

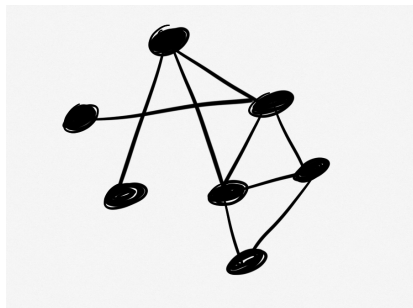
Grafos cordales (clase especial)

Flavia Bonomo

Algoritmos III, 2do. cuatrimestre 2015

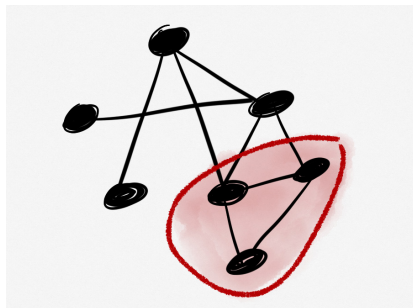
Algunos problemas en grafos

- Clique máxima
- Conjunto independiente máximo
- Coloreo
- Mínimo cubrimiento por cliques
- Conjunto dominante mínimo



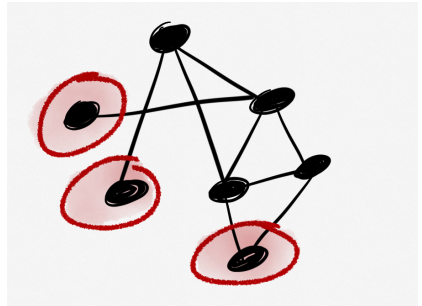
Algunos problemas en grafos

- Clique máxima
- Conjunto independiente máximo
- Coloreo
- Mínimo cubrimiento por cliques
- Conjunto dominante mínimo



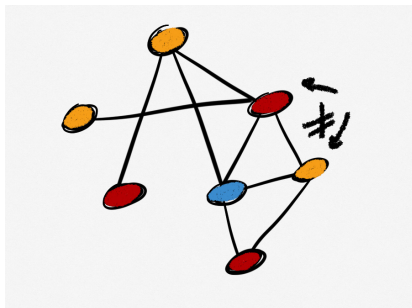
Algunos problemas en grafos

- Clique máxima
- Conjunto independiente máximo
- Coloreo
- Mínimo cubrimiento por cliques
- Conjunto dominante mínimo



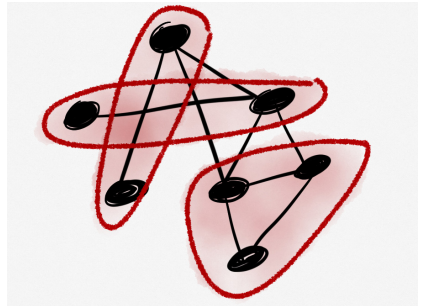
Algunos problemas en grafos

- Clique máxima
- Conjunto independiente máximo
- Coloreo
- Mínimo cubrimiento por cliques
- Conjunto dominante mínimo



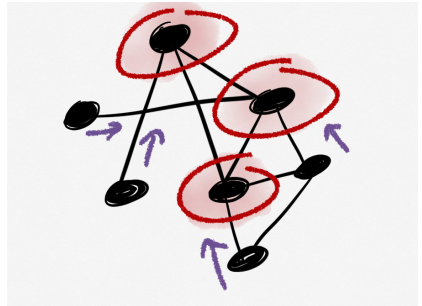
Algunos problemas en grafos

- Clique máxima
- Conjunto independiente máximo
- Coloreo
- Mínimo cubrimiento por cliques
- Conjunto dominante mínimo



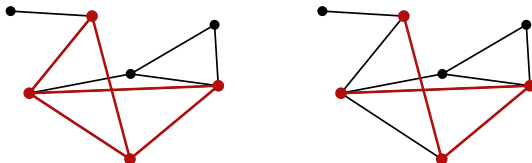
Algunos problemas en grafos

- Clique máxima
- Conjunto independiente máximo
- Coloreo
- Mínimo cubrimiento por cliques
- Conjunto dominante mínimo



Propiedades deseables para una clase de grafos \mathcal{C}

- **Hereditaria:** $G \in \mathcal{C}$ y H subgrafo inducido de G entonces $H \in \mathcal{C}$. \Leftrightarrow
Existe una caracterización por subgrafos inducidos prohibidos minimales, aunque la familia podría ser infinita.
- **Hereditaria por subgrafos:** $G \in \mathcal{C}$ y H subgrafo de G entonces $H \in \mathcal{C}$.
(A veces es pedir demasiado, todo grafo es subgrafo de una clique suficientemente grande.)



Propiedades deseables para un parámetro φ de un grafo

- **Monotonía:** H subgrafo inducido de G entonces $\varphi(H) \leq \varphi(G)$ (o $\varphi(H) \geq \varphi(G)$), dependiendo del problema).
- **Monotonía en subgrafos:** H subgrafo de G entonces $\varphi(H) \leq \varphi(G)$ (o $\varphi(H) \geq \varphi(G)$).
- **Monotonía en subgrafos generadores:** H subgrafo generador de G ($V(H) = V(G)$) entonces $\varphi(H) \leq \varphi(G)$ (o $\varphi(H) \geq \varphi(G)$).

Problema	Monotonía	M. en subgrafos	M. en subg. gener.
clique	\leq	\leq	\leq
conjunto independiente	\leq	x	\geq
coloreo	\leq	\leq	\leq
cubrimiento por cliques	\leq	x	\geq
conjunto dominante	x	x	\geq

Conectividad

- La propiedad de ser **conexo** no es hereditaria (version hereditaria: cliques).

Conectividad

- La propiedad de ser **conexo** no es hereditaria (version hereditaria: cliques).
- No se puede expresar por subgrafos inducidos prohibidos.

Conectividad

- La propiedad de ser **conexo** no es hereditaria (version hereditaria: cliques).
- No se puede expresar por subgrafos inducidos prohibidos.
- Todo grafo conexo no trivial admite dos vértices tal que al eliminar alguno de ellos, sigue siendo conexo.

Conectividad

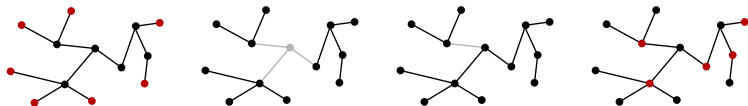
- La propiedad de ser **conexo** no es hereditaria (version hereditaria: cliques).
- No se puede expresar por subgrafos inducidos prohibidos.
- Todo grafo conexo no trivial admite dos vértices tal que al eliminar alguno de ellos, sigue siendo conexo.
- Muchos de los problemas (especialmente parámetros monótonos) pueden ser resueltos en cada componente conexa.

Conectividad

- La propiedad de ser **conexo** no es hereditaria (version hereditaria: cliques).
- No se puede expresar por subgrafos inducidos prohibidos.
- Todo grafo conexo no trivial admite dos vértices tal que al eliminar alguno de ellos, sigue siendo conexo.
- Muchos de los problemas (especialmente parámetros monótonos) pueden ser resueltos en cada componente conexa.
- Usualmente entonces se asume conectividad pero no se requiere.

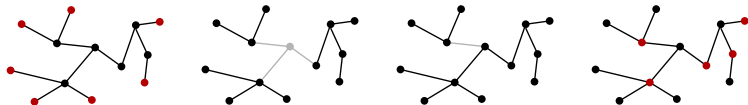
Árboles y bosques

- G es un **bosque** si y sólo si no tiene ciclos C_n , $n \geq 3$. \Leftrightarrow
 caracteriación por subgrafos inducidos prohibidos, de hecho también
 por subgrafos prohibidos



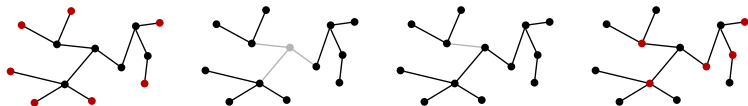
Árboles y bosques

- G es un **bosque** si y sólo si no tiene ciclos C_n , $n \geq 3$. \Leftrightarrow caracteriación por subgrafos inducidos prohibidos, de hecho también por subgrafos prohibidos
- un **árbol** es un bosque conexo



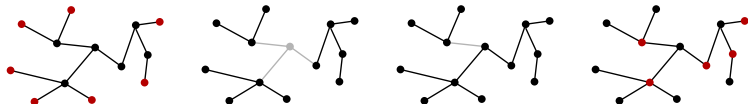
Árboles y bosques

- G es un **bosque** si y sólo si no tiene ciclos C_n , $n \geq 3$. \Leftrightarrow caracteriación por subgrafos inducidos prohibidos, de hecho también por subgrafos prohibidos
- un **árbol** es un bosque conexo
- todo árbol no trivial tiene al menos **dos hojas** \Leftrightarrow secuencia de desarmado/armado



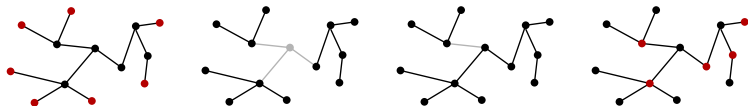
Árboles y bosques

- G es un **bosque** si y sólo si no tiene ciclos C_n , $n \geq 3$. \iff caracteriación por subgrafos inducidos prohibidos, de hecho también por subgrafos prohibidos
- un **árbol** es un bosque conexo
- todo árbol no trivial tiene al menos **dos hojas** \iff secuencia de desarmado/armado
- todo vértice v que no es una hoja es un **punto de corte** y descompone el árbol en $d(v)$ partes \iff teorema de descomposición/composición



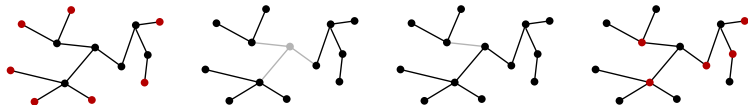
Árboles y bosques

- G es un **bosque** si y sólo si no tiene ciclos C_n , $n \geq 3$. \iff caracteriación por subgrafos inducidos prohibidos, de hecho también por subgrafos prohibidos
- un **árbol** es un bosque conexo
- todo árbol no trivial tiene al menos **dos hojas** \iff secuencia de desarmado/armado
- todo vértice v que no es una hoja es un **punto de corte** y descompone el árbol en $d(v)$ partes \iff teorema de descomposición/composición
- cada arista es un **punto** \iff teorema de descomposición/composición



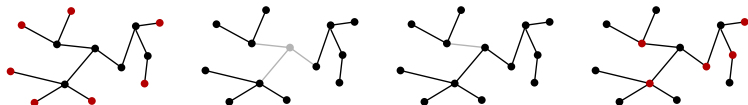
Árboles y bosques

- G es un **bosque** si y sólo si no tiene ciclos C_n , $n \geq 3$. \Leftrightarrow caracterización por subgrafos inducidos prohibidos, de hecho también por subgrafos prohibidos
- un **árbol** es un bosque conexo
- todo árbol no trivial tiene al menos **dos hojas** \Leftrightarrow secuencia de desarmado/armado
- todo vértice v que no es una hoja es un **punto de corte** y descompone el árbol en $d(v)$ partes \Leftrightarrow teorema de descomposición/composición
- cada arista es un **punto** \Leftrightarrow teorema de descomposición/composición
- para cada vértice v y cada k , $N_k(v)$ es un **conjunto independiente** \Leftrightarrow estructura de niveles



Árboles y bosques

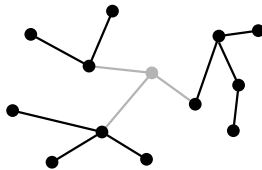
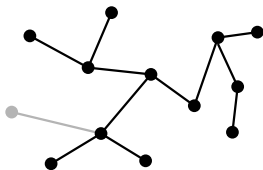
- G es un **bosque** si y sólo si no tiene ciclos C_n , $n \geq 3$. \iff caracteriación por subgrafos inducidos prohibidos, de hecho también por subgrafos prohibidos
- un **árbol** es un bosque conexo
- todo árbol no trivial tiene al menos **dos hojas** \iff secuencia de desarmado/armado
- todo vértice v que no es una hoja es un **punto de corte** y descompone el árbol en $d(v)$ partes \iff teorema de descomposición/composición
- cada arista es un **punto** \iff teorema de descomposición/composición
- para cada vértice v y cada k , $N_k(v)$ es un **conjunto independiente** \iff estructura de niveles
- un árbol es **bipartito** \iff partición de vértices



Árboles y bosques

Uso algorítmico:

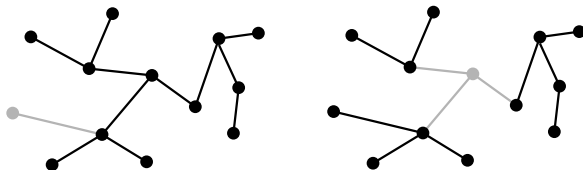
- Clique máxima \leftrightarrow trivial



Árboles y bosques

Uso algorítmico:

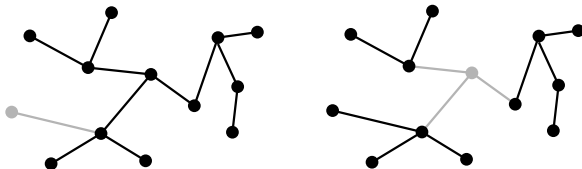
- Clique máxima \leftrightarrow trivial
- Máximo conjunto independiente \leftrightarrow hojas (desarmado) o puntos de corte/estructura de niveles + programación dinámica



Árboles y bosques

Uso algorítmico:

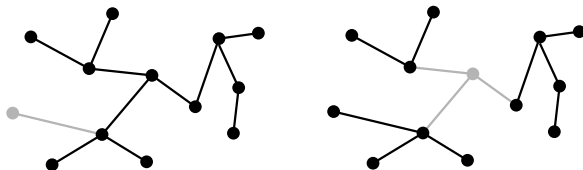
- Clique máxima \leftrightarrow trivial
- Máximo conjunto independiente \leftrightarrow hojas (desarmado) o puntos de corte/estructura de niveles + programación dinámica
- conjunto dominante mínimo \leftrightarrow puntos de corte/estructura de niveles + programación dinámica



Árboles y bosques

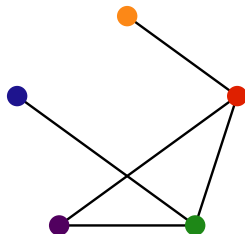
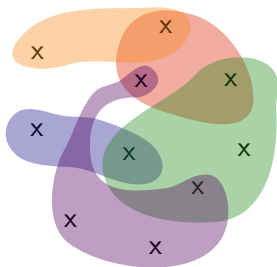
Uso algorítmico:

- Clique máxima \leftrightarrow trivial
- Máximo conjunto independiente \leftrightarrow hojas (desarmado) o puntos de corte/estructura de niveles + programación dinámica
- conjunto dominante mínimo \leftrightarrow puntos de corte/estructura de niveles + programación dinámica
- Mínimo cubrimiento por cliques \leftrightarrow forzado usando las hojas



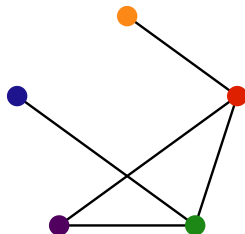
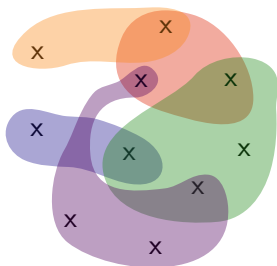
Grafos de intersección

Un **grafo de intersección** de una familia finita de conjuntos \mathcal{F} tiene un vértice por cada elemento $F \in \mathcal{F}$ y dos vértices F, F' son adyacentes si y sólo si $F \cap F' \neq \emptyset$.



Grafos de intersección

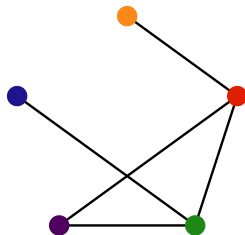
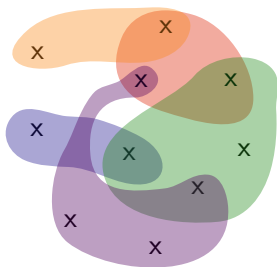
Un **grafo de intersección** de una familia finita de conjuntos \mathcal{F} tiene un vértice por cada elemento $F \in \mathcal{F}$ y dos vértices F, F' son adyacentes si y sólo si $F \cap F' \neq \emptyset$.



Todo grafo es un grafo de intersección?

Grafos de intersección

Un **grafo de intersección** de una familia finita de conjuntos \mathcal{F} tiene un vértice por cada elemento $F \in \mathcal{F}$ y dos vértices F, F' son adyacentes si y sólo si $F \cap F' \neq \emptyset$.



Todo grafo es un grafo de intersección?

Los grafos de intersección de conjuntos de un cierto tipo pueden tener propiedades interesantes.

Generalizando árboles: grafos cordales

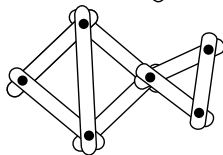
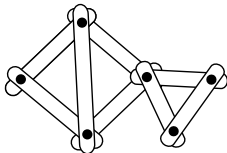
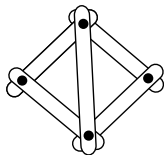
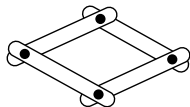
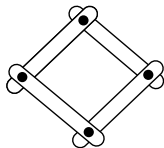
- Un grafo es **cordal** si no contiene como subgrafo inducido C_n , $n \geq 4$, o sea, si **todo ciclo de longitud al menos 4 tiene una cuerda**.

Generalizando árboles: grafos cordales

- Un grafo es **cordal** si no contiene como subgrafo inducido C_n , $n \geq 4$, o sea, si **todo ciclo de longitud al menos 4 tiene una cuerda**.
- Se los conoce también como **triangulados** o **circuitos rígidos**.

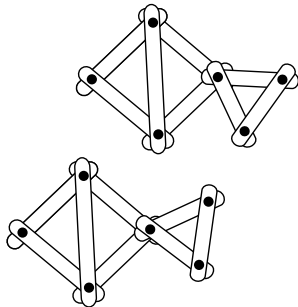
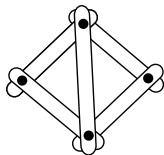
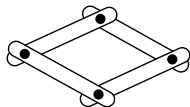
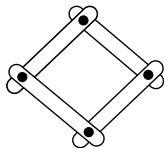
Generalizando árboles: grafos cordales

- Un grafo es **cordal** si no contiene como subgrafo inducido C_n , $n \geq 4$, o sea, si **todo ciclo de longitud al menos 4 tiene una cuerda**.
- Se los conoce también como **triangulados** o **circuitos rígidos**.



Generalizando árboles: grafos cordales

- Un grafo es **cordal** si no contiene como subgrafo inducido C_n , $n \geq 4$, o sea, si **todo ciclo de longitud al menos 4 tiene una cuerda**.
- Se los conoce también como **triangulados** o **circuitos rígidos**.



- [lectura recomendada] Blair and Peyton, An introduction to chordal graphs and clique trees

Separadores minimales

- Un subconjunto $S \subset V$ es un **separador** si dos vértices que estaban en la misma componente conexa de G están en distintas componentes conexas de $G \setminus S$.

Separadores minimales

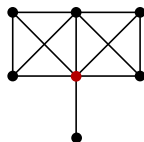
- Un subconjunto $S \subset V$ es un **separador** si dos vértices que estaban en la misma componente conexa de G están en distintas componentes conexas de $G \setminus S$.
- Si a y b son dos vértices separados por S , se llama **ab -separador**.

Separadores minimales

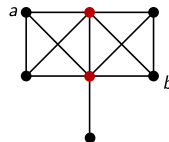
- Un subconjunto $S \subset V$ es un **separador** si dos vértices que estaban en la misma componente conexa de G están en distintas componentes conexas de $G \setminus S$.
- Si a y b son dos vértices separados por S , se llama **ab -separador**.
- S es un separador (resp. ab -separador) **minimal** si ningún subconjunto propio de S es un separador (resp. ab -separador).

Separadores minimales

- Un subconjunto $S \subset V$ es un **separador** si dos vértices que estaban en la misma componente conexa de G están en distintas componentes conexas de $G \setminus S$.
- Si a y b son dos vértices separados por S , se llama **ab -separador**.
- S es un separador (resp. ab -separador) **minimal** si ningún subconjunto propio de S es un separador (resp. ab -separador).

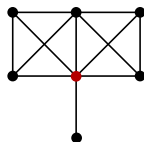


minimal separator

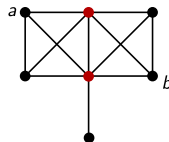
minimal ab -separator

Separadores minimales

- Un subconjunto $S \subset V$ es un **separador** si dos vértices que estaban en la misma componente conexa de G están en distintas componentes conexas de $G \setminus S$.
- Si a y b son dos vértices separados por S , se llama **ab -separador**.
- S es un separador (resp. ab -separador) **minimal** si ningún subconjunto propio de S es un separador (resp. ab -separador).



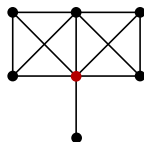
minimal separator

minimal ab -separator

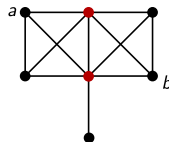
- S es un **separador de vértices minimal** si es un ab -separador minimal para algún par de vértices ab .

Separadores minimales

- Un subconjunto $S \subset V$ es un **separador** si dos vértices que estaban en la misma componente conexa de G están en distintas componentes conexas de $G \setminus S$.
- Si a y b son dos vértices separados por S , se llama **ab -separador**.
- S es un separador (resp. ab -separador) **minimal** si ningún subconjunto propio de S es un separador (resp. ab -separador).



minimal separator

minimal ab -separator

- S es un **separador de vértices minimal** si es un ab -separador minimal para algún par de vértices ab .
- Un separador de vértices minimal **no necesariamente** es un separador minimal.

Separadores minimales

Teorema (Dirac, 1961)

Un grafo es **cordal** si y sólo si todo separador de **vértices** minimal es **completo**.

Separadores minimales

Teorema (Dirac, 1961)

Un grafo es **cordal** si y sólo si todo separador de **vértices** minimal es **completo**.

\Leftarrow) Sea $v_0 v_1 v_2 \dots v_k$, $k \geq 3$, un ciclo y consideremos $v_0 v_2$.

Separadores minimales

Teorema (Dirac, 1961)

Un grafo es **cordal** si y sólo si todo separador de **vértices** minimal es **completo**.

\Leftarrow) Sea $v_0 v_1 v_2 \dots v_k$, $k \geq 3$, un ciclo y consideremos $v_0 v_2$. O $v_0 v_2$ es una cuerda o existe un $v_0 v_2$ -separador, que tiene que contener a v_1 y algún v_i , $3 \leq i \leq k$.

Separadores minimales

Teorema (Dirac, 1961)

Un grafo es **cordal** si y sólo si todo separador de **vértices** minimal es **completo**.

\Leftarrow) Sea $v_0 v_1 v_2 \dots v_k$, $k \geq 3$, un ciclo y consideremos $v_0 v_2$. O $v_0 v_2$ es una cuerda o existe un $v_0 v_2$ -separador, que tiene que contener a v_1 y algún v_i , $3 \leq i \leq k$. Como es completo, $v_1 v_i$ es una cuerda.

Separadores minimales

Teorema (Dirac, 1961)

Un grafo es **cordal** si y sólo si todo separador de **vértices** minimal es **completo**.

\Leftarrow) Sea $v_0 v_1 v_2 \dots v_k$, $k \geq 3$, un ciclo y consideremos $v_0 v_2$. O $v_0 v_2$ es una cuerda o existe un $v_0 v_2$ -separador, que tiene que contener a v_1 y algún v_i , $3 \leq i \leq k$. Como es completo, $v_1 v_i$ es una cuerda.

\Rightarrow) Sea S un ab -separador minimal y supongamos x, y en S no adyacentes. Sean A, B las componentes conexas de $G \setminus S$ que contienen a a y b , resp. Como S es minimal, x e y tienen vecinos en A y B .

Separadores minimales

Teorema (Dirac, 1961)

Un grafo es **cordal** si y sólo si todo separador de **vértices** minimal es **completo**.

⇒) Sea $v_0 v_1 v_2 \dots v_k$, $k \geq 3$, un ciclo y consideremos $v_0 v_2$. O $v_0 v_2$ es una cuerda o existe un $v_0 v_2$ -separador, que tiene que contener a v_1 y algún v_i , $3 \leq i \leq k$. Como es completo, $v_1 v_i$ es una cuerda.

⇒) Sea S un ab -separador minimal y supongamos x, y en S no adyacentes. Sean A, B las componentes conexas de $G \setminus S$ que contienen a a y b , resp. Como S es minimal, x e y tienen vecinos en A y B . Sean P_A y P_B caminos entre x e y con interior en A y B , resp., de longitud mínima.

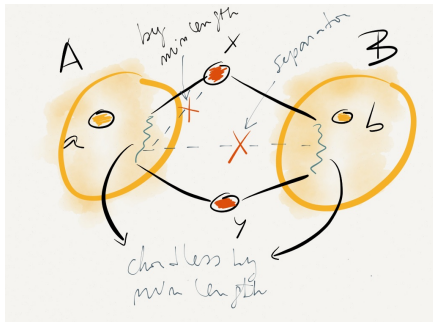
Separadores minimales

Teorema (Dirac, 1961)

Un grafo es **cordal** si y sólo si todo separador de **vértices** minimal es **completo**.

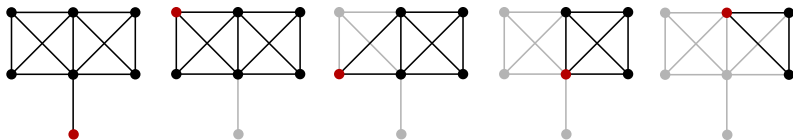
⇒) Sea $v_0 v_1 v_2 \dots v_k$, $k \geq 3$, un ciclo y consideremos $v_0 v_2$. O $v_0 v_2$ es una cuerda o existe un $v_0 v_2$ -separador, que tiene que contener a v_1 y algún v_i , $3 \leq i \leq k$. Como es completo, $v_1 v_i$ es una cuerda.

⇒) Sea S un ab -separador minimal y supongamos x, y en S no adyacentes. Sean A, B las componentes conexas de $G \setminus S$ que contienen a a y b , resp. Como S es minimal, x e y tienen vecinos en A y B . Sean P_A y P_B caminos entre x e y con interior en A y B , resp., de longitud mínima. Entonces el ciclo $xP_A y P_B x$ no tiene cuerdas, una contradicción. \square



Orden de eliminación perfecto

- Un vértice v es **simplicial** si $N[v]$ induce un subgrafo **completo** en G .
- Un orden v_1, v_2, \dots, v_n de los vértices de un grafo G es un **orden de eliminación perfecto** si, para cada $2 \leq i \leq n-2$ v_i es **simplicial** en $G[v_i, v_{i+1}, \dots, v_n]$.



Orden de eliminación perfecto

Teorema (Dirac, 1961)

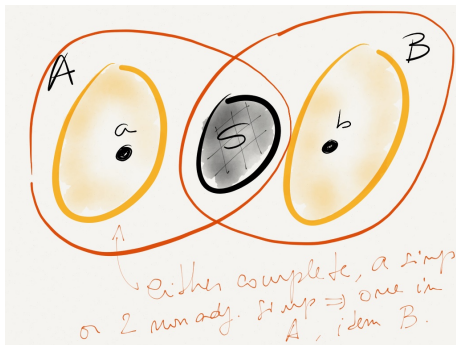
Todo grafo cordal tiene un vértice simplicial. Si no es completo, entonces tiene dos vértices simpliciales no adyacentes.

Orden de eliminación perfecto

Teorema (Dirac, 1961)

Todo grafo cordal tiene un vértice simplicial. Si no es completo, entonces tiene dos vértices simpliciales no adyacentes.

Dem. Completo o $n = 2$, trivial. Sino, inducción usando separadores de vértices minimales. \square



Orden de eliminación perfecto

Teorema (Fulkerson y Gross, 1965)

Un grafo es cordal si y sólo si tiene un PEO (orden de eliminación perfecto).

Orden de eliminación perfecto

Teorema (Fulkerson y Gross, 1965)

Un grafo es cordal si y sólo si tiene un PEO (orden de eliminación perfecto).

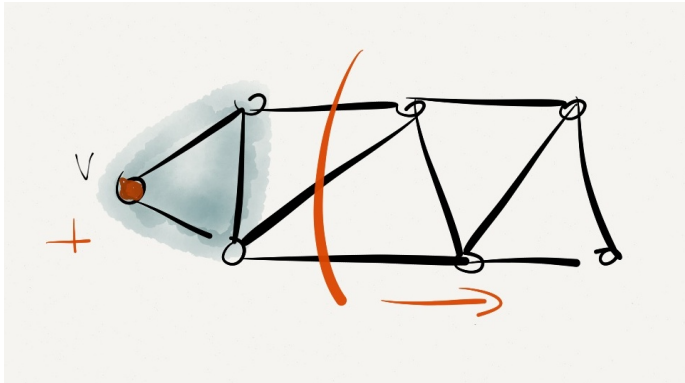
Dem. (\Rightarrow) Por inducción. (\Leftarrow) Consideremos un ciclo y el vértice con menor etiqueta. \square

Problemas algorítmicos en grafos cordales

Cómo resolvemos clique máxima, conjunto independiente máximo, coloreo y cubrimiento por cliques mínimo en grafos cordales?

Problemas algorítmicos en grafos cordales

Cómo resolvemos clique máxima, conjunto independiente máximo, coloreo y cubrimiento por cliques mínimo en grafos cordales?



Problemas algorítmicos en grafos cordales

Sea v un vértice **simplicial**:

o v pertenece a una clique máxima o no... pero v pertenece solo a **una** clique maximal! entonces...

Problemas algorítmicos en grafos cordales

Sea v un vértice **simplicial**:

o v pertenece a una clique máxima o no... pero v pertenece solo a **una** clique maximal! entonces...

$$\omega(G) = \max\{|N[v]|, \omega(G - v)\}$$

Nota: hay una cantidad lineal de cliques maximales!

Problemas algorítmicos en grafos cordales

Sea v un vértice **simplicial**:

o v pertenece a una clique máxima o no... pero v pertenece solo a **una** clique maximal! entonces...

$$\omega(G) = \max\{|N[v]|, \omega(G - v)\}$$

Nota: hay una cantidad lineal de cliques maximales!

Problemas algorítmicos en grafos cordales

Sea v un vértice **simplicial**:

o v pertenece a una clique máxima o no... pero v pertenece solo a **una** clique maximal! entonces...

$$\omega(G) = \max\{|N[v]|, \omega(G - v)\}$$

Nota: hay una cantidad lineal de cliques maximales!

un conjunto independiente o contiene a v o contiene uno de sus vecinos w , pero como $N[w] \supseteq N[v]$, podemos reemplazarlo por v , entonces...

Problemas algorítmicos en grafos cordales

Sea v un vértice **simplicial**:

o v pertenece a una clique máxima o no... pero v pertenece solo a **una** clique maximal! entonces...

$$\omega(G) = \max\{|N[v]|, \omega(G - v)\}$$

Nota: hay una cantidad lineal de cliques maximales!

un conjunto independiente o contiene a v o contiene uno de sus vecinos w , pero como $N[w] \supseteq N[v]$, podemos reemplazarlo por v , entonces...

$$\alpha(G) = 1 + \alpha(G - N[v])$$

Problemas algorítmicos en grafos cordales

Sea v un vértice **simplicial**:

Podemos extender un coloreo óptimo de $G - v$ a G sin agregar colores salvo que $\chi(G - v) < d(v)$. Pero si agregamos un color nuevo, como $N[v]$ es una clique, es óptimo. Entonces...

$$\chi(G) = \max\{|N[v]|, \chi(G - v)\}$$

Problemas algorítmicos en grafos cordales

Sea v un vértice **simplicial**:

Podemos extender un coloreo óptimo de $G - v$ a G sin agregar colores salvo que $\chi(G - v) < d(v)$. Pero si agregamos un color nuevo, como $N[v]$ es una clique, es óptimo. Entonces...

$$\chi(G) = \max\{|N[v]|, \chi(G - v)\}$$

Tenemos que cubrir v y pertenece solo a una clique maximal, entonces usamos $N[v]$ y seguimos...

$$\tau(G) = 1 + \tau(G - N[v])$$

Problemas algorítmicos en grafos cordales

Sea v un vértice **simplicial**:

Podemos extender un coloreo óptimo de $G - v$ a G sin agregar colores salvo que $\chi(G - v) < d(v)$. Pero si agregamos un color nuevo, como $N[v]$ es una clique, es óptimo. Entonces...

$$\chi(G) = \max\{|N[v]|, \chi(G - v)\}$$

Tenemos que cubrir v y pertenece solo a una clique maximal, entonces usamos $N[v]$ y seguimos...

$$\tau(G) = 1 + \tau(G - N[v])$$

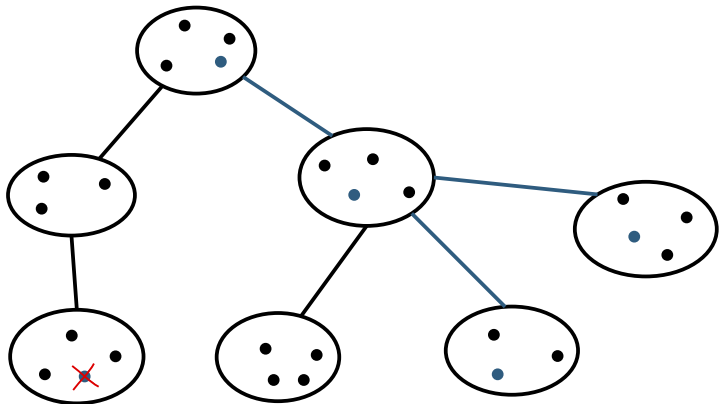
Esas recursiones no suenan familiares?

Los grafos cordales son perfectos

Para cada grafo cordal G , $\omega(G) = \chi(G)$ y $\alpha(G) = \tau(G)$, y vale para todos los subgrafos inducidos porque la clase es hereditaria.

Árboles clique

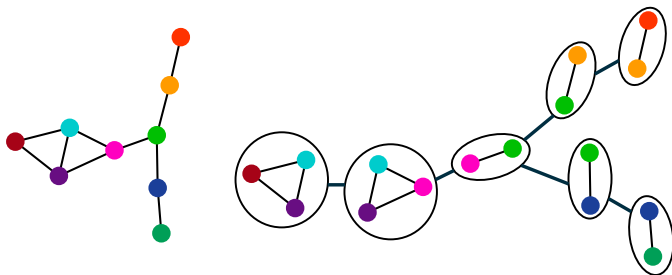
Un árbol clique de un grafo G es un árbol $T(G)$ cuyos **vértices** son las **cliques maximales** de G y tal que, para cada vértice $v \in G$ las cliques maximales de G que contienen a v forman un **subgrafo conexo** de $T(G)$.



Árboles clique

Teorema (Gavril/Buneman/Walter, 1974)

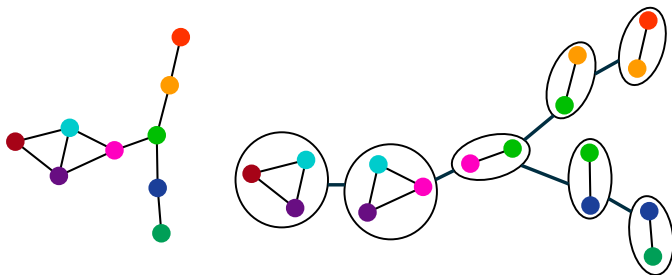
Un grafo es cordal si y sólo si admite un árbol clique.



Árboles clique

Teorema (Gavril/Buneman/Walter, 1974)

Un grafo es cordal si y sólo si admite un árbol clique.

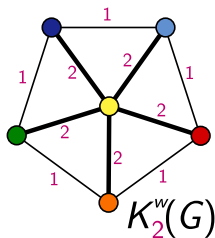
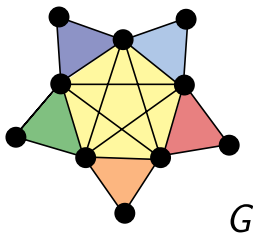


Cómo podemos obtener los separadores de vértices minimales a partir de un árbol clique?

Encontrando un árbol clique

Teorema (Bernstein y Goodman, 1981)

Los árboles clique de un grafo cordal G son los **árboles generadores de peso máximo** del grafo intersección de las cliques maximales de G , donde el peso de cada arista es la cantidad de vértices en la intersección.

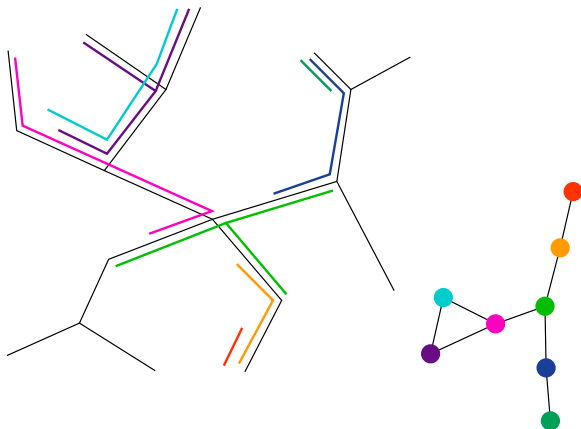


Grafos cordales como grafos de intersección

Grafos cordales como grafos de intersección

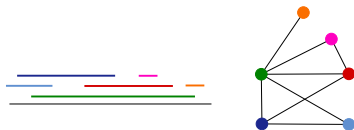
Teorema (Gavril, 1974)

Un grafo es cordal sii es el grafo intersección de subárboles de un árbol.



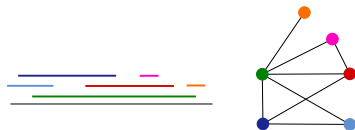
Grafos de intervalos

- Un **grafo de intervalos** es el grafo intersección de intervalos en una recta.



Grafos de intervalos

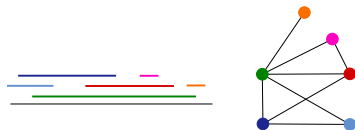
- Un **grafo de intervalos** es el grafo intersección de intervalos en una recta.



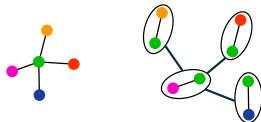
- Entonces, es una subclase de los grafos cordales. **Cómo son los árboles clique de grafos de intervalos?**

Grafos de intervalos

- Un **grafo de intervalos** es el grafo intersección de intervalos en una recta.



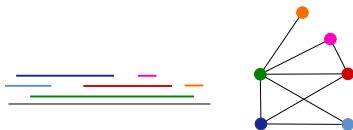
- Entonces, es una subclase de los grafos cordales. **Cómo son los árboles clique de grafos de intervalos?**



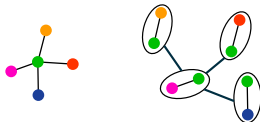
- Admiten un árbol clique que es un camino, pero podrían admitir otros.

Grafos de intervalos

- Un **grafo de intervalos** es el grafo intersección de intervalos en una recta.



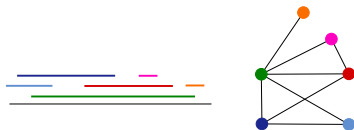
- Entonces, es una subclase de los grafos cordales. **Cómo son los árboles clique de grafos de intervalos?**



- Admiten un árbol clique que es un camino, pero podrían admitir otros.
- Cuáles son los órdenes de eliminación perfecta?

Grafos de intervalos

- Un **grafo de intervalos** es el grafo intersección de intervalos en una recta.



- Entonces, es una subclase de los grafos cordales. **Cómo son los árboles clique de grafos de intervalos?**



- Admiten un árbol clique que es un camino, pero podrían admitir otros.
- Cuáles son los órdenes de eliminación perfecta?**
- El orden por **extremos derechos** de los intervalos es uno.