

Arbeit zur Erlangung des akademischen Grades
Bachelor of Science

Lepton-Nichtuniversalität in leptonischen D-Zerfällen

Tom Magorsch
geboren in Schwerte

2019

Lehrstuhl für Theoretische Physik IV
Fakultät Physik
Technische Universität Dortmund

Erstgutachterin: Prof. Dr. Gudrun Hiller
Zweitgutachter: Prof. Dr. Heinrich Päs
Abgabedatum: 28. Juni 2019

Kurzfassung

In dieser Arbeit testen wir das Standardmodell auf Lepton-Universalität anhand von leptonischen und semileptonischen Zerfällen des D^+ -Mesons. Für konkrete Berechnungen in einer effektiven Theorie legen wir die Parametrisierung der hadronischen Matrixelemente dar und geben mit der z -Entwicklung eine analytische Darstellung des vektoriellen Formfaktors an. Im Rahmen des Standardmodells berechnen wir die Zerfallsbreiten der Zerfälle $D^+ \rightarrow l^+ \nu_l$ und $D \rightarrow \pi^0(\bar{K}^0) l^+ \nu_l$ für unterschiedliche Leptonen im Endzustand. Für den Test des Standardmodells bilden wir die Quotienten der Zerfallsbreiten R und vergleichen sie mit den aktuellen Messungen der BESIII-Kollaboration. Aus den Werten für R folgern wir, dass das Standardmodell bei den untersuchten Zerfällen im Einklang mit den gemessenen Daten steht. Für den pseudoskalaren Wilson-Koeffizienten leiten wir anhand der experimentellen Verzweigungsverhältnisse der rein leptonischen Zerfälle Schranken her.

Abstract

In this thesis we test the standard model in terms of lepton flavor universality with leptonic and semileptonic decays of the D^+ -meson. To evaluate decay widths in an effective field theory we parameterize the hadronic matrix element and with the z -expansion we lay out an analytic description for the vector form factor. Within the framework of the standard model we calculate the branching ratios for the processes $D^+ \rightarrow l^+ \nu_l$ and $D^+ \rightarrow \pi^0(\bar{K}^0) l^+ \nu_l$. We form the quotients of the branching ratios as a quantity to test the standard model and compare the results with the recent measurements of the BESIII collaboration. From the results we conclude, that, for the analysed decays, the standard model is compatible with the experimental data. We derive constraints for the pseudoscalar Wilson Coefficient with the experimental branching ratios of the pure leptonic decays.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Schwache Zerfälle im Standardmodell	3
2.1	Quark-Mischung	3
2.2	Lepton-Universalität	4
2.3	Hadronische Matrixelemente	5
2.4	Zerfallskonstante und Formfaktoren	6
2.5	Leptonische Zerfälle	7
2.6	Semileptonische Zerfälle	8
2.7	Physik jenseits des Standardmodells	10
3	Ergebnisse der D^+-Zerfälle	11
3.1	Leptonische Zerfälle	11
3.2	Semileptonische Zerfälle	12
3.3	Wilson-Koeffizienten	16
4	Zusammenfassung	18
	Literatur	20

1 Einleitung

Das Standardmodell der Teilchenphysik wurde in den 1950er bis 1970er Jahren formuliert und konnte seitdem in vielen Messungen mit hoher Präzision bestätigt werden. Das Standardmodell ist eine Quantenfeldtheorie, welche drei der vier grundlegenden Wechselwirkungen, die elektromagnetische, die schwache und die starke Wechselwirkung, umfasst. Die Wechselwirkungen manifestieren sich in Form von Eichbosonen, welche mit sechs Quarks und sechs Leptonen interagieren. Trotz des großen Erfolges, welchen das Standardmodell bei der Vorhersage vieler experimenteller Größen verzeichnen kann, bleiben einige offene Fragen, welche zu der Suche nach Physik, die über das Standardmodell hinausgeht, motivieren. Phänomene dieser Art werden als neue Physik bezeichnet. Ein wesentlicher Teil der Suche nach neuer Physik ist, Stellen zu finden, an denen die Vorhersage des Standardmodells im Widerspruch zu den Beobachtungen steht. Solch ein Widerspruch birgt das Potenzial, durch neue Mechanismen, welche nicht in das Standardmodell integriert sind, aufgelöst zu werden.

In den letzten Jahren war vor allem der B-Sektor Gegenstand intensiver Tests des Standardmodells. Als B-Physik wird das Gebiet bezeichnet, welches sich mit Hadronen befasst, die ein Bottom-Quark enthalten. Die relevanten Größen der B-Physik wurden experimentell mit hoher Präzision vermessen. Bei dem Vergleich mit den Vorhersagen des Standardmodells zeigten sich einige Anomalien, bei denen die gemessenen Daten signifikant von den theoretischen Vorhersagen abweichen [1]. Insbesondere der Test auf Lepton-Universalität $\text{Br}(\bar{B} \rightarrow D^{(*)} \tau \bar{\nu}_\tau) / \text{Br}(\bar{B} \rightarrow D^{(*)} l \bar{\nu}_l)$ erregte hohe Aufmerksamkeit. Über die letzten Jahre wurde die Abweichung der Daten vom Standardmodell nach unten korrigiert, dennoch wurde die Diskrepanz der kombinierten Ergebnisse der semileptonischen D - und D^* -Modi Anfang 2019 nach wie vor zu 3.08σ bestimmt [2]. Diskrepanzen wie diese ermöglichen es, Modelle jenseits des Standardmodells zu formulieren, welche die Datenlage besser beschreiben als das Standardmodell [3, 4].

Infolge der Anomalien der Lepton-Universalität im B-Sektor stellt sich die Frage, ob sich Hinweise auf eine Verletzung des Standardmodells auch in der Charm-Physik finden lassen. Die Zerfallsbreiten der leptonischen und semileptonischen Zerfallsmodi der D -Mesonen wurden von den CLEO-, BESIII- und BarBar-Kollaborationen vermessen und bieten die Möglichkeit, die Vorhersagen des Standardmodells zu prüfen. Außerdem können anhand der experimentellen Befunde Schranken für Modelle alternativer Kopplungen der schwachen Wechselwirkung aufgestellt werden [5]. In dieser Arbeit werden die Vorhersagen für die leptonischen und semileptonischen Zerfälle des D^+ -Mesons mit den aktuellen experimentellen Daten auf Verletzungen der Lepton-Universalität getestet. Darüber hinaus werden aus den experimentellen Zerfallsbreiten Schranken für die skalare Kopplung der schwachen Wechselwirkung bestimmt.

In Kapitel 2 werden zunächst die theoretischen Grundlagen der schwachen Zerfälle im Standardmodell dargelegt. Abschnitt 2.3 und 2.4 geben die Parametrisierung der hadronischen Matrixelemente durch Zerfallskonstanten und Formfaktoren an. In Abschnitt 2.5 wird der Test auf Lepton-Universalität $R^{l_1 l_2}$ für die rein leptonischen Zerfälle formuliert,

während in Abschnitt 2.6 die entsprechende Formel der semileptonischen Zerfälle in pseudoskalare Mesonen $R^{Pl_1l_2}$ hergeleitet wird. Abschnitt 2.7 enthält eine kurze Darstellung der leptonischen Zerfälle in einem Modell jenseits des Standardmodells. Diese führt auf die Zerfallsbreite in Abhängigkeit des pseudoskalaren Wilson-Koeffizienten c_P . In Kapitel 3, Abschnitt 3.1 und 3.2, werden die Standardmodellvorhersagen für die rein leptonischen Zerfälle und die semileptonischen Zerfälle in π^0 und \bar{K}^0 angegeben und mit den experimentellen Werten verglichen. In Abschnitt 3.3 werden Schranken für den pseudoskalaren Wilson-Koeffizienten aus den rein leptonischen Zerfällen des D^+ -Mesons berechnet.

2 Schwache Zerfälle im Standardmodell

Die schwache Wechselwirkung ist eine der drei Grundkräfte im Standardmodell der Teilchenphysik. In diesem Kapitel wird eine Beschreibung der schwachen Wechselwirkung im Rahmen einer effektiven Theorie eingeführt und Ausdrücke zum Testen des Standardmodells hergeleitet.

Das D^+ -Meson ist ein pseudoskalar Meson, welches sich aus einem Charm- und einem Anti-Down-Quark zusammensetzt. Es besitzt daher eine Ladung von $+1e$ und kann somit im Standardmodell in der schwachen Wechselwirkung nur über einen geladenen Strom in Form eines W^+ -Bosons zerfallen. Wie 1956 von Chien-Shiung Wu nachgewiesen, ist die schwache Wechselwirkung nicht paritätserhaltend [6]. Das W -Boson koppelt nur an linkshändige Teilchen und rechtshändige Antiteilchen. Daher ist die Theorie der schwachen Wechselwirkung im Standardmodell eine V-A-Theorie. Die geladenen Ströme setzen sich dabei aus einem Vektor- und einem Axialvektor-Anteil in der Form $(V_\mu - A_\mu)$ zusammen. Der Operator $P_L = (1 - \gamma^5)/2$ projiziert den linkshändigen Anteil eines Teilchens und den rechtshändigen Anteil eines Antiteilchens und führt somit zu den beobachteten Kopplungseigenschaften des W -Bosons.

Die rein leptonischen Zerfallsmodi sowie die semileptonischen Zerfälle des D -Mesons ermöglichen es, das Standardmodell in Bezug auf Lepton-Universalität zu testen. Betrachtet werden leptonische Zerfälle der Form $D^+ \rightarrow l_+ \nu_l$ sowie semileptonische Zerfälle $D^+ \rightarrow P l_+ \nu_l$, wobei P ein pseudoskalar Meson ist, also über die Parität -1 und keinen Spin verfügt.

Bei allen Rechnungen werden die Zerfallsbreiten in niedrigster Ordnung verwendet. Dies ist insofern gerechtfertigt, als dass höhere Ordnungen für jeden Vertex einen Faktor der schwachen Kopplungsstärke $g_W < 1$ beitragen. Jeder weitere Propagator trägt mit einem Faktor $\propto p^2/M_W^2$ bei, wobei p^2 den vom Boson übertragenen Impuls bezeichnet und M_W für die Masse des W -Bosons steht. Beim Zerfall des D^+ -Mesons kann der Impuls nicht größer sein als die Masse des D^+ -Mesons m_D . Da $M_W \gg m_D$ ist $p^2/M_W^2 \ll 1$ und Prozesse dieser Art sind somit stark unterdrückt. Die Abweichungen durch die höheren Ordnungen sind daher klein und können vernachlässigt werden.

2.1 Quark-Mischung

Bei der Kopplung von Quarks an ein W -Boson kommt es zu einer Überlagerung der Flavour-Eigenzustände der drei Quark-Generationen, sodass Zerfälle zwischen verschiedenen Quark-Generationen möglich sind. Diese Mischung der Quark-Zustände wird durch die Cabibbo-Kobayashi-Maskawa-Matrix V_{CKM} , im Folgenden CKM-Matrix, in der Form

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = V_{\text{CKM}} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

beschrieben. Die gestrichenen Quark-Zustände q' bezeichnen dabei die Zustände, an die das W -Boson koppelt. Die CKM-Matrix rotiert die Basis der Eigenzustände und muss somit unitär sein. Die Matrixelemente $V_{q_1 q_2}$ sind komplex, für die Berechnungen in dieser Arbeit werden jedoch nur die Beträge benötigt. Die Betragsquadrate geben die Wahrscheinlichkeit an, dass ein Quark von dem Flavour q_2 in ein Quark mit dem Flavour q_1 zerfällt. Die Matrix der Betragsquadrate ist streng diagonaldominant, womit Zerfälle innerhalb einer Quarkgeneration am wahrscheinlichsten sind. Bei den rein leptonischen Zerfällen des D^+ -Mesons koppeln das Charm- und Anti-Down-Quark in einem Vertex an ein W^+ -Boson, daher tritt im Quadrat des Matrixelements $|\mathcal{M}|^2$ das CKM-Element $|V_{cd}|^2$ auf. Bei den semileptonischen Zerfällen wandelt sich das Charm-Quark durch einen geladenen Strom in das Quark im Meson des Endzustands um. Dies führt zu dem Faktor $|V_{cd}|^2$ für das Pion und $|V_{cs}|^2$ für das Kaon. Die Beträge der CKM-Elemente sind experimentell bestimmt. In den folgenden Berechnungen werden für die Beträge der CKM-Elemente $|V_{cd}|$ und $|V_{cs}|$ die aktuellen Werte der Particle Data Group [7] verwendet

$$|V_{cd}| = 0,218 \pm 0,004 \qquad |V_{cs}| = 0,997 \pm 0,017. \quad (2.2)$$

2.2 Lepton-Universalität

Im Standardmodell ist die Kopplung der Leptonen an Eichbosonen für alle Flavour-Arten gleich. Dieses Phänomen wird Lepton-Universalität genannt. Leptonen unterscheiden sich im Standardmodell somit nur durch ihre Massen. Eine Möglichkeit, die Lepton-Universalität im Standardmodell zu testen, ist über das Verhältnis der Zerfallsbreiten verschiedener leptonischer Zerfälle

$$R^{Yl_1 l_2} := \frac{\Gamma(D \rightarrow Yl_1 \nu_{l_1})}{\Gamma(D \rightarrow Yl_2 \nu_{l_2})}. \quad (2.3)$$

Dabei bezeichnet Y ein beliebiges Teilchen. Für die rein leptonischen Zerfälle wählen wir im Folgenden die Bezeichnung $R^{Yl_1 l_2} = R^{l_1 l_2}$. Da die Masse die einzige Eigenschaft ist, durch welche sich die Leptonen unterscheiden, muss für den Fall $m_{l_1} = m_{l_2}$ somit $R^{Yl_1 l_2} = 1$ gelten. Im Standardmodell gilt jedoch $m_e < m_\mu < m_\tau$, somit ist für zwei verschiedene Leptonen im Allgemeinen $R^{Yl_1 l_2} \neq 1$. Die Abweichung $\Delta R = |1 - R^{Yl_1 l_2}|$ kann im Standardmodell aus der konkreten Zerfallsbreite des jeweiligen Zerfalls berechnet werden. Aus der Lepton-Universalität folgt, dass ΔR klein wird, wenn die Lepton-Masse vernachlässigt werden kann. Bei dem Zerfall schwerer Teilchen ist der Beitrag der Lepton-Masse zu der Zerfallsbreite kleiner, daher ist für diese Zerfälle auch ΔR kleiner.

Die Größe $R^{Yl_1 l_2}$ bietet sich zur Analyse an, da sich die Ausdrücke der Zerfallsbreiten in (2.3) nach obiger Argumentation nur in den Massen der Leptonen unterscheiden können. In dem Quotienten können sich daher viele Terme der Zerfallsbreite Γ gegenseitig aufheben. Wie sich in Abschnitt 2.5 zeigen wird, führt dies dazu, dass $R^{l_1 l_2}$ für die rein leptonischen Zerfälle nur von den Massen der beteiligten Teilchen abhängt. Dies ermöglicht eine sehr präzise theoretische Vorhersage, da die Massen sehr genau bekannt sind und $R^{l_1 l_2}$ somit eine geringe Unsicherheit besitzt. Auch bei den semileptonischen Zerfällen sinken die Unsicherheiten, da sie sich zum Teil bei der Quotientenbildung aufheben. Eine weitere Diskussion der Unsicherheiten von $R^{Yl_1 l_2}$ wird in den Abschnitten 3.1 und 3.2 geführt.

Eine signifikante Abweichung der experimentellen Funde $R_{\text{exp}}^{Yl_1 l_2}$ von der Vorhersage des Standardmodells $R_{\text{SM}}^{Yl_1 l_2}$ wäre auf eine Nichtuniversalität, welche über die Massen der

Leptonen hinausgeht, zurückzuführen. Da eine solche Nichtuniversalität kein Teil des Standardmodells ist, wäre dies ein Hinweis auf Physik jenseits des Standardmodells.

2.3 Hadronische Matrixelemente

Die Amplitude für den leptonischen oder semileptonischen Zerfall des D^+ -Mesons ist gegeben als

$$\mathcal{M} = \frac{g_W^2}{8M_W^2} V_{cq}^* \langle f | \bar{q} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c | D^+ \rangle g^{\mu\rho} \bar{u}_\nu \gamma_\rho (1 - \gamma_5) v_l. \quad (2.4)$$

Dabei bezeichnet $\langle f |$ den Endzustand des Zerfalls bezüglich der Quantenchromodynamik und \bar{q} den Feldoperator des Quarks, der an den Vertex des W -Bosons koppelt. Der Ausdruck

$$H_\mu := \langle f | \bar{q} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c | D^+ \rangle \quad (2.5)$$

wird als hadronisches Matrixelement bezeichnet und parametrisiert den Bindungszustand des D^+ -Mesons. Der Faktor $\gamma_\mu (1 - \gamma_5)$ ergibt sich aus der Vektor-Axialvektor-Struktur der schwachen Wechselwirkung.

Bei einem rein leptonischen Zerfall ist der Endzustand bezüglich der Quantenchromodynamik das Vakuum, da die resultierenden Teilchen keine Farbladung tragen. Somit gilt $\langle f | = \langle 0 |$, was zu dem Matrixelement

$$H_\mu^{\text{lept}} = \langle 0 | \bar{d} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c | D^+ \rangle \quad (2.6)$$

führt. Da der Bindungszustand des D^+ -Mesons durch die Quantenchromodynamik beschrieben wird, gilt Paritätserhaltung. Die hadronischen Matrixelemente verfügen über einen offenen Lorentz-Index, daher transformieren sie unter der Paritätstransformation \hat{P} wie ein Vektor

$$\hat{P} H_\mu = -H_\mu. \quad (2.7)$$

Das D^+ -Meson hat negative Parität, während der Vakuumzustand invariant unter Paritätstransformation ist. Aufgrund der negativen Parität des Vektors $\bar{d} \gamma_\mu c$ folgt

$$\hat{P} \langle 0 | \bar{d} \gamma_\mu c | D^+ \rangle = \langle 0 | \bar{d} \gamma_\mu c | D^+ \rangle. \quad (2.8)$$

Dieser Term transformiert somit nicht wie ein Vektor und aus der Bedingung (2.7) folgt

$$\langle 0 | \bar{d} \gamma_\mu c | D^+ \rangle = 0. \quad (2.9)$$

Der Axialvektor $\bar{d} \gamma_\mu \gamma_5 c$ besitzt positive Parität, daher trägt dieser Term zu dem hadronischen Matrixelement bei, sodass

$$H_\mu^{\text{lept}} = -\langle 0 | \bar{d} \gamma_\mu \gamma_5 c | D^+ \rangle. \quad (2.10)$$

Für den semileptonischen Zerfall $D^+ \rightarrow P l^+ \nu_l$ ist der Endzustand das pseudoskalare Meson P . Für das hadronische Matrixelement ergibt sich mit $\langle f | = \langle P |$

$$H_\mu^{\text{semi}} = \langle P | \bar{q} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c | D^+ \rangle. \quad (2.11)$$

Das pseudoskalare Meson P besitzt negative Parität. Für den Vektor- und Axialvektor-Anteil in H_μ^{semi} gilt somit

$$\hat{P} \langle P | \bar{q} \gamma_\mu c | D^+ \rangle = -\langle P | \bar{q} \gamma_\mu c | D^+ \rangle, \quad \hat{P} \langle P | \bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 c | D^+ \rangle = \langle P | \bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 c | D^+ \rangle. \quad (2.12)$$

Aus der Bedingung (2.7) folgt wiederum, dass der Axialvektor-Anteil nicht beiträgt. Für H_μ^{semi} muss somit

$$H_\mu^{\text{semi}} = \langle P | \bar{q} \gamma_\mu c | D^+ \rangle \quad (2.13)$$

gelten.

In der Quantenfeldtheorie wird die Amplitude für einen Prozess mithilfe der Störungsrechnung berechnet. Dabei werden für den betreffenden Prozess alle möglichen Feynman-Diagramme aufgestellt und für jedes die Amplitude separat berechnet. Die Feynman-Diagramme höherer Ordnung verfügen über mehr Vertices. Jeder Vertex trägt einen Faktor proportional zur Kopplungskonstante α der Wechselwirkung bei. Ist $\alpha < 1$, so sind Beiträge höherer Ordnungen kleiner und können somit vernachlässigt werden. Für die schwache Wechselwirkung gilt zum Beispiel $\alpha_W \in \mathcal{O}(10^{-2})$ und Feynman-Diagramme höherer Ordnungen sind klein. Die Kopplungskonstante $\alpha_s(E)$ der starken Wechselwirkung steigt für kleine Energien auf über 1 an. Bei einer Entwicklung des hadronischen Matrixelements nach der Kopplungskonstante können Beiträge höherer Ordnungen bei kleinen Energien somit nicht vernachlässigt werden. Da bei dem Bindungszustand des D^+ -Mesons QCD-Wechselwirkungen auf kleinen Energieskalen vorkommen, lassen sich die hadronischen Matrixelemente nicht störungstheoretisch behandeln.

2.4 Zerfallskonstante und Formfaktoren

Um die Amplituden der Zerfälle zu berechnen, wird eine Parametrisierung des hadronischen Matrixelements benötigt.

Das hadronische Matrixelement des rein leptonischen Zerfalls kann nur von dem Impuls des D^+ -Mesons abhängen und trägt einen offenen Lorentz-Index. Daher lässt es sich parametrisieren als

$$H_\mu^{\text{lept}} = \langle 0 | \bar{d} \gamma_\mu \gamma_5 c | D^+ \rangle = f_D p_{D_\mu}. \quad (2.14)$$

Der Proportionalitätsfaktor f_D ist die Zerfallskonstante des D^+ -Mesons. Die Zerfallskonstante ist durch theoretische Berechnungen der Gittereichtheorie [8] sowie experimentelle Messungen bestimmt [9].

Das Matrixelement des semileptonischen Zerfalls kann nur von dem Impuls des pseudoskalaren Mesons im Endzustand und des D^+ -Mesons abhängen. Daher lässt es sich über

$$H_\mu^{\text{semi}} = \langle P | \bar{d} \gamma_\mu c | D^+ \rangle = A(q^2) p_{P_\mu} + B(q^2) p_{D_\mu} \quad (2.15)$$

darstellen. Dies ist äquivalent zu der konventionellen Darstellung

$$H_\mu^{\text{semi}} = f_+(q^2) \left((p_D + p_P)_\mu - \frac{m_D^2 - m_P^2}{q^2} q_\mu \right) + \frac{m_D - m_P}{q^2} f_0(q^2) q_\mu \quad (2.16)$$

mit $q_\mu = p_{l_\mu} + p_{\nu_\mu}$. Bei den Größen $f_+(q^2)$ und $f_0(q^2)$ handelt es sich um die Formfaktoren des Zerfalls. Die semileptonischen Zerfälle sind Dreikörperzerfälle, weshalb q^2 nicht festliegt. Die Formfaktoren sind somit Funktionen von q^2 . Es existieren verschiedene Parametrisierungen, hier wird für den Formfaktor $f_+(q^2)$ die z-Entwicklung [9] genutzt

$$f_+(q^2) = \frac{1}{P(q^2)\phi(q^2, t)} \sum_{i=0}^{\infty} a_i(t_0) (z(q^2, t_0))^i, \quad (2.17)$$

wobei

$$z(q^2, t_0) = \frac{\sqrt{t_+ - q^2} - \sqrt{t_+ - t_0}}{\sqrt{t_+ - q^2} + \sqrt{t_+ - t_0}}, \quad t_{\pm} = (m_D \pm m_P)^2, \quad t_0 = t_+ \left(1 - \sqrt{1 - \frac{t_-}{t_+}}\right),$$

$$\phi(q^2, t_0) = \sqrt{\frac{\pi m_c^2}{3}} \left(\sqrt{t_+ - q^2} + \sqrt{t_+ - t_0}\right) \frac{t_+ - q^2}{(t_+ - t_0)^{1/4}} \frac{(\sqrt{t_+ - q^2} + \sqrt{t_+ - t_-})^{3/2}}{(\sqrt{t_+ - q^2} + \sqrt{t_+})^5}.$$

Außerdem gilt für den Korrekturfaktor $P(q^2)$

$$P(q^2) = \begin{cases} 1, & \text{für } D \rightarrow \pi l^+ \nu_l \\ z(q^2, m_{D_s^*}^2), & \text{für } D \rightarrow K l^+ \nu_l \end{cases}.$$

In den folgenden Berechnungen werden nur drei Terme der Summenentwicklung aus Gleichung (2.17) betrachtet. In der Literatur werden üblicherweise die Werte für $f_+(0)$ und $r_i = a_i/a_0$ angegeben. Aus diesen lässt sich a_0 bestimmen.

Der Formfaktor $f_0(q^2)$ wird in erster Ordnung als lineare Funktion parametrisiert

$$f_0(q^2) = sq^2 + f_0(0). \quad (2.18)$$

Damit das hadronische Matrixelement in der Parametrisierung (2.16) an der Stelle $q^2 = 0$ nicht singulär ist, muss $f_+(0) = f_0(0)$ gelten. Die Steigung s der Geraden wird näherungsweise aus Ergebnissen der Gittereichtheorie bestimmt.

2.5 Leptonische Zerfälle

Bei den rein leptonischen Zerfällen wird über einen geladenen Strom ein Anti-Lepton-Neutrino-Paar in der Form $D^+ \rightarrow l^+ \nu_l$ produziert. Das Feynman-Diagramm des Zerfalls in niedrigster Ordnung ist in Abbildung 2.1 dargestellt. Die Amplitude berechnet sich dann nach

$$\mathcal{M} = -\frac{g_W^2}{8M_W^2} V_{cd}^* \langle 0 | \bar{d} \gamma_\mu \gamma_5 c | D^+ \rangle g^{\mu\rho} \bar{u}_\nu \gamma_\rho (1 - \gamma_5) v_l. \quad (2.19)$$

Dabei wurde der Propagator des Bosons zu

$$\frac{g^{\mu\rho}}{q^2 - M_W^2} \approx -\frac{g^{\mu\rho}}{M_W^2} \quad (2.20)$$

genähert, da die Masse des W -Bosons mit $M_W = 80,379 \text{ GeV}$ [7] deutlich größer ist als q^2 . Im Folgenden nutzen wir die Fermi-Kopplungskonstante $G_F = \sqrt{2} g_W^2 / 8 M_W^2$. Das Betragsquadrat der Amplitude \mathcal{M} berechnet sich zu

$$|\mathcal{M}|^2 = 2 (G_F V_{cd} f_D)^2 m_l^2 (m_D^2 - m_l^2). \quad (2.21)$$

Dabei wurde für das hadronische Matrixelement die Parametrisierung aus Abschnitt 2.4 eingesetzt. Die Zerfallsbreite des Zweikörperzerfalls folgt mit $m_\nu = 0$ zu

$$\Gamma = \frac{|\mathcal{M}|^2}{16\pi} \frac{m_D^2 - m_l^2}{m_D^3}. \quad (2.22)$$

Die Zerfallsbreite des leptonischen Zerfalls ergibt sich somit zu

$$\Gamma(D^+ \rightarrow l^+ \nu_l) = \frac{(G_F V_{cd} f_D)^2}{8\pi} \frac{m_l^2 (m_D^2 - m_l^2)^2}{m_D^3}. \quad (2.23)$$

Der Lepton-Universalitätstest $R_{\text{SM}}^{l_1 l_2}$ ist dann gegeben als

$$R_{\text{SM}}^{l_1 l_2} = \frac{m_{l_1}^2 (m_D^2 - m_{l_1}^2)^2}{m_{l_2}^2 (m_D^2 - m_{l_2}^2)^2}. \quad (2.24)$$

Diese Größe ist somit nur von den Massen der Leptonen und des D^+ -Mesons abhängig. Die Zerfallskonstante ist von allen Größen in Gleichung (2.23) mit der größten Unsicherheit behaftet. Diese kürzt sich bei der Berechnung von $R_{\text{SM}}^{l_1 l_2}$ heraus. Die Massen sind experimentell sehr genau bestimmt und somit lässt sich die Standardmodellvorhersage für $R_{\text{SM}}^{l_1 l_2}$ mit sehr kleiner Unsicherheit bestimmen. Dies macht $R_{\text{SM}}^{l_1 l_2}$ zu einer geeigneten Größe zum Testen des Standardmodells.

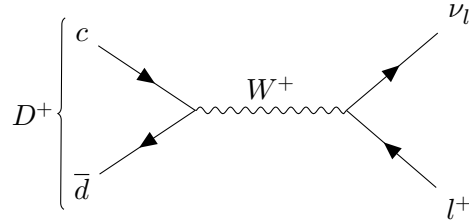


Abbildung 2.1: Das Feynman-Diagramm des leptonischen Zerfalls des D^+ -Mesons in niedrigster Ordnung.

2.6 Semileptonische Zerfälle

In diesem Abschnitt werden die semileptonischen Zerfälle in pseudoskalare Mesonen im Standardmodell diskutiert. Die semileptonischen Zerfälle folgen in niedrigster Ordnung dem Feynman-Diagramm in Abbildung 2.2. Die Amplitude für den Zerfall in ein pseudoskalares Meson, im Folgenden als P -Meson bezeichnet, ergibt sich zu

$$\mathcal{M} = -\frac{g_W^2}{8M_W^2} V_{cq}^* \langle P | \bar{q} \gamma_\mu c | D^+ \rangle g^{\mu\rho} \bar{u}_\nu \gamma_\rho (1 - \gamma_5) v_l. \quad (2.25)$$

Für das Quark q wird je nach Zerfall in ein Pion oder Kaon ein Down- oder Strange-Quark eingesetzt. Das Tauon ist etwa 92 MeV leichter als das D^+ -Meson [7], folglich sind nur semileptonische Zerfälle in ein Positron und ein Anti-Myon kinematisch erlaubt. Da es sich um einen Dreikörperzerfall handelt, liegen die Impulse und Energien der Teilchen im Endzustand nicht fest. Aufgrund der Energie-Impulserhaltung $p_{D_\mu} = p_{P_\mu} + p_{l_\mu} + p_{\nu_\mu}$ lässt sich der Phasenraum des Zerfalls durch zwei unabhängige Variablen parametrisieren. Wählen wir $q_\mu = p_{l_\mu} + p_{\nu_\mu}$ und $u = (p_{D_\mu} - p_{l_\mu})^2 - (p_{D_\mu} - p_{\nu_\mu})^2$, so ergibt sich für die differentielle Zerfallsbreite

$$\frac{d\Gamma(D^+ \rightarrow Pl^+ \nu_l)}{dq^2} = \frac{1}{2^9 \pi^3 m_D^3} \int_{-u(q^2)}^{u(q^2)} |\mathcal{M}|^2 du, \quad (2.26)$$

mit $u(q^2) = \sqrt{\lambda \left(1 - \frac{m_l^2}{q^2}\right)}$ und $\lambda = (m_D^2 - m_P^2 - q^2)^2 - 4m_P^2 q^2$. Dabei bezeichnet m_P die Masse des P -Mesons im Endzustand. Die Amplitude berechnet sich nach Gleichung (2.25) zu [10]

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma(D^+ \rightarrow Pl^+\nu_l)}{dq^2} = & X \frac{G_F^2}{24\pi^3} |V_{cq}|^2 \frac{\sqrt{\lambda}}{2m_D} \left(1 - \frac{m_l^2}{q^2}\right)^2 \times \\ & \left[\frac{\lambda}{4m_D^2} \left(1 + \frac{m_l^2}{2q^2}\right) |f_+(q^2)|^2 + m_D^2 \left(1 - \frac{m_P^2}{m_D^2}\right)^2 \frac{3}{8} \frac{m_l^2}{q^2} |f_0(q^2)|^2 \right]. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Der Korrekturfaktor X ist auf die Zusammensetzung des P -Mesons zurückzuführen. Während das Kaon als $|\bar{K}^0\rangle = |\bar{d}s\rangle$ gegeben ist, handelt es sich bei dem Pion um die antisymmetrische Überlagerung zweier Zustände $|\pi^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|d\bar{d}\rangle - |u\bar{u}\rangle)$. Daher gilt [11]

$$X = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \text{für } D^+ \rightarrow \pi^0 l^+ \nu_l \\ 1, & \text{für } D^+ \rightarrow \bar{K}^0 l^+ \nu_l \end{cases}.$$

Wird die Masse des Leptons zu null genähert, so ergibt sich die einfache Form

$$\frac{d\Gamma(D^+ \rightarrow Pl^+\nu_l)}{dq^2} = \frac{G_F^2}{24\pi^3} |V_{cq}|^2 \left(\frac{\sqrt{\lambda}}{2m_D}\right)^3 |f_+(q^2)|^2.$$

Diese Näherung ist für das Elektron gerechtfertigt, da die mit m_e^2 unterdrückten Terme vernachlässigt werden können. Für das Myon ist diese Näherung nicht mehr gerechtfertigt, da die Korrekturterme mit einem Faktor von m_μ^2/q^2 eingehen. Da $q^2 < (m_D - m_P)^2$ ist, gilt $m_\mu^2/q^2 > 0.5\%$ und die Korrekturen der absoluten Zerfallsbreiten liegen somit in der Größenordnung Prozent.

Um die absolute Zerfallsbreite $\Gamma(D^+ \rightarrow Pl^+\nu_l)$ zu berechnen, muss das Integral über das Phasenraumintervall von q^2 ausgeführt werden. Dabei ist q_μ gegeben als

$$q_\mu^2 = (p_{l_\mu} + p_{\nu_\mu})^2 = (p_{D_\mu} - p_{P_\mu})^2 = m_D^2 + m_P^2 - 2m_D E_P. \quad (2.28)$$

Der Maximalwert ergibt sich, wenn das P -Meson nach dem Zerfall im Ruhesystem des D^+ -Mesons ruht. Dann wird die Energie mit $E_P = m_P$ minimal. Somit gilt

$$q_{\max}^2 = (m_D - m_P)^2. \quad (2.29)$$

Der Minimalwert von q^2 stellt sich ein, wenn $\vec{p}_l \parallel \vec{p}_\nu$ und $|\vec{p}_l| = |\vec{p}_\nu|$. Wählt man das Ruhesystem $\vec{p}_l = \vec{p}_\nu = \vec{0}$, so folgt mit $q^2 = m_l^2 + 2p_{l_\mu} p_\nu^\mu$

$$q_{\min}^2 = m_l^2. \quad (2.30)$$

Die gesamte Zerfallsbreite ergibt sich dann aus

$$\Gamma(D^+ \rightarrow Pl^+\nu_l) = \int_{m_l^2}^{(m_D - m_P)^2} \frac{d\Gamma(D^+ \rightarrow Pl^+\nu_l)}{dq^2} dq^2. \quad (2.31)$$

Der Test der Lepton-Universalität wird dann nach Gleichung (2.3) durchgeführt

$$R_{\text{SM}}^{Pl_1 l_2} = \frac{\int_{m_\mu^2}^{(m_D - m_P)^2} \frac{d\Gamma(D^+ \rightarrow Pl_1^+ \nu_{l_1})}{dq^2} dq^2}{\int_{m_\mu^2}^{(m_D - m_P)^2} \frac{d\Gamma(D^+ \rightarrow Pl_2^+ \nu_{l_2})}{dq^2} dq^2}.$$

Der Integrationsbereich wird bei der Quotientenbildung für beide Leptonen gleich groß gewählt, sodass sich die Beiträge der Formfaktoren so weit wie möglich herauskürzen.

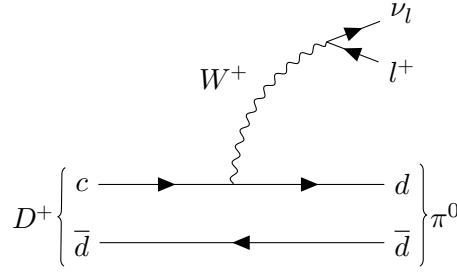


Abbildung 2.2: Das Feynman-Diagramm des semileptonischen Zerfalls $D^+ \rightarrow \pi^0 l^+ \nu_l$ in niedrigster Ordnung.

2.7 Physik jenseits des Standardmodells

Im Standardmodell koppelt die schwache Wechselwirkung nur an linkshändige Teilchen, was durch die Projektion der V-A-Struktur in die Theorie eingeht. Theoretisch sind auch andere Kopplungen denkbar, welche mit verschiedenen Anteilen zum Prozess beitragen. Hier betrachten wir nur linkshändige Neutrinos, erlauben jedoch eine Kopplung an rechtshändige Teilchen. In der Lagrange-Dichte ergeben sich dann vier Terme, zwei vektorielle und zwei skalare. Auch Tensor-Kopplungen sind denkbar, diese betrachten wir hier jedoch nicht. Die Lagrange-Dichte lässt sich dann in der Form

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = -\frac{4G_F}{\sqrt{2}} V_{cd}^* \Big[(1 + V_L) \bar{l}_L \gamma_\mu \nu_{lL} \bar{d}_L \gamma^\mu c_L + V_R \bar{l}_L \gamma_\mu \nu_{lL} \bar{d}_R \gamma^\mu c_R + \\ + S_L \bar{l}_R \nu_{lL} \bar{d}_R c_L + S_R \bar{l}_R \nu_{lL} \bar{d}_L c_R \Big] + \text{h.c.} \end{aligned} \quad (2.32)$$

schreiben [12, 13]. Dabei sind $V_{L(R)}$ und $S_{L(R)}$ Koeffizienten, welche den Beitrag der Kopplung angeben. Setzen wir $V_L = V_R = S_L = S_R = 0$, so ergibt sich die Struktur der schwachen Wechselwirkung im Standardmodell

$$\mathcal{L} = -\frac{4G_F}{\sqrt{2}} V_{cd}^* \bar{l}_L \gamma_\mu \nu_{lL} \bar{d}_L \gamma^\mu c_L + \text{h.c.} \quad (2.33)$$

Diese koppelt dabei nur an einen Vektorstrom von linkshändigen Teilchen. In dieser Arbeit werden wir uns ausschließlich auf die skalaren Terme konzentrieren. Mit $V_L = V_R = 0$ ergibt sich das Verzweungsverhältnis des leptonischen Zerfalls zu [5, 14]

$$\text{Br}(D^+ \rightarrow l^+ \nu_l) = \tau_D \frac{m_D}{8\pi} f_D^2 \left(1 - \frac{m_l^2}{m_D^2} \right)^2 G_F^2 |V_{cd}|^2 m_l^2 \left| 1 - c_P^{(l)} \frac{m_D^2}{(m_c + m_u) m_l} \right|^2. \quad (2.34)$$

Die Größe $c_P^{(l)}$ ist dabei der pseudoskalare Wilson-Koeffizient. Dieser ist definiert als $c_P^{(l)} := S_R - S_L$ und ist im Allgemeinen eine komplexe Zahl. Das l bezeichnet den leptonischen Zerfallsmodus, auf dessen Grundlage die jeweiligen Schranken errechnet werden, sodass $l = \tau, \mu, e$ untersucht wird.

3 Ergebnisse der D^+ -Zerfälle

Im Folgenden geben wir die Ergebnisse der einzelnen Berechnungen an. In Abschnitt 3.1 werden die Vorhersagen des Standardmodells für die rein leptonischen Zerfälle dargelegt und die Tests auf Universalität $R^{l_1 l_2}$ mit den experimentellen Werten verglichen. In Abschnitt 3.2 werden die Formfaktoren und differentiellen Zerfallsbreiten der semileptonischen Zerfälle berechnet. Aus diesen folgen die Verzweigungsverhältnisse, welche auf Universalität getestet und mit dem Experiment verglichen werden. Abschnitt 3.3 widmet sich dem pseudoskalaren Wilson-Koeffizient und leitet für diesen Schranken ab, welche mit den aktuellen experimentellen Daten der rein leptonischen Zerfälle verträglich sind.

3.1 Leptonische Zerfälle

Die Standardmodellvorhersagen der Zerfallsbreiten werden nach Gleichung (2.23) berechnet. Für die Zerfallskonstante f_D wird dabei der aktuelle Wert

$$f_D = (212,15 \pm 1,45) \text{ MeV}$$

der Heavy Flavor Averaging Group genutzt [9]. Es ergeben sich

$$\text{Br}(D^+ \rightarrow \tau^+ \nu_\tau) = (1,012 \pm 0,040) \cdot 10^{-3}, \quad (3.1)$$

$$\text{Br}(D^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu) = (3,794 \pm 0,149) \cdot 10^{-4}, \quad (3.2)$$

$$\text{Br}(D^+ \rightarrow e^+ \nu_e) = (8,931 \pm 0,350) \cdot 10^{-9}. \quad (3.3)$$

Die Tests auf Universalität $R^{l_1 l_2}$ im Rahmen des Standardmodells werden nicht durch Quotientenbildung der Verzweigungsverhältnisse, sondern nach Gleichung (2.24) berechnet, um numerische Unsicherheiten zu minimieren. Die Werte der Massen sind der 2018er-Ausgabe der Particle Data Group entnommen [7]. Die Unsicherheiten werden mittels Gaußscher Fehlerfortpflanzung mit dem Python-Paket Uncertainties [15] berechnet. In Tabelle 3.1 sind die Ergebnisse dargestellt. Der Wert für $R_{\text{exp}}^{\tau\mu}$ wurde Mitte 2019 von der BESIII Kollaboration veröffentlicht [16]. Für die Zerfallsbreite von $D^+ \rightarrow e^+ \nu_e$ wurde nur eine obere Schranke gemessen [17], daher kann auch für $R_{\text{exp}}^{\mu e}$ nur ein minimaler Wert angegeben werden. Aus den Unsicherheiten folgt, dass $R^{\tau\mu}$ im Einklang mit dem

Tabelle 3.1: Die Standardmodellvorhersage und experimentell gemessenen Werte für $R^{l_1 l_2}$. Die experimentellen Werte wurden der BESIII- sowie der CLEO-Kollaboration entnommen [16, 17].

	Standardmodell	Experiment	Abweichung
$R^{\tau\mu}$	$2,667 \pm 0,007$	$3,21 \pm 0,64$	$0,9\sigma$
$R^{\mu e}$	$42\,480,489 \pm 0,015$	$> 42,5$ mit 90% CL	

Standardmodell auf $0,9\sigma$ ist. Die untere Schranke für $R^{\mu e}$ ist drei Größenordnungen kleiner als die Vorhersage des Standardmodells und lässt somit Raum für Physik jenseits des Standardmodells.

3.2 Semileptonische Zerfälle

Die theoretischen Vorhersagen für die Zerfallsbreiten der semileptonischen Zerfälle werden nach Gleichung (2.31) berechnet. Die differentielle Zerfallsbreite folgt dabei Gleichung (2.27) und ist für $D^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu_e$ in Abbildung 3.1 dargestellt. Zur Darstellung wurde das Python-Paket matplotlib [18] genutzt. Die Berechnung der Integrale in Gleichung (2.31)

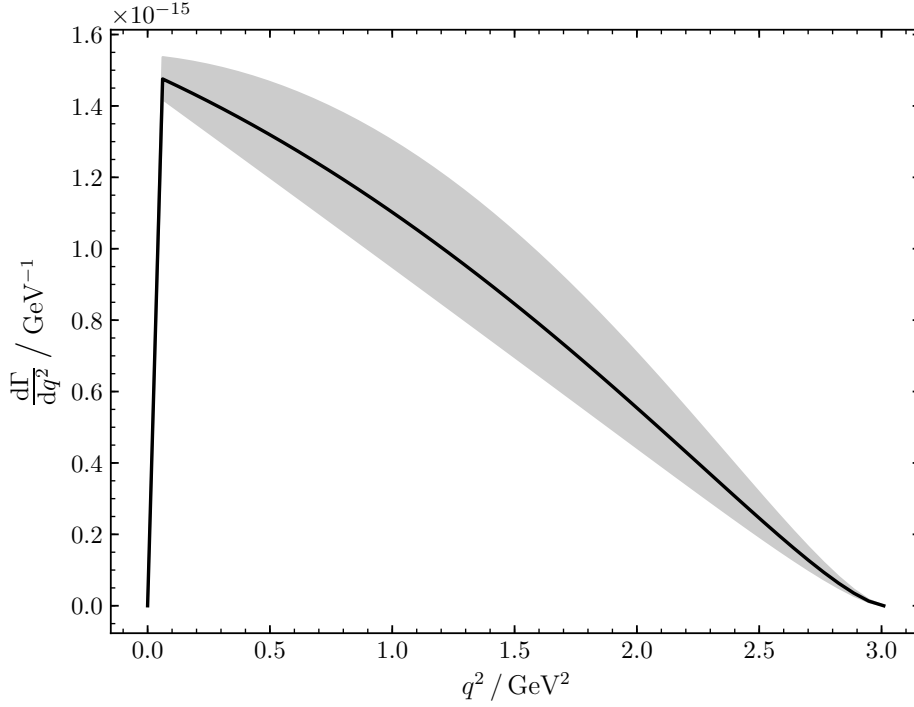


Abbildung 3.1: Die schwarze, durchgezogene Linie ist die differentielle Zerfallsbreite für den Zerfall $D^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu_e$. Der grau schattierte Bereich ist das Fehlerband der Zerfallsbreite. Der Fehler wird dabei durch die Unsicherheiten des Formfaktors aus Abbildung 3.2 dominiert.

wurde mit dem Python-Paket mpmath [19] durchgeführt. Für den Formfaktor $f_+(q^2)$ wird die z -Entwicklung aus Abschnitt 2.4 mit den Werten der Heavy Flavor Averaging Group [9] aus dem Jahre 2018 verwendet. Für den Zerfall $D^+ \rightarrow \pi^0 l^+ \nu_l$ gibt diese

$$r_1 = -1,95 \pm 0,18, \quad r_2 = -0,52 \pm 1,21, \quad f_+(0)|V_{cd}| = 0,1426 \pm 0,0019$$

an. Der Formfaktor $f_+(q^2)$ für diesen Zerfall ist in Abbildung 3.2 dargestellt. Die Grenzen des Fehlerbandes wurden dabei mit den Werten $r_i \pm \sigma_i$ und $f_+(0) \mp \sigma_{f_+}$ berechnet.

Für den Formfaktor $f_0(q^2)$ wird die Parametrisierung als Gerade aus Abschnitt 2.4 genutzt. Die Steigung s wird näherungsweise aus den Graphen der Ergebnisse der Gittereichtheorie abgelesen [8]. Bei der Berechnung von $f_0(q^2)$ wird

$$s_\pi = 0,136, \quad s_{\bar{K}} = 0,122$$

verwendet. Die ETM-Kollaboration berechnete $f_0(q^2)$ im Jahre 2017 im Rahmen der Gittereichtheorie und parametrisierte den Formfaktor mit der z -Entwicklung, wie sie auch

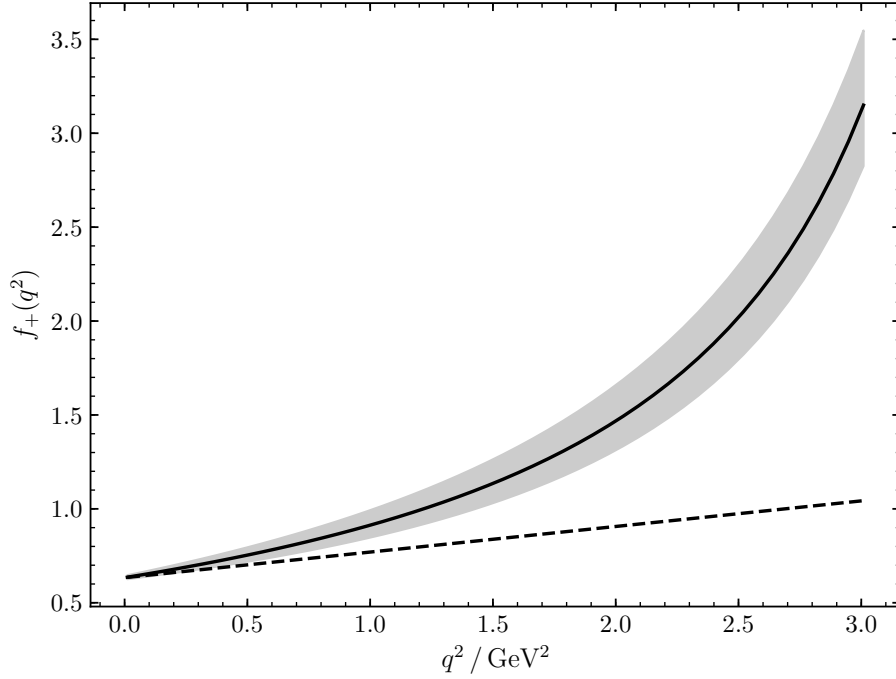


Abbildung 3.2: Die schwarze, durchgezogene Linie stellt den Formfaktor $f_+(q^2)$ für den Zerfall $D^+ \rightarrow \pi^0 l^+ \nu_l$ dar. Der grau schattierte Bereich ist das Fehlerband des Formfaktors. Die gestrichelte Linie zeigt den skalaren Formfaktor $f_0(q^2)$, welcher als Gerade genähert wurde.

in dieser Arbeit für den vektoriellen Formfaktor $f_+(q^2)$ genutzt wird [20]. Berechnen wir die $R^{P\mu e}$ mit dieser alternativen Parametrisierung, so liegen die Abweichungen unter 0.2% und die Ergebnisse sind somit konsistent.

Die Verzweungsverhältnisse berechnen sich mit den Teilchenmassen der Particle Data Group zu

$$\text{Br}(D^+ \rightarrow \pi^0 \mu^+ \nu_\mu) = 3,762_{-0.454}^{+0.626} \cdot 10^{-3}, \quad (3.4)$$

$$\text{Br}(D^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu_e) = 3,775_{-0.486}^{+0.639} \cdot 10^{-3}. \quad (3.5)$$

Die Standardmodellvorhersage für $R^{\pi\mu e}$ ist in Tabelle 3.2 angegeben. Die Unsicherheiten auf diesen Wert wurden dabei nicht wie in Abschnitt 3.1 mit dem Uncertainties-Paket berechnet. Die Unsicherheiten der Verzweungsverhältnisse Br kommen durch den Formfaktor zustande und kürzen sich daher in dem Quotienten $R_{\text{SM}}^{\mu e}$ zum Teil heraus. Eine Fehlerfortpflanzung der Unsicherheiten der beiden Verzweungsverhältnisse trägt dieser Verringerung der Unsicherheit auf $R_{\text{SM}}^{\mu e}$ nicht Rechnung, da Nenner und Zähler als unkorreliert betrachtet werden. Daher werden die obere und untere Grenze des Formfaktors aus Abbildung 3.2 genutzt, um einen maximalen und minimalen Wert für $R_{\text{SM}}^{\mu e}$ zu berechnen. Die Unsicherheiten der Massen wurden bei der Rechnung vernachlässigt, da sie von dem Formfaktor dominiert werden. Der Vergleich der theoretischen Vorhersage mit den experimentellen Messungen der BESIII-Kollaboration [16] führt dazu, dass das Standardmodell bei diesem Test im Einklang mit dem experimentellen Wert auf $0,8\sigma$ ist.

Tabelle 3.2: Die Standardmodellvorhersage und experimentell gemessenen Werte für $R^{\pi(K)l_1l_2}$. Die experimentellen Werte wurden der BESIII-Kollaboration entnommen [16].

	Standardmodell	Experiment	Abweichung
$R^{\pi\mu e}$	$0,997^{+0.009}_{-0.002}$	$0,964 \pm 0,045$	$0,8\sigma$
$R^{K\mu e}$	$0,989^{+0.003}_{-0.003}$	$1,014 \pm 0,017$	$1,4\sigma$

Für den Zerfall $D^+ \rightarrow \bar{K}^0 l^+ \nu_l$ wird analog verfahren. Für den Formfaktor werden die Parameter

$$r_1 = -2,07 \pm 0,39, \quad r_2 = -5,4 \pm 9,4, \quad f_+(0)|V_{cs}| = 0,7260 \pm 0,0086$$

genutzt [9]. Der Formfaktor ist in Abbildung 3.3 dargestellt. Die differentielle Zerfalls-

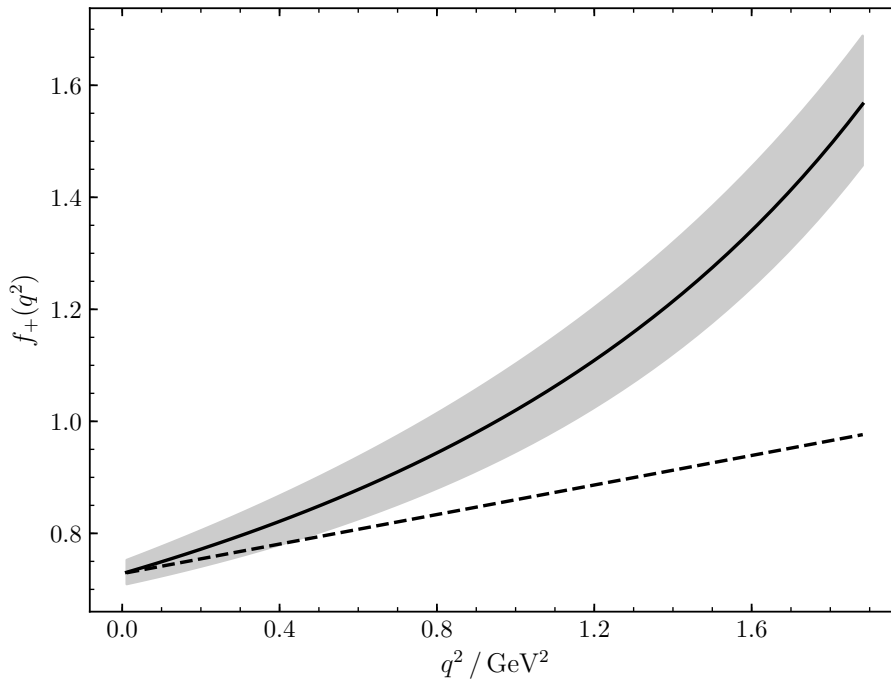


Abbildung 3.3: Die schwarze, durchgezogene Linie stellt den Formfaktor $f_+(q^2)$ für den Zerfall $D^+ \rightarrow \bar{K}^0 l^+ \nu_l$ dar. Der grau schattierte Bereich ist das Fehlerband des Formfaktors. Die gestrichelte Linie zeigt den skalaren Formfaktor $f_0(q^2)$, welcher als Gerade genähert wurde.

breite für den Positron-Kanal findet sich in Abbildung 3.4. Die Verzweungsverhältnisse berechnen sich mit den Teilchenmassen der Particle Data Group zu

$$\text{Br}(D^+ \rightarrow \bar{K}^0 \mu^+ \nu_\mu) = 9,07^{+1.15}_{-0.98} \cdot 10^{-2}, \quad (3.6)$$

$$\text{Br}(D^+ \rightarrow \bar{K}^0 e^+ \nu_e) = 9,17^{+1.19}_{-1.01} \cdot 10^{-2}. \quad (3.7)$$

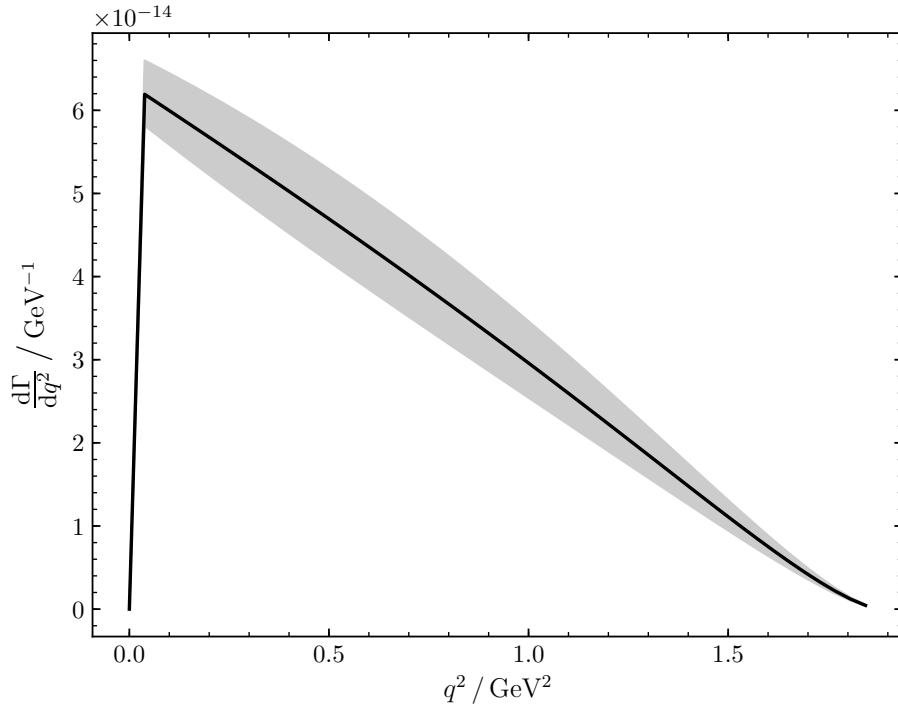


Abbildung 3.4: Die schwarze, durchgezogene Linie ist die differentielle Zerfallsbreite für den Zerfall $D^+ \rightarrow K^0 e^+ \nu_e$. Der grau schattierte Bereich ist das Fehlerband der Zerfallsbreite. Der Fehler wird dabei durch die Unsicherheiten des Formfaktors aus Abbildung 3.3 dominiert.

Der theoretische und experimentelle Wert für $R^{K\mu e}$ findet sich in Tabelle 3.2. Der Vergleich der theoretischen Vorhersage mit den experimentellen Messungen führt zu einer Abweichung des Standardmodells von $1,4\sigma$.

3.3 Wilson-Koeffizienten

In diesem Abschnitt berechnen wir Schranken für den pseudoskalaren Wilson-Koeffizient $c_P^{(l)}$ anhand der leptonischen D^+ -Zerfälle. Die Schranken geben an, welche Kopplungen jenseits des Standardmodells mit den experimentellen Werten verträglich sind. Da $c_P^{(l)}$ im Allgemeinen eine komplexe Zahl sein kann, setzen wir den Ansatz

$$c_P^{(l)} = \text{Re}(c_P^{(l)}) + \text{Im}(c_P^{(l)}) i \quad (3.8)$$

in Gleichung (2.34) ein. Für die Verzweigungsverhältnisse nutzen wir die aktuellen Messungen der BESIII-Kollaboration [16]

$$\begin{aligned} \text{Br}(D^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu) &= (3,71 \pm 0,20) \cdot 10^{-4}, \\ \text{Br}(D^+ \rightarrow \tau^+ \nu_\tau) &= (1,20 \pm 0,24) \cdot 10^{-3}. \end{aligned}$$

Setzen wir diese in Gleichung (3.8) ein, lassen sich die entstehenden Relationen für den Real- und Imaginärteil in der komplexen Ebene darstellen. Die Gleichung wird dabei jeweils für das $\text{Br} \pm \sigma$ - und $\text{Br} \pm 2\sigma$ -Intervall ausgewertet, wodurch sich die Graphen in Abbildung 3.5 und 3.6 ergeben. Bei der Analyse wird die Unsicherheit der Zerfallskonstante f_D sowie die des CKM-Elements V_{cd} mit einbezogen, sodass sich die Grenzen des $\text{Br} \pm n\sigma$ -Intervalls durch Auswerten der Zerfallsbreite mit $f_D \mp n\sigma_{f_D}$ und $V_{cd} \mp n\sigma_{V_{cd}}$ ergeben. Die Unsicherheiten der Massen werden vernachlässigt, da sie deutlich kleiner sind. Die

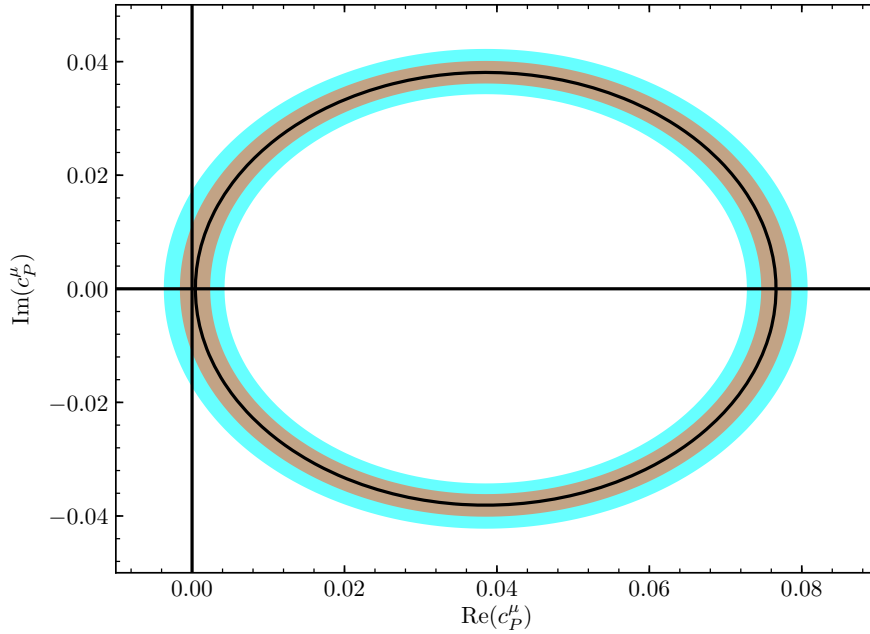


Abbildung 3.5: Grenzen des Real- und Imaginärteils von $c_P^{(\mu)}$. Der braune Bereich ist der 1σ -Bereich, der türkise Bereich entspricht einer Abweichung von 2σ .

Vorhersage des Standardmodells liefert $\text{Im}(c_P^{(l)}) = \text{Im}(c_P^{(l)}) = 0$ und befindet sich in

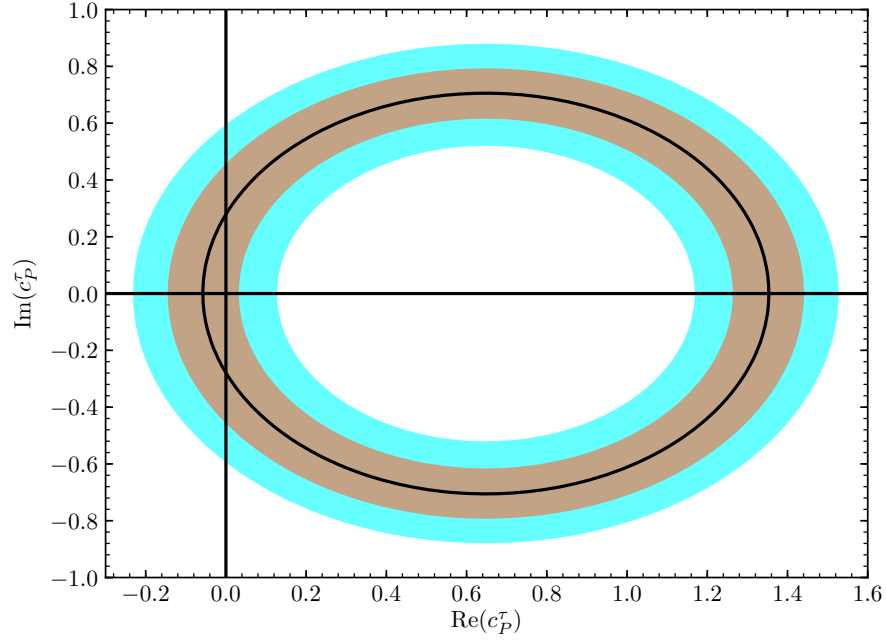


Abbildung 3.6: Grenzen des Real- und Imaginärteils von $c_P^{(\tau)}$. Der braune Bereich ist der 1σ -Bereich, der türkise Bereich entspricht einer Abweichung von 2σ .

beiden Fällen im 1σ -Bereich. Für den Zerfall in ein Positron-Neutrino-Paar ist nur eine obere Schranke vermessen. Die CLEO-Kollaboration gab 2008 den Wert

$$\text{Br}(D^+ \rightarrow e^+ \nu_e) < 8,8 \cdot 10^{-6}$$

an [17]. Dies führt zu einer Schranke für den Koeffizient c_P^e von $|c_P^e + 0,0002| < 0,006$.

4 Zusammenfassung

In dieser Arbeit haben wir das Standardmodell auf Nichtuniversalität anhand von leptonenischen und semileptonischen Zerfällen des D^+ -Mesons getestet. Der Test wurde anhand des Quotienten der Zerfallsbreiten zweier Leptonen $R^{Yl_1l_2}$ durchgeführt. Diese Größe lässt sich theoretisch mit kleinen Unsicherheiten bestimmen und eignet sich daher gut für einen Test des Standardmodells. Die theoretischen Vorhersagen wurden dabei mit aktuellen Daten der BESIII- und CLEO-Kollaborationen verglichen.

Nach den Berechnungen aus Abschnitt 3.1 ergibt sich für die rein leptonenischen Zerfälle, dass $R^{\tau\mu}$ nach dem Standardmodell auf einem Intervall von $0,9\sigma$ mit den aktuellen experimentellen Messungen übereinstimmt. Da $R^{l_1l_2}$ nur von den Massen der Leptonen und des D^+ -Mesons abhängt und diese sehr genau gemessen sind, lässt sich die Standardmodellvorhersage für die rein leptonenischen Zerfälle mit einer kleinen Unsicherheit bestimmen. Für $R^{\tau\mu}$ liegt diese bei 0,2%. Die Unsicherheit der experimentellen Werte dagegen ist mit 20% aktuell relativ groß. Genauere Messungen der Zerfallsbreiten können diesen Test somit in Zukunft präzisieren. Für die Größe $R^{\mu e}$ ist experimentell nur eine untere Schranke gemessen. Diese liegt drei Größenordnungen unterhalb der Standardmodellvorhersage von $R_{\text{SM}}^{\mu e} = 42\,480,489 \pm 0,015$ und lässt somit Raum für Phänomene der Lepton-Nichtuniversalität. In Zukunft kann eine genaue Messung des Zerfallskanals $\Gamma(D^+ \rightarrow e^+\nu_e)$ dieses Intervall eingrenzen oder einen experimentellen Wert für $R^{\mu e}$ bereitstellen, sodass die Vorhersage des Standardmodells getestet werden kann.

Bei den semileptonischen Zerfallsmodi wurde der Test mit den Zerfällen $D^+ \rightarrow \pi^0 l^+ \nu_l$ und $D^+ \rightarrow \bar{K}^0 l^+ \nu_l$ durchgeführt. Aufgrund der großen Masse des Tauons sind nur semileptonische Zerfälle in das Anti-Myon und Positron erlaubt. Die semileptonischen Zerfälle sind präziser vermessen als die rein leptonenischen, die Unsicherheiten auf den experimentellen Größen liegen hier unter 5%. Die Formfaktoren der Zerfälle wurden mit den Werten der Heavy Flavor Averaging Group aus dem Jahre 2018 berechnet. Da die Unsicherheiten der Formfaktoren in der Fehlerrechnung dominieren und sich diese beim Test mit $R^{Yl_1l_2}$ zu einem großen Teil herausheben, lassen sich die theoretischen Vorhersagen mit Unsicherheiten um 2% vornehmen. Wie in Abschnitt 3.2 beschrieben, liegt $R^{\pi\mu e}$ im Standardmodell in einem $0,8\sigma$ -Intervall zu den experimentellen Ergebnissen. Bei dem \bar{K}^0 -Zerfall liegt der Wert für $R^{K\mu e}$ bei $1,4\sigma$. Die Vorhersagen des Standardmodells bezüglich der Lepton-Universalität zeigen bei diesen Zerfällen somit keine signifikante Abweichung von den aktuellen experimentellen Daten.

Bei der Berechnung der semileptonischen Zerfälle wurden die Unsicherheiten auf den skalaren Formfaktor $f_0(q^2)$ nicht berücksichtigt. Für diesen existieren weniger Messungen als für den vektoriellen Formfaktor. Eine präzisere Parametrisierung des skalaren Formfaktors kann die Standardmodellvorhersagen in Zukunft deutlich verbessern. Da die Fehler der experimentell bestimmten $R^{Yl_1l_2}$ jedoch mehr als fünf mal so groß sind wie die theoretischen Unsicherheiten, birgt die präzisere Messung der Zerfallsbreiten mehr Potential zur Erhöhung der Aussagekraft des Universalitätstests.

Ein weiterführendes Vorgehen kann darin bestehen, Zerfallsmodi wie beispielsweise die Zerfälle von D_s^+ und D^0 zu untersuchen. Diese Bachelorarbeit ist parallel zu der von Adrian Krone entstanden, in welcher die leptonischen und semileptonischen Zerfälle des D_s^+ -Mesons auf Universalität getestet wurden. Bei den untersuchten Zerfällen konnte keine signifikante Abweichung vom Standardmodell festgestellt werden (A. Krone, persönliche Kommunikation, 27. Juni 2019). Die Zerfälle des D^0 -Mesons wurden etwa in [21] betrachtet. Bisher zeigen die Messungen auch in diesem Bereich keine signifikanten Abweichungen von den Standardmodellvorhersagen. In Zukunft kann die Erhöhung der Präzision der Messungen und die Untersuchung von seltenen Zerfällen weiterer Gegenstand der Forschung im Charm-Bereich sein. Außerdem kann die Analyse auf die Form der $d\Gamma/dq^2$ Kurve ausgeweitet werden. In dieser Arbeit wurde die gesamte Zerfallsbreite Γ mit den experimentellen Daten verglichen. Weitergehend kann die differentielle Zerfallsbreite für verschiedene Werte von q^2 auf Universalität getestet werden, da bei einer Abweichung des Verlaufs der Kurve die gesamte Zerfallsbreite unverändert bleiben kann.

In Abschnitt 3.3 wurden die Schranken an den pseudoskalaren Wilson Koeffizienten c_P berechnet, welche durch die experimentell gemessenen Zerfallsbreiten der leptonischen Zerfälle zustande kommen. Aufgrund der im Vergleich zu den semileptonischen Formfaktoren niedrigen Unsicherheiten auf der Zerfallskonstante des D^+ -Mesons ergeben sich Bänder in der komplexen Ebene. Der Wert des Standardmodells $c_P = 0$ liegt innerhalb des 1σ -Bereichs der experimentellen Werte. In Zukunft ist zu erwarten, dass präzisere Messungen der Zerfallsbreiten zu sehr engen Schranken für die möglichen Effekte jenseits des Standardmodells führen werden.

Literatur

- [1] Elena Graverini. „Flavour anomalies: a review“. In: *J. Phys. Conf. Ser.* 1137.1 (2019), S. 012025. DOI: 10.1088/1742-6596/1137/1/012025. arXiv: 1807.11373 [hep-ex].
- [2] Heavy Flavor Averaging Group (HFLAV). *Average of $R(D)$ and $R(D^*)$ for Spring 2019*. 2019. URL: <https://hflav-eos.web.cern.ch/hflav-eos/semi/spring19/html/RDsDsstar/RDRDs.html>.
- [3] Ma Wei und Yue Chong-Xing. „Charged Higgs bosons from the 3-3-1 models and the $\mathcal{R}(D^{(*)})$ anomalies“. In: *Phys. Rev.* D95.3 (2017), S. 035040. DOI: 10.1103/PhysRevD.95.035040. arXiv: 1702.01255 [hep-ph].
- [4] Martin Bauer und Matthias Neubert. „Minimal Leptoquark Explanation for the $R_{D^{(*)}}$, R_K , and $(g-2)_\ell$ Anomalies“. In: *Phys. Rev. Lett.* 116.14 (2016), S. 141802. DOI: 10.1103/PhysRevLett.116.141802. arXiv: 1511.01900 [hep-ph].
- [5] Svjetlana Fajfer, Ivan Nisandzic und Ursa Rojec. „Discerning new physics in charm meson leptonic and semileptonic decays“. In: *Phys. Rev.* D91.9 (2015), S. 094009. DOI: 10.1103/PhysRevD.91.094009. arXiv: 1502.07488 [hep-ph].
- [6] C. S. Wu et al. „Experimental Test of Parity Conservation in Beta Decay“. In: *Phys. Rev.* 105 (4 Feb. 1957), S. 1413–1415. DOI: 10.1103/PhysRev.105.1413. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.105.1413>.
- [7] M. Tanabashi et al. „Review of Particle Physics“. In: *Phys. Rev. D* 98 (3 Aug. 2018), S. 030001. DOI: 10.1103/PhysRevD.98.030001. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.98.030001>.
- [8] Jonna Koponen. „Lattice results for D/D_s leptonic and semileptonic decays“. In: *Proceedings, 6th International Workshop on Charm Physics (Charm 2013): Manchester, UK, August 31-September 4, 2013*. 2013. arXiv: 1311.6931 [hep-lat]. URL: <http://www.slac.stanford.edu/econf/C130831/papers/1311.6931.pdf>.
- [9] Y. Amhis et al. „Averages of b -hadron, c -hadron, and τ -lepton properties as of summer 2016“. In: *Eur. Phys. J.* C77.12 (2017), S. 895. DOI: 10.1140/epjc/s10052-017-5058-4. arXiv: 1612.07233 [hep-ex].
- [10] Dae Sung Hwang und Do-Won Kim. „ d Gamma / dq^{*2} spectra and branching fractions of exclusive semileptonic D meson decays“. In: (1998). arXiv: hep-ph/9806362 [hep-ph].
- [11] Jiangchuan Chen. „Charm Leptonic and semi-Leptonic decays at BESIII“. In: (2018). arXiv: 1812.00406 [hep-ex].
- [12] Vincenzo Cirigliano, James P. Jenkins und Martín González-Alonso. „Semileptonic decays of light quarks beyond the Standard Model“. In: *Nuclear Physics B* 830.1 (2010), S. 95–115. ISSN: 0550-3213. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2009.12.020>. URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0550321309006695>.

-
- [13] Tanmoy Bhattacharya et al. „Probing novel scalar and tensor interactions from (ultra)cold neutrons to the LHC“. In: *Phys. Rev. D* 85 (5 März 2012), S. 054512. DOI: 10.1103/PhysRevD.85.054512. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.85.054512>.
- [14] Davy M Kabuswa und Xiao Bo-wen. „D Meson Decays and New Physics“. In: *Journal of Physics & Astronomy* 5 (1 Mai 2017). URL: <https://www.tsijournals.com/abstract/d-meson-decays-and-new-physics-13051.html>.
- [15] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.4. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [16] S. F. Zhang. „Experimental study for leptonic and semileptonic decays in the charm sector“. In: 2019. arXiv: 1906.08912 [hep-ex].
- [17] B. I. Eisenstein et al. „Precision Measurement of $B(D^+ \rightarrow \mu^+ \nu)$ and the Pseudoscalar Decay Constant $f(D^+)$ “. In: *Phys. Rev. D* 78 (2008), S. 052003. DOI: 10.1103/PhysRevD.78.052003. arXiv: 0806.2112 [hep-ex].
- [18] J. D. Hunter. „Matplotlib: A 2D graphics environment“. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. DOI: 10.1109/MCSE.2007.55.
- [19] Fredrik Johansson et al. *mpmath: a Python library for arbitrary-precision floating-point arithmetic (version 0.19)*. Dez. 2013. URL: <http://mpmath.org/>.
- [20] V. Lubicz et al. „Scalar and vector form factors of $D \rightarrow \pi(K)\ell\nu$ decays with $N_f = 2 + 1 + 1$ twisted fermions“. In: *Phys. Rev. D* 96.5 (2017). [Erratum: *Phys. Rev. D* 99, no. 9, 099902 (2019)], S. 054514. DOI: 10.1103/PhysRevD.96.054514, 10.1103/PhysRevD.99.099902. arXiv: 1706.03017 [hep-lat].
- [21] Y. H. Yang. „(Semi-)leptonic decays of D Mesons at BESIII“. In: *10th International Workshop on the CKM Unitarity Triangle (CKM 2018) Heidelberg, Germany, September 17-21, 2018*. 2018. DOI: 10.5281/zenodo.2530407. arXiv: 1812.00320 [hep-ex].

Danksagung

An dieser Stelle bedanke ich mich bei all denjenigen, die mich bei dieser Arbeit unterstützt haben.

Allen voran danke ich Frau Prof. Hiller für das spannende Thema und die ausgezeichnete Betreuung sowie die Geduld beim Lesen meiner Entwürfe. Das Bearbeiten hat mir viel Freude bereitet und ich konnte wirklich viel aus der kurzen Zeit mitnehmen.

Ich danke Herr Prof. Päs für das Zweitgutachten, sowie Marcel Golz für die hilfreichen Gespräche und inhaltlichen Anregungen.

Außerdem danke ich der Karl-Schlotmann-Stiftung, vor allem Marie Luise Götz, für die Unterstützung in meinem Studium. Diese ermöglicht es mir, mich in einem Maße auf die Physik zu konzentrieren, welches sonst nicht möglich wäre.

Großer Dank gebührt auch meinen Eltern, die mich stets unterstützt haben.

Schließlich bedanke ich mich bei allen, die meine Arbeit Korrektur gelesen haben. Vor allem Anno Knierim, Carolin Werner und Marcel Kaluza haben mit ihren Anmerkungen zu der Qualität der Arbeit beigetragen.

Tom Magorsch
27. Juni 2019

Eidesstattliche Versicherung

Ich versichere hiermit an Eides statt, dass ich die vorliegende Abschlussarbeit mit dem Titel „Lepton-Nichtuniversalität in leptonischen D-Zerfällen“ selbstständig und ohne unzulässige fremde Hilfe erbracht habe. Ich habe keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt, sowie wörtliche und sinngemäße Zitate kenntlich gemacht. Die Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

Ort, Datum

Unterschrift

Belehrung

Wer vorsätzlich gegen eine die Täuschung über Prüfungsleistungen betreffende Regelung einer Hochschulprüfungsordnung verstößt, handelt ordnungswidrig. Die Ordnungswidrigkeit kann mit einer Geldbuße von bis zu 50 000 € geahndet werden. Zuständige Verwaltungsbehörde für die Verfolgung und Ahndung von Ordnungswidrigkeiten ist der Kanzler/die Kanzlerin der Technischen Universität Dortmund. Im Falle eines mehrfachen oder sonstigen schwerwiegenden Täuschungsversuches kann der Prüfling zudem exmatrikuliert werden (§ 63 Abs. 5 Hochschulgesetz –HG–).

Die Abgabe einer falschen Versicherung an Eides statt wird mit Freiheitsstrafe bis zu 3 Jahren oder mit Geldstrafe bestraft.

Die Technische Universität Dortmund wird ggf. elektronische Vergleichswerkzeuge (wie z. B. die Software „turnitin“) zur Überprüfung von Ordnungswidrigkeiten in Prüfungsverfahren nutzen.

Die oben stehende Belehrung habe ich zur Kenntnis genommen.

Ort, Datum

Unterschrift