

VERSUCH 301

Leerlaufspannung und Innenwiderstand von Spannungsquellen

Lars Kolk

lars.kolk@tu-dortmund.de

Julia Sobolewski

julia.sobolewski@tu-dortmund.de

Durchführung: 05.12.2017

Abgabe: 12.12.2017

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
2	Aufbau und Durchführung	4
3	Auswertung	5
3.1	Direkte Messung der Leerlaufspannung	5
3.2	Messung des Innenwiderstandes einer Monozelle	5
3.3	Messung mit einer Gegenspannung	7
3.4	Messung des Innenwiderstandes eines Rechteckgenerators	8
3.5	Messung des Innenwiderstandes eines Sinusgenerators	10
3.6	Systematische Fehler	11
3.7	Leistung	12
4	Diskussion	12
	Literatur	13

1 Theorie

Ziel: In diesem Versuch sollen die Leerlaufspannung und der Innenwiderstand verschiedener Spannungsquellen bestimmt werden.

Ist an einer Spannungsquelle kein Stromkreis angeschlossen, so ist in dieser eine Spannung U_0 messbar. Wird jedoch ein Stromkreis angeschlossen, so ist die messbare Spannung U kleiner als U_0 . Dies lässt sich mit der zweiten Kirchhof'schen Regel, der Maschenregel, begründen. Diese besagt, dass die Summe aller Spannungen in einer Masche gleich 0 ist:

$$\sum_i^n U_i = 0. \quad (1)$$

Für einen einfachen Stromkreis, wie in Abbildung 1, gilt mit $U = R \cdot I$:

$$U_0 = (R_i + R_a) \cdot I \quad (2)$$

$$\text{bzw. } U_k = U_0 - I \cdot R_i \quad (3)$$

Dabei ist R_i der Innenwiderstand und R_a der Lastwiderstand. Die Spannung U_k ist hier die Klemmenspannung und kann an der belasteten Quelle abgegriffen werden.

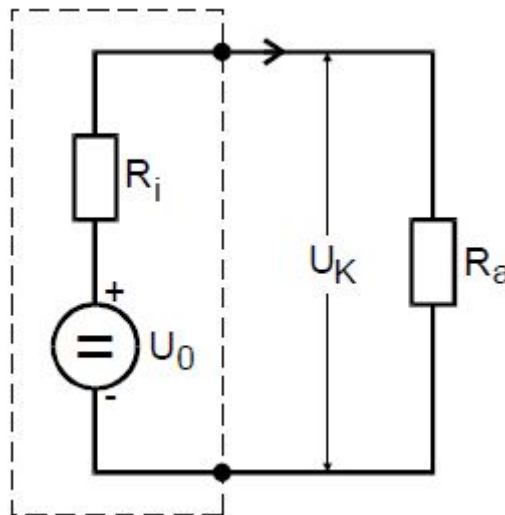


Abbildung 1: Einfacher Stromkreis [1, S. 213]

Da bei einem hochohmigen Widerstand sehr wenig Strom fließt, lässt sich Gleichung (3) wie folgt nähern:

$$U_k \approx U_0 \quad (4)$$

Da der Strom bei anderen Spannungsquellen nicht zwingend konstant fließen muss, muss in manchen Fällen mit der differentiellen Stromstärke gerechnet werden. Der im System

vorhandene Innenwiderstand R_i beeinflusst ebenfalls die elektrische Leistung N . Aufgrund von R_i lässt sich keine beliebig hohe Leistung erreichen und es gilt:

$$N = I^2 \cdot R_a = \frac{U_0^2}{(R_i + R_a)^2} R_a. \quad (5)$$

Die Funktion wird bei $R_i = R_a$ maximal. In diesem Fall wird von Leistungsanpassung gesprochen.

2 Aufbau und Durchführung

Im ersten Teil des Versuchs wird die Leerlaufspannung U_0 mithilfe eines Voltmeters gemessen. Danach wird die in Abbildung 2 gezeigte Schaltung zur Bestimmung des Innenwiderstandes aufgebaut. Der Belastungswiderstand ist von $0\ \Omega - 50\ \Omega$ regelbar und

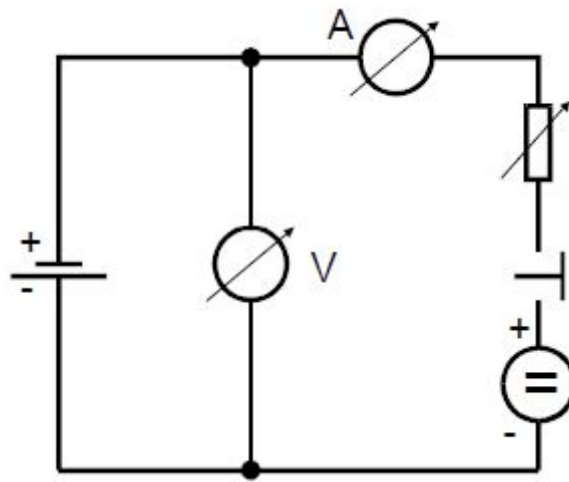


Abbildung 2: Messschaltung zur Bestimmung von U_0 u. R_i [1, S. 215]

wird in regelmäßigen Abständen variiert. Es werden 10-20 Wertepaare für Stromstärke und Klemmenspannung notiert. Nach abgeschlossener Messung wird - entsprechend der Abbildung 3 - zusätzlich eine Gegenspannung in die Schaltung eingebaut. Diese soll 2 V größer sein als U_0 . Der Widerstand wird erneut variiert und 10-20 Messpaare werden notiert. Der Strom fließt nun in die andere Richtung und es gilt

$$U_k = U_0 + I \cdot R_i. \quad (6)$$

Nun wird die zweite Spannungsquelle wieder ausgebaut, sodass wieder eine Schaltung wie in Abbildung 2 vorliegt. Die Monozelle wird nun allerdings gegen einen Sinus- bzw. Rechteckgenerator getauscht. Ebenso wird hier für die Rechteckspannung ein regelbarer Widerstand von $20\ \Omega - 250\ \Omega$ und für die Sinusspannung ein regelbarer Widerstand von $0,1\ \text{k}\Omega - 5\ \text{k}\Omega$ verwendet. Erneut werden pro Spannungsgenerator 10-20 Wertepaare aufgenommen und notiert.

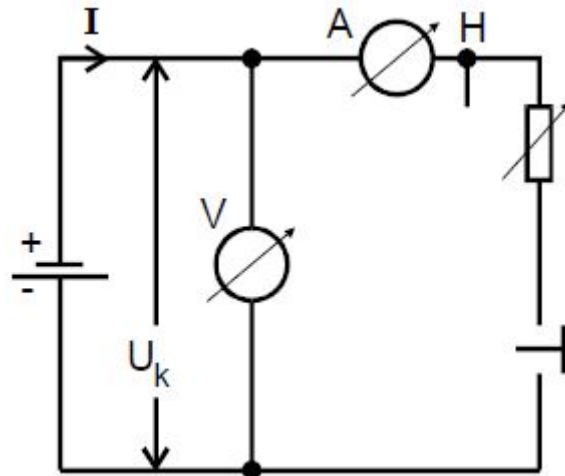


Abbildung 3: wie Abb.2 jedoch mit Verwendung einer Gegenspannung [1, S. 215]

3 Auswertung

3.1 Direkte Messung der Leerlaufspannung

Der Eingangswiderstand des Voltmeters beträgt

$$R_V = 10 \text{ M}\Omega = 1 \cdot 10^7 \Omega.$$

Die direkte Messung ergibt für die Leerlaufspannung

$$U_0 = 1,4 \text{ V}.$$

3.2 Messung des Innenwiderstandes einer Monozelle

Die aufgenommenen Messwerte befinden sich in Tabelle 1.

Tabelle 1: Messdaten für die Klemmenspannung

I / mA	U_k / V
22,0	1,20
22,0	1,20
23,5	1,20
27,5	1,15
29,5	1,15
33,0	1,15
39,0	1,10
47,0	1,05
59,0	1,00
73,0	0,90
98,0	0,70
190,0	0,05

Aus diesen Messwerten folgt Graph 4:

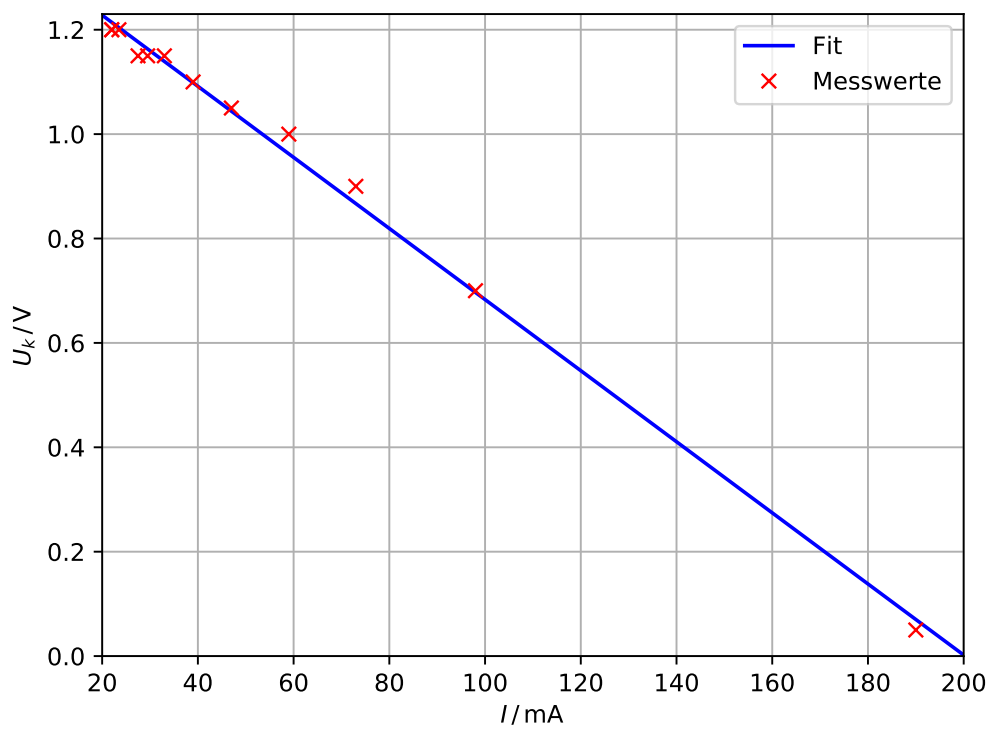


Abbildung 4: U_k - I -Diagramm zur Bestimmung des Innenwiderstandes

Mithilfe der Messwerte wird die lineare Regression $-a \cdot x + b$ durchgeführt, die die Werte

$$a = (6,810 \pm 0,131) \Omega$$

$$b = (1,364 \pm 0,009) \text{ V}$$

liefert. Dabei ist a der Innenwiderstand R_i und b die Leerlaufspannung U_0 .

3.3 Messung mit einer Gegenspannung

Die aufgenommenen Messwerte befinden sich in Tabelle 2.

Tabelle 2: Messdaten für die Klemmenspannung

I / mA	U_k / V
22	2,10
33	2,05
40	2,00
44	2,00
51	1,95
58	1,90
74	1,80
83	1,75

Aus diesen Messwerten folgt Graph 5:

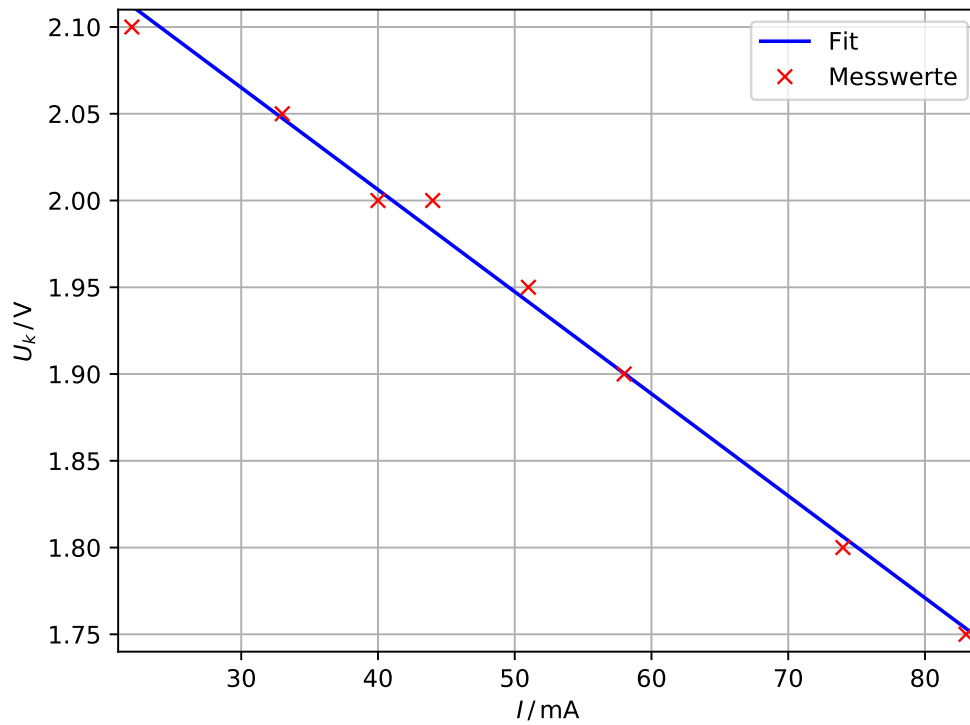


Abbildung 5: U - I -Diagramm zur Bestimmung des Innenwiderstandes

Es wird erneut eine lineare Regression durchgeführt. Sie liefert die Werte

$$a = (5,882 \pm 0,187) \, \Omega$$

$$b = (2,242 \pm 0,010) \, \text{V}$$

3.4 Messung des Innenwiderstandes eines Rechteckgenerators

Die aufgenommenen Messwerte befinden sich in Tabelle 3.

Tabelle 3: Messdaten für die Klemmenspannung

I / mA	U_k / V
2,8	0,55
3,0	0,54
3,3	0,53
3,7	0,51
4,2	0,49
4,8	0,46
5,6	0,43
6,1	0,40
7,6	0,34
8,1	0,24
15,0	0,16

Aus diesen Messwerten folgt Graph 6:

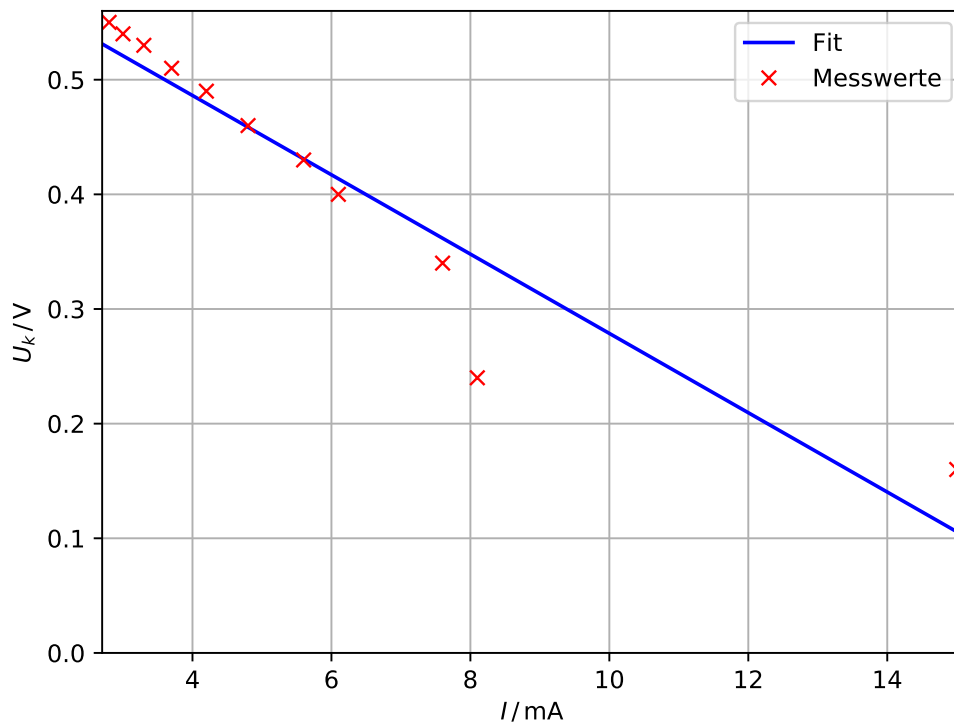


Abbildung 6: U - I -Diagramm zur Bestimmung des Innenwiderstandes

Dieses mal ergibt die lineare Regression

$$a = (34,590 \pm 3,786) \Omega$$

$$b = (0,625 \pm 0,026) \text{ V}.$$

3.5 Messung des Innenwiderstandes eines Sinusgenerators

Die aufgenommenen Messwerte befinden sich in Tabelle 4.

Tabelle 4: Messdaten für die Klemmenspannung

I / mA	U_k / V
0,15	1,95
0,20	1,95
0,25	1,90
0,30	1,90
0,35	1,85
0,40	1,80
0,55	1,75
0,75	1,60
1,10	1,40
1,65	1,05
2,40	0,60

Aus diesen Messwerten folgt Graph 7:

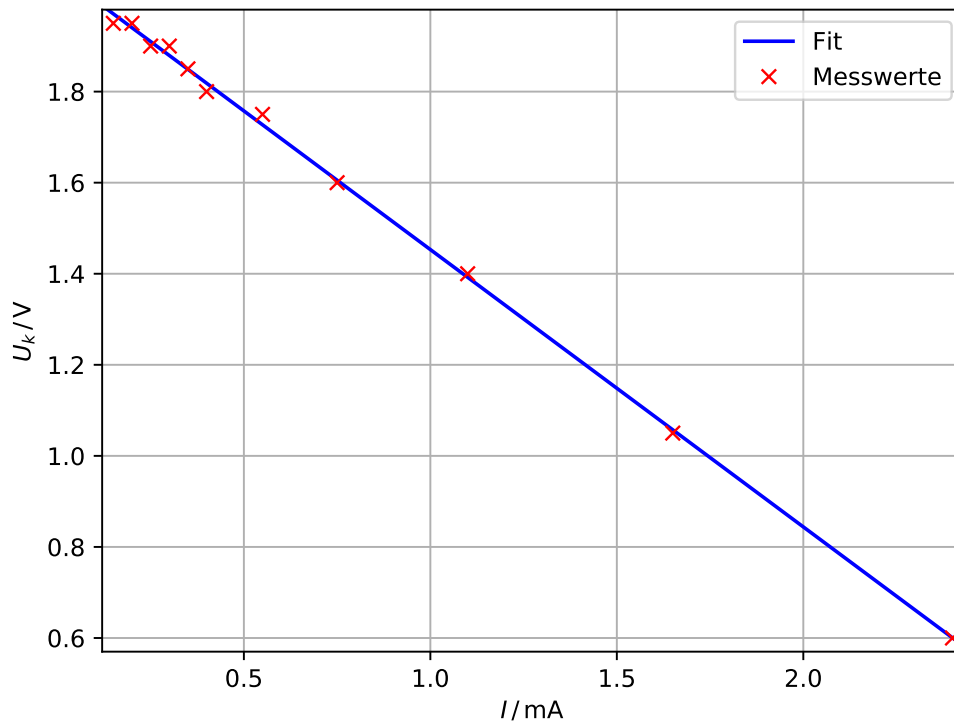


Abbildung 7: U - I -Diagramm zur Bestimmung des Innenwiderstandes

Die lineare Regression ergibt

$$a = (609,072 \pm 6,695) \, \Omega$$

$$b = (2,062 \pm 0,007) \, \text{V}.$$

3.6 Systematische Fehler

Da das Voltmeter nur einen endlichen Widerstand hat, ergibt sich ein systematischer Fehler bei der direkten Messung der Leerlaufspannung. Der Fehler ergibt sich als

$$\delta = \frac{R_i}{R_a} = 6,81 \cdot 10^{-5} \%.$$

Da der Fehler so klein ist, wird er vernachlässigt. Das Voltmeter an den Punkt H anzuschließen würde einen weiteren systematischen Fehler verursachen. Es wäre nicht mehr möglich die reine Klemmenspannung zu messen, weil die über dem nicht idealen Amperemeter abfallende Spannung mitbetrachtet werden würde.

3.7 Leistung

In Graph 8 wird die Leistung gegen den Lastwiderstand aufgetragen. Diese Größen berechnen sich aus

$$P = U_k \cdot I \qquad R_a = \frac{U_k}{I} \qquad (7)$$

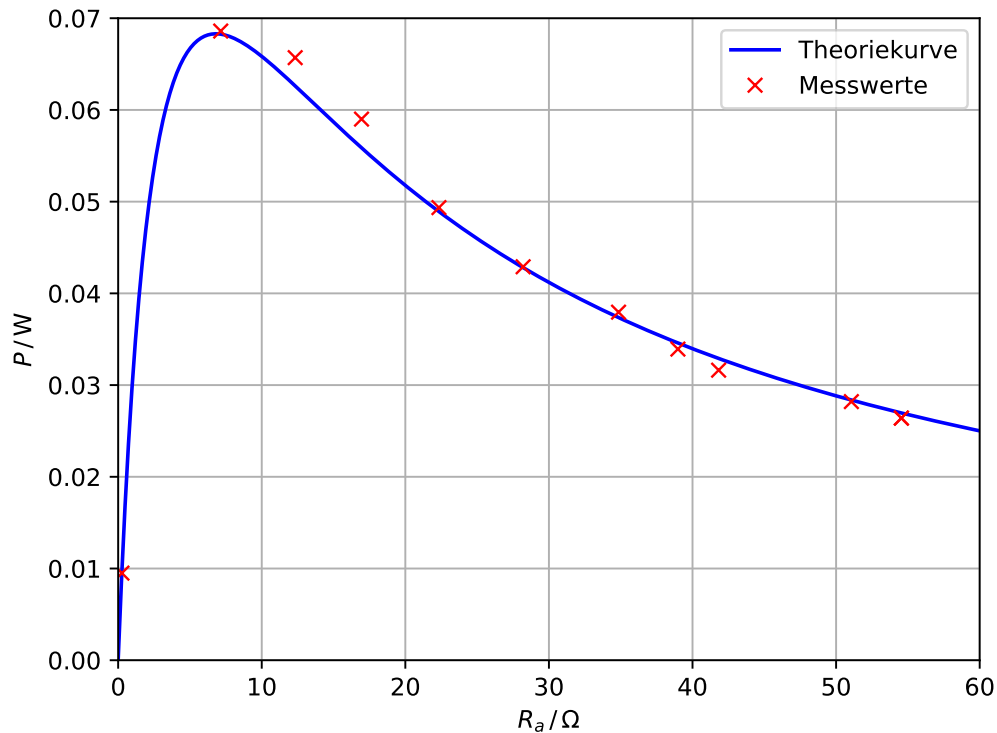


Abbildung 8: P - R_a -Diagramm

Die Theoriekurve ergibt sich aus Gleichung (5).

4 Diskussion

Bei der direkten Messung der Leerlaufspannung ergibt sich, wie bereits in Kapitel 3.6 berechnet, ein systematischer Fehler aufgrund des nicht unendlich hohen Widerstandes des Voltmeters.

Bei der Messung mit Gegenspannung in Graph 5 ergibt sich wider Erwarten eine negative Steigung. Dies lässt den Schluss zu, dass die zweite Spannungsquelle falsch herum angeschlossen worden sein muss. Aufgrunddessen sind die Ergebnisse aus Kapitel 3.3 nicht aussagekräftig.

In Graph 8 ist zu erkennen, dass die Messwerte aus Kapitel 3.2 nur sehr gering von der Theoriekurve abweichen und im Rahmen der Messungenauigkeiten liegen. Somit scheinen die Ergebnisse aus 3.2 für den Innenwiderstand ziemlich nah an der Theorie zu sein.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *V301 - Leerlaufspannung und Innenwiderstand von Spannungsquellen*. 2017. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V301.pdf>.

V30.1 - Leerlaufspannung und Innenwiderstand von Spannungsquellen

a) direkt: $U_0 = 1,4V$

$R_V = 10 M\Omega = 10 \cdot 10^6 \Omega$

b)

U_k / V	1,2	1,2	1,2	1,15	1,15	1,15	1,1	1,05	1
$I / \mu A$	22	22	23,5	27,5	29,5	33	39	47	59

U_k / V	0,9	0,7	0,05
$I / \mu A$	73	98	190

c)

U_k / V	2,1	2,05	2	2	1,95	1,9	1,8	1,75
$I / \mu A$	22	33	40	44	51	58	74	83

d) Rechteck

U_k / V	0,55	0,54	0,53	0,51	0,49	0,46	0,43	0,4	0,34
$I / \mu A$	2,8	3	3,3	3,7	4,2	4,8	5,6	6,1	7,6

U_k / V	0,24	0,16
$I / \mu A$	8,1	15

Sinus

U_k / V	1,95	1,95	1,9	1,9	1,85	1,8	1,75	1,6	1,4
$I / \mu A$	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,55	0,75	1,1

U_k / V	1,05	0,6
$I / \mu A$	1,65	2,4

Nicht nilsjulius.abicht@fu...