

**VERSUCH 406**

## **Beugung am Spalt**

Lars Kolk

`lars.kolk@tu-dortmund.de`

Julia Sobolewski

`julia.sobolewski@tu-dortmund.de`

Durchführung: 03.07.2018

Abgabe: 10.07.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>3</b>
2.1 Fresnelsche und Fraunhofersche Beugung . . . . .	3
2.2 Lichtbeugung am Einzel- und Doppelspalt . . . . .	4
2.3 Aufbau . . . . .	6
<b>3 Durchführung</b>	<b>6</b>
<b>4 Auswertung</b>	<b>6</b>
4.1 Einzelspalt . . . . .	6
4.2 Doppelspalt . . . . .	9
4.2.1 1. Messung . . . . .	9
4.2.2 2. Messung . . . . .	11
<b>5 Diskussion</b>	<b>12</b>
<b>Literatur</b>	<b>13</b>

# 1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll die Beugung von Licht sowohl am Einzel- als auch am Doppelspalt untersucht werden.

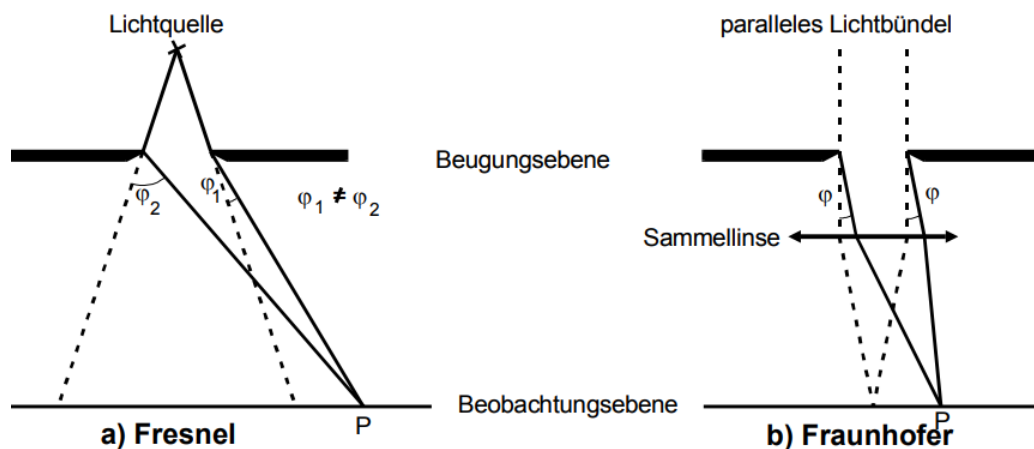
## 2 Theorie

### 2.1 Fresnelsche und Fraunhofersche Beugung

Beugung, die Ablenkung einer Welle an einem Hindernis, ist ein typisches Wellenphänomen. Es tritt auf, wenn die Wellenlänge  $\lambda$  des Lichts und die Abmessungen des Körpers, auf den dieses trifft, in der selben Größenordnung liegen. Dies lässt sich mit dem Huygensschen Prinzip erklären, welches besagt, dass jeder Punkt einer Welle als Ursprung einer kugelförmigen Elementarwelle angesehen werden kann und die Superposition dieser die zu betrachtende Welle ergibt.

Trifft Licht auf einen Spalt, kann dabei zwischen zwei Arten von Beugung unterschieden werden, der Fresnel- und Fraunhofer-Beugung. Wie in Abbildung 1 zu sehen ist, beschreibt die Fraunhofer-Beugung den Fall, dass Licht aus dem unendlichen auf den Spalt trifft, während bei der Fresnel-Beugung Lichtquelle und Spalt nah beieinander liegen.

Aufgrund des geringen Abstandes treten divergente Strahlenbündel auf, sodass im Punkt  $P$  Strahlen zusammentreffen, die unter verschiedenen Winkeln gebeugt werden. Dies ist bei der Fraunhofer-Beugung nicht der Fall, da dort die Strahlen aus unendlicher Entfernung nahezu parallel auf den Spalt treffen.



**Abbildung 1:** Schematische Darstellung der Fresnelschen und Fraunhoferschen Beugung an einem Spalt. Die gestrichelten Linien deuten den Strahlenverlauf bei der geometrischen Optik an. [1, S. 31]

Im Experiment kann das parallel einfallende Licht durch einen Laser realisiert werden. Die Intensität des Lichts hinter dem Spalt in Abhängigkeit des Abstands wird dabei Beugungsfigur genannt. Im folgendem wird ausschließlich von der Fraunhofer-Beugung

ausgegangen.

## 2.2 Lichtbeugung am Einzel- und Doppelspalt

Nach den Überlegungen aus Kapitel 2.1 wird Licht, das auf einen Spalt trifft, gebeugt, wenn die Wellenlänge  $\lambda$  des Lichts und die Spaltbreite  $b$  dieselbe Größenordnung aufweisen. Ist dabei die Breite  $b$  des Spalts klein gegenüber seiner Länge, findet nur in einer Dimension Beugung statt.

Einzelnde Lichtwellen laufen daraufhin am Punkt  $P$  zusammen. Sind die Lichtwellen dabei kohärent zueinander, kommt es zur Interferenz. Damit Lichtwellen kohärent zueinander sind, muss die Phasenverschiebung von aufeinander treffenden Wellen zeitlich konstant sein. Um die Amplitude des Lichts im Punkt  $P$  zu berechnen muss daher über alle Strahlbündel, die von sämtlichen Punkten in der Spaltöffnung in Richtung  $\Psi$  emittiert werden, summiert werden. Dazu muss zunächst die Phasendifferenz einzelner Wellen betrachtet werden.

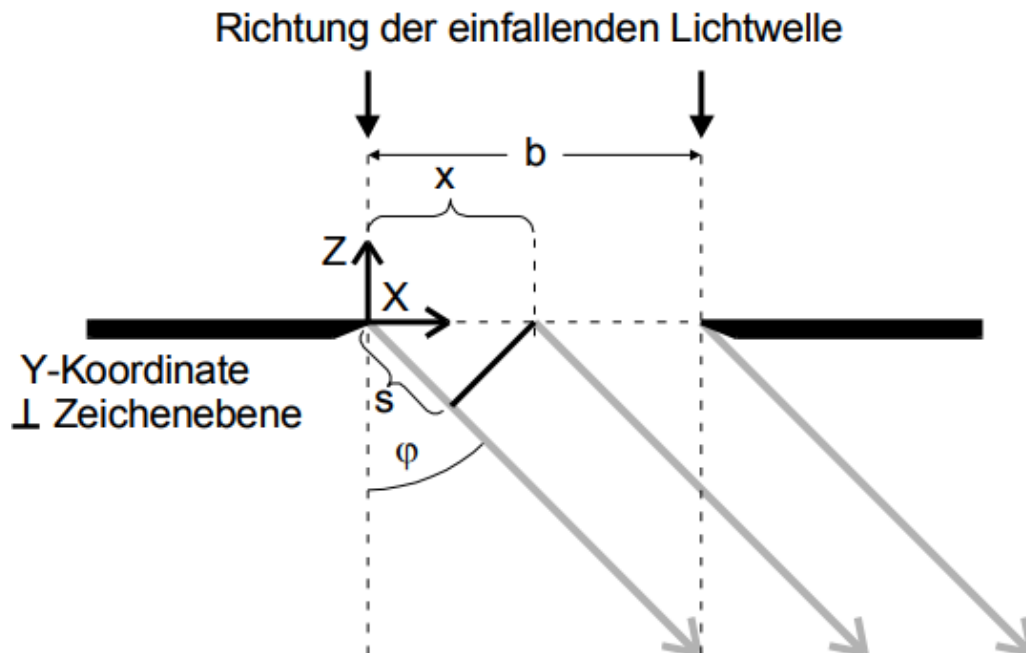


Abbildung 2: Beugung am Doppelspalt [1, S. 34].

Aus Abbildung 2 geht hervor, dass für die Phasendifferenz  $\delta$  der Zusammenhang

$$\delta = \frac{2\pi s}{\lambda} = \frac{2\pi x \sin \phi}{\lambda} \quad (1)$$

$(\lambda \hat{=} \text{Wellenlänge})$

gilt. Unter der Annahme, dass die aus  $z$ -Richtung am Spalt eintreffende Welle die Form

$$A(z, t) = A_0 \exp \left( i \left( \omega t - \frac{2\pi z}{\lambda} \right) \right) \quad (2)$$

( $\omega \hat{=}$  Frequenz)

besitzt, kann für die Amplitude  $B$  in Richtung  $\phi$  mit

$$B(z, t, \phi) = A_0 \int_0^b \exp \left( i \left( \omega t - \frac{2\pi z}{\lambda} + \delta \right) \right) dx. \quad (3)$$

und

$$\eta(x) = \frac{\pi x \sin \phi}{\lambda} \quad (4)$$

der Zusammenhang

$$B_1(\phi) = A_0 b \frac{\sin(\eta(b))}{\eta(b)}. \quad (5)$$

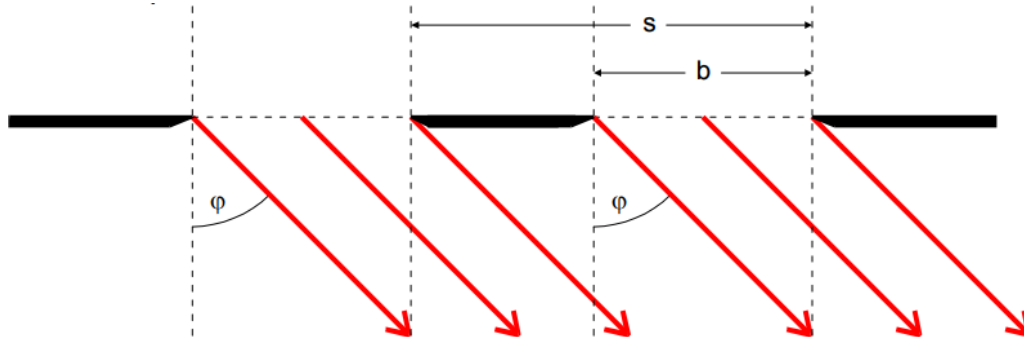
hergeleitet werden. Da die Amplitude des Lichts aufgrund der hohen Frequenz nur schwer messbar ist, muss stattdessen die Intensität  $I$  gemessen werden. Es gilt der Zusammenhang

$$I_1(\phi) \propto B_1^2(\phi) \propto \frac{\sin^2(\eta(b))}{\eta^2(b)}. \quad (6)$$

Die Berechnung der Intensität eines Doppelspalts verläuft analog und es ergibt sich der Zusammenhang

$$I_2(\phi) \propto \cos^2(\eta(s)) I_1(\phi) \propto \cos^2(\eta(s)) \frac{\sin^2(\eta(b))}{\eta^2(b)}. \quad (7)$$

Eine schematische Skizze des Doppelspalts befindet sich dabei in Abbildung 3.



**Abbildung 3:** Beugung am Doppelspalt [1, S. 34].

## 2.3 Aufbau

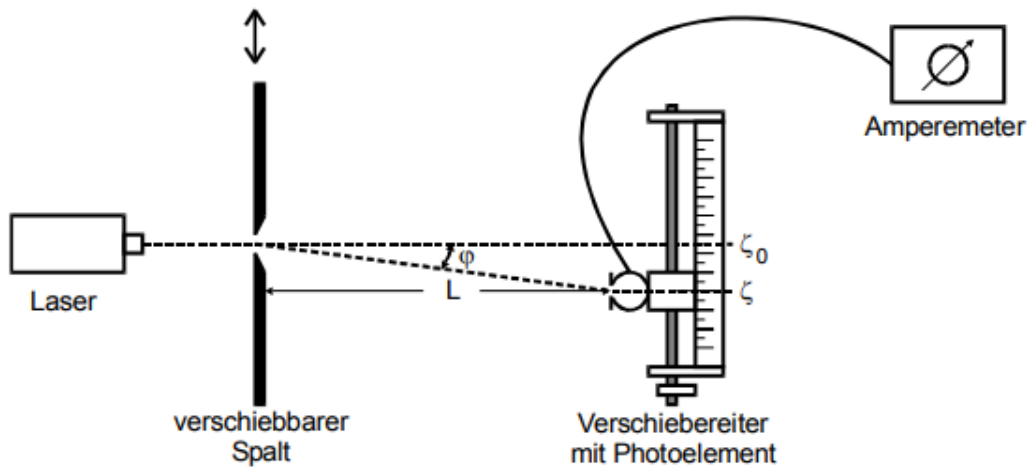


Abbildung 4: Versuchsanordnung zur Ausmessung einer Beugungsfigur [1, S. 36].

Der in Abbildung 4 dargestellte Aufbau besteht aus einem Laser, einem verschiebbaren Spalt, sowie einem Verschiebereiter mit Photoelement mit Abstand  $L$  zum Laser. Das Photoelement ist mit einem Amperemeter gekoppelt, mit dessen Hilfe die Intensität des Lichtes abgegriffen werden kann.

## 3 Durchführung

Zunächst wird der Abstand  $L$  zwischen Laser und Photodetektor gemessen. Daraufhin werden Amperemeter und Photodetektor eingeschaltet und der Dunkelstrom  $I_d$  abgelesen. Anschließend wird ein Einzelspalt vor den Laser gesetzt, sodass Interferenzmuster auftreten. Das Photoelement wird zwischen den Nebenmaxima 1. Ordnung verschoben, wobei 50 Messwerte aufgenommen werden. Dies wird für zwei Doppelspalte wiederholt, wobei dort das Photoelement zwischen den Nebenmaxima 2. Ordnung verschoben wird.

## 4 Auswertung

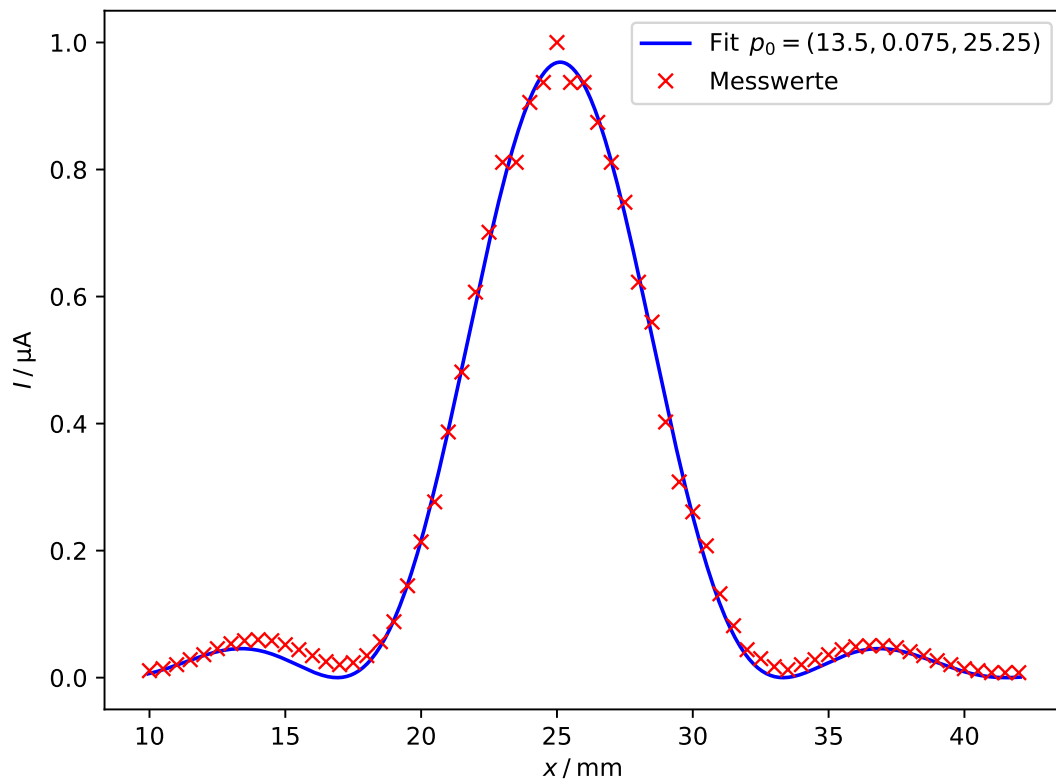
### 4.1 Einzelspalt

In Tabelle 1 befinden sich die aufgenommenen Messwerte.

**Tabelle 1:** Aufgenommene Messwerte zur Bestimmung der Breite des Einzelspalts

$x$ / mm	$I$ / A	$x$ / mm	$I$ / A
10,0	0,0055	26,5	0,2800
10,5	0,0065	27,0	0,2600
11,0	0,0085	27,5	0,2400
11,5	0,0110	28,0	0,2000
12,0	0,0135	28,5	0,1800
12,5	0,0165	29,0	0,1300
13,0	0,0190	29,5	0,1000
13,5	0,0205	30,0	0,0850
14,0	0,0210	30,5	0,0680
14,5	0,0205	31,0	0,0440
15,0	0,0185	31,5	0,0280
15,5	0,0160	32,0	0,0160
16,0	0,0130	32,5	0,0115
16,5	0,0100	33,0	0,0075
17,0	0,0085	33,5	0,0060
17,5	0,0095	34,0	0,0085
18,0	0,0130	34,5	0,0110
18,5	0,0200	35,0	0,0135
19,0	0,0300	35,5	0,0160
19,5	0,0480	36,0	0,0175
20,0	0,0700	36,5	0,0180
20,5	0,0900	37,0	0,0180
21,0	0,1250	37,5	0,0170
21,5	0,1550	38,0	0,0150
22,0	0,1950	38,5	0,0130
22,5	0,2250	39,0	0,0105
23,0	0,2600	39,5	0,0085
23,5	0,2600	40,0	0,0065
24,0	0,2900	40,5	0,0055
24,5	0,3000	41,0	0,0045
25,0	0,3200	41,5	0,0045
25,5	0,3000	42,0	0,0045
26,0	0,3000		

Von der Intensität  $I$  muss noch der Dunkelstrom  $I_d = 0,002 \mu\text{A}$  abgezogen werden. Im Anschluss werden diese normiert. Diese Werte sind in Abbildung 5 aufgetragen.



**Abbildung 5:** Graph zur Bestimmung der Breite des Einzelspalts mit den Parametern  $(A_0, b, x_0)$ .

Eine Regression

$$f(x) = A_0^2 b^2 \left( \frac{\lambda}{\pi b \sin\left(\frac{x-x_0}{L}\right)} \right)^2 \sin^2 \left( \frac{\pi b \sin\left(\frac{x-x_0}{L}\right)}{\lambda} \right)$$

$(L = 97,5 \text{ cm}, \lambda = 635 \text{ nm})$

liefert die Werte

$$A_0 = 13,05 \pm 0,07 \frac{\mu\text{A}}{\text{mm}}$$

$$b = (0,0754 \pm 0,0005) \text{ mm}$$

$$x_0 = (25,12 \pm 0,02) \text{ mm}.$$

Die relative Abweichung von der Herstellerangabe  $b_{\text{theo}} = 0,075 \text{ mm}$  beträgt 0,56 %. Dies entspricht einem  $1\sigma$ -Intervall.



## 4.2 Doppelspalt

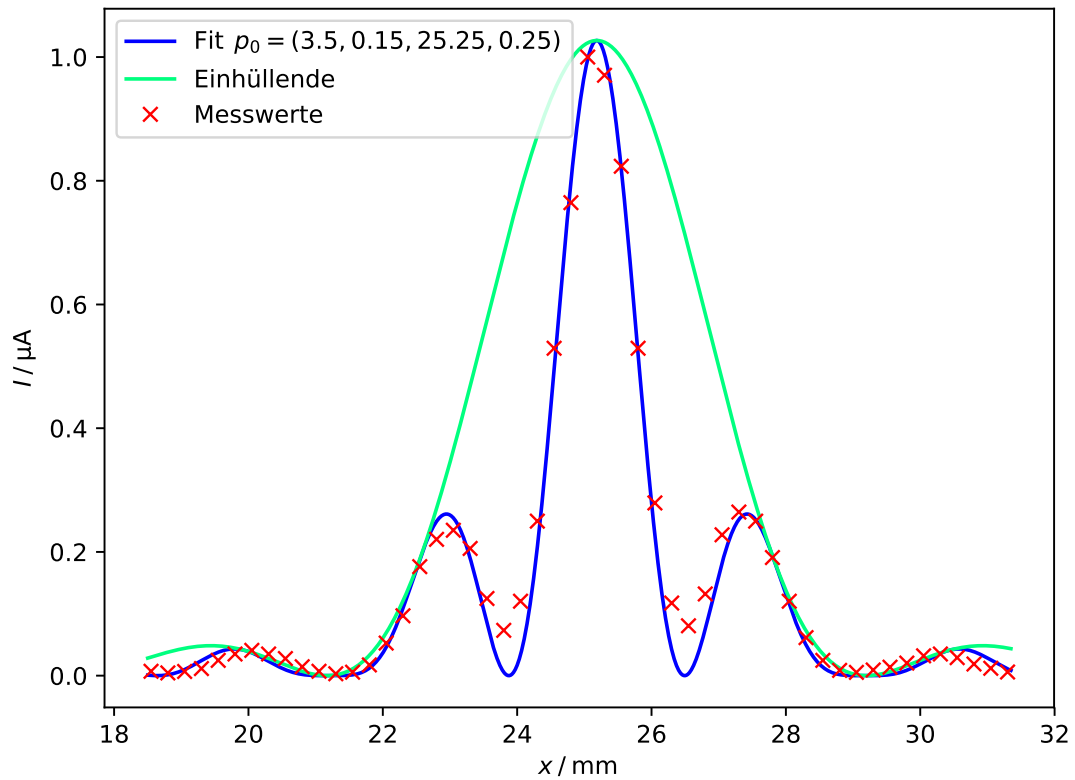
### 4.2.1 1. Messung

In Tabelle 2 befinden sich die aufgenommenen Messwerte.

**Tabelle 2:** Messwerte zur Bestimmung der Breite und des Abstandes des Doppelspalts

$x / \text{mm}$	$I / \mu\text{A}$	$x / \text{mm}$	$I / \mu\text{A}$
18,55	0,050	25,05	6,800
18,80	0,032	25,30	6,600
19,05	0,048	25,55	5,600
19,30	0,080	25,80	3,600
19,55	0,170	26,05	1,900
19,80	0,240	26,30	0,800
20,05	0,280	26,55	0,550
20,30	0,240	26,80	0,900
20,55	0,190	27,05	1,550
20,80	0,100	27,30	1,800
21,05	0,050	27,55	1,700
21,30	0,023	27,80	1,300
21,55	0,040	28,05	0,820
21,80	0,120	28,30	0,420
22,05	0,360	28,55	0,170
22,30	0,660	28,80	0,060
22,55	1,200	29,05	0,038
22,80	1,500	29,30	0,064
23,05	1,600	29,55	0,095
23,30	1,400	29,80	0,140
23,55	0,850	30,05	0,220
23,80	0,500	30,30	0,240
24,05	0,820	30,55	0,200
24,30	1,700	30,80	0,130
24,55	3,600	31,05	0,083
24,80	5,200	31,30	0,042

Von der Intensität  $I$  muss wie schon in Kapitel 4.1 noch der Dunkelstrom  $I_d = 0,002 \mu\text{A}$  abgezogen werden. Im Anschluss werden die Werte erneut normiert. Diese Werte sind in Abbildung 6 aufgetragen.



**Abbildung 6:** Graph zur Bestimmung der Breite und des Abstandes des Doppelspalts mit den Parametern  $(A_0, b, x_0, g)$ .

Eine Regression

$$f(x) = A_0^2 b^2 \left( \frac{\lambda}{\pi b \sin\left(\frac{x-x_0}{L}\right)} \right)^2 \cos^2 \left( \frac{\pi g \sin\left(\frac{x-x_0}{L}\right)}{\lambda} \right) \sin^2 \left( \frac{\pi b \sin\left(\frac{x-x_0}{L}\right)}{\lambda} \right)$$

$(L = 97,5 \text{ cm}, \lambda = 635 \text{ nm})$

liefert die Werte

$$\begin{aligned} A_0 &= (6,6 \pm 0,1) \frac{\mu\text{A}}{\text{mm}} \\ b &= (0,154 \pm 0,002) \text{ mm} \\ x_0 &= (25,19 \pm 0,01) \text{ mm} \\ g &= (0,237 \pm 0,003) \text{ mm}. \end{aligned}$$

Die Herstellerangaben betragen  $b_{\text{theo}} = 0,15 \text{ mm}$  und  $g_{\text{theo}} = 0,25 \text{ mm}$ . Die gemessene Breite liegt in einem  $2\sigma$ -Intervall. Der relative Fehler beträgt 2,79 %. Der gemessene Abstand liegt in einem  $5\sigma$ -Intervall und der relative Fehler beträgt 5,41 %.

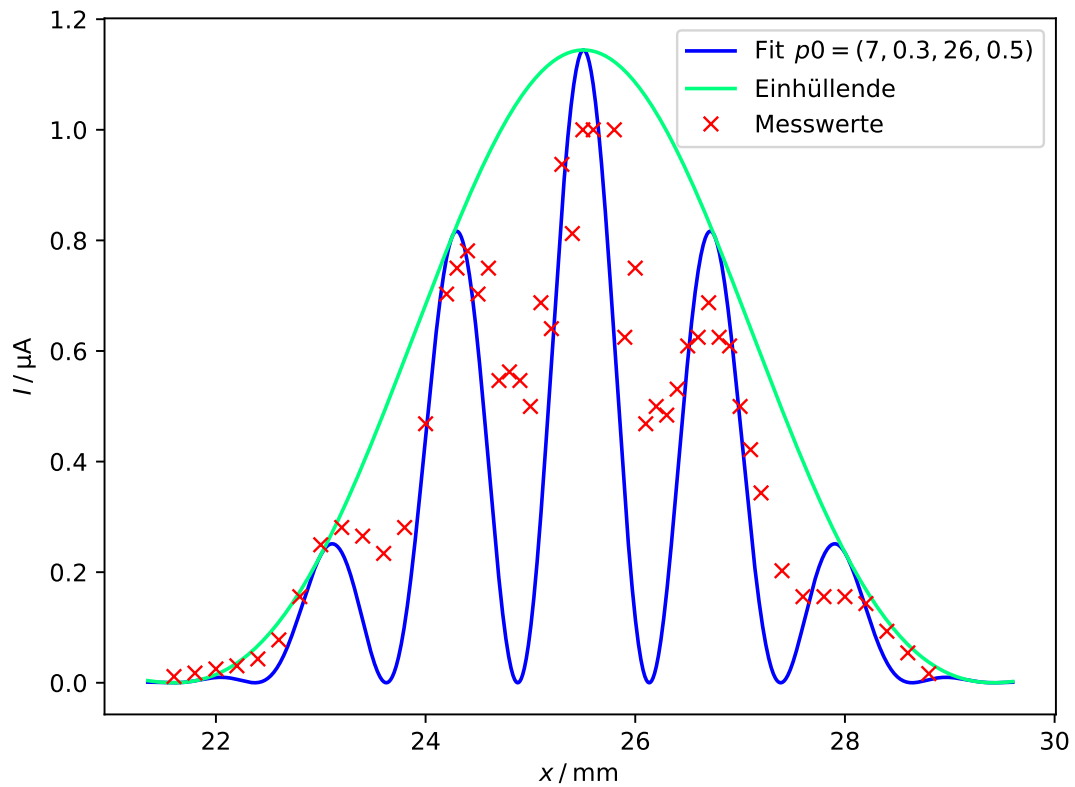
#### 4.2.2 2. Messung

In Tabelle 3 befinden sich die aufgenommenen Messwerte.

**Tabelle 3:** Messwerte zur Bestimmung der Breite und des Abstandes des Doppelspalts

$x / \text{mm}$	$I / \mu\text{A}$	$x / \text{mm}$	$I / \mu\text{A}$
21,6	0,038	25,5	3,200
21,8	0,058	25,6	3,200
22,0	0,082	25,8	3,200
22,2	0,100	25,9	2,000
22,4	0,140	26,0	2,400
22,6	0,250	26,1	1,500
22,8	0,500	26,2	1,600
23,0	0,800	26,3	1,550
23,2	0,900	26,4	1,700
23,4	0,850	26,5	1,950
23,6	0,750	26,6	2,000
23,8	0,900	26,7	2,200
24,0	1,500	26,8	2,000
24,2	2,250	26,9	1,950
24,3	2,400	27,0	1,600
24,4	2,500	27,1	1,350
24,5	2,250	27,2	1,100
24,6	2,400	27,4	0,650
24,7	1,750	27,6	0,500
24,8	1,800	27,8	0,500
24,9	1,750	28,0	0,500
25,0	1,600	28,2	0,460
25,1	2,200	28,4	0,300
25,2	2,050	28,6	0,175
25,3	3,000	28,8	0,055
25,4	2,600		

Von der Intensität  $I$  muss erneut der Dunkelstrom  $I_d = 0,002 \mu\text{A}$  abgezogen werden und die Werte werden erneut normiert. Die Werte sind in Abbildung 7 aufgetragen.



**Abbildung 7:** Graph zur Bestimmung der Breite und des Abstandes des Doppelspalts mit den Parametern  $(A_0, b, x_0, g)$ .

Die Regression aus Kapitel 4.2.1 ergibt die Werte

$$\begin{aligned}
 A_0 &= (6,8 \pm 0,4) \frac{\mu\text{A}}{\text{mm}} \\
 b &= (0,16 \pm 0,01) \text{ mm} \\
 x_0 &= (25,51 \pm 0,02) \text{ mm} \\
 g &= (0,494 \pm 0,009) \text{ mm}.
 \end{aligned}$$

Die Breite weicht mit einem relativen Fehler von 5,49 % von der Herstellerangabe  $b_{\text{theo}} = 0,15 \text{ mm}$  ab und liegt dabei in einem  $1\sigma$ -Intervall. Die Herstellerangabe für den Abstand beträgt  $g_{\text{theo}} = 0,5 \text{ mm}$ . Der gemessene Wert liegt ebenfalls in einem  $1\sigma$ -Intervall und der relative Fehler beträgt 1,25 %.

## 5 Diskussion

Fast alle Messwerte befinden sich innerhalb der ersten beiden Fehlerintervalle und liegen somit im Rahmen der Messungenauigkeiten. Die Abweichungen von den nominellen

Werten sind auch bis auf die Breite des Doppelspalts in Kapitel 4.2.2 sehr klein. Allerdings ist die relative Abweichung in Kapitel 4.2.2 mit 5,49% so gering, dass trotzdem von einer präzisen Bestimmung des Wertes ausgegangen werden kann. Lediglich der Wert für den Abstand des Doppelspaltes in Kapitel 4.2.1 weicht mit 5 Fehlerintervallen stark von seinem Theoriewert ab. Gründe hierfür können ein phasenweise anderer Dunkelstrom und Messwertverzerrungen aufgrund des häufigen Wechsels des Messbereiches sein. Die Beugungsfigur eines Einzelspaltes stellt in Kapitel 4.2.1 und 4.2.2 wie erwartet die Einhüllende der Doppelspaltfunktion dar.

## Literatur

- [1] Physikalisches Praktikum der TU Dortmund. *Versuch V406: Beugung am Spalt*. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V406.pdf> (besucht am 09.07.2018).



# V406 - Beugung am Spalt

$$\lambda = 635 \text{ nm}$$

$I_d = 0,002 \mu\text{A}$ , Spalt:  $\odot 20 \mu\text{m}$ , Photo:  $117,5 \text{ cm}$ ,  $L = 97,5 \text{ cm}$

$I / \mu A$	0,032	0,08	0,24	0,24	0,1	0,023	0,12	0,66	1,5	1,8	0,5	1,7		
$x / \text{mm}$	18,8	19,3	19,8	20,3	20,8	21,3	21,8	22,3	22,8	23,3	23,8	24,3		
$I / \mu A$	5,2	6,6	3,6	0,8	0,9	1,8	1,3	0,42	0,06	0,054	0,14	0,24	0,13	0,042
$x / \text{mm}$	24,9	25,3	25,8	26,3	26,8	27,3	27,8	28,3	28,8	29,3	29,8	30,3	30,8	31,3
$I / \mu A$	0,023	0,2	0,22	0,095	0,038	0,17	0,82	1,7	1,55	0,55	1,9	5,6	6,8	3,6
$x / \text{mm}$	31,05	30,55	30,05	29,55	29,05	28,55	28,05	27,55	27,05	26,55	26,05	25,55	25,05	24,55
$I / \mu A$	0,82	0,85	1,6	1,2	0,36	0,04	0,05	0,13	0,23	0,17	0,048	0,05		
$x / \text{mm}$	24,05	23,55	23,05	22,55	22,05	21,55	21,05	20,55	20,05	19,55	19,05	18,55		

Doppelspalt 1  
~~Spalt~~

$$g = 0,25 \text{ mm}$$

$$b = 0,15 \text{ mm}$$

$I / \mu\text{A}$	0,038	0,058	0,082	0,1	0,144	0,25	0,5	0,8	0,9	0,85	0,75	0,9	1,5	2,25
$x / \text{mm}$	21,6	21,8	22	22,2	22,4	22,6	22,8	23	23,2	23,4	23,6	23,8	24	24,2
$I / \mu\text{A}$	2,5	2,4	1,8	1,6	2,05	2,6	3,2	3,2	2,4	1,6	1,7	2	2	1,6
$x / \text{mm}$	24,4	24,6	24,8	25	25,2	25,4	25,6	25,8	26	26,2	26,4	26,6	26,8	27

Doppelspalt 2

$$g = 0,5 \text{ mm}$$

$$b = 0,15 \text{ mm}$$

$I / \mu\text{A}$	1,1	0,65	0,5	0,5	0,5	0,46	0,3	0,175	0,055
$x / \text{mm}$	27,2	27,4	27,6	27,8	28	28,2	28,4	28,6	28,8

$I / \mu\text{A}$	3,2	3	2,2	1,75	1,75	2,25	2,4
$x / \text{mm}$	25,5	25,3	25,1	24,9	24,7	24,5	24,3

$I / \mu\text{A}$	2	1,5	1,55	1,95	2,2	1,95	1,35
$x / \text{mm}$	25,8	26,1	26,3	26,5	26,7	26,9	27,1

$I / \mu\text{A}$	0,0055	0,0065	0,0085	0,011	0,0135	0,0165	0,019	0,0205	0,021	0,0255	0,0285	0,026	0,013	0,01
$x / \text{mm}$	10	10,5	11	11,5	12	12,5	13	13,5	14	14,5	15	15,5	16	16,5

$I / \mu\text{A}$	0,0085	0,0095	0,013	0,02	0,03	0,048	0,07	0,09	0,125	0,155	0,195	0,225	0,286	0,26
$x / \text{mm}$	17	17,5	18	18,5	19	19,5	20	20,5	21	21,5	22	22,5	23	23,5

$I / \mu\text{A}$	0,29	0,3	0,32	0,3	0,3	0,28	0,26	0,24	0,2	0,18	0,13	0,1	0,095	0,068
$x / \text{mm}$	24	24,5	25	25,5	26	26,5	27	27,5	28	28,5	29	29,5	30	30,5

$I / \mu\text{A}$	0,044	0,028	0,016	0,0115	0,0075	0,006	0,0095	0,011	0,0135	0,016	0,0175	0,018	0,019	0,017	0,015	0,013	0,0105	0,0095	0,0085
$x / \text{mm}$	31	31,5	32	32,5	33	33,5	34	34,5	35	35,5	36	36,5	37	37,5	38	38,5	39	39,5	40

Einzelspalt

$$b = 0,078 \text{ mm}$$

5,000	5,000	5,000	5,000	5,000	5,000	5,000	5,000	5,000	5,000	5,000	5,000	5,000	5,000	5,000	5,000	5,000	5,000	5,000	5,000
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

*Handwritten signature*