# Inhaltsverzeichnis

# 1 Zielsetzung

In diesem Versuch sollen die Halbwertszeiten von verschiedenen radioaktiven Isotopen bestimmt werden.

# 2 Theorie

Die in diesem Versuch benutzten radioaktiven Isotope weisen Halbwertszeiten $T_{1/2}$ von einigen Stunden bis einigen Sekunden auf, sodass sie zur besseren Beobachtung direkt vor dem Versuchsbeginn hergestellt werden. Atomkerne zerfallen, wenn das in ihnen vorliegende Verhältnis der Protonen zu Neutronen außerhalb eines bestimmten Bereiches liegt. Dieser Zerfall verläuft statistisch und dabei entstehen entweder stabile Atomkerne oder weiter zerfallende instabile Kerne. Zur Herstellung der radioaktiven Isotope werden stabile Isotope mit Neutronen bestrahlt.

Gelangt ein Neutron in einen Atomkern, so wird der dabei entstehende neue Atomkern Zwischenkern oder Compoundkern genannt. Die Energie des einfallenden Neutrons, die nun den Zwischenkern anregt, verteilt sich auf eine Vielzahl von Nukleonen innerhalb dieses Kerns. Dadurch ist der Kern nicht mehr in der Lage weitere Nukleonen abzustrahlen und geht unter Emission eines $\gamma$-Quants in einen Grundzustand über. Der dabei entstehende Kern ist langlebiger als der Zwischenkern und zerfällt unter $\beta$-Strahlung in einen neuen Kern, ein Elektron und ein Antineutrino:

$$^{\mathrm{m+1}}_{\mathrm{z}}\mathrm{A} \rightarrow {}^{\mathrm{m+1}}_{\mathrm{z+1}}\mathrm{C} + \beta^- + \mathrm{E_{kin}} + \overline{\nu}_{\mathrm{e}}.$$

Um die Wahrscheinlichkeit für die Reaktion mit einem Neutron anzugeben, wird der Wirkungsquerschnitt $\sigma$ eingeführt. Dieser ist eine fiktive Fläche, die so groß ist, dass jedes diese Fläche treffende Neutron vom Kern eingefangen werden würde. Der Wirkungsquerschnitt ist im Falle der Neutronenabsorption von der Neutronengeschwindigkeit abhängig. So lässt sich zeigen, dass der Wirkungsquerschnitt antiproportional zur Geschwindigkeit ist. Ist das Neutron also langsamer, ist es länger in der Einwirkungszone des Atomkerns und wird deshlab mit einer größeren Wahrscheinlichkeit eingefangen.

Die benötigten Neutronen kommen in der Natur nicht vor, sodass sie erst hergestellt werden müssen. Dafür werden $^{9}$Be-Kerne mit $\alpha$-Teilchen aus dem radioaktiven Zerfall von $^{226}$Ra beschossen. Dabei läuft die folgende Reaktion ab:

$$^{9}_{4}\mathrm{Be} + {}^{4}_{2}\alpha \rightarrow {}^{12}_{6}\mathrm{C} + {}^{1}_{0}\mathrm{n}.$$

Die dabei entstehenden Neutronen haben ein kontinuierliches Energiespektrum. Da insbesondere langsame Neutronen benötigt werden, werden die Neutronen durch Materieschichten geschickt, damit sie bei elastischen Stößen mit den leichten Materie-Kernen ihre Energie verringern. Leichte Atome eignen sich als Stoßpartner am besten, da mehr Energie übertragen werden kann, wenn die beiden Stoßpartner ähnliche Massen haben.

Die mit diesen Neutronen bestrahlten Proben wandeln sich unter $\beta$-Strahlung wieder in stabile Isotope um. Der Zerfall verläuft exponentiell, sodass nach einer bestimmten

Zeit $t$ die Anzahl der noch vorhandenen Kerne durch die Formel

$$N(t) = N_0 \mathrm{e}^{-\lambda t} \tag{1}$$

beschrieben werden kann, wobei $N_0$ die Anzahl der anfangs vorhandenen Kerne angibt und $\lambda$ die Zerfallskonstante ist. Die Halbwertszeit, also die Zeit, in der die Hälfte der Kerne zerfallen ist, ergibt sich damit zu:

$$T_{1/2} = \frac{ln(2)}{\lambda}. \tag{2}$$

Einfacher als die noch vorhandenen Kerne lässt sich die Zahl der in einem genau definierten Zeitintervall $\varDelta t$ zerfallenen Kerne bestimmen. Diese Zahl ist ebenfalls zeitabhängig und es ergibt sich:

$$N_{\varDelta t}(t) = N(t) - N(t + \varDelta t) \tag{3}$$
$$\Rightarrow N_{\varDelta t}(t) = N_0 \mathrm{e}^{-\lambda t} - N_0 \mathrm{e}^{-\lambda (t + \varDelta t)} \tag{4}$$
$$= N_0 (1 - \mathrm{e}^{-\lambda \varDelta t}) \mathrm{e}^{-\lambda t}. \tag{5}$$

Die Wahl des $\varDelta t$ ist schwierig, da zu kleine Zeitintervalle zu einem statistischen Fehler von $N_{\varDelta t}(t)$ und zu große Zeitintervalle zu einem systematischen Fehler von $\lambda$ führen würden. Deshalb werden die Zeitintervalle vorgegeben.

Eine Besonderheit tritt bei dem Zerfall von Rhodium auf:

$$^{103}_{45}\mathrm{Rh} + \mathrm{n} \begin{cases} \overset{10\%}{\rightarrow} \; ^{104\mathrm{i}}_{45}\mathrm{Rh} \rightarrow \, ^{104}_{45}\mathrm{Rh} + \gamma \rightarrow \, ^{104}_{46}\mathrm{Pd} + \beta^- + \overline{\nu}_\mathrm{e} \\ \overset{90\%}{\rightarrow} \; ^{104}_{45}\mathrm{Rh} \rightarrow \, ^{104}_{46}\mathrm{Pd} + \beta^- + \overline{\nu}_\mathrm{e}. \end{cases}$$

Das stabile Isotop des $^{103}\mathrm{Rh}$ geht dabei mit unterschiedlichen Wahrscheinlichkeiten in zwei verschiedene instabile Isotope über. Beide Zerfälle laufen gleichzeitig ab, allerdings mit unterschiedliche Halbwertszeiten. Da auch die $\gamma$-Strahlung detektiert werden kann, ist die Gesamtaktivität die Summe der beiden einzelnen Aktivitäten. Da nach einer bestimmten Zeit $t*$ nur noch das langlebigere Isotop für die Aktivität verantwortlich ist, lassen sich die verschiedenen Halbwertszeiten der beiden Isotope gut bestimmen. Die bei dem Zerfall des $^{104\mathrm{i}}_{45}\mathrm{Rh}$ entstehenden und weiter zerfallenden Kerne des $^{104}_{45}\mathrm{Rh}$ in der Gesamtzählrate nur einen kleinen Efefkt haben, sodass dieser hier vernachlässigt wird.

# 3 Fehlerrechnung

Im Folgenden werden alle Mittelwerte mit folgender Formel bestimmt:

$$\overline{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i. \tag{6}$$

Der zugehörige Fehler des Mittelwertes berechnet sich mit

$$\varDelta \overline{x} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \overline{x})^2}. \tag{7}$$

Werden fehlerbehaftete Größen in einer späteren Formel benutzt, so wird der neue Fehler mit Hilfe der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung angegeben:

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot (\Delta x_i)^2}. \tag{8}$$

Eventuelle Ausgleichsgeraden berechnen sich über

$$y = a \cdot x + b \tag{9a}$$

$$a = \frac{\overline{xy} - \overline{x}\,\overline{y}}{\overline{x^2} - \overline{x}^2} \tag{9b}$$

$$b = \frac{\overline{x^2}\,\overline{y} - \overline{x}\,\overline{xy}}{\overline{x^2} - \overline{x}^2}. \tag{9c}$$

Die Regression sowohl von Ausgleichsgeraden als auch von anderen Polynomen, sowie die Bestimmung der zugehörigen Fehler, wird mit iPython 2.1.0 durchgeführt.

Fehler werden nach DIN auf eine geltende Ziffer gerundet. Sollte diese Zahl eine 1 sein, so wird, ebenfalls nach DIN, eine weitere Ziffer angegeben. Der zugehörige Wert wird mit der gleichen Anzahl an Nachkommastellen wie der Fehler angegeben. Ausnahmen sind Werte, bei denen der Fehler größer als der eigentliche Wert ist. In diesem Fall wird eine geltende Ziffer des Wertes angegeben. Im Falle einer 1 wird erneut auch die nächste Ziffer angegeben, der Fehler wird entsprechend gerundet.

# 4 Durchführung

Als erstes wird eine Messung für den Nulleffekt $N_\mathrm{u}$ gestartet. Dieser wird durch kosmische Strahlung und natürliche Radioaktivität hervorgerufen und muss für die Messung der Halbwertszeiten $T_{1/2}$ bekannt sein. Dazu wird der Zeitgeber auf 900 s gesetzt und die angezeigte Zählrate notiert.

Dann wird die erste Probe, ein $^{116}_{49}$In-Präparat, in die Apparatur, zu sehen in Abbildung **??**, eingesetzt. Der Zeitgeber wird auf ein Zeitintervall $\Delta t$ von 240 s eingestellt. Es wird eine Stunde lang gemessen und die Zählraten werden jeweils notiert. Danach wird die Probe aus der Apparatur entfernt.

Als letztes wird ein $^{104}$Rh und $^{104\mathrm{i}}$Rh Gemisch untersucht. Die Probe wird in die Apparatur eingesetzt und das zu messende Zeitintervall wird auf 20 s gesetzt. Die Probe wird 12 Minuten lang beobachtet und die Zählraten werden notiert. Die verwendeten Zeitintervalle und Beobachtungszeiträume wurden in einer beiliegenden Tabelle vorgeschlagen und nicht selbst bestimmt.

# 5 Auswertung

# 6 Diskussion