

# **Algoritmos y Estructuras de Datos III**

## *(Historia Grafos)*

# GRAFOS

- Un grafo  $G = (V, X)$  es un par de conjuntos, donde  $V$  es un conjunto de puntos o nodos y  $X$  es un subconjunto del conjunto de pares no ordenados de elementos distintos de  $V$ .
- Los elementos de  $X$  se llamas aristas o ejes o arcos.

# **Aplicaciones de grafos**

*Qué es un modelo matemático?*

- Problemas que pueden modelarse usando grafos.
- La noción de grafos fue planteada independientemente por varios científicos de diferentes disciplinas.

# **Historia**

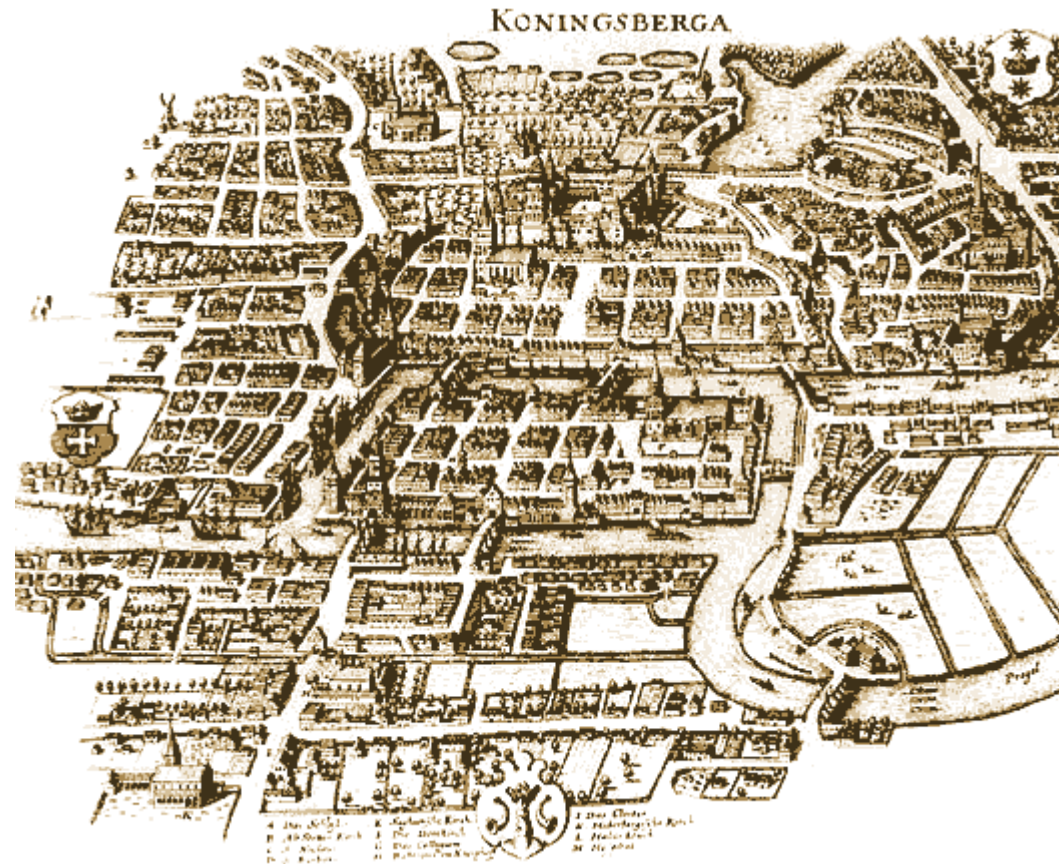
“Graph Theory: 1736-1936”, Biggs, Lloyd, Wilson,  
Oxford University Press, 1976.

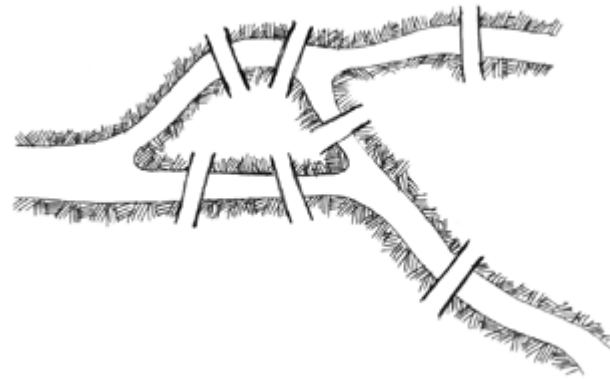


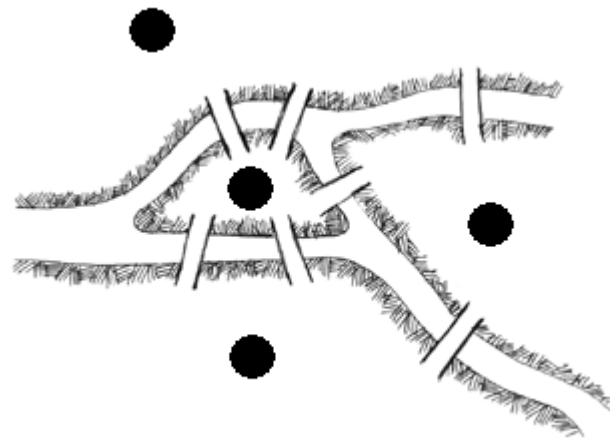
El origen: Los puentes de Königsberg

La ciudad de Königsberg (hoy Kaliningrado) tenía en el siglo XVIII siete puentes.

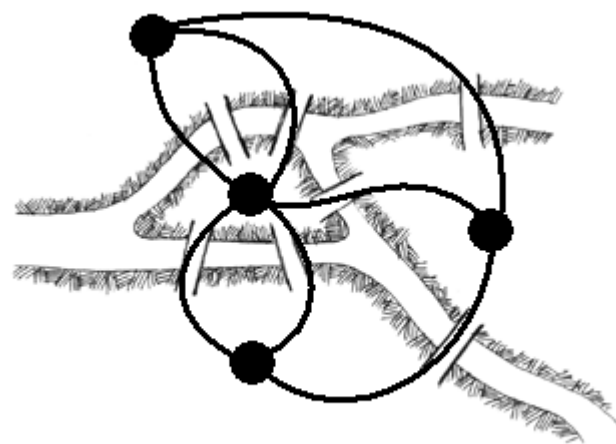
Euler (1736) planteó el problema de cruzar por todos ellos exactamente una vez y volver al punto de partida.









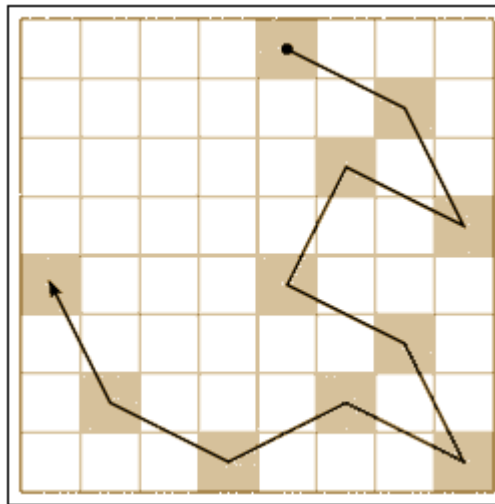


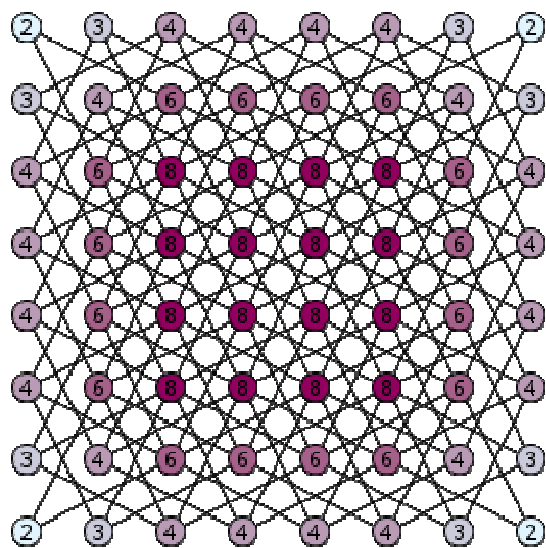
- Modelo usando grafos

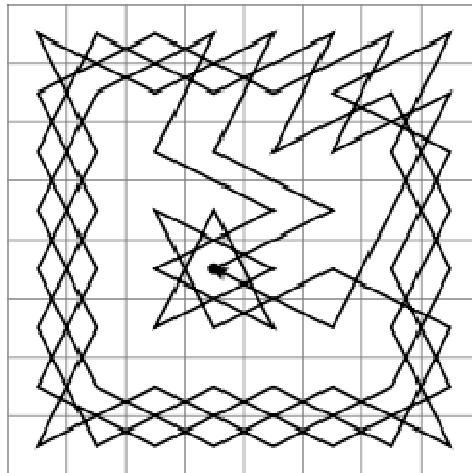
**Primer teorema de teoría de grafos:** Hay un circuito que pasa por todas las “líneas” del grafo una y sólo una vez si y sólo si cada punto tiene un número par de “líneas” incidentes.

*Euler planteó el teorema, pero sólo probó que la condición es necesaria.*

**Vandermonde, 1771**, planteó el problema de los caballos en un tablero de ajedrez (*no lo resolvió*)



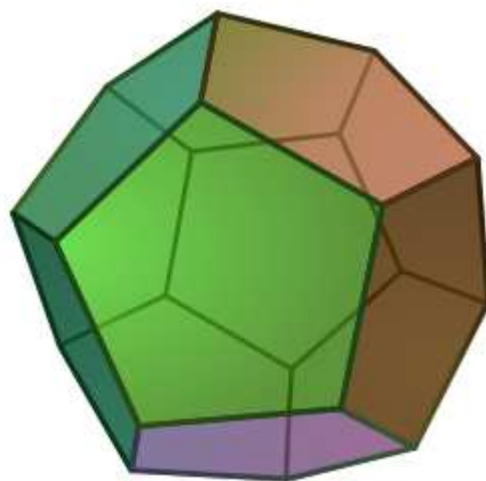




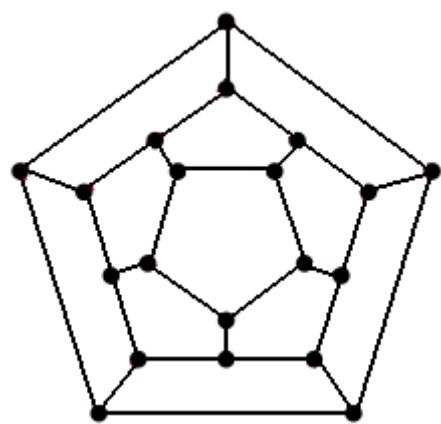
- **Wiener, 1873**, Laberintos.
- **Kirkman, 1856**, circuitos en poliedros, pionero en formular el problema de encontrar un circuito que pase por todos los nodos de un grafo.

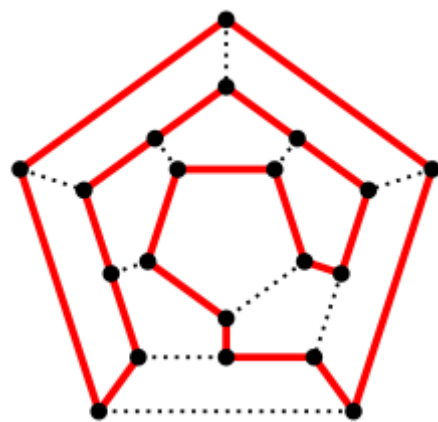
**Hamilton, 1858** : juego: *dar la vuelta “al mundo” sin pasar dos veces por la misma ciudad.*

- Pasar por todos los vértices de un dodecaedro una y sólo una vez y volver a la ciudad de origen.
- Generalización: circuitos hamiltonianos.
- Problema del Viajante de Comercio
- Problema “computacionalmente no resuelto” en el caso general.









## **Leyes de Kirschhoff (1847)**

- Introdujo el concepto de árboles para resolver el sistema de ecuaciones lineales que describen el flujo de la corriente eléctrica en cada rama de cada circuito en una red eléctrica.
- Modeló la red compuesta de resistencias, condensadores, inductancias, etc, con un grafo.
- No todas las ecuaciones son necesarias porque el sistema no es independiente. Solo es necesario un sistema fundamental de circuitos que se puede obtener a partir de un árbol generador.

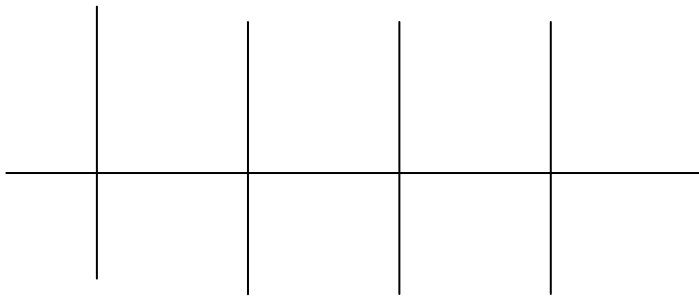
## Cayley, 1857: Isómeros Químicos.

*Cuántos compuestos químicos diferentes pueden corresponder a una misma fórmula?*

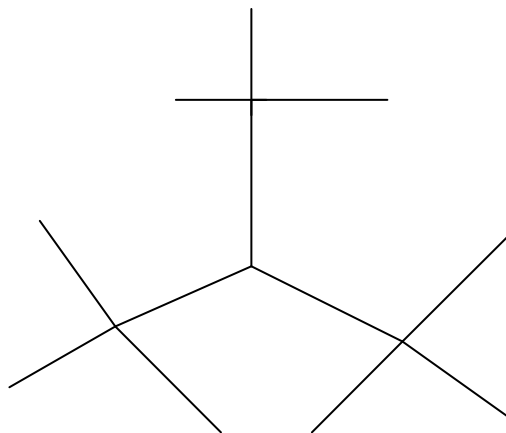
**Ejemplo :** isómeros de  $C_nH_{2n+2}$  (parafinas)

- Se pueden modelar como árboles con nodos de grado 4 y nodos de grado 1 hay.
- Se quiere contar cuantos árboles “distintos” de ese tipo hay.

***Ejemplo:*** para  $n = 4$  dos de los compuestos son:



Butano



Isobutano

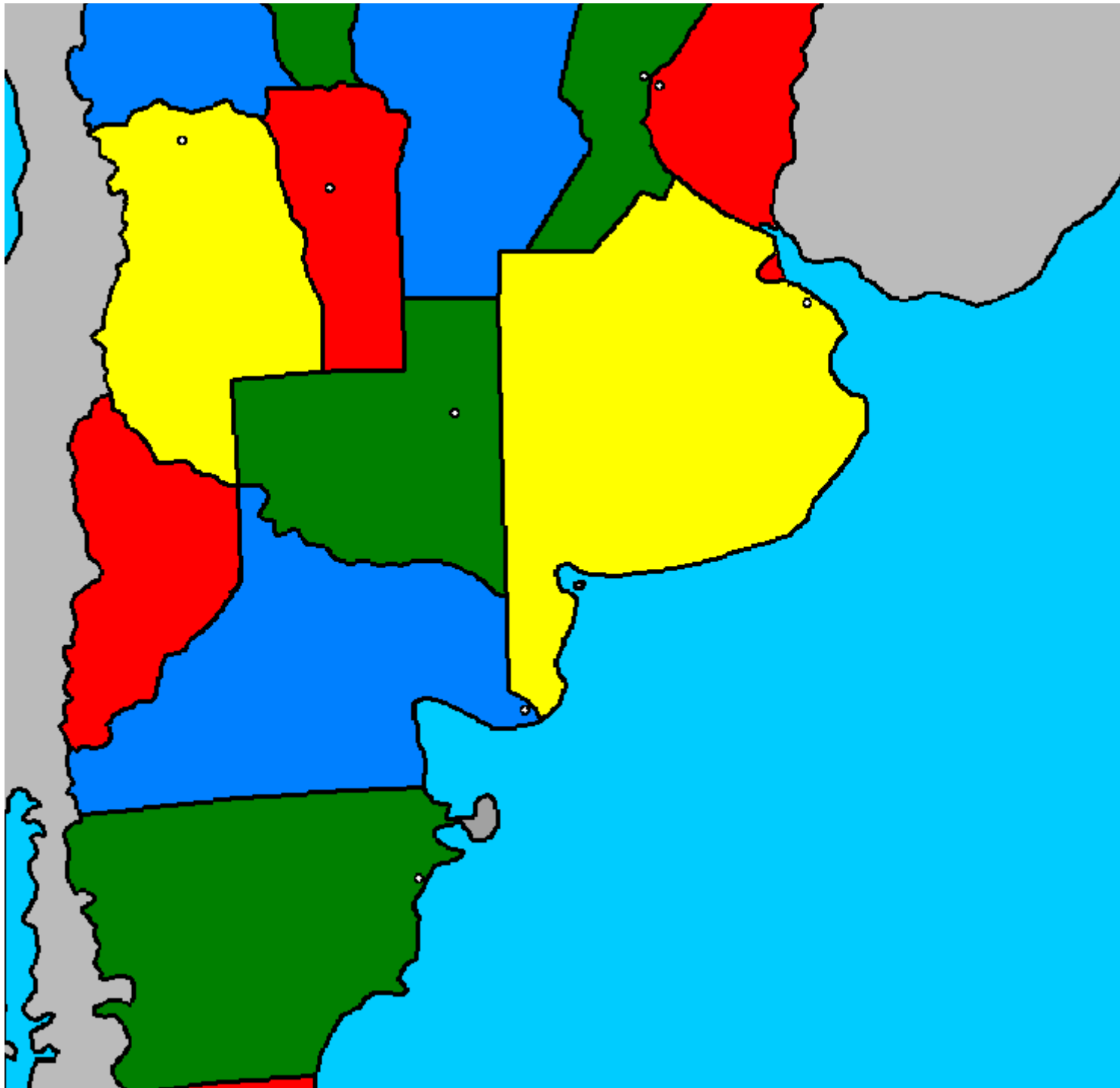
**Problema de los cuatro colores:** *se puede pintar cualquier mapa con cuatro colores sin que dos países que tengan como frontera una línea tengan el mismo color?*

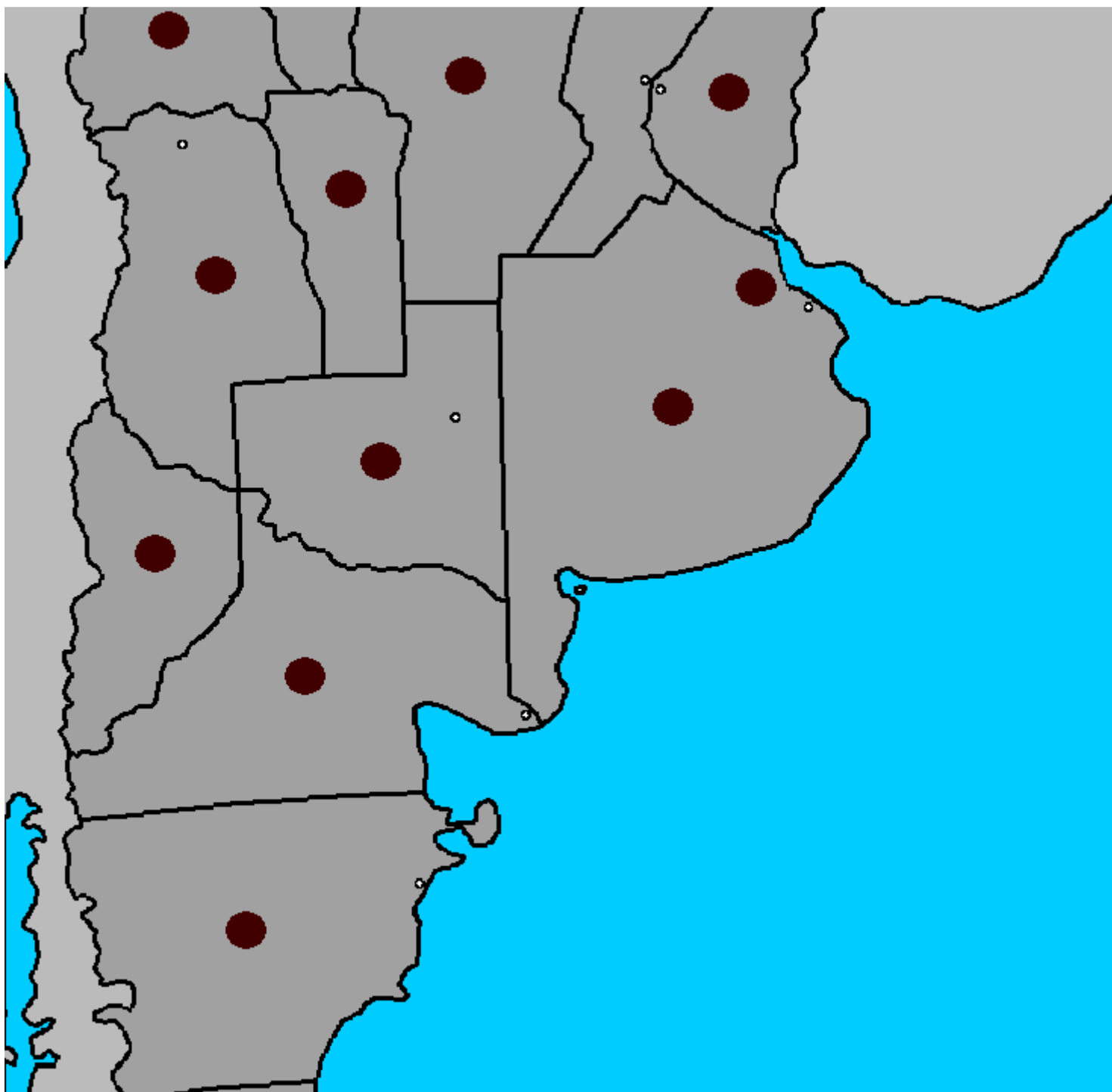
- Origen vago. Primer planteo conocido: De Morgan 1852. Antecedentes de 1840.
- Primera “supuesta” demostración, Kempe 1879
- Error descubierto por Heawood, 1890, que demostró el Teorema para 5 colores.



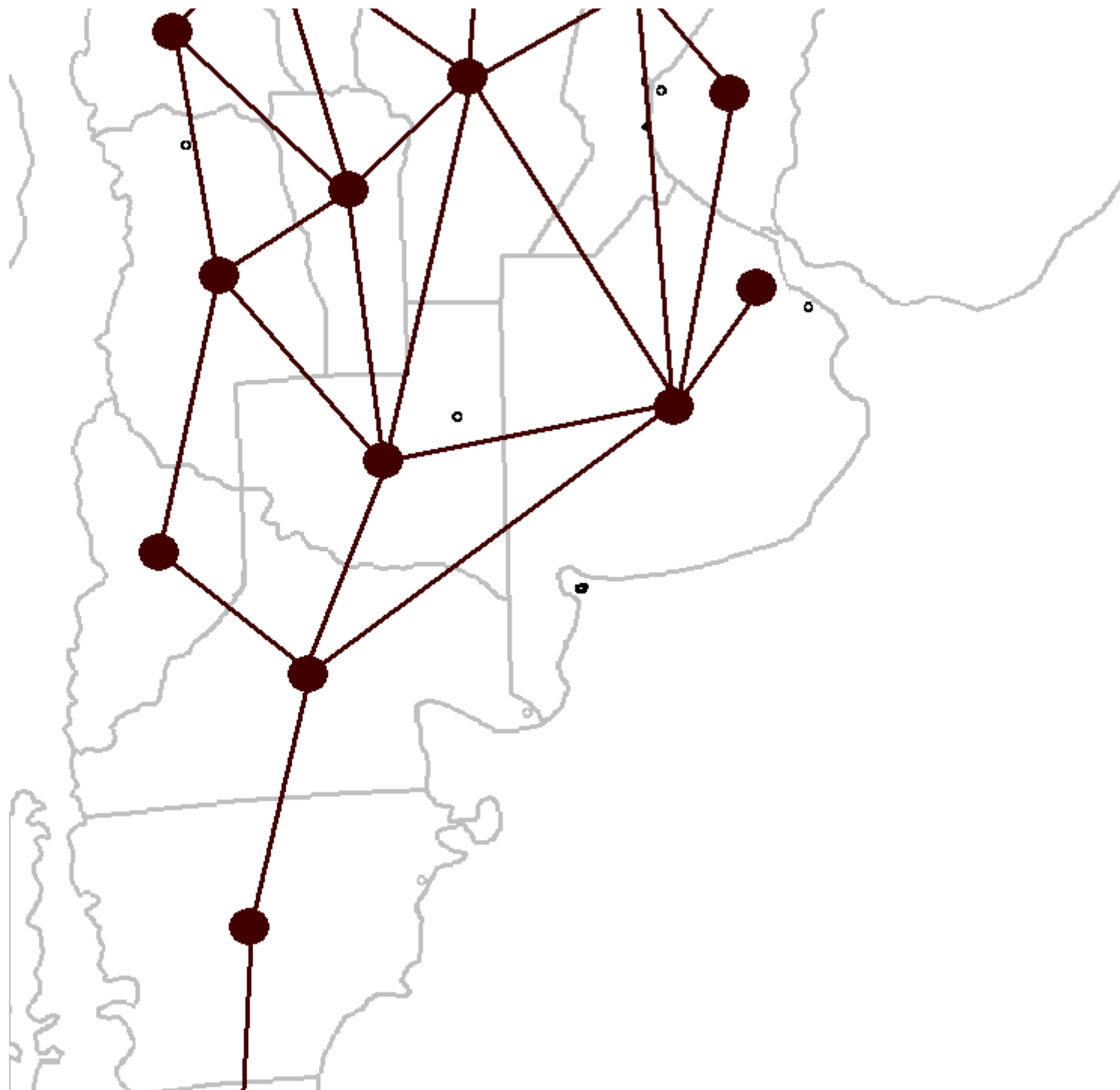












## **Problema abierto por más de 100 años**

- Avances de la teoría de grafos alrededor de este problema.
- Demostración en 1976, Appel y Haken.
- Uso de la computadora en esta demostración.
- Demostraciones posteriores.

# **Aplicaciones actuales**

- Redes de comunicaciones, diseño, ruteo.
- Problemas de distribución y ruteo de vehículos.
- Planificación de la producción.
- Redes de tráfico
- Demostración de teoremas.
- Correctitud de programas
- VLSI
- Descifrado de Códigos
- Ingeniería de Software
- Bases de datos
- Biología Computacional
- etc..etc., etc.,etc...,etc.,etc, etc., etc., etc., etc., etc.....