Matematikken i og Historien om Poker

Studieretningsprojekt i Matematik/Historie

Lasse Meinert Pedersen

3.Æ

Vejledere: Kristoffer Grue Jensen & Morten Aamann Poulsen

18. December 2015

Abstract

This paper examines the history and geographical distribution of poker in the beginning of the 19^{th}-century and today where it is concluded that poker spread vastly in the beginning of the 19^{th}-century in North-America taking its starting point in New Orleans where French settlers presumably felt inspired by the Persian game of As-Nas and that poker's establishment as one of, if not the most dominating card games today is a result of a few, yet very important events; the one with the highest significance being Chris Moneymaker's win in the World Championship of poker in 2003. Following these findings is the mathematical study of the distribution of probability of the various hands in Five Card Draw and Texas Hold 'em (two types of poker) alongside the calculation of the odds of improvement when you're holding a pocket pair in Texas Hold 'em on the flop in association with two given examples of theoretical thought on probability. Finally, the assignment brings a comparative analysis of the results and a discussion of the different levels of interest in the two types of poker and in that, reasoning behind the fall of interest in Five Card Draw and the rise of interest in Texas Hold 'em and at last concluding that Texas Hold 'em is a more appealing game for both the mathematician and ordinary people.

Indholdsfortegnelse

INDLEDNING **1**

POKERENS HISTORIE OG UDBREDELSE **2**

POKERENS OPRINDELSE OG UDBREDELSE I 1800-TALLET 2

POKERENS UDBREDELSE I DAG 3

SANDSYNLIGHEDSFORDELING AF HÆNDER I TEXAS HOLD 'EM **6**

STRAIGHT FLUSH 7

Fuldt hus, type 2 .... *8*

Fuldt hus, type 3 .... *8*

FLUSH 9

7-korts Flush *9*

6-korts Flush *10*

5-korts Flush *10*

STRAIGHT 11

7-værdis Straight *11*

6-Værdis Straight *12*

5-Værdis Straight *13*

TRE ENS 14

TO PAR 15

ET PAR 15

HIGH CARD 16

SANDSYNLIGHEDSFORDELING AF HÆNDER I FIVE CARD DRAW **18**

FIRE ENS 19

FULL HOUSE 19

FLUSH 19

STRAIGHT 19

TRE ENS 20

2 PAR 20

PAR 20

HIGH CARD 21

SAMLET OVERSIGT OVER SANDSYNLIGHEDSFORDELINGEN I FIVE CARD DRAW 21

SANDSYNLIGHED FOR AT FORBEDRE POCKET PAIR PÅ FLOPPET **22**

SAMLET SANDSYNLIGHED FOR AT FORBEDRE SIT POCKET PAIR PÅ FLOPPET 23

SANDSYNLIGHEDSTEORETISKE OVERVEJELSER I POKER **24**

EKSEMPEL 1 24

EKSEMPEL 2 25

DISKUSSION AF INTERESSEFAKTORER **26**

OPSUMMERING & KONKLUSION **32**

LITTERATURLISTE **34**

BILAG **35**

Indledning

Forskellige pokerspil bliver i dag spillet verden over af millioner af mennesker på daglig basis, men det er de færreste der ved, hvor (og hvad) poker egentlig stammer fra, og hvad der ligger til grund for, at lige præcis poker er blevet et af de mest dominerende hasardspil i dag.
Derfor vil den første del af opgaven forsøge at klarlægge, de historiske præmisser, herunder episoder i specielt starten af 1800-tallet samt i nyere tid, der gør, at pokeren nyder så stor eksponering.

Samtidig er fokus, når man snakker om poker, ofte på det psykologiske og ikke på, hvor meget matematik, der gemmer sig bag kortene, og anden del af opgaven vil således forsøge at gøre rede for elementer af den matematik, der er til stede i poker; herunder sandsynlighedsfordelingen af forskellige hænder i spiltyperne Five Card Draw og Texas Hold ’em samt muligheden for at forbedre en hånd, der består af et par.

Efter redegørelsen og analysen af sandsynlighedsfordelingen følger en diskussion af, hvilke faktorer, der kan forklare interessen for de to forskellige slags poker samt hvilken slags poker der har nydt mest af (poker)historiens gang.

Opgavens mål er således at udrede, via matematisk og historisk redegørelse og analyse, hvad der satte gang i interessen for poker og stadig den dag i dag gør poker så udbredt - både for matematikeren, der leder efter de bedste odds, og den *almindelige* borger, der leder efter spænding og fornøjelse.

Pokerens historie og udbredelse

Pokerens oprindelse og udbredelse i 1800-tallet

Pokerens oprindelse er et meget diskuteret emne. Én meget udbredt forklaring udlægger pokerspillet som en direkte efterfølger til og tro kopi af principperne i det persiske spil As-Nas, mens andre sætter spørgsmålstegn ved denne udlægning; Den engelske kort- og brætspilsforsker David Parlett[1] argumenterer eksempelvis for, at lignende spil blev spillet i Frankrig og altså at poker ikke nødvendigvis stammer fra Persien (jf. Iran). Endnu en forklaring, der stammer fra en mere moderne udlægning af pokerens historie, afviser alle ovenstående udlægninger og proklamerer i stedet, at selve kortspillet i poker er ubetydeligt i forhold til at fastslå en oprindelse, og at man ikke kan lægge sig fast på en enkel forfader til poker, da mekanismerne i poker kan være udledt fra et antal af forskellige spil og/eller opfundet med generelle kortspilsprincipper in mente[2].

Denne moderne forklaring fokuserer i stedet på det unikke træk, pokerspillet har – nemlig betting – og derfor er poker sit eget spil, som, på trods af inspiration fra andre spil, ikke nedstammer direkte fra et andet kortspil. Denne opfattelse daterer derfor poker til at have sin oprindelse meget senere end de tidligere nævnte forklaringer, nemlig så sent som starten eller midten af det 19.-århundrede, hvor nogen af de tidligste skriftlige kilder, der nævner poker, er at finde[3].

Jonathan H. Green beretter således i hans bog *"An Exposure of the Arts and Miseries of Gambling"*[4] fra 1843 om kortspillet poker, der bliver spillet flittigt om bord på de såkaldte *riverboats*, der sejlede langs The Mississippi River. Om bord var især handelsmænd, der udnyttede flodsystemet som transport i forretningsøjemed og derudover havde pengepungen i orden og derfor var perfekte 'ofre' for en erfaren pokerspiller[5].

Således foreslår flere forklaringer da også, at persiske handelssejlere tog spillet As-Nas med over Atlanten i begyndelsen af 1800-tallet til havnebyer som New Orleans, som netop ligger ved Mississippi flodens udmunding til den Mexicanske Golf (se evt. illustration 1). Her tog

[1] https://en.wikipedia.org/wiki/David_Parlett Anerkendt forsker af kort- og brætspil fra England.
[2] Afsnit efter "19th-century" fra artiklen; https://en.wikipedia.org/wiki/History_of_poker#cite_note-Poker_Face-7
[3] Afsnit efter "19th-century" fra artiklen; https://en.wikipedia.org/wiki/History_of_poker#cite_note-Poker_Face-7
[4] Uddrag af bogen er vedhæftet som bilag
[5] Se uddraget af bogen s. 101 nederst-s. 104 øverst for en spændende fortælling om en sådan handelsmand.

franske bosættere dele af spillet til sig og langsomt spredtes kendskabet til poker sig på tværs af Amerika[6].
Denne forklaring, at poker skulle tage sit udspring i forbindelse med de persiske handelsmænds visit i bl.a. New Orleans, stemmer overens med Greens udlægning; således skriver han om pokerens udbredelse *"Few need be told that within the last* ***twelve years****, it has raged in its wildest fury in large portions of this country; and small, indeed, I believe the portion to be, that was entirely free from its evils."*[7]. Green udgiver som sagt bogen i 1843, og hvis pokeren har *'raged in its wildest fury in large portions of this country'* – raset i sit vildeste raseri gennem store dele af landet de seneste 12 år - må vi ræsonnere, at det passer med, at de franske bosættere i New Orleans tog persernes kortspil til sig og/eller startede udbredelsen af deres eget spil i omtrent begyndelsen af 1800-tallet – måske 10-15 år inde i århundredet - og herfra har det spredt sig via flodsystemet.

Pokerens udbredelse i dag

Pokerens udbredelse i dag er mere ligetil, for på trods af et lille boom i interessen for poker under den amerikanske borgerkrig, hvor både syd- og nordstaternes soldater brugte spildtiden i skyttegravene på at spille poker[8], så får pokeren sit helt store gennembrud i anden halvdel af det 20. århundrede. Selvom pokerfraser som "*ace in the hole*", "*poker face*" og "*wild card*" havde sneget sig ind i den gennemsnitlige amerikaners daglige ordforråd[9], så sker det store pokerboom som resultat af især to ting, der ender med at gennemstrømme og definere den amerikanske kultur; Dels, at pokeren kommer på det store lærred med film som *"The Cincinatti Kid"* med den populære Steve McQueen[10] i 1965 samt *"The Sting"* med stjernerne Paul Newman[11] og Robert Redford[12] i 1973[13], og dels, at den første World Series of Poker (WSOP) ser dagens lys i Las Vegas i 1970 (som bliver startskuddet på en lavine af turneringspoker i hele USA)[14]. WSOP blev dog ikke en succes det første år, og året efter ændrede Benny Binion, arrangøren af verdensmesterskaberne (=WSOP), hele konceptet, så

---

[6] http://www.b.dk/sport/pokerens-lange-vej 4. Afsnit ("Det var også persiske handelssejlere…")
[7] Se bilag 1 – uddrag af Greens bog, s. 100 l. 21-25.
[8] http://www.b.dk/sport/pokerens-lange-vej ca. halvvejs i artiklen - 9. Afsnit nedefra ("Det næste boom…")
[9] http://www.b.dk/sport/pokerens-lange-vej afsnit 7. nedefra ("Pokerspillet var blevet en vigtig…")
[10] https://en.wikipedia.org/wiki/Steve_McQueen
[11] https://en.wikipedia.org/wiki/Paul_Newman
[12] https://en.wikipedia.org/wiki/Robert_Redford
[13] http://www.b.dk/sport/pokerens-lange-vej afsnit 5 nedefra ("Også på filmlærredet…")
[14] http://www.b.dk/sport/pokerens-lange-vej afsnit 6. Nedefra ("Udbredelsen af poker…")

det nu blev en turnering, hvor hver deltager skulle punge ud med 5.000 dollars for overhovedet at være med – pengene blev så samlet i en pulje og *'the last man standing'* – vinderen af turneringen - fik så hele moletjavsen med hjem. På trods af blot syv deltagere fik turneringens drama og intensitet dog alligevel åbnet op for pressens og offentlighedens interesse[15].

I årtierne efter lanceringen bliver WSOP og interessen for poker kun større – en interesse, der springer ud af proportioner i 2003, da World Poker Tour (turneringsform á la WSOP) for første gang bliver sendt ud til alle amerikanske stuer; nu kunne alle med et fjernsyn følge med i finalebordets store summer, og små kameraer i bordet tillod endda tv-seerne at se spillernes kort. Det, at man kan kunne se spillernes hånd, gjorde hele oplevelsen mere intens end nogensinde før[16].

Én ting, som måske er vigtigere for udbredelsen af poker i dag end kommercialiseringen af World Poker Tour til amerikanernes fjernsyn, sker ved WSOP's main event i 2003; Chris Moneymaker går nemlig hele vejen og vinder titlen som verdensmester i poker samt 2,5 millioner dollars. Moneymaker var en *helt almindelig amerikansk mand* med et almindeligt job, som havde vundet en billet til den dyre hovedturnering (buy-in er 10.000 amerikanske dollars) for sølle 39 dollars på internettet[17].

Moneymaker blev selvfølgelig øjeblikkeligt en berømthed og som kommentatorerne udtrykker det *"this is beyond fairytale – it's inconceivable"*[18] – det her er mere end et eventyr, det er utænkeligt/ubegribeligt at en pokeramatør skulle gå hen og vinde hovedturneringen samt titlen som verdensmester i poker. Det er en overvejelse værd, hvor ideelt det egentlig bliver for pokerens udbredelse i USA og de amerikaniserede lande i Europa, at en *sølle amatør* røver de professionelle pokerhajer fra førstepræmien ved en main event, han uden sit held slet ikke ville have haft råd til at deltage i – malet som et perfekt glansbillede med temaet 'The American Dream' er det næsten slående hvor utopisk det virker – og hvor stor en effekt det

[15] http://www.faktalink.dk/titelliste/poke/pokeudbr#section-1
[16] http://www.faktalink.dk/titelliste/poke/pokeudbr#section-1 afsnit 6 ("I 2003…")
[17] afsnittet er efter http://www.faktalink.dk/titelliste/poke/pokeudbr#section-1 afsnit 6 og 7
[18] De sidste par sekunder af klippet; https://www.youtube.com/watch?v=mUn1Td4iatw

faktisk får; mange taler nemlig i dag om, at Chris Moneymaker's sejr er den vigtigste begivenhed i pokerens historie siden lanceringen af verdensmesterskaberne[19]. Moneymakers sejr bliver således en meget central hændelse, der i tiden efter lokker mange amerikanere og amerikaniserede europæere til at spille poker - én ting er hans sejr, men at pokerformen Texas Hold 'em *no limit* - som betyder man til en hver tid kan satse alt og vinde stort (som Moneymaker)- ligeledes besidder mekanismer, der er i forlængelse af The American Dream, herunder nemlig at man kan satse alt og derved vinde stort, spiller også en rolle i den pludselige succes, pokeren nyder i slipstrømmen af WSOPs main event i 2003.

Til sidst skal det også nævnes, at internettet ligeledes har spillet en stor rolle i pokerens fremmarch; efter Moneymaker's sejr, som jo vandt billetten til turneringen på internettet, eksploderede pokerens popularitet online - således fastslår eksperter, at op mod 100 millioner mennesker verden over spiller poker regelmæssigt; et tal, der kan ses som udtryk for hvor stor internetpoker egentlig er - hvem vil ikke hellere sidde hjemme i stuen med bærbaren eller iPaden end at skulle finde sit stiveste puds frem for at tage på casino[20]?

[19] http://www.faktalink.dk/titelliste/poke/pokeudbr#section-1 afsnit 7 – til sidst "Man taler i pokerkredse om…")

[20]afsnit efter "Hvor mange spiller poker?" på http://www.faktalink.dk/titelliste/poke/pokeudbr

Sandsynlighedsfordeling af hænder i Texas Hold 'em

For at gøre rede for sandsynlighedsfordelingen af de forskellige hænder i Hold 'em, må vi først bestemme, hvor mange forskellige 7-korts hænder der egentlig findes - dog først en meget kort opridsning af, hvordan spillet fungerer; spillet spilles af mellem 2 og 10 spillere - hver spiller får 2 kort ved starten af en ny runde - herefter er der en påkrævet udgift for at få lov til at se floppet - de tre første fælleskort. Efter de tre fælleskort er der budrunde - hvis ingen better/hæver indsatsen, kan man komme *gratis* til at se det næste fælleskort (andre muligheder er at betale hvis én spiller har bettet, selv at bette, hæve indsatsen fra en modstanders bet eller at forlade hånden ved at smide sine kort) - kaldes the Turn. Turnet er igen efterfulgt af en bettingrunde, hvorefter det sidste af de fem kort - the River - bliver lagt på bordet. Herefter igen budrunde og evt. showdown, hvor spilleren med den stærkeste hånd vinder puljen - hvis styrken er lige stor for 2 eller flere hænder deles puljen mellem dem.
Vi bestemmer antallet af 7-kortshænder; altså hvor mange forskellige 7-kortskombinationer, vi kan trække ud af 52 kort – vi bruger følgende binomial koefficient; hvis vi skal udvælge *r* elementer af en mængde *n*;

$$K_{n,r} = \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!}$$

Dvs.

$$K_{52,7} = \frac{52!}{7! \cdot (52-7)!} = 133784560$$

Altså er der 133.784.560 forskellige måder at udvælge 7 kort af 52, når de udvalgte kort ikke er ens (hvilket de heller ikke kan være) samt rækkefølgen ikke betyder noget.
For at finde sandsynligheden for de enkelte sluthænder, er det nu blot at følge følgende metode; hvis P er sandsynligheden for en given sluthånd x;

$$P(x) = \frac{Antal\ af\ gunstige\ udfald\ x}{Antal\ af\ samtlige\ udfald}$$

Jeg vil gennemgå hænderne efter den rækkefølge de bliver vurderet efter; startende med den stærkeste hånd først, Straight Flush, og så videre. (Straight Flush er fem kort i rækkefølge af samme kulør). Styrken af hænderne vil formodentligt afspejle sig i antallet og dermed sandsynligheden for at få en given hånd.
NB: Poker bliver spillet med et almindeligt kortspil - dvs. 13 muligheder pr. kulør (selvom et es i poker både kan være under toeren eller over kongen i forbindelse med hænder, der

kræver rækkefølge, er det aldrig begge værdier samtidig).

Fremover vil *værdi* henføre til kortets 'rang' - altså om det er en toer eller en konge, etc. (Et es kan både være 1 eller 14). Husk også på, at selvom det er 7-kortshænder, vi regner med, bliver en poker hånd i Texas Hold 'em vurderet på de bedste 5 - hvorfor matematikken til tider kan blive indviklet - det er derfor forsøgt at forklare disse forhold så enkelt som muligt.

Straight Flush

Først finder vi, hvor mange forskellige Straight Flushs (fremover SF) der findes; Vi tæller dem ved at bruge det højeste kort i rækkefølgen af de fem, der tilsammen giver et SF - Dette betyder også, at 6- og 7-korts SFs bliver talt med også, da de jo også 'tæller' som et almindeligt SF (da man kun vurderer en poker hånd i Hold 'em på de fem bedste kort af syv).
Når det højeste kort i en SF er et es, kan de 2 sidste kort (altså dem, der ikke er en del af hånden) være hvilke som helst 2 af de resterende 47 kort - dette giver os altså

$$4 * K_{47,2} = 4 \cdot \frac{47!}{2! \cdot (47-2)!} = 4324$$

4.324 forskellige Straight Flushes, hvor et es af en af de fire kulører er det højeste kort i SFen. Hvis det højeste kort i SFs er en af de resterende 36 mulige kort (5,6,7...13 - altså 9 mulige fra hver kulør), kan vi vælge hvilke som helst 2 kort bortset fra de kort, der er af samme kulør og lige over topkortet i vores SF (da vi jo så vil have et andet SF) - altså

$$36 \cdot K_{46,2} = 36 \cdot \frac{46!}{2! \cdot (46-2)!} = 37260$$

37.260 Straight Flushes af den anden type, hvor et es ikke er det højeste i SFs - altså har vi $4324 + 37260 =$ **41584 forskellige udfald, der giver os et SF med vores 7-korts hånd**. Og sandsynligheden for at få et SF bliver;

$$P(SF) = \frac{41584}{133784560} = \frac{113}{363545} = 0{,}000311.$$

Fire ens

Den næst stærkeste hånd er 4-of-a-kind eller 4 ens - forkortet 4OAK.
Når man skal forme 4OAK er der 13 muligheder til at vælge, hvilken værdi de 4 kort skal have, 1 mulighed til at vælge de resterende 3 af hånden og dvs. $K_{48,3} = \frac{48!}{3! \cdot (48-3)!} = 17296$ forskellige måder at udvælge de sidste tre kort af hånden - dette giver os via multiplikationsprincippet

$$13 \cdot 1 \cdot 17296 = 224848$$

224.848 forskellige muligheder for at ende med en 4OAK hånd med 7-kortshånden og sandsynligheden for at få 4OAK bliver;

$$P(4OAK) = \frac{224848}{133784560} = \frac{1}{595} = 0{,}0017\ (afrundet)$$

Full House

Fuldt hus er tre ens samt et par. Der er tre måder man kan få opnå fuldt hus, og vi tæller dem separat:

Fuldt Hus, type 1

Første måde er at få to gange tre ens samt et hvilket som helst andet kort end de to værdier, man har fået tre ens af - der er $K_{13,2} = \frac{13!}{2!\cdot(13-2)!} = 78$ måder at vælge de to værdier, for hvilke man skal have tre ens, $K_{4,3} = \frac{4!}{3!\cdot(4-3)!} = 4$ måder at vælge de givne tre kort, der skal give os tre ens samt 44 muligheder at vælge imellem for at finde det sidste kort (da vi ikke kan bruge det sidste kort fra de to værdier, der giver os tre ens, og det bliver derfor 52-8=44). Dette giver os

$$78 \cdot 4^2 \cdot 44 = 54912$$

54.912 forskellige FHs af første type.

Fuldt hus, type 2

Den anden måde at opnå fuldt hus er ved at 7-kortshånden indeholder tre ens samt to par. Dette giver os 13 muligheder for at vælge værdien af de tre ens, $K_{12,2} = \frac{12!}{2!\cdot(12-2)!} = 66$ måder at vælge værdien af de to par, 4 måder at udvælge tre ens på af den fundne værdi samt 6 måder at udvælge parrene af den fundne værdi. Dette giver os

$$13 \cdot 66 \cdot 4 \cdot 6^2 = 123552$$

123.552 måder at opnå den anden type for FH/fuldt hus.

Fuldt hus, type 3

Den tredje måde, hvormed man opnår et fuldt hus, er hvis 7-kortshånden indeholder tre ens, et par samt to singles, der ikke er af samme værdi. Igen har vi 13 muligheder til at udvælge værdien for de tre ens, 12 muligheder til at udvælge værdien af parret, $K_{11,2} = \frac{11!}{2!\cdot(11-2)!} = 55$ muligheder til at udvælge værdien af de to singlekort, 4 muligheder for at vælge de tre ens af den fundne værdi, $K_{4,2} = \frac{4!}{2!\cdot(4-2)!} = 6$ muligheder for at vælge to kort af den fundne værdi, der skal give os et par, samt 4 muligheder for hver af de to singlekort. Dette giver os

$$13 \cdot 12 \cdot 55 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 4^2 = 3294720$$

3.294.720 forskellige udfald, der giver os den tredje (og mest sandsynlige) type af fuldt hus. Sandsynligheden for at få et fuldt hus på en 7-kortshånd bliver altså;

$$P(FH) = \frac{54912 + 123552 + 3294720}{133784560} = 0{,}026\ (afrundet).$$

Flush

Et flush er en hånd med 5 kort i samme kulør. For at finde frem til alle de mulige udfald, hvor vi vil ende med et flush på hånden, gør vi os observationer for henholdsvis 7-korts flush, 6-korts flush og 5-kortsflush:

7-korts Flush

Antallet af måder, hvor man kan udvælge 7 forskellige kortværdier ud af 13 (altså samme kulør) er $K_{13,7} = \frac{13!}{7!\cdot(13-7)!} = 1716$. Vi vil gerne fjerne de kombinationer af 7 tilfældige kortværdier, der indeholder 5 værdier i streg (altså fjerner de muligheder, der vil gøre vores hånd til et Straight Flush); der er således **8 forskellige Flush, som indeholder en Straight på formen**

$$x, \quad x+1, \quad x+2, \quad x+3, \quad x+4, \quad x+5, \quad x+6$$

(8 forskellige, fordi et es både kan være under 2 og over kongen.)
En anden form, vi skal eliminere er

$$x, \quad x+1, \quad x+2, \quad x+3, \quad x+4, \quad x+5, \quad y$$

hvor y er hverken x-1 eller x+6. Hvis x er et es eller 9, er der 6 muligheder for y. Hvis x er en af de resterende 7 muligheder, er der 5 muligheder for y. Dette giver os

$$(2 \cdot 6) + (7 \cdot 5) = 47$$

47 kombinationer med 6 kortværdier i rækkefølge. Til sidst mangler vi kun at eliminere

$$x, \quad x+1, \quad x+2, \quad x+3, \quad x+4, \quad y, \quad z$$

hvor hverken y eller z er tilladt at være x-1 eller x+5. Hvis x er et es eller 10, har y,z 7 muligheder at vælge mellem. Hvis x er en af de andre 8 mulige værdier, har y,z 6 mulige værdier - altså skal vi fjerne

$$2 \cdot K_{7,2} + 8 \cdot K_{6,2} = 2 \cdot \frac{7!}{2! \cdot (7-2)!} + 8 \cdot \frac{6!}{2! \cdot (6-2)!} = 162$$

162 7-korts Flush, der danner en 5-korts Straight og dermed ikke er et Flush. Dvs vi i det hele fjerner $162 + 47 + 8 = 217$ udfald, der danner et Straight Flush. Dvs.

$$1716 - 217 = 1499.$$

Vi har altså 1499 7-korts Flush, som ikke indeholder en Straight (pr. kulør) - og i alt

$$4 \cdot 1499 = 5996$$

5.996 7-korts Flush der ikke er et SF (altså hænder, hvor vi ender med 7 kort af samme kulør uden 5 eller flere i rækkefølge).

6-korts Flush

Vi forestiller os nu, at vi har et 6-korts Flush - der er $K_{13,6} = \frac{13!}{6!\cdot(13-6)!} = 1716$ måder at udvælge 6 kort af samme kulør af 13 mulige (på sin vis pudsigt, at $K_{13,6}$=$K_{13,7}$). Igen fjerner vi de hænder, hvor vi ender med en Straight: Første form vi eliminerer er

$$x, \qquad x+1, \qquad x+2, \qquad x+3, \qquad x+4, \qquad x+5,$$

for hvilken der er 9 muligheder. Vi eliminerer også formen

$$x, \qquad x+1, \qquad x+2, \qquad x+3, \qquad x+4, \qquad y,$$

hvor y er hverken x-1 eller x+5. Hvis x er es eller 10, kan y være hvilken som helst af 7 muligheder, hvis x derimod er en af de andre 8 muligheder, har y 6 mulige værdier, altså skal vi ekskludere

$$2 \cdot K_{7,1} + 8 \cdot K_{6,1} = 2 \cdot \frac{7!}{1! \cdot (7-1)!} + 8 \cdot \frac{6!}{1! \cdot (6-1)!} = 62$$

62 kombinationer af denne form. I det hele skal vi altså fjerne 71 udfald og det giver os

$$1716 - 71 = 1645$$

1645 6-korts Flush, der ikke producerer et Straight Flush. Det sidste kort i hånden kan være hvilket som helst af de tre andre kulører (39), og det giver os i alt

$$4 \cdot 1645 \cdot 39 = 256620$$

256.620 6-korts Flush, der ikke indeholder 5 eller 6 kort i rækkefølge.

5-korts Flush

Vi forestiller os nu, vi har et 5-korts Flush. De to sidste kort kan *umuligt* give os en bedre hånd (bedste hånd de to kort kan producere er en Straight, men Flush>Straight). Derfor behøver vi kun at tælle antallet af 5-korts Flush og så trække de 10 muligheder fra, hvor de 5 kort danner et Straight Flush. Dvs. vi har

$$K_{13,5} = \frac{13!}{5! \cdot (13-5)!} = 1287$$

1287 forskellige måder at udvælge 5 kort af samme kulør - Vi fjerner nu de 10 SF muligheder, så vi nu har 1277 muligheder. De to sidste kort i hånden kan være hvilke som helst kort af de sidste tre kulører (39), altså

$$K_{39,2} = \frac{39!}{2! \cdot (39-2)!} = 741$$

741 muligheder for, hvad de sidste to kort kan være. Derfor får vi

$$4 \cdot 1277 \cdot 741 = 3785028$$

3.785.028 5-korts Flush, der ikke er et SF. Vi lægger nu resultaterne sammen og får at vi har

$$5996 + 256620 + 3785028 = 4047644$$

i alt 4.047.644 gunstige udfald, der giver os et Flush på hånden, der ikke er i rækkefølge, og sandsynligheden for at få et Flush på hånden bliver

$$P(F) = \frac{4047644}{133784560} = 0{,}030\ (afrundet).$$

Straight

Straight er en hånd, der indeholder 5 kort i rækkefølge (men ikke i samme kulør). For at udregne sandsynligheden for at få en Straight, er metoden ligesom ved Flushet; Find alle udfald, der giver os en Straight, og så eliminere de udfald, hvor vi sidder med en Straight og samtidigt noget bedre på hånden, som jo vil annullere vores Straight.

Ligesom ved Flushet er der flere *slags* Straight - både hænder med 7, 6 og 5 forskellige værdier(altså hænder uden par, med et par eller to par/tre ens) kan jo indeholde en Straight; derfor beskuer vi dem enkeltvis.

7-værdis Straight

Som vi så ved udregningerne til 7-korts Flushet, er der 217 udfald, der giver 5 kort i rækkefølge, når man udvælger 7 givne kort med hver sin værdi (og altså får en hånd med 7 forskellige værdier).

For hver af de 217 udfald kan hvert enkelt kort være hvilken som helst af de 4 kulører, bortset fra at vi skal fjerne de udfald, hvor alle kortene er i samme kulør og vi derfor får et 7-korts Flush - **der er 4 måder at vælge alle kortene, så alle 7 kort i hånden er samme kulør** (en for hver kulør). Der er således $K_{7,6} = \frac{7!}{6! \cdot (7-6)!} = 7$ forskellige måder at vælge 6 kort ud af 7, 4 kulører at vælge mellem og 3 for det sidste kort og dermed

$$7 \cdot 4 \cdot 3 = 84$$

84 måder at vælge 6 af de 7 kort til at være af samme kulør og antallet af udfald, hvor man sidder med 5 kort i samme kulør, er følgende; Der er $K_{7,5} = \frac{7!}{5!\cdot(7-5)!} = 21$ måder at vælge hvilke 5, der skal være i samme kulør, 4 måder at vælge kulør og 3 uafhængige valg ift. kuløren på hver af de to kort, der ikke er en del af Straighten. Dette giver os

$$21 \cdot 4 \cdot 3^2 = 756$$

756 udfald, hvor 5 kort på vores hånd er i samme kulør. Vi lægger nu alle udfaldene sammen: $4 + 84 + 756 = 844$ og trækker dem fra antallet af udfald for kortene af den givne værdi; som jo må være 4 valg pr. kort - altså

$$4^7 = 16384$$

og altså giver regnestykket os

$$16384 - 844 = 15540$$

15.540 udfald for hver af de 217 hænder, som består af 7 kort med hver sin værdi, der producerer en Straight, og vi får altså

$$217 \cdot 15540 = 3372180$$

3.372.180 Straights, når vores 7-korts hånd består af 7 kort med hver sin værdi.

6-Værdis Straight

Vi antager nu, at vi har en Straight og et par på vores 7-kortshånd; en mulig form er

$$x, \quad x+1, \quad x+2, \quad x+3, \quad x+4, \quad x+5,$$

hvor x kan være en af 9 mulige (es → 9). En anden mulig form er

$$x, \quad x+1, \quad x+2, \quad x+3, \quad x+4, \quad y,$$

hvor y hverken er x-1 eller x+5. Når x er et es eller 10, er der 7 muligheder for y. Når x er mellem 2 og 9 (inklusivt 2 og 9), er der 6 mulige udfald for y. Altså får vi

$$9 + (2 \cdot 7) + (8 \cdot 6) = 71$$

71 udfald, der giver os en Straight på hånden ved en "6-værdis"-hånd. Vi skal dog stadig sørge for at eliminere de udfald, der også giver os et Flush på hånden; som vi lige har etableret, er der 71 muligheder for en 6-værdis Straight hånd - der er 6 valg til at bestemme hvilken værdi, parret på hånden har, og ydermere 6 valg til at bestemme hvordan parret ser ud. Hvert af de resterende 5 kort kan udvælges på 4 forskellige måder.

Nu fjerner vi Flushdraws; hvis alle de resterende 5 kort er i samme kulør, vil vi sidde med et Flush, **så vi fjerner de 4 måder, hvor man kan vælge samme kulør til alle 5 kort**. Udover det kan 4 af de resterende kort heller ikke have samme kulør som et af de kort, der udgør parret, og derfor må vi fjerne de $K_{5,4} = \frac{5!}{4!\cdot(5-4)!}$ =**5 måder, hvor man kan vælge 4 af de resterende kort til at være i samme kulør som parrets ene eller anden kulør - der er 2 valg for at ramme denne kulør og 3 muligheder for det sidste af de 5 korts kulør** (da alle andre kulører end de fire korts kulør ikke vil producere et Flush). Dvs. der er

$$4 + (5 \cdot 2 \cdot 3) = 34$$

udfald for vores "6-værdis" Straight, der også giver os et Flush på hånden. Dette må betyde at der er

$$4^5 - 34 = 990$$

990 udfald af vores 6-værdis hånd, som producerer en Straight og ikke et Flush. Alt i alt får vi altså 71 udfald af vores 6-værdis hånd, der giver os en Straight, 990 forskellige Straights samt 6 muligheder for, hvilken værdi der skal parres og 6 valg for, hvordan parret skal se ud, dvs;

$$71 \cdot 6^2 \cdot 990 = 2530440$$

Altså har vi 2.530.440 Straight på "6-værdis"-formen.

5-Værdis Straight

Ligesom 7-værdis og 6-værdis hænder kan vi også opnå en Straight med en 5-værdis hånd - hvilket betyder, at 7-kortshånden enten må indeholde 2 par eller tre ens. Straighten skal have formen

$$x, \qquad x+1, \qquad x+2, \qquad x+3, \qquad x+4,$$

og der findes 10 af denne slags (x=1,2,3…10). Lad os først antage, at hånden indeholder tre ens. Der er 5 valg for værdien af de tre ens (det skal jo være en af de 5 kort, der udgør Straighten, for ikke at overskride 7 kort), og 4 muligheder for at vælge de tre ens af den givne værdi (udregnet før). De sidste 4 kort, som skal udgøre vores Straight, kan hver især vælges på 4 måder - altså $4^4 = 256$ muligheder. Nu skal vi dog fjerne de tre, for hvilke alle 4 kort er af samme kulør som et af de kort, der udgør tre ens. Dvs at vi har 10 slags 5-værdis Straights, 5 valg for værdien af de tre ens, 4 muligheder for at udvælge tre ens af de givne 4 mulige og 253 muligheder til at vælge de sidste 4 kort og alt i alt

$$10 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 253 = 50600$$

50.600 Straights som også indeholder tre ens.

Lad os nu antage at vores Straight i stedet indeholder to par. Der er $K_{5,2} = \frac{5!}{2!\cdot(5-2)!} = 10$ måder at udvælge de to værdier, der skal parres i hånden. Der er (som redegjort for før) 6 måder at udvælge hvert par og altså 36 måder at parre de fundne værdier på. Vi bliver dog nødt til at gå de 36 muligheder i krogene - for bestemte kulørkombinationer for de to par åbner for muligheden for et opnå et Flush, når vi skal vælge de tre resterende kort af hånden:

6 af de 36 muligheder (for at udvælge to par) har den samme kulør repræsenteret for de to par, 24 af dem har præcist en kulør tilfælles mellem de to par og 6 af dem har ingen kulører tilfælles.

Der er $4^3 = 64$ valgmuligheder for kulørerne på de sidste tre kort. I sammenhæng med de 6 måder, hvor de to par ville være i samme kulør, må vi fjerne 2 af de 64 valgmuligheder for kulørerne for de sidste tre kort, da dette udfald vil producere et Flush - faktisk et SF, og dermed annullere vores Straight. Ved de 24 måder at få 2 par på med en kulør tilfælles, skal en af de 64 muligheder fjernes. Når de to par ingen kulører til fælles har, går alle 64 muligheder. Altså har vi 10 Straights på denne form, 10 måder at udvælge de to værdier, der skal parres i hånden og dernæst 6 udfald for parret, der tillader 62 for de sidste tre, 24 udfald for parret, der tillader 63 for de resterende tre og til sidst 6 udfald for parrene, der tillader 64 muligheder for de resterende tre - dvs.;

$$10^2 \cdot (6 \cdot 62 + 24 \cdot 63 + 6 \cdot 64) = 226800$$

Der findes altså 226.800 Straights på en 5-værdis hånd. Og sandsynligheden for at få en Straight bliver altså

$$P(S) = \frac{3372180 + 2530440 + 226800}{133784560} = 0{,}046\ (afrundet).$$

Tre ens

En hånd, der indeholder tre ens, må være en 5-værdis hånd - altså med 5 forskellige kortværdier og 2 kort der parrer en af de 5. Der er $K_{13,5} = \frac{13!}{5! \cdot (13-5)!} = 1287$ forskellige 5-værdishænder, for hvilke må vi fjerne de 10, der producerer en Straight. Altså har vi 1.277 muligheder der kvalificerer sig som en tre ens hånd; der er 5 valg til at vælge værdien for de tre ens, og 4 muligheder for at vælge tre ens af den givne værdi. De resterende 4 kort kan være hvilken som helst kulør bortset fra, at de ikke alle 4 må være i samme kulør som en af de tre ens. Derfor har vi altså $4^4 - 3 = 253$ muligheder for de resterende 4. Vi får altså

$$1277 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 253 = 6.461.620$$

6.461.620 'tre ens' hænder og sandsynligheden for at få en 3OAK bliver;

$$P(3OAK) = \frac{6461620}{133784560} = 0{,}048\ (afrundet).$$

To par

En 2 par hånd kan enten indeholde 3 par + en single eller 2 par samt 3 resterende kort af en anden værdi (også indbyrdes). Vi starter med den første form; Hvis hånden har 3 par, er der $K_{13,3} = \frac{13!}{3!\cdot(13-3)!} = 286$ forskellige måder at vælge værdien for parrene, 6 måder at vælge hvert par og 40 måder at vælge det sidste kort (de tre pars værdier er jo udelukket, derfor $52 - 4 \cdot 3 = 40$). Dette giver os

$$286 \cdot 6^3 \cdot 40 = 2471040$$

2.471.040 hænder med 3 par + en single.

Den anden slags to par hånd må bestå af fem forskellige værdier, og som vi så fra 3 ens udregningerne er der 1.277 hænder, der kvalificerer sig til tre ens og dermed også to par. Der er $K_{5,2} = \frac{5!}{2!\cdot(5-2)!} = 10$ måder at vælge værdien for parrene og 6 måder at udvælge hvert par på. De resterende 3 kort kan være en hvilken som helst kulør, men vi må eliminere de muligheder, der gør vores hånd til et Flush (når de 3 resterende har samme kulør som parrene). Dette fører til samme spekulation som da vi skulle undgå at opnå et Flush i vores Straight (se ”5-værdis Straight) og det kommer altså til at se således ud;

$$1277 \cdot 10(6 \cdot 62 + 24 \cdot 63 + 6 \cdot 64) = 28962360 = 28.962.360$$

Dvs. der findes 28.962.360 2 par hænder på den anden form, og sandsynligheden for at opnå 2 par bliver

$$P(2P) = \frac{2471040 + 28962360}{133784560} = 0{,}235\ (afrundet).$$

Et par

En hånd med et par må være en 6-værdis hånd. Fra udregningerne for 6-korts Flushes (se ”6-korts Flush”) har vi, at der er 1.645 muligheder for at vælge en 6-værdishånd, der ikke indeholder en Straight. Der er 6 valg for værdien af parret og 6 måder at udvælge parret af den givne værdi. De resterende 5 kort kan have hvilken som helst kulør, men igen skal vi fjerne de muligheder, der producerer et Flush - således er der 4 muligheder for, at de resterende 5 er i samme kulør. Samtidigt kan 4 af dem ikke være i samme kulør som et af de kort der danner parret. Vi kan udvælge 4 i samme kulør på $K_{5,4} = \frac{5!}{4!\cdot(5-4)!} = 5$ måder, der er 2 muligheder for at ramme parrets kulør og 3 muligheder for det sidste kort - derfor $5 \cdot 2 \cdot 3 = 30$ måder, hvor vi opnår et Flush. Dvs der er $4^5 - 34 = 990$ muligheder for at vælge de 4 kort, så vi ikke opnår et Flush med parrets ene kort. Dette giver os i alt

$$1645 \cdot 6^2 \cdot 990 = 58627800$$

58.627.800 hænder, med et par - og sandsynligheden for at opnå et par bliver:

$$P(p) = \frac{58627800}{133784560} = 0{,}438\ (afrundet).$$

High Card

Sidst har vi High Card-hånden, hvor vi ikke har *connected* overhovedet (altså ikke har forbundede værdier)- den består altså af en 7-værdis hånd. Vi kunne lægge alle de hænder, vi allerede har fundet, sammen, for at finde antallet af High Card hænder, men lad os i stedet regne os frem til det;

Ovenover fastslog vi (se "7-korts Flush"), at der er 1.499 7-værdis hænder, der ikke har 5 (eller flere) i rækkefølge, og altså ikke danner en Straight. Nu skal vi dog stadig fjerne Flushmuligheder - de 7 kort kan hver især være hvilken som helst kulør - altså $4^7 = 16384$. **Der er 4 måder**, hvor alle 7 har samme kulør. Der er $K_{7,6} = \frac{7!}{6!\cdot(7-6)!} = 7$ måder at få 6 kort i samme kulør samt 4 valg for den givne kulør pr kort, og 3 valg for kuløren på det sidste kort. Dette giver os $7 \cdot 4 \cdot 3 =$ **84 produkter, hvor 6 kort ender med at danne et Flush**.

For et 5-korts Flush er der $K_{7,5} = \frac{7!}{5!\cdot(7-5)!} = 21$ måder at vælge 5 kort i samme kulør, 4 valg for den givne kulør og 3 valg for kuløren på de sidste to kort af hånden - dette giver os $21 \cdot 4 \cdot 3^2 =$ **756 muligheder for at få 5 kort i samme kulør**. I det hele må vi altså fjerne $4 + 84 + 756 = 844$ muligheder.

Dvs. vi har 1.499 hænder, der ikke producerer en Straight, og $16384 - 844 = 15.540$ udfald pr. hånd, der ikke giver et Flush - og altså alt i alt

$$1499 \cdot 15540 = 23294460$$

23.294.460 High Card hænder. Sandsynligheden for at få en 7-korts hånd, der kun indeholder singler, der ikke har ramt noget overhovedet, bliver

$$P(HC) = \frac{23294460}{133784560} = \frac{166389}{955604} = 0{,}174\ (afrundet).$$

Samlet oversigt over sandsynlighedsfordelingen i Texas Hold 'em

Som det fremgår af skemaet nedenunder, passer hændernes styrke rangering med, hvor stor sandsynligheden er for at få dem - med undtagelse af parret og High Card-hånden - dog ikke en rigtig fejl, da man i poker kun vurderer 5 af de 7 kort, og derfor er High Card stadig den svageste hånd (se Five Card Draw sandsynlighedsfordelingen).

TEXAS	HOLD	EM
HÅND	ANTAL	Sandsynlig hed
Straight Flush	41.584	0,00031
4-of-a-kind	224.848	0,0017
Full House	3.473.184	0,026
Flush	4.047.644	0,03
Straight	6.180.020	0,046
3-of-a-kind	6.461.620	0,048
Two Pairs	31.433.400	0,235
Pair	58.627.800	0,438
High Card	23.294.460	0,174
I ALT	133.784.560	0,99901

Sandsynlighedsfordeling af hænder i Five Card Draw

For at redegøre for sandsynlighedsfordelingen af de forskellige hænder i FCD må vi først bestemme, hvor mange forskellige 5-korts hænder der egentlig findes, dog først en kort opridsning af spillet; Spilles af 2 eller flere spillere - efter en tvungen indsats får hver spiller uddelt fem kort, som udgør ens hånd. Herefter er der bettingrunde, hvorefter hver spiller kan vælge at opgive en, to eller tre kort fra sin hånd og få tre nye fra dækket eller helt at beholde sin hånd - herefter er der igen bettingrunde og derefter showdown - den bedste hånd vinder. OBS: Der findes mange varianter af FCD, men ovenstående er en nogenlunde *klassisk* definition.

Vi bestemmer, hvor mange forskellige 5-kortskombinationer, vi kan trække ud af 52 kort, når rækkefølgen er ligegyldig – vi bruger følgende binomial koefficient; hvis vi skal udvælge *r* elementer af en mængde *n*;

$$K_{n,r} = \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!}$$

Dvs.

$$K_{52,5} = \frac{52!}{5! \cdot (52-5)!} = 2598960.$$

Altså findes der 2.598.960 forskellige 5-korts hænder.

Sandsynligheden for en hånd bliver udregnet på følgende måde; hvis P er sandsynligheden for en sluthånd X:

$$P(x) = \frac{Antal\ af\ gunstige\ udfald\ x}{Antal\ af\ samtlige\ udfald}$$

Straigth Flush

Et Straight Flush er 5 kort i samme kulør og i rækkefølge - altså 10 muligheder pr. kulør (endekort af rækkefølgen=5,6,7...Es) og 4 kulører; altså $K_{10,1} \cdot K_{4,1} = \frac{10!}{1! \cdot (10-1)!} \cdot \frac{4!}{1! \cdot (4-1)!} =$ 40 eller bare $4 \cdot 10 = 40$ muligheder for at få et Straight Flush. Sandsynligheden for at få et SF bliver;

$$P(SF) = \frac{40}{2598960} = \frac{1}{64974} = 1{,}5390772 \cdot 10^{-5}.$$

Fire ens

For at danne fire ens på en 5-kortshånd er der 13 valg for værdien af de 4 ens, kun 1 måde at vælge de fire ens på, det resterende kort i hånden kan være hvilket som helst af de resterende 48 - og altså får vi

$$13 \cdot 1 \cdot 48 = 624$$

624 hænder, der indeholder fire ens, og sandsynligheden for at få fire ens bliver

$$P(4OAK) = \frac{624}{2598960} = \frac{1}{4165} = 2{,}4009604 \cdot 10^{-4}.$$

Full House

For at få et fuldt hus skal vi have tre ens samt et par. Værdien for de tre ens kan vælges blandt 13, man kan udvælge 3 af de 4 kort med den givne værdi på $K_{4,3} = \frac{4!}{3!\cdot(4-3)!} = 4$ måder, parret kan vælges på 12 måder, og et par kan udvælges på 6 måder (da $\frac{4!}{1!\cdot(4-1)!} \cdot \frac{4!}{1!\cdot(4-1)!}$, altså

$$13 \cdot 4 \cdot 12 \cdot 6 = 3744$$

har vi 3744 forskellige Full Houses, og sandsynligheden for at få et fuldt hus bliver

$$P(FH) = \frac{3744}{2598960} = \frac{6}{4165} = 0{,}00144\ (afrundet).$$

Flush

Et flush er 5 kort af samme kulør, som ikke er i rækkefølge (altså skal vi blot udregne dem alle og så trække antallet af SFs fra) - dvs vi kan udvælge 5 af 13 kort på $K_{13,5} = \frac{13!}{5!\cdot(13-5)!} = 1287$ og vi har 4 kulører og 40 SF og altså i alt

$$1287 \cdot 4 - 40 = 5108$$

5.108 Flushs. Sandsynligheden for at få et Flush bliver;

$$\mathrm{P(F)} = \frac{5108}{2598960} = \frac{1277}{649740} = 0{,}00197\ (afrundet).$$

Straight

10 muligheder for at få en Straight (endepunkt 5,6,7..es) og disse 5 kort kan have hvilken som helst kulør, vi fjerner dog de 40 Flush, der er mulighed for at få ved at vælge tilfældig kulør for alle kortene - dvs.

$$10 \cdot 4^5 - 40 = 10200$$

10.200 Straights, der ikke er et Straight Flush. Sandsynligheden for at opnå en Straight bliver;

$$P(S) = \frac{10200}{2598960} = \frac{5}{1274} = 0{,}00392\ (afrundet).$$

Tre ens

13 muligheder til at vælge, hvilken værdi der skal parres, 4 muligheder for at vælge de 3 kort, der skal danne de tre ens, de sidste to kort kan være hvilket som helst af de resterende 12 værdier - dvs. $K_{12,2} = \frac{12!}{2!\cdot(12-2)!} = 66$ muligheder for at udvælge de to sidste kort, som har frit valg mellem kulører, altså 4 pr. kort - dette giver os altså

$$13 \cdot 4 \cdot 66 \cdot 4^2 = 54912$$

54.912 forskellige hænder, der vil give os tre ens. Sandsynligheden for at opnå tre ens bliver

$$P(3OAK) = \frac{54912}{2598960} = \frac{88}{4165} = 0{,}0211\ (afrundet).$$

To par

Parrene kan have hvilken som helst værdi af 13 mulige, altså $K_{13,2} = \frac{13!}{2!\cdot(13-2)!} = 78$ muligheder til at vælge værdien for parrene, 6 muligheder for at vælge hvert par og det sidste kan være hvilken af de sidste 11 mulige værdier og hvilken som helst kulør - dvs.

$$78 \cdot 6^2 \cdot 11 \cdot 4 = 123552$$

123.552 to par-hænder. Sandsynligheden for at opnå 2 par bliver altså;

$$P(2P) = \frac{123552}{2598960} = \frac{198}{4165} = 0{,}0475\ (afrundet).$$

Par

Parret kan have hvilken som helst af 13 mulige værdier, og der er 6 muligheder for at udvælge parret, de resterende kort kan udvælges på $K_{12,3} = \frac{12!}{3!\cdot(12-3)!} = 220$ måder og kan have hvilken som helst kulør - altså 4 valg pr. kort og derfor får vi

$$13 \cdot 6 \cdot 220 \cdot 4^3 = 1098240$$

1.098.240 forskellige hænder, der indeholder et par og ikke andet. Sandsynligheden for at få et par bliver

$$P(p) = \frac{1098240}{2598960} = \frac{352}{833} = 0{,}423\ (afrundet).$$

High Card

En hånd, der slet ikke har *connected*, er 5 kort med hver sin værdi udvalgt af 13 mulige - dvs $K_{13,5} = \frac{13!}{5!\cdot(13-5)!} = 1287$ hænder minus de 10 mulige Straights, altså 1277, hvert kort kan have hvilken som helst kulør, bortset fra de fire muligheder for, at alle 5 kort har samme kulør - altså $4^5 - 4 = 1020$ udfald for de 1277 muligheder for at få 5 kort med hver sin værdi - og i det hele får vi altså

$$1277 \cdot 1020 = 1302540$$

1.302.540 hænder, der ikke har connected overhovedet. Sandsynligheden for at få en sådan hånd bliver

$$P(HC) = \frac{1302540}{2598960} = \frac{1277}{2548} = 0{,}5\ (afrundet).$$

Samlet oversigt over sandsynlighedsfordelingen i Five Card Draw

Som nævnt under ”Samlet oversigt over Sandsynlighedsfordelingen i Texas Hold ’em” giver rangeringen af High Card og par mening, når man kun regner ud fra, hvor sandsynligt de to hænder er, når man får 5 kort på hånden (og altså ikke 7). Hvis man derimod begyndte at vurdere 7-kortshænder på styrken af alle 7 kort, skulle High Card og par bytte plads, så et par ville tabe mod en hånd uden par.

FIVE	Card	Draw
HÅND	ANTAL	Sandsynlighed
Straight Flush	40	0,000015
4-of-a-kind	624	0,00024
Full House	3.744	0,00144
Flush	5.108	0,00197
Straight	10.200	0,00392
3-of-a-kind	54.912	0,0211
Two Pairs	123.552	0,0475
Pair	1.098.240	0,423
High Card	1.302.540	0,5
I ALT	2.598.960	0,999185

Sandsynlighed for at forbedre Pocket Pair på floppet

Se under ”Sandsynlighedsfordeling af hænder i Texas Hold 'em” for kort introduktion til, hvad Floppet egentligt er[21]. Floppet består af 3 kort, som alle spillerne *deles* om - heraf udtrykket *Community Cards*.

For at forbedre et par på floppet - altså på 3 tilfældige kort udvalgt fra 50 - skal vi ramme to par (af de 3 nye er 2 af dem parret), tre ens, fuldt hus (et par samt et kort, der parrer vores par) eller fire ens. Vi vil se på disse tilfælde hver for sig - for at udregne sandsynligheden for de forskellige hænder bruges samme metode som under udregningen for sandsynligheden for de forskellige sluthænder - vi har $K_{50,3} = \frac{50!}{3! \cdot (50-3)!} = 19600$ forskellige flops. Og for at finde sandsynligheden for en forbedring af parret, benyttes følgende metode; hvis P er sandsynligheden for en given forbedring X;

$$P(x) = \frac{Antal\ af\ gunstige\ udfald\ x}{19600}$$

Tre ens

Først udregner vi, hvor mange forskellige måder vi kan udvælge 2 kort af de resterende 48, som ikke rammer vores par på hånden $(52 - 2 - 2 = 48)$ - dvs. $K_{48,2} = \frac{48!}{2! \cdot (48-2)!} = 1128$ kombinationer af 2 kort, der ikke rammer vores par. Fra dette tal trækker vi antallet af mulige par fra; vi har etableret før, at der er 6 par for hver kortværdi - og altså $6 \cdot 13 = 78$ mulige par. Af de 78 trækker vi dog først de 6 fra, der er den værdi, vi har på hånden - dvs.

$$1128 - (78 - 6) = 1056$$

1056 2-kortskombinationer, der ikke selv vil danne et par eller ramme vores par. Vi har 2 kort i dækket, der vil danne tre ens med vores hånd, og vi får

$$1056 \cdot 2 = 2112$$

2.112 flops, der vil forbedre vores Pocket Pair til 3-of-a-kind (tre ens) - og sandsynligheden for at vores par bliver til tre ens på floppet bliver

$$P(3OAK) = \frac{2112}{19600} = \frac{132}{1225} = 0{,}1077551.$$

Fuldt hus

Hvis vi skal floppe et fuldt hus skal floppet enten være et par samt et af de to kort, der rammer vores Pocket Pair eller i sig selv være tre ens. For første udgave af det fulde hus er der 2

[21] eller http://www.faktalink.dk/titelliste/poke/pokeprak for fuld forklaring af spillet

muligheder for at ramme et af de kort, der skal udgøre tre ens sammen med vores Pocket Pair samt 72 forskellige par, de 2 sidste flopkort kan tage form som - dvs.

$$72 \cdot 2 = 144$$

For den anden form af det fulde hus er er 48 mulige tre ens, floppet kan bestå af og altså

$$144 + 48 = 192$$

192 mulige flops, der vil give os et fuldt hus - sandsynligheden for at opnå et fuldt hus på floppet med Pocket Pair bliver

$$P(FH) = \frac{192}{19600} = \frac{12}{1225} = 0{,}009795918.$$

Fire ens (Quads)

For at opnå quads på floppet skal 2 af de 3 kort matche parret, vi har på hånden, og da der kun er 2 kort tilbage af denne slags, er der altså kun 1 mulighed for at matche vores par. Det sidste kort kan være hvilket som helst af de resterende 48 og vi får altså

$$1 \cdot 48 = 48$$

48 udfald, der giver os fire ens - og sandsynligheden for at opnå quads på floppet bliver

$$P(FH) = \frac{48}{19600} = \frac{3}{1225} = 0{,}00244898.$$

To par

For at forbedre vores Pocket Pair til 2 par skal floppet indeholde et af 72 mulige par af de resterende 48 kort samt et kort, der hverken matcher vores par på hånden eller det par, floppet indeholder - altså $52 - (2 \cdot 4) = 44$ muligheder for det sidste kort og vi får at

$$72 \cdot 44 = 3168$$

3168 flops vil forbedre vores hånd med et ekstra par. Sandsynligheden for at opnå to par på floppet med et Pocket Pair er

$$P(2P) = \frac{3168}{19600} = \frac{198}{1225} = 0{,}1616327.$$

Samlet sandsynlighed for at forbedre sit Pocket Pair på floppet

For at finde den samlede sandsynlighed lægger vi blot alle ovenstående gunstige udfald sammen og får, at sandsynligheden for at forbedre sit Pocket Pair bliver

$$P(forbedring\ af\ PP) = \frac{2112 + 192 + 48 + 3168}{19600} = \frac{69}{245} = 0{,}2816327$$

0,28 eller 28%. Over ¼ af gangene vil vi altså forbedre vores Pocket Pair på floppet.

Sandsynlighedsteoretiske overvejelser i poker

Nu har vi gennemgået sandsynligheden for at slutte med en given hånd i både Five Card Draw og Texas Hold 'em samt hvad sandsynligheden er, for at forbedre et Pocket Pair på floppet i Hold 'em - men hvad kan vi egentlig bruge al den matematik til?

Der findes, i kraft af spillets matematiske aspekter, mange sandsynlighedsteoretiske overvejelser i poker. Således kan man både sætte generelle spilteorier i relief til poker, fx the Nash Equilibrium - et løsningsorienteret koncept, der involverer to eller flere spillere, hvor ingen spillere har noget at vinde ved kun at ændre sin egen strategi (meget kort fortalt)[22], mens også mange poker-specifikke overvejelser blevet til i takt med pokerens udbredelse - én af disse vil vi gennemgå, *Pot Odds*, og sætte den op sammen med *Odds/Outs,* mens vi undlader bl.a. Optimal Bluff strategi[23] og EV[24] (som også er en generel spilteori).

Det er nemlig en fordel at vide, hvad sandsynligheden for at få en given hånd er samt hvad oddsene for at den hånd forbedrer sig er - for hvis vi ved det, kan vi spille tæt på matematisk *optimalt (som forklaret)*. Dette kan lade sig gøre, når vi gør brug af vores *Pot Odds* og sætter dem op imod vores *odds* for at forbedre vores hånd - altså gælder dette hovedsageligt for Texas Hold 'em. *Pot Odds* er bedst defineret som *The Amount you get : The amount you bet* [25]- altså er det, meget simpelt, forholdet mellem hvor meget vi kan vinde og hvor meget vi skal lægge selv.

Outs er defineret som de kort, der vil forbedre vores hånd og i nogle kredse er *Outs* de kort, der vil gøre vores hånd til *the Nuts* - den bedste hånd, man kan sidde med på et givent tidspunkt. Hvis du ser poker i fjernsynet/på nettet vil *Outs* være de kort, der gør en spillers hånd til bedre end den hånd/de hænder, han er overfor (men det ved han jo ikke selv, derfor er *Outs* defineret som øverst i dettee afsnit).

Lad os tage 2 eksempler med alt det ovenstående og se, om vi kan spille tæt på matematisk *korrekt:*

Eksempel 1

Vi spiller Texas Hold 'em Heads up (kun 1 modstander), og vi har floppet en Flushdraw - altså har vi 2 kort af samme kulør - lad os, for eksemplets skyld, sige Es,Konge på hånden og

---

[22] https://en.wikipedia.org/wiki/Nash_equilibrium (besøgt 15/12-15)
[23] https://en.wikipedia.org/wiki/Bluff_(poker)#Optimal_bluffing_frequency (besøgt 15/12-15)
[24] https://www.cardschat.com/poker-odds-expected-value.php (besøgt 15/12-15)
[25] Formulering lånt fra https://www.youtube.com/watch?v=2oEa5UIzqyw (besøgt 15/12-15)

ydermere 2 kort af den givne kulør på bordet, og vi mangler altså kun et kort i vores kulør for at sidde med *the Nuts* - en hånd, der er vores modstanders overlegen lige meget hvad - fordi selvom han sidder med to kort i samme kulør vil vi med vores Es,Konge-hånd have det højeste Flush. Sandsynligheden for at vores Flush kommer på næste kort, givet der er delt to hænder ud og 4 kort fra kuløren allerede er gået, er $\frac{9}{46} = 0{,}1956522 \sim 20\%$ eller udtrykt som odds (*vil ikke : vil*): $\frac{35}{9} : \frac{9}{9} = 3{,}89 : 1$.

I pujlen er der 80 kr. Nu better vores modstander 10 kr. Skal vi calle? Det koster os 10 kr., og puljen er på 90 kr. Altså bliver vores Pot Odds 9: 1 (husk, *The Amount you get : The amount you bet*). For at bestemme os for, hvorvidt vi vil gå med eller ej, er det nu blot at sammenligne vores odds for at forbedre vores hånd med vores Pot Odds. Vores PO er 9:1 og vores odds for at sidde med *the Nuts* er 3,89:1, altså vil vi sidde med en sikker vinder hånd mindst hver fjerde gang det næste kort kommer på bordet, og da vores *amount we get* er langt større end en firedobling, gør det dermed callet profitabelt og vi skal derfor calle vores modstander hver gang, han better mod den hånd vi har.

Eksempel 2

Vi spiller igen Texas Hold 'em Heads up (én modstander), og vi har Pocket Pair inden floppet. Fra afsnittet om sandsynligheden for at forbedre en sådan hånd har vi, at

$$P(forbedring\ af\ PP) = \frac{2112 + 192 + 48 + 3168}{19600} = \frac{69}{245} = 0{,}2816327.$$

Omregnet til odds; vil= 69, vil ikke= $245 - 69 = 176$. Dvs. $\frac{176}{69} = 2{,}550725 : \frac{69}{69} = 1$ og altså 2,55:1. Puljen er på 50 kr. efter blinds (den faste udgift inden floppet), og vores modstander har bettet 50 kr., altså fordoblet puljen. Vores modstander har spillet *loose* - løst, hvilket vil sige, at han har spillet flere svage hænder og derfor tror vi på, at vores hænder er af nogenlunde jævnbyrdig styrke. Vi skal smide 50 kr. for at få lov at se floppet; gør vi det?
Vi sammenligner PO og odds for forbedring; Vores PO bliver 100:50 og altså 2:1 og vores odds for forbedring er 2,55:1. Vores Pot Odds er altså lavere end vores odds for forbedring, og hvis vi skal spille *korrekt*, trækker vi os fra hånden og lader vores modstander få pujlen. Læg mærke til, at selvom vores chance for forbedring var langt større i dette eksempel smider vi alligevel kortene, da vores PO var langt mindre og det derfor ikke var et profitabelt call.

Diskussion af interessefaktorer

Til diskussionen inddrages resultater fra den matematiske redegørelse, hovedpointer i den historiske redegørelse, et uddrag af J.H. Greens bog ”*An Eexposure of the Arts and Miseries of Gambling”* samt et uddrag fra *Klør 5*, et pokermagasin udgivet af Dansk Poker Union[26]. Begge uddrag er afleveret som eksterne PDF-filer (”se Bilag”).

Som nævnt i redegørelsen udgiver J.H. Green i 1843 sin bog; en *blotlæggelse af gamblingens elendigheder*, som en personlig beretning om bl.a. pokerens ulykker. Det er en af de primære kilder til pokerens udbredelse, og samtidig en tekst af offentlig karakter, der var ment til at afskrække folk fra gamblingens synd - Green er nemlig selv tidligere gambler, der, efter at have vendt gamblingen ryggen og taget en mere kristen vej i livet, udgiver bogen. De omstændigheder, han i bogen beskriver, skal altså tages med et gran salt, da kildens troværdighed falder drastisk i lyset af det forhold, Green har til gamblingen.

På trods af kildens troværdighed kan den dog bruges til at belyse de faktorer, der dengang tiltrak mennesker til spillet (Five Card Draw) - og måske stadig gør det i dag. Således beskriver Green en velhavende, intelligent *business*-mand på handelsrejse via Ohio og Mississippi flodnettet og hans fortælling om dengang, han mistede ikke mindre end 1.600 USD på blot få dage, hvilket svarer til omtrent 51.000 nutidige USD[27]**.** Green udpensler, hvordan den samme unge mand med hans *pleasant humor and gayety*[28] - behagelige humor og sorgløshed - overbeviser forretningsmanden om at spille poker hver gang, de er på samme båd - hvilket pudsigt nok er alle de både, forretningsmanden stiger på. Alle de gange, forretningsmanden støder på den unge mand, fatter han ikke mistanke og ender med at være en lille formue fattigere. Den unge mand er, hvad Green kategoriserer som en af de *genteel young gamblers*[29] - en af de elegante/dannede unge gamblere, der, i hvert fald ifølge Green, var *abundant on the river* - rigeligt af på flodsystemet. Den elegante gambler var en del af et slæng, som havde udset forretningsmanden som et nemt offer - og deraf historien. Hvorfor handelsmanden bliver ved at spille er det oplagte spørgsmål - han svarer selv ”*From the time*

[26] http://www.danskpokerunion.dk (besøgt 15/12-15)
[27] http://www.davemanuel.com/inflation-calculator.php
[28] Se uddraget af ”*An Exposure...”* s. 104 øverst
[29] Se uddraget af ”*An Exposure...”* s. 104 l. 2-5 efter afsnit

of my first loss I did not refuse his invitations to play; (...) because I had a hope of retrieving my losses; and I played, thinking that perhaps I should have a run of good luck, might get even again;"[30]. Han fremhæver selv det, der kan gøre et pokerspil lidt sjovere - held, samt udsigten til at vinde sine tabte penge tilbage. På trods af sin baggrund som en fornuftig og dygtig forretningsmand, falder han i med begge ben, da han står overfor heldets og pengenes åbne favn[31] - og måske endda, da han står overfor den unge, elegante gambler?
Selvom historien er over 200 år gammel - og måske fortæller mere om Greens forhold til poker end en egentlig sandfærdig historie, er den alligevel rammende for, hvordan mennesker i dag finder sig selv i samme situation som handelsmanden. Hvis vi skal fortolke historien med Greens perspektiv in mente, kunne man sige, at *selvom* man er en fornuftig forretningsmand, der allerede lever The American Dream, vil pokeren og de miljøer, pokeren foregår i, trække dig ned i dyndet - så at sige sætter Green poker op som en diametral modsætning til The American Dream. På den måde kan vi også sætte historien i relief til nutidens poker - den unge, tiltalende gambler er kasinoerne og internetpokersiderne, der lokker os til at spille vores penge op, mens forretningsmanden er den velmenende borger, der bare lever sit liv uden ellers at bukke under for fristelser.

Forretningsmandens historie er således langt fra et enestående tilfælde på datidens pokerhistorier, hvorfor poker og pokerspillere fik et ry som glubske og snu typer, man ikke kunne stole på. At en tilsvarende mand i vores århundrede kunne begå samme fejltrin er næsten ikke til at tro, men internetpokerspilleren *3kroner* er levende bevis på det modsatte.
I *Klør 5* fra September 2008 er 3kroners historie, oprindeligt lagt ud på casino.dk, beskrevet; 3kroner starter sit online pokereventyr i december 2004. Efter at have femdoblet sin første indsats af 500 kr. ser han sig ikke tilbage, og forestiller sig i stedet en stor fremtid som pokerfænomen. Lykken vender dog hurtigt, og efter mange indbetalinger læser 3kroner to pokerbøger og går til opgaven med fornyet entusiasme - resultatet er dog det samme; 3kroners løn er næsten spillet væk inden månedslønnen tikker ind igen. 5. September 2005 stopper eventyret så endeligt, og 3kroner trækker sig tilbage til sin tilværelse med kone og børn[32].

[30] Se uddraget af bogen s. 103 nederst.
[31] Se uddraget af bogen s. 101 nederst-s. 104 øverst for hele fortællingen om forretningsmanden.
[32] Se bilag for hele historien om 3kroner

Historien angiver ingen direkte grund til at 3kroner fortsætter, men det ligger alligevel i kortene[33], at 3kroner fortsætter, fordi han tiltrækkes af heldet og ikke mindst af at vinde sine penge tilbage. På trods af næsten 200 års forskel er det stadig de samme faktorer, der tiltrækker de to mænd, vi må anslå til at være nogenlunde lige gamle - det synes, at nogle faktorer går på tværs af tid, sted og form for poker (da 3kroner spiller Hold 'em).

Endnu en faktor, der kan forklare interessen for Five Card Draw (og poker generelt) er spilformens indtog i den amerikanske kultur, som også blev nævnt som en central faktor for spillets udbredelse. Filmatiseringerne af spillet og den slags typer, der spillede spillet, har uden tvivl været en stor faktor i interessen for (og dermed udbredelsen af) Five Card Draw - således har det amerikaniserede saloon-image, pokeren fik i anden halvdel af 1900-tallet, samt den generelle mystik om det Vilde Vesten og "*Skyd-først-spørg-bagefter*"-typerne, man forbinder Five Card Draw med, haft stor indflydelse på interessen for spillet.
Five Card Draws tiltrækning af det lidt skumle Vilde Vesten-tema samt de fælles faktorer, der indebærer dragningen mod pengene og heldet, leder os videre til, hvad der gør Hold 'em interessant.

Således viser fortællingen om 3kroner noget om, hvad tilgængeligheden af Hold 'em betyder - hvis 3kroner skulle have taget på casino eller i saloonen for at spille, havde det næppe taget ham næsten et år at indse, hvor stor en udgift det er, at være en afhængig og tabende pokerspiller. Som redegjort for før bliver den største faktor for interessen af Hold 'em nemlig, da det kommer frem, at Chris Moneymaker vinder sin billet til verdensmesterskabet på internettet - en virkeliggørelse af The American Dream, der gør, at internet-Hold'em når nye højder i antallet af aktive brugere. 100 mio. online spillere, som også blev nævnt i redegørelsen, er et rigtigt stort antal, som kan ses som direkte funktion af mediernes engagement i, herunder især ovenstående samt tv-udsendelserne, samt dækning af poker.
Til gengæld hersker der en vis forskel på idéen om spillene i den offentlige bevidsthed - bl.a. hvorfor Hold 'em nyder så stor opmærksomhed i dag, mens Five Card er et spil fra en sagnomspunden tid med cowboys og lemonade i saloonerne. For lige præcis datiden er, hvad vi forbinder Five Card Draw med - bl.a. filmatiseringerne, der illustrerer en anden og kortere-

[33] No pun intended

for-hovedet-tid gør, at denne form for poker formentlig har set sine bedste dage, når vi snakker popularitet.

Således kan det opsummeres, at næsten alle har hørt om den legendariske *Dead Man's hand*[34] - en legende om *Wild Bill Hickok*, der bliver skudt i hovedet af en anden cowboy, hvorefter folk i saloonen tjekker hans hånd (heraf navnet) - fra det *døde* pokerspil, Five Card Draw. En hvis symbolik er igen at finde i kulturen om Five Card Draw - den døde mands hånd har alle hørt om, men reglerne og hvordan man spiller FCD? Det er kun fanatikerne, der stadig kan dem.

At det er "*Skyd-først-spørg-bagefter*"-typer, vi i dag forbinder med en succesfuld Five Card Draw-spiller og en mere nutidig og moderne spiller, vi ser, når vi forestiller os en Texas Hold 'em-stjerne, kan også ses som et resultat af matematikken i de to spil - ansku sandsynlighedsfordelingen af hænder for begge spil (næste side):

[34] https://en.wikipedia.org/wiki/Dead_man%27s_hand (besøgt 16/12)

Således er sandsynlighedsfordelingen markant forskellig - i Texas Hold'em sidder man med den svageste kategoriserede hånd i kun 17% af tilfældene, mens det for samme slags hånd i Five Card Draw er hele 50% af gangene. Denne fordeling fortsætter - desto stærkere en slags hånd, man anskuer i begge typer, desto større bliver forskellen - altså er det fx hele

$$\frac{0,00031}{0,000015} = 20,66667$$

20 gange mere sandsynligt at få et Straight Flush i Hold 'em end i Five Card Draw og

$$\frac{0,0017}{0,00024} = 7,083333$$

7 gange mere sandsynligt at få fire ens i Hold 'em end i Five Card Draw.

FIVE	Card	Draw		TEXAS	HOLD	EM
HÅND	ANTAL	Sandsynlighed		HÅND	ANTAL	Sandsynlighed
Straight Flush	40	0,000015		Straight Flush	41.584	0,00031
4-of-a-kind	624	0,00024		4-of-a-kind	224.848	0,0017
Full House	3.744	0,00144		Full House	3.473.184	0,026
Flush	5.108	0,00197		Flush	4.047.644	0,03
Straight	10.200	0,00392		Straight	6.180.020	0,046
3-of-a-kind	54.912	0,0211		3-of-a-kind	6.461.620	0,048
Two Pairs	123.552	0,0475		Two Paris	31.433.400	0,235
Pair	1.098.240	0,423		Pair	58.627.800	0,438
High Card	1.302.540	0,5		High Card	23.294.460	0,174
I ALT	2.598.960	0,999185		I ALT	133.784.560	0,99901

Rent matematisk er det altså mere sandsynligt at få en stærk hånd i Hold 'em, og det kunne argumenteres, at det dermed er mere *spændende* at spille Hold 'em - fordi det trods alt er sjovere, uanset om man er matematiker eller ej, at sidde med en stærkere hånd oftere (også selvom modstanderen har samme vilkår). Når man kombinerer skævheden i sandsynlighed mellem spillene med Hold 'ems måske mest værdsatte mekanisme - fælleskortene (altså, at 5 af de 7 kort på din hånd er også sidemandens) - gør det spillet til en matematisk og psykologisk udfordring, hvor både taktisk snilde i forhold til at kunne læse sin modstander og samtidig selv kunne regne ud, hvilke to kort, der slår de to kort, man selv sidder med - faktorer, som kan lokke selv den pæneste matematikteoretiker til at spille (og har gjort).

Dette skæld mellem typerne af poker kan ses som en af mellemregningerne for, at vi i dag forbinder Five Card Draws bedste spillere med det Vilde Vestens ”*Skyd-først-spørg-bagefter*”-typer, og Hold ’ems stjerner med en mere raffineret og velovervejet person.

Der opsummeres; Nogle interessefaktorer, herunder penge og held, tiltaler pokerspillere på tværs af tid og sted - således fandt vi to næsten parallelle historier med 200 års mellemrum, hvis eneste forskel var lige præcis tid og sted - begge mænd følte sig draget til spillet og udsigten til, såfremt heldet tilsmilede dem, at (gen)vinde penge. Til gengæld har det image, Five Card Draw har fået (i kraft af bl.a. at komme på det store lærred og dermed at blive en integreret del af den amerikanske Vilde Vesten-kultur), spændt ben for en fortsat interesse i spillet. Således er Five Card Draw blevet udkonkurreret af sin lillebror, som har nydt rigtig stor interesse på nettet efter Moneymakers sejr, som blev grundlagt på internettet. Forskellen mellem spillene og de typer, de forbindes med, kan også ses som et resultat af sandsynlighedsfordelingen af hænder, hvor Texas Hold ’em tilbyder højere frekvens på de stærke hænder samt en matematisk og psykologisk problemstilling i det, fem af de syv kort på alle spillernes hænder er delt af hele bordet.

Opsummering & konklusion

Der hersker stor uenighed om, hvor langt tilbage man egentlig kan datere pokerens udspring - én opfattelse ser poker som en direkte efterfølger til As-Nas (persisk kortspil), mens andre forkaster alle teorier om pokerens oprindelse, idet poker, i kraft af dets mest karakteristiske træk - betting, skal ses som et spil uden fortilfælde. Det kan dog fastslås, med grundlag i J.H.Greens bog udgivet 1843, at pokeren spreder sig i Nordamerika via Mississippi floden, hvor vi, på trods af kildens tendens, også fastslog, at pokeren må være kommet til USA i starten af 1800-tallet.

Pokerens udbredelse i dag kan ses som funktion af nogle få, men essentielle pejlemærker; indtoget i den mainstream amerikanske kultur (og dermed de amerikaniserede lande i Vesten) sker i kraft af bl.a. filmatiseringer med poker som omdrejningspunkt, lanceringen af verdensmesterskabet i Las Vegas i 1970, den første tv-udsendelse med spillernes kort synlige for seerne i 2003 og sidst, men ikke mindst; amatøren Chris Moneymakers sejr ved verdensmesterskaberne i 2003 og den efterfølgende mediestorm og tilstrømning af amatører til casino- og især internetpoker, der også ville prøve lykken - én interessefaktor, vi også udledte i diskussionen.

I gennemgangen af sandsynlighedsfordelingen af de forskellige pokerhænder og de sandsynlighedsteoretiske overvejelser, herunder *Outs* og *Pot Odds*, ser man matematikkens betydning for beslutningstagningen i poker, og hvor stor en rolle, matematikken kan have i forsøget på at være en vindende spiller.

Således fandt vi, at nogle interessefaktorer, herunder penge og held, tiltaler pokerspillere på tværs af tid og sted - vi analyserede to næsten parallelle historier med 200 års mellemrum, hvis eneste forskel var lige præcis tid og sted - begge mænd følte sig draget til spillet og udsigten til, såfremt heldet tilsmilede dem, at (gen)vinde penge. Til gengæld har det image, FCD har fået, spændt ben for en fortsat interesse i spillet.

Forskellen mellem spillene og de typer, de forbindes med, kunne også ses som et resultat af sandsynlighedsfordelingen af hænder - som vi i løbet af opgaven udredte samt gennemgik to eksempler for sandsynlighedsteoretiske overvejelser og derunder sandsynligheden for at forbedre Pocket Pair på floppet, hvor Texas Hold ’em tilbyder højere frekvens på de stærke hænder samt en matematisk og psykologisk mere attraktiv problemstilling, idet, at fem af de syv kort på alle spillernes hænder er fælles for alle på bordet - hvilket har gjort Texas Hold ’em til en mere alsidigt tiltrækkende form for poker for både matematikere og den *almindelige* borger.

Litteraturliste

Artikler/hjemmesider

- www.b.dk
  http://www.b.dk/sport/pokerens-lange-vej (besøgt 10/12-15)
- www.cardschat.com
  https://www.cardschat.com/poker-odds-expected-value.php (besøgt 15/12-15)
- www.danskpokerunion.dk
  http://www.danskpokerunion.dk (besøgt 15/12-15)

- www.faktalink.dk
  http://www.faktalink.dk/titelliste/poke/ flere faner af artiklen er brugt - besøgt senest (15/12-15)
- www.wikipedia.org
  - https://en.wikipedia.org/wiki/Dead_man%27s_hand (besøgt 16/12)
  - https://en.wikipedia.org/wiki/Nash_equilibrium (besøgt 15/12-15)
  - https://en.wikipedia.org/wiki/Bluff_(poker)#Optimal_bluffing_frequency (besøgt 15/12-15)
  - https://en.wikipedia.org/wiki/David_Parlett (besøgt 9/12-15)
  - https://en.wikipedia.org/wiki/History_of_poker#cite_note-Poker_Face-7 (besøgt 9/12-15)

Grundlag for sandsynlighedsfordelingen af hænder i de to typer poker

- Brian Alspachs artikel udregning om 7-kortshænder:
  http://people.math.sfu.ca/~alspach/comp20/
- Wikipedias artikel på ”Poker Probability” - se ”Frequency of 5-card hands”:
  https://en.wikipedia.org/wiki/Poker_probability

Video, mm

- www.youtube.com
  https://www.youtube.com/watch?v=2oEa5UIzqyw Formulering lånt fra videoen (besøgt 15/12-15)
  https://www.youtube.com/watch?v=mUn1Td4iatw Moneymakers sidste hånd, inden han kan kalde sig verdensmester i poker.

Bilag

BEGGE BILAG ER AFLEVERET SOM EKSTERNE PDF-FILER samme sted som opgaven, da det ikke var muligt at samle det hele til en PDF.

1. Uddrag af *"An Exposure of the Arts and Miseries of Gambling"* af J.H.Green, published by U.P.James 1843, Cincinnati.
2. "*Beretningen om 3kroner*" - et uddrag af pokermagasinet *Klør 5* - hentet d. 15/12-15 fra http://www.danskpokerunion.dk