
| -0,76 | 30 |
| -0,8 | 34 |
| -0,76 | 30 |
| -0,8 | 34 |
| -0,78 | 32 |

Don