La ou les constante(s) de gravitation

Pierre-Yves Bienvenu - École Normale Supérieure

15 juin 2010

Introduction

Qu'est-ce qu'une constante fondamentale ? A cette question, nous avons plus envie de répondre par des exemples que par une définition : la vitesse de la lumière dans le vide, la constante de Planck, la constante gravitationnelle... Ces trois constantes se détachent nettement. D'autres noms viennent spontanément à l'esprit : constante de structure fine, constante des gaz parfaits ou de Boltzmann, constante de Joule, densité de l'eau.

Parmi les constantes célèbres, plusieurs sont intimement liées à la théorie de la gravitation. Outre celle qui reçoit aujourd'hui le nom de constante de gravitation, on aperçoit l'intensité de la pesanteur, la masse de la Terre, ses dimensions (son rayon en première approximation, mais aussi son ellipticité en seconde approximation), la constante de Kepler (celle qui intervient dans la troisième loi).

La chute des graves n'a pas manqué de fasciner les philosophes et physiciens depuis l'antiquité. Isaac Newton a formulé sa loi de gravitation universelle en 1687. Cependant, nous allons voir que la constante de gravitation n'a jamais été un objet d'étude en soi avant 1870. Son existence est certes affirmée par la troisième loi de Newton, mais les constantes de gravitation dégagées jusqu'au XIX^{e} siècle sont plutôt des constantes géophysiques.

Dans un premier, temps nous nous pencherons sur les événements qui ont jalonné l'étude de la gravitation avant le XVIII^{e} siècle. Ensuite, nous nous pencherons sur trois expériences de mesure de densité de la Terre, dont la plus fameuse est bien sûr celle de Henry Cavendish. L'étude de l'histoire mouvementée des constantes de gravitation nous incitera à nous poser des questions plus générales et à méditer sur les constantes fondamentales.

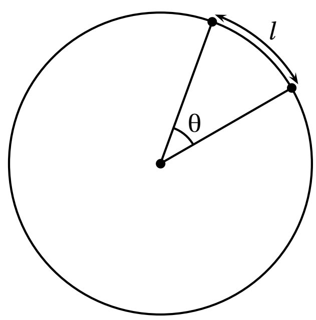
1 Premières constantes de gravitation : dimensions de la Terre, GM, g, K

1.1 Dimensions de la Terre

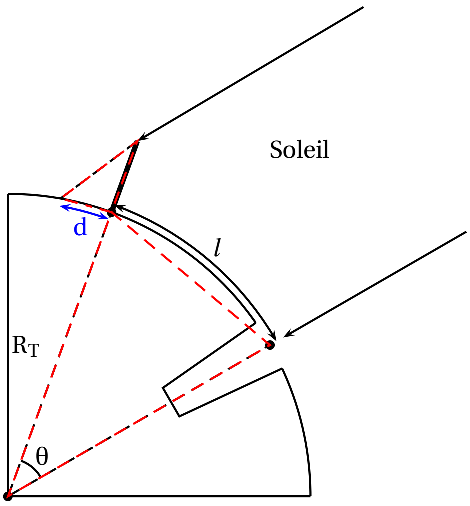
Anaximandre de Milet, l'un des tout premiers savants antiques, au VI^{e} siècle, pensait la Terre cylindrique, ce qui constituait déjà une avancée majeure par rapport à la croyance en une terre plate. Mais à l'époque d'Aristote, la sphéricité de la Terre était admise. Plusieurs arguments sont avancés :

- l'ombre de la Terre projetée sur la Lune lors des éclipses de Lune semble circulaire ;
- les bateaux peuvent disparaître à l'horizon, et la coque avant le mât ;
- un argument heuristique : toutes les parties de la Terre sont également attirées vers son centre, donc elle doit adopter une forme sphérique.

Dans *De Caelo*, on peut lire que la circonférence de la terre vaut 400 000 stades. La grande incertitude quant à la valeur d'un stade nous impose la plus grande prudence sur cette estimation ; il vaut environ 157 m. Elle provient certainement d'un raisonnement du grand géomètre Eudoxe de Cnide. Celui-ci savait déterminer l'écart de latitude entre deux lieux, par exemple en comparant la hauteur de l'étoile polaire entre ces deux lieux. Il savait par ailleurs mesurer la distance entre deux lieux (triangulation). En mesurant l'écart de latitude θ en degrés et la distance l entre deux points situés sur le même méridien, nous pouvons connaître la circonférence de la Terre. Avec les conventions du schéma (coupe de la Terre suivant un méridien), la circonférence de la Terre est donnée par $c = \frac{360}{\theta} l$.



La première mesure fiable des dimensions de la Terre est fournie par Ératosthène (276-194 avant notre ère). Il sait qu'à midi, le jour du solstice d'été, le soleil éclaire le fond du puits de Syène (l'actuelle Assouan en Égypte), sans faire d'ombre. Au même moment, l'obélisque d'Alexandrie, de hauteur h fait une ombre dont il mesure la longueur d. Le fait même que le soleil tombe verticalement à Syène et oblique à Alexandrie, alors que tous ses rayons sont réputés parallèles, confirme que la Terre ne peut être plate. Les deux villes sont approximativement sur le même méridien, donc on peut refaire le même dessin que précédemment avec $l = 5000$ stades, $\theta = 6°$.



On s'intéresse aux triangles en tirets rouges. En considérant comme alignés les trois points à la surface de la Terre et en assimilant les distances l et d à la surface sphérique avec la longueur des segments (approximation valable si l'on sait que la terre est peu courbée à cette échelle, c'est à dire si $R_T \gg l$), le théorème de Thalès donne :

$$\frac{d}{l} = \frac{h}{R_T}$$

Il faut noter qu'une mesure du rayon de la Terre n'est pas équivalente à une mesure de la circonférence, car à l'époque le facteur de conversion, π, est mal connu (Archimède a seulement prouvé que $3+10+71 < \pi < 3+1/7$). En fait, à l'époque, π est presque une constante physique qu'on cherche à déterminer précisément comme on chercherait aujourd'hui des décimales de h ou G.

L'idée lumineuse d'Ératosthène a été reprise plusieurs fois pour donner des estimations de plus en plus fiables des dimensions de la Terre, par Hipparque (190-125 av. J.-C.) notamment. D'autres civilisations, par des méthodes plutôt astronomiques, ont proposé une valeur pour R_T, notamment l'Inde et le monde arabe.

1.2 Calculer GM

En fait, la constante GM (appelée par exemple paramètre gravitationnel standard ou constante gravitationnelle géocentrique) est la plus facile à déterminer.

1.2.1 L'œuvre de Newton

Isaac Newton (1643-1727) est le scientifique le plus universellement connu. Brillant mathématicien, physicien et théologien à la personnalité tourmentée, il publie en 1687, alors qu'il l'a sans doute achevée depuis des années, son œuvre majeure : *Principia mathematica philosophiae naturalis*. Nous utilisons la traduction de la marquise du Chatelet ([4]). Il se décompose en trois livres. Le livre I s'ouvre par l'énoncé commenté des trois lois de Newton, appelées par lui axiomes ; il se poursuit avec l'application de ces axiomes à divers systèmes simples, notamment à forces centrales. Dans le deuxième, nous trouvons l'étude du mouvement des solides dans des milieux qui leur résistent, et des résultats de mécanique des fluides. Dans le troisième, qui nous intéresse plus particulièrement, il commence par édicter des règles qui doivent régir le travail de tout physicien. Ensuite, il expose des « phénomènes » : on y trouve des relevés de mesure astronomiques. Ces observations le conduire à énoncer des propositions-théorèmes. Ces propositions vont du plus particulier au plus général. Voici par exemple la première :

> les forces par lesquelles les satellites de Jupiter sont retirés perpétuellement du mouvement rectiligne & retenus dans leurs orbites, tendent au centre de Jupiter & sont en raison réciproque des quarrés de leurs distances à ce centre.

On voit que cette proposition est proche du fait expérimental brut et ne concerne que les satellites de Jupiter. La proposition est ensuite élargie aux autres planètes et à la Lune (proposition II et III). La proposition VI est beaucoup plus forte :

> tous les corps gravitent vers chaque planette, & sur la même planette quelconque leurs poids, à égale distance du centre, sont proportionnels à la quantité de matière que chacun d'eux contient.

C'est la proposition VII qui renferme la doctrine générale de Newton sur la gravitation. Cependant, il n'est pas question d'invoquer une constante de gravitation. Comme tous les physiciens de l'époque, comme Galilée soixante ans auparavant, il n'écrit que des relations adimensionnées, c'est-à-dire des égalités entre rapports de grandeurs homogènes, par exemple des phrases sur le modèle de « la distance varie en raison double du temps ». Ainsi, la proposition VII s'intitule :

> La gravité appartient à tous les corps, & elle est proportionnelle à la quantité de matière que chaque corps contient.

Il est à noter que c'est seulement dans un corollaire (le deuxième de cette proposition VII) qu'apparaît la dépendance en la distance :

> La gravité vers chaque particule égale d'un corps, est réciproquement comme le quarré des distances des lieux de ces particules.

Remarquons que les trois lois de Newton et la loi de gravitation, qui ont aujourd'hui le même statut et le même nom de loi, ne semblent pas être placées sur le même plan par leur génial auteur : les premières sont nommées axiomes, les autres propositions et corollaires. Newton pense les avoir rigoureusement démontrées sur la base des axiomes et des phénomènes. Contrairement à la physique actuelle, pour laquelle la notion de constante fondamentale est cruciale, Newton n'insiste pas sur la constante de proportionnalité : elle n'est même pas nommée, sa constance n'est d'ailleurs pas vigoureusement affirmée. Cependant, si elle n'est pas explicitement étudiée par Newton, cette constante joue un rôle décisif : elle unifie les deux précédentes constantes de gravitation connues, comme nous le verrons dans les deux paragraphes qui suivent.

1.2.2 La 3e loi de Kepler

Johannes Kepler (1571-1630) a marqué l'histoire des sciences en soutenant la théorie héliocentrique et en découvrant, au bout d'années de calculs sur les observations de son prédecesseur Tycho Brahé, des régularités qu'il a traduit en trois lois, en 1609 pour les deux premières, en 1618 pour la troisième. La troisième loi s'énonce comme suit

> Toutes les planètes du système solaire ont le même rapport a^3/T^2 où T est la période de révolution et a le demi-grand axe de leur orbite elliptique. On note K ce rapport commun.

Kepler observe que $\mathrm{K} = 3{,}34.10^{-24}\ \mathrm{km}^3\cdot\mathrm{s}^{-2}$. Bien entendu, du temps de Kepler, la constance de a^3/T^2 n'était pas expliquée, et n'avait pas de rapport avec GM, puisqu'il n'y avait pas de lois plus fondamentales sur la gravitation à l'époque et G n'existait pas encore. Mais Newton, dans les *Principia mathematica*, ne manquera pas de prouver que sa loi en carré inverse rend compte des lois de Kepler, et mieux, que c'est la seule loi envisageable qui soit compatible avec elles.

Newton ne donne pas de nom à sa constante de gravitation, nous l'avons dit. Cependant, il sait très bien que s'il notait G sa constante non précisée, et M la masse de la Terre, il trouverait que pour la i^{e} planète du système solaire, $\frac{a_i^3}{\mathrm{T}_i^2} = \frac{\mathrm{G}(\mathrm{M}_i+\mathrm{M}_s)}{4\pi^2} \approx \frac{\mathrm{GM}_s}{4\pi^2}$ si $\mathrm{M}_i \ll \mathrm{M}_\mathrm{S}$. Ainsi, rigoureusement, les rapports a_i^3/T_i^2 ne doivent pas être exactement égaux ; cependant les calculs de Kepler montrent justement que l'approximation $\mathrm{M}_i \ll \mathrm{M}_\mathrm{S}$ est très bonne.

En reliant les masses des planètes avec la loi de Kepler, Newton montre aussi qu'en déterminant la masse d'une seule planète et celle du soleil (ou le rapport d'une masse d'une planète avec la masse du soleil), nous pouvons les connaître toutes. En effet, si nous notons $\mathrm{K}_i = \frac{a_i^3}{\mathrm{T}_i^2}$, caractéristique d'une planète que l'on peut déterminer expérimentalement, nous avons

$$\frac{\mathrm{K}_i}{\mathrm{K}_j} = \frac{\mathrm{M}_i + \mathrm{M}_s}{\mathrm{M}_j + \mathrm{M}_s} = \frac{1 + \mathrm{M}_i/\mathrm{M}_s}{1 + \mathrm{M}_j/\mathrm{M}_s}.$$

En outre, connaissant $\mathrm{GM}_\mathrm{S} \approx 4\pi^2\mathrm{K}$, la connaissance de $\mathrm{M}_\mathrm{T}/\mathrm{M}_\mathrm{S}$ donne GM_T. Cependant, la voie qui semble ainsi s'ouvrir vers la détermination des masses dans le système solaire, question à l'époque très débattue et difficile, est rapidement considérée comme stérile, car il n'y a à première vue aucune masse accessible à notre sagacité expérimentale dans le système solaire. Si nous pouvons connaître les proportions, nous n'avons pas accès à l'échelle.

1.2.3 L'intensité de la pesanteur

Galilée (1564-1642) savait très bien, à force de nombreuses manipulations célèbres sur des plans inclinés, que lors d'une chute libre, tout objet, quel que soit sa masse, parcourait une distance proportionnelle au carré du temps de chute et possédait une vitesse proportionnelle au temps de chute. La constante de proportionnalité est ce que l'on appelle aujourd'hui l'intensité de pesanteur g. Cette constante était fondamentale dans la mesure où elle n'était expliquée par aucune théorie, comme la constante de Kepler. Mais elle change de statut quand la théorie de Newton en rend compte simplement.

En effet, les lois de Newton montrent qu'un objet de masse m proche de la surface de la Terre, soumis à son seul poids subit une accélération constante et indépendante de sa nature et de sa masse : le principe fondamental de la dynamique s'écrit $\overrightarrow{F} = m\overrightarrow{a}$et $F = G\frac{M_T m}{R_T^2}$ et donc $a = \frac{GM_T}{R_T^2}$. Remarquons ici que nous avons considéré que le coefficient de proportionnalité entre la force et l'accélération est exactement égal au coefficient de proportionnalité entre le champ de pesanteur et la force subie, et à la masse. Or, il s'agit *a priori* de trois concepts concepts différents : le premier caractérise la réaction de notre objet face à une force (on l'appelle masse inerte), le deuxième l'interaction de l'objet avec un champ de pesanteur, le troisième la quantité de matière. Newton. Newton postule ces trois quantités égales. Mais le sont-elles vraiment? Et pourquoi le seraient-elles? Ces questions difficiles ont passionné des générations de physiciens; elles sont passées sur le terrain de l'expérience, qui a confirmé avec une excellente précision cette égalité [1]. Cependant, nous ne les traiterons pas ici.

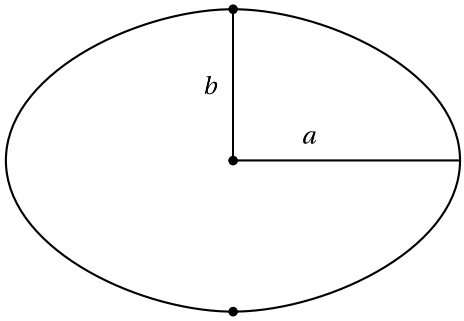
Puisque la constante de proportionnalité g trouvée par Galilée peut s'exprimer par la relation $g = \frac{GM_T}{R_T^2}$, et puisque R_T est connu (cf 1.1), nous avons accès facilement à GM. Pour plus de précision, plutôt que les objets tombant en chute libre (chute trop courte donc incertitude relative importante) ou glissant sur des plans inclinés (frottements trop forts),la méthode de prédilection était la mesure de la période T de pendules de longueur l. La relation $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ était bien connue à l'époque et donnait g avec une précision intéressante. En effet, on a alors une incertitude relative sur g donnée par

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta l}{l} + 2\frac{\Delta T}{T}.$$

Par exemple, pour un pendule « battant la seconde »(qui repasse par son point le plus bas toutes les secondes), il faut $l = 0,994$ m et on peut estimer Δl à $0,001$ m et $\Delta T = 0,01$ s, ce qui nous fait $\frac{\Delta g}{g} \approx 2.10^{-2}$.

Un autre point chaud de la science aux XVII^e^, XVIII^e^ et XIX^e^ siècles vient alors se greffer là : la « figure de la Terre ». La nature sphérique de la Terre ne faisait pas l'ombre d'un doute à l'époque héllenistique, ni pour Copernic - entre les deux, l'idée d'une Terre plate a malheureusement refait surface. En effet, pour Copernic, c'est une forme parfaite qui sied bien à la Terre. Cependant, à partir de Huygens et Newton, la forme sphérique était considérée comme une approximation, une idéalisation. En effet, pour Newton, puisque la Terre tourne autour de l'axe de ses pôles, elle doit être bombée à l'équateur. De plus, les observations par Jean-Dominique Cassini des autres planètes révélaient effectivement une forme aplatie. Huygens admettait cette même idée; supposant que la Terre avait la forme suivante, pas forcément elliptique, quelle est la valeur de l'ellipticité $\epsilon = \frac{a-b}{a}$? Newton parvint à calculer astucieusement $\epsilon = 1/230$.

1. En fait, on ne peut pas prouver une égalité mais seulement le caractère constant et universel du rapport $\frac{\text{masse inerte}}{\text{masse gravitationnelle}}$. Si l'on veut, on peut le prendre égal à 2, quitte à changer la valeur de G



Un fait expérimental vint à l'appui des idées de Newton ; en 1672, l'astronome français Richer découvre qu'un pendule battant la seconde à Paris (49° N) perdait 2,5 minutes par jour à Cayenne (5° N). Autrement dit, à Cayenne, le même pendule battait plus lentement. Lorsque Newton apprit cela en 1682, alors que ses *Principia* étaient en préparation, il fut conforté dans ses idées puisque sa formule $T = 2\pi\sqrt{\frac{l \times R^2}{GM}}$ combinée avec sa théorie sur la figure de la Terre, prédisait le bon comportement expérimental. Les expéditions françaises en Laponie (Maupertuis, Clairaut) et au Pérou (Bouguer, de la Condamine) permirent de vérifier cela, puis débouchèrent sur une définition d'une unité de longueur universelle, le mètre, défini comme une certaine fraction d'un méridien terrestre. La recherche de la figure de la Terre fut donc l'occasion d'exploits expérimentaux, mais aussi théoriques (Alexis Clairaut lui applique l'hydrostatique et le nouveau calcul différentiel), et donna lieu à une intense rivalité entre les Français et les Anglais, entre l'Académie des sciences et la Royal society.

1.3 De GM à G ou M

A l'époque de Newton, la détermination de G ne déchaînait pas les passions puisque cette constante n'avait même pas de nom. En revanche, la détermination de la masse de la Terre et de sa densité suscitait beaucoup d'intérêt. La question des poids et de la gravitation, malgré l'œuvre de Newton qui unifie le traitement de la Terre et du reste de l'univers, reste largement une question de géophysique. D'ailleurs, K.E. Bullen écrit dans [3] que si Newton avait vécu avec nos distinctions actuelles de domaines scientifiques, il se serait déclaré géophysicien.

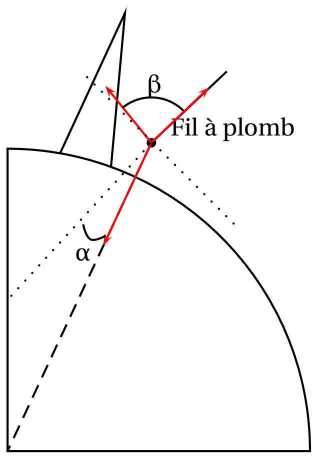
Pour illustrer cette idée surprenante, voici un raisonnement imaginé par Newton et rédigé dans les *Principia* pour estimer grossièrement la densité de la Terre :

- l'eau est à la surface de la Terre, donc la Terre est plus dense que l'eau ;
- à la surface, la plupart des roches sont en moyenne deux fois plus dense que l'eau ;
- dans les mines, il y a des roches trois, quatre, cinq fois plus dense que l'eau ;

– la Terre étant majoritairement en dessous de toutes ses roches, on peut penser qu'au total, la Terre est entre cinq et six fois plus dense que l'eau.

Newton a indiqué deux voies pour déterminer plus sérieusement la masse de la Terre :

directement en utilisant une montagne de masse connue M′, qui ferait dévier de la verticale un fil à plomb d'un angle déterminé par M′/M.



En effet, le fil à plomb atteint une position d'équilibre où l'attraction de la Terre, l'attraction de la montagne et la tension du fil se compense. En projetant sur l'axe en pointillés perpendiculaire au fil, nous obtenons une relation faisant intervenir M et M′ :

$$\mathrm{GM}/\mathrm{R}^2 \sin\alpha = \mathrm{GM}'/d^2 \sin\beta.$$

via GM en mesurant G en laboratoire : pour cela, il faut déterminer la force d'attraction entre deux masses connues.

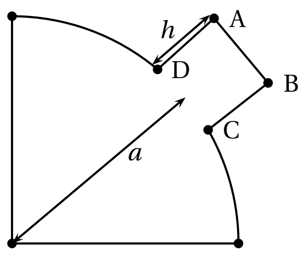
Malheureusement, une faute de calcul de Newton l'a conduit, ainsi que ses contemporains à enterrer trop vite ses espoirs de réussite : il a étrangement sous-estimé la force d'attraction entre deux boules de plomb.

2 Mesurer la densité de la Terre

2.1 Première tentative à Quito

Pierre Bouguer (1698-1758) conduisait une expédition scientifique au Pérou en 1735, avec Joseph de Jussieu, Louis Godin et Charles-Marie de la Condamine. Non content de mesurer un méridien terrestre et de faire des relevés botaniques, il eut l'idée de déterminer la masse de la Terre.

Imaginons la surface de la Terre parfaitement sphérique, sauf dans la région de Quito où elle est surmontée d'un haut plateau.

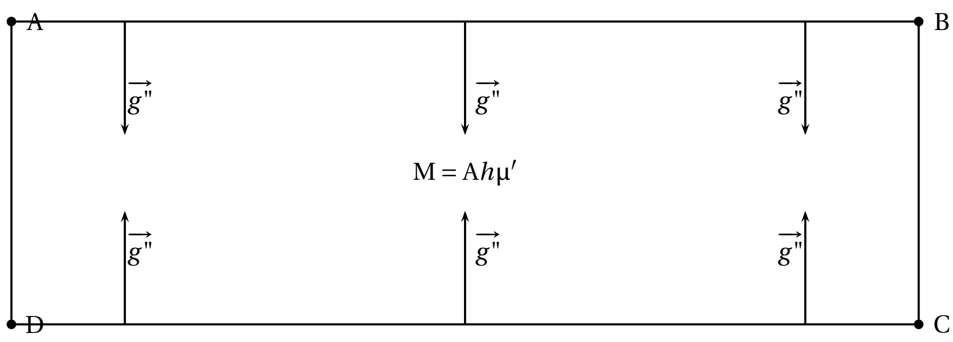


Soit g' l'intensité de pesanteur sur le plateau AB, g l'intensité de la pesanteur ailleurs à la surface de la Terre (au niveau de la mer), g'' l'intensité de pesanteur dûe au plateau ABCD, h son altitude.. On note μ la densité moyenne de la Terre.

L'intensité g' est la superposition de terme g' dû au monticule ABCD et du terme causé par le reste de la Terre, qui est $g\frac{a}{(a+h)^2}$ car il est proportionnel au carré de la distance au centre de la Terre :

$$g' = g\frac{a}{(a+h)^2} + g'' \approx g(1-2h/a) + g''. \tag{1}$$

Le théorème de Gauss, déjà connu de Bouguer alors que Gauss n'était pas né, donne g". En effet, appliquons-le au plateau, considéré isolément du reste comme un parallélépipède, d'aire supérieure A, provoquant un champ de pesanteur uniforme g à sa surface.



Dans l'hypothèse où $h = AD \ll AB$, le flux de $\overrightarrow{g}$ sur les faces verticales est négligeables et le champ est presque uniforme sur les faces horizontales. Le théorème de Gauss donne alors

$$4\pi GAh\mu' = 2g''A \text{ soit } g'' = 2\pi G\mu' h. \tag{2}$$

Or, on sait que $g = GM/a^2 = \frac{4}{3}\pi Ga\mu$, donc $2\pi G = \frac{3g}{2a\mu}$. Finalement, $g'' = \frac{3h\mu'}{2a\mu}$.
Finalement, on obtient

$$g'/g = 1 - 2h/a + \frac{3h\mu'}{2a\mu}$$

et surtout

$$\mu'/\mu = \frac{2a}{3h}(g'/g - 1 + 2h/a).$$

Or, g'/g est un paramètre aisément mesurable : il suffit de comparer la période de battement d'un pendule sur le plateau et en bas du plateau. h et a sont assez bien connus aussi. En fait, entre 1737 et 1740, Bouguer et ses collaborateurs ont mesuré la longueur du pendule battant la seconde à Quito, sur le plateau et en bas, et ont obtenu $\mu/\mu' = 4.5$, ce qui est beaucoup trop. C'est que la modélisation théorique est vraiment très grossière : il faut supposer que le plateau ne perturbe absolument pas la pesanteur au niveau de la mer, que le plateau a une aire très grande et une hauteur très petite, qu'il est parfaitement parallèle à la surface sphérique de la Terre et régulier... Cependant, c'est la première mesure expérimentale de la densité de la Terre, la première d'une très longue et belle histoire. Et malgré son imprécision, elle permet d'affirmer que la Terre est loin d'être creuse, vide ou remplie d'eau, comme le soutenaient encore certains savants.

2.2 Études de montagne

2.2.1 Mont Chimborazo

Au cours de son expédition au Pérou avec La Condamine, Pierre Bouguer a eu en 1738 une autre idée. Il s'agit en fait d'une idée de Newton déjà mentionnée, mais un peu améliorée. Il mesure la différence de latitude entre deux sites placées au Nord et au Sud de la montagne (dont le sommet culmine plus de 6 000m d'altitude) de deux façons :

– une méthode géodésique : il s'agit de la simple triangulation, qui n'est pas du tout faussée par la montagne ;
– une méthode astronomique : on mesure la distance zénithale de plusieurs étoiles à leurs culminations ; le résultat est faussé car le zénith est déterminé par un fil à plomb, qui est dévié de la verticale par la montagne. On obtient donc un résultat différent de celui issu de la méthode précédente. Au nord, la distance zénithale est surestimée de δ, au sud elle est sous-estimée (ou vice-versa) de δ.

L'avantage de mesurer au Nord et au Sud la distance zénithale faussée est que l'on ne connaît pas la distance zénithale réelle ; l'écart entre les deux mesures est alors 2δ et la distance zénithale correcte est la moyenne des deux trouvées. Par un raisonnement théorique, Bouguer obtient que $\delta = \mu'/\mu \times$ 1'43". Cependant, les diverses mesures de δ qu'il fait ne concordent pas du tout. Dans des conditions épouvantables, tempête de sable, froid, fatigue, il croit cependant avoir trouvé $\delta =$ 8", d'où $\rho'/\rho = 12$, ce qui est beaucoup trop - et il le sait.

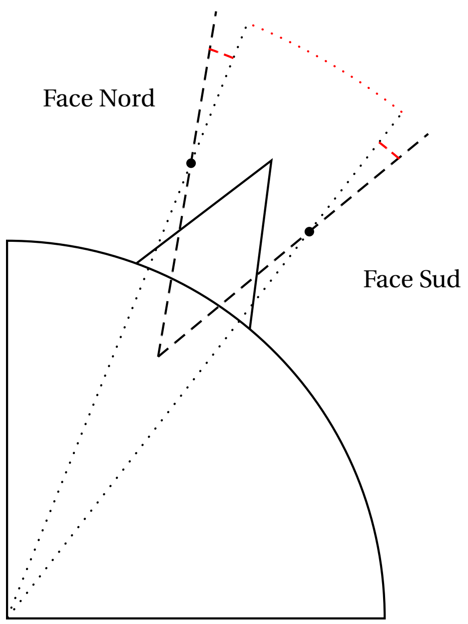
2.2.2 Le mont Schehallien

Nevil Maskelyne (1732-1811), en 1772, plaide auprès de la Royal Society pour l'organisation d'une expédition vers une montagne moins hostile, pour déterminer la densité de la Terre :

> Mr BOUGUER exprime son souhait qu'une expérience semblable soit faite afin de déterminer l'attraction d'une montagne en France ou en Angleterre.

Il obtiendra gain de cause. L'expérience qu'il réalise est similaire à celle de Bouguer. Elle a lieu au mont Schehallien, montagne avantageuse car présentant un versant Nord et un versant Sud tous deux très raides. Il place sur ces deux versants, à même altitude, deux stations d'observations astronomiques. Voici ce qu'il en dit dans un compte-rendu en 1775 :

> Sur la face Sud de la colline, le fil à plomb étant attiré vers le Nord à son extrémité la plus basse, occasionnera un déplacement du Zénith apparent (*NDLR : la direction du fil à plomb et donc du Zénith apparent est représenté en tirets ; la direction réelle du Zénith est en pointillés*), qui est dans la direction du film plomb prolongé vers l'arrière, vers le Sud, et en conséquence vers l'équateur. Ainsi la latitude de l'endroit apparaîtra trop petite de la quantité de l'attraction, la distance de l'équateur au Zénith étant égale à la latitude de l'endroit. Le contraire se produit sur la face Nord. [...] La différence des latitudes apparaîtra trop grande de la somme des deux attractions contraires.*NDLR : la différence réelle de latitude est représentée en pointillés, la supplément dans la différence apparente en pointllés*).



Le programme expérimental de Nevil Maskelyne se décompose en trois points :

1. mesurer par des observations de distances zénithales la différence apparente de latitude entre les deux stations ;
2. mesurer la différence réelle de latitude en mesurant la distance entre les deux parallèles où sont les stations ;
3. déterminer la forme, la composition et les dimensions de la colline, pour pouvoir calculer l'intensité et la direction de l'attraction.

La première mesure est 54,6", la deuxième est 42,94". La différence, 11,6", est liée au rapport μ'/μ par une formule à déterminer, qui dépend des caractéristiques de la colline. Il faut des mois d'études géologiques et de calculs avant de pouvoir proposer une valeur pour la densité de la Terre de 4,5. Les études continuent sur cette montagne, et en 1821, on parle de 4,95.

2.3 L'expérience de Cavendish

Henry Cavendish (1731-1810) était une étrange personnalité, issue d'une maison noble qui a donné de nombreuses personnalités intellectuelles à l'Angleterre - et peut-être même le cycliste le plus rapide du monde, Mark Cavendish. Tout cela est fort bien décrit dans [2] ; nous pouvons par exemple y lire, à la page 441 :

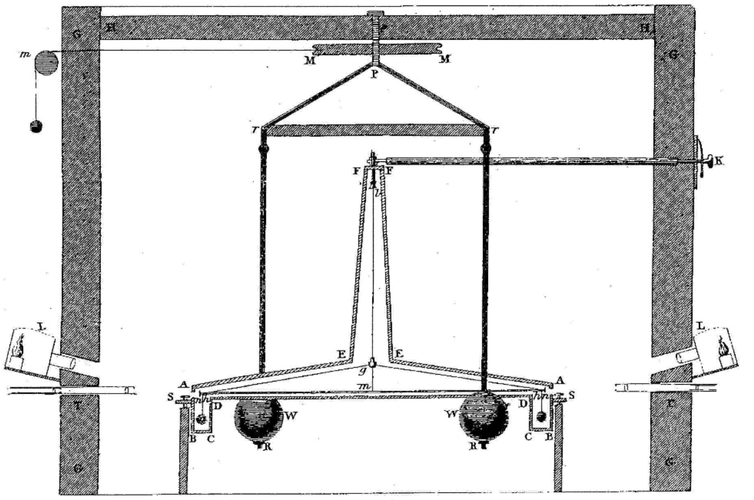
> Le meilleur mot pour décrire les biographes de Cavendish serait « étonnement ». Les manuscrits scientifiques de Cavendish les confrontent à des études sur à peu près n'importe quel sujet en sciences physiques, menées indépendamment les unes des autres, sans rythme ni raison

> si ce n'est le but implicite d'une comprehénsion totale. Mais ce n'est qu'une première impression, car si les biographes persévèrent, ils voient que les manuscrits de Cavendish se rangent dans de grands groupes correspondant aux buts de la science du temps de Cavendish.

En effet, outre la pesée de la Terre, Cavendish est célèbre notamment pour la décomposition de l'eau, sur laquelle il était en concurrence avec Lavoisier. Déjà impliqué dans l'étude du mont Schehallien, il est passionné par la question de la masse de la Terre. En 1783, John Michell, autre physicien de la Royal society, possède une balance de son invention[2] qui pourrait lui permettre de peser... le monde. Henry Cavendish l'incite vivement à en en faire usage. Mais Michell, trop occupé à ses observations astronomiques, ne se lance pas vraiment dans la pesée de la Terre. A sa mort, en 1793, il transmet sa balance de torsion à William Hyde Wollaston, qui à son tour, absorbé dans ses études cristallographiques, la cède à Henry Cavendish. Celuici la perfectionne encore. En 1798, il réalise enfin la manipulation de ses rêves, qui deviendra aussi la manipulation la plus brillante de l'histoire de la gravitation.

2.3.1 Principe de l'expérience

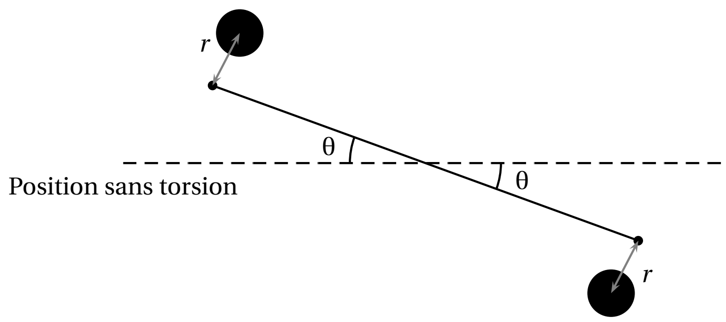
L'idée clé de l'expérience est de mesurer la force d'attraction entre deux masses de plomb, en séparant cette force de leurs poids ; en effet, noyée dans l'attraction terrestre, la force d'attraction entre les masses passerait inaperçue sinon. C'est ce que permet la balance de torsion. Rappelons que la force de gravitation entre deux masses d'1 kg dont les centres sont éloignés de 10 cm vaut $6,7.10^{-9}$ newton, soit à peu près le poids d'un cheveu (!), et beaucoup moins que leurs poids (1 newton chacun).



Deux grosses masses de plomb sont fixes. Un fil de torsion vertical tient à son extrémité un fléau horizontal, qui porte à ses deux extrémités une bille de plomb. Les masses fixes sont dans le même plan que le fléau et positionné de sorte que les

2. La paternité de cette balance a été revendiquée par Charles de Coulomb

deux forces d'attractions créent un moment dans le même masse. A l'équilibre, ce moment est compensé par un couple de torsion.



A l'équilibre, nous avons $C\theta = 2GMm/r^2$ où est C une constante qui caractérise la résistance du fil à la torsion (le moment exercé pour une torsion d'un angle θ est $C\theta$). Pour déterminer C, il faut utiliser les oscillations libres du fil de torsion. En effet, en négligeant les frottements, lorsqu'on écarte d'un angle θ_0 le fil de sa position normale, nous obtenons, grâce au théorème du moment cinétique, des oscillations régies par l'équation différentielle :

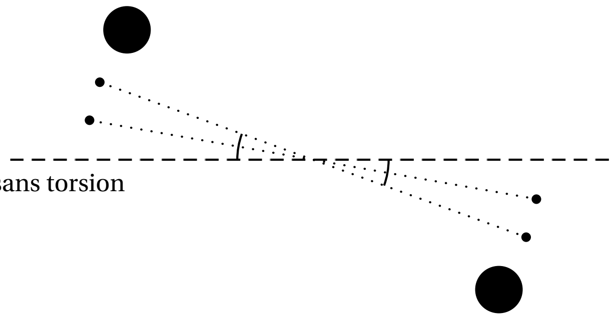
$$J\ddot{\theta} + C\theta = 0$$

dont la solution est $\theta = \theta_0 \cos \omega t$ avec $\omega^2 = C/J$ et J est le moment d'inertie du fil de torsion. Pour un fil de longueur l et masse m', $J = 1/2m'l^2$. En utilisant un fil dont les oscillations libres durent 7 min, Cavendish a un C très élevé et connu.

Aujourd'hui, nous aurions alors envie de produire le raisonnement suivant : connaissant C, M, m, r et θ (il suffit de mesurer les deux derniers paramètres lorsque l'équilibre est atteint), nous obtenons G. Mais ce n'est pas comme ça que Cavendish raisonne ; il n'est d'ailleurs toujours pas question de G à son époque. En fait l'idée directrice est de déterminer la force F d'attraction entre une petite masse et sa grosse voisine à l'équilibre, et de la comparer au poids P d'une petite boule : $\frac{F}{P} = \frac{M}{M_T}\frac{R_T^2}{r^2}$.

2.3.2 Déroulement d'une mesure

Lorsqu'on place les grosses masses quelque part, le fléau commence à osciller entre les positions en pointillés ci-dessous.



Cette oscillation est très lente : elle a une période de plusieurs minutes ! Et elle peut durer des heures, la perte d'énergie étant minime. Mais Cavendish ne peut pas attendre une heure, car en une heure, son dispositif peut se dérégler. Il faut donc essayer d'estimer la position centrale, celle qu'atteindrait le fléau au bout d'un temps assez long, par des relevés rapides :

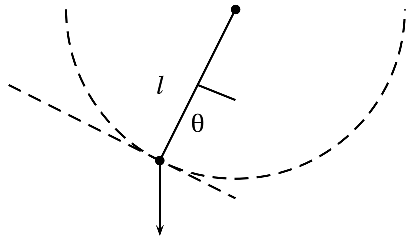
> On pourrait croire qu'il serait plus exact d'observer un plus grand nombre de points extrêmes de vibration, de déterminer ainsi le point de repos d'après divers relevés de points extrêmes, et de prendre le résultat moyen, mais il faut remarquer que, quelque soit le soin qu'on apporte à écarter toute force perturbatrice, le fléau reste rarement dans un repos absolu pendant une heure, et qu'il est mieux, pour cette raison, de déterminer le point de repos, autant qu'on le peut, aussitôt après qu'on a fait mouvoir les poids.

Cavendish a besoin de déterminer la durée d'une oscillation (il parle plutôt de « vibration »). Pour cela, il note les instants de passage à l'extrême (ce sont ceux qu'on peut noter les plus sûrement, car la vitesse est alors minimale), et en déduit par interpolation les instants de passages au point milieu. La durée d'une vibration est alors l'intervalle séparant deux passages au point-milieu (cette définition est plus sûre que l'intervalle entre deux extrêmes, car les extrêmes sont de moins en moins extrêmes au fil du temps). Il trouve que ses oscillations durent 7 minutes !

2.3.3 Comment en déduire la densité de la Terre

En trois pages (p. 303 à p. 305 de la version française du compte-rendu disponible dans [5]), Cavendish expose ses calculs. On remarque qu'il évite les expressions littérales et les équations, alors que nous en raffolons. Il écrit dans ses calculs les valeurs numériques issues de ses mesures. Nous nous appuyons ici largement sur [1].

La première étape du raisonnement est d'assimiler le fléau (ou plutôt un demi-fléau) à un pendule ; en effet, il est constitué d'une barre considérée comme sans masse reliant une masse mobile à un centre fixe. Or, le pendule est un objet très classique de la mécanique que Cavendish maîtrise totalement. Pour un pendule vertical, la force de rappel F (la force projetée sur l'axe perpendiculaire au pendule) vérifie la relation suivante



$$\mathrm{F} = \mathrm{P}\sin\Theta \approx \mathrm{P}\theta \approx \mathrm{P}\frac{\mathrm{arc}}{l}$$

Et donc $\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{P}} = \frac{\mathrm{arc}}{l}$.

Par ailleurs, Cavendish exploite un résultat de Newton : si deux pendules ont la même longueur, des forces de rappel F, F', des périodes T, T', alors $\mathrm{F}/\mathrm{F}' = \mathrm{T}'^2/\mathrm{T}$. En combinant les deux, en notant F' la force de rappel de notre pendule de torsion, il vient

$$\mathrm{F}'/\mathrm{P} = \frac{\mathrm{arc}}{l}\frac{\mathrm{T}^2}{\mathrm{T}'^2}.$$

L'entêtement de Cavendish comme, de tous les scientifiques qui l'ont précédé, à n'écrire que des rapports de grandeurs homogènes, le conduit à introduire une sphère d'eau de référence, une sphère de diamètre 1 pied, et donc de rayon 6 pouces, de volume 1 pied sphérique. Alors, nous dit le savant, un gros poids de plomb pèse 10,64 fois plus. De plus, à l'équilibre, 8,85 pouces séparent le centre de la grosse boule du centre de la petite boule. Donc l'attraction la grosse boule de plomb sur la petite, comparée à l'attraction de la boule d'eau sur une particule à sa surface, est $10,64 \times (\frac{6}{8,85})^2$.

Comparons l'attraction de la sphère d'eau au poids ; la Terre a $\mathrm{R}_\mathrm{T}^3/\mathrm{R}_{eau}^3 d_{\mathrm{T}erre}$ plus de masse, où $d_{\mathrm{T}erre}$, la densité de la Terre est le but ultime. Mais le centre de la Terre est plus loin, ainsi le rapport des attractions est $\mathrm{R}_\mathrm{T}^3/\mathrm{R}_{eau}^3 d_{\mathrm{T}erre} \times \left(\frac{\mathrm{R}_{eau}}{\mathrm{R}_\mathrm{T}}\right)^2$. Ainsi, nous avons

$$\mathrm{F}'/\mathrm{P} = 10,64 \times \left(\frac{6}{8,85}\right)^2 \times \frac{\mathrm{R}_{eau}}{d_{\mathrm{T}erre}\mathrm{R}_\mathrm{T}}.$$

Finalement :

$$\frac{2,445}{d_\mathrm{T}\mathrm{R}_\mathrm{T}} = \frac{\mathrm{T}^2}{\mathrm{T}'_2} \times \frac{\mathrm{arc}}{l}.$$

avec

– T=0,968 sec, c'est la période d'un pendule vertical de même longueur l que le demi-fléeau
– T'=423 sec (7'3"), c'est la période d'une oscillation du fléau
– arc/l=3,766, arc étant l'angle θ à l'équilibre.

En rajoutant une correction liée à un mauvais alignement, Cavendish trouve $d = 5,48$ ce qui est proche de $d = 5,52$ valeur actuellement admise.

2.3.4 La chasse aux erreurs

La faiblesse de la force d'attraction oblige l'expérimentateur à une très grande méticulosité. Henry Cavendish ne rechigne devant rien qui puisse améliorer la précision de sa manipulation. Il craignait par exemple que sa propre masse interfère, ou que des irrégularités de température causent des courants d'air qui fausseraient ses mesures ; sa réponse est draconienne :

> convaincu de la nécessité d'éviter cette source d'erreur, je pris le parti de placer l'appareil dans une chambre constamment fermée, d'observer de dehors le mouvement du fléau, au moyen d'un télescope, et de suspendre les poids de plomb de manière que je pusse les mouvoir sans entrer dans la chambre.

De plus, il enferme le fléau, les billes et le fil dans une caisse d'acajou pour les isoler plus particulièrement (le bois est un isolant thermique). Il se donne ensuite la peine de calculer les perturbations causées par cette caisse d'acajou. Il se méfie aussi des interactions électromagnétiques, d'où l'usage du plomb, métal non magnétique, et du bois. En fait, il dresse une liste de facteurs dérangeants qui méritent d'être calculés pour corriger le résultat :

1. la résistance du fléau ;
2. l'attraction des poids sur le fléau ;
3. l'attraction de chaque poids sur la bille éloignée de lui ;
4. l'attraction des montants en cuivre.

Le tout est décrit avec force détails dans le compte-rendu. 168 ans après sa fondation, Henry Cavendish devient ainsi l'archétype du physicien de la Royal Society : l'expérience est soignée, publique, reproductible et elle possède le premier rôle.

3 Le statut des constantes de gravitation

3.1 Qu'est-ce qu'une constante fondamentale ?

Une constante est d'abord la traduction dans le langage scientifique d'une répétition remarquable de la nature, d'une coïncidence entre un certain nombre de mesures - un nombre jugé suffisant pour que la coïncidence future puisse être postulée. A ce titre, nous pouvons citer cette phrase de Nevil Maskelyne :

> il apparaît à partir de cette expérience que la montagne Schehallien exerce une attraction sensible ; ainsi, des règles de la philosophie, nous devons conclure que chaque montagne, et de fait chaque particule de la Terre, possède la même propriété en proportion de sa quantité de matière.

A l'en croire, une seule expérience suffit à conclure légitimement. C'est présumer de la régularité de la nature. Cependant, il est vrai que cette régularité est frappante ; dans l'histoire, elle a toutefois tardé à être traduite en lois quantitatives. Or, les constantes sont exactement les termes qui interviennent dans les lois pour relier entre elles plusieurs grandeurs.

Une constante fondamentale est une constante qui ne peut pas être calculée à l'aide d'une théorie physique ; elle ne peut être que mesurée. Ce sont les paramètres données par la nature au physicien qui construit ses théories dessus. Avec Jean-Marc Levy-Leblond [3], nous pouvons les classer en plusieurs catégories :

- A Les propriétés d'objets physiques particuliers considérés comme des constituants fondamentaux de la matière ; par exemple les masses des particules élémentaires, leurs moments magnétiques, etc.
- B Les caractéristiques de classes de phénomènes physiques. Aujourd'hui il s'agit principalement des constantes de couplage des diverses interactions fondamentales.
- C Les constantes universelles, c'est-à-dire des constantes intervenant dans les lois physiques universelles, caractérisant les cadres théoriques les plus généraux ; la constante de Planck en est un exemple typique.

Cette classification date de 1979. Elle n'aurait aucun sens avant le XVII^e siècle (voire le XX^e siècle) : il n'y avait pas de constituants fondamentaux de la matière, ni d'interactions fondamentales, ni de lois universelles.

Les constantes fondamentales de type C se reconnaissent aussi à ce qu'elles établissent des liens entre des concepts physiques jugés indépendants avant leur découverte : ainsi, c relie masse et énergie, G relie masse et force, h relie énergie et fréquence (et donc le modèle corpusculaire et le modèle ondulatoire), k la constante de Boltzmann [4] rapproche l'entropie et le désordre, ou encore l'énergie et la température.

Remarquons que déterminer une constante fondamentale, c'est l'exprimer dans un système d'unités. Or, nous pouvons choisir arbitrairement nos unités. Les valeurs des constantes sont donc en fait arbitraires ; on peut d'ailleurs fixer par exemple c, G et h égaux à 1 en choisissant les bonnes unités. Ce qui ne l'est pas, c'est un rapport adimensionné de constantes fondamentales. Par exemple, la valeur du rapport du poids du neutron au poids du proton est un paramètre adimensionné indépendant des conventions. L'idéal, selon Einstein, serait d'avoir une théorie capable de rendre compte des valeurs de tous les paramètres adimensionnés :

---

3. dans *Problems in the foundation of physics*

4. Est-ce une constante fondamentale ? La question a fait débat mais la réponse actuelle consiste à exclure la physique statistique de la physique fondamentale, et donc la constante de Boltzmann du cercle fermé des constantes fondamentales.

> Au sujet de ces dernières (les constantes sans dimension), j'aimerais énoncer un principe qui, provisoirement, ne peut être fondé sur rien d'autre que sur ma confiance en la simplicité, ou plutôt l'intelligibilité, de la nature : il n'existe pas de constantes arbitraires de ce type.

3.2 L'évolution de la place des constantes de gravitation dans le concert des constantes

On a vu en première partie la mesure d'une constante particulière : le rayon de la Terre. On a vu ensuite GM, K, g, M. Mais aujourd'hui, il ne viendrait à personne l'idée d'appeler ces grandeurs constantes fondamentales ; d'abord elles ne sont pas constantes : la Terre peut gagner ou perdre un peu de matière, les orbites des planètes ne sont pas vraiment elliptiques et ne suivent pas rigoureusement la loi de Kepler, g dépend de l'altitude... Ensuite, elles n'ont rien de fondamental, même si personne en pratique, ne voudrait déduire la masse actuelle de la Terre des lois fondamentales de la physique. Force est de constater que ce sont bien ces constantes « géologiques »qui ont passionné en premier les spécialistes de la gravitation.

A sa naissance vers 1600, la constante de Kepler, quoique n'ayant pas de nom ni de symbole, était considérée comme une constante fondamentale et la loi correspondante comme rigoureusement exacte. Elle semblait être une des propriétés premières du système solaire. C'était donc une constante de type C. De même, g était considérée comme une constante fondamentale et la loi de la chute des corps de Galilée comme parfaite. C'était une constante de type B car caractéristique de tous les phénomènes de chute libre. Mais l'apparition des lois de Newton leur a fait perdre leur statut. La constante de gravitation, quoique elle aussi non nommée, s'octroie le rang de constante de type C car elle intervient dans une loi universelle, que doit respecter tout corps.

Nous l'avons vu, l'expérience de Cavendish s'interprète plus facilement comme une mesure de G que comme une mesure de la densité de la Terre. Pourtant, Cavendish ne semble pas le voir. Peut-être les savants de l'époque n'ont-ils pas conscience du caractère universel de G. D'ailleurs, Coulomb, qui a lui aussi eu recours à une balance de torsion pour prouver la loi de l'électrostatique, n'a jamais eu l'idée de déterminer sa constante de proportionnalité. Peut-être aussi la Terre était-elle considérée comme universelle (en effet, tous les hommes y vivent...) ; c'est pourquoi les Français furent si fiers d'offrir au monde une unité jugée universelle, le mètre, défini comme la dix-millionième partie d'un quart de méridien terrestre. Aujourd'hui, le mètre est défini comme la 299792458^{e} partie du trajet parcouru par la lumière en une seconde (par ce subterfuge, la lumière possède par convention une valeur exacte dans le système international). Nous avons là encore un exemple de déclassement de la Terre, qui perd son rôle de référence, au profit d'une constante universelle. Ceci participe d'un mouvement lancé par Maxwell en 1870 pour parachever la « désanthropomorphisation »des unités : comme le pied, le pouce, etc., le mètre était alors encore une unité anthropomorphique : comment la transmettre à un extraterrestre, qui n'a aucune idée des dimensions de notre planète ?

Concernant G, elle ne s'est réellement imposée comme « la »constante de gravitation que tardivement. En fait, elle ne reçoit un symbole (en l'occurrence f) qu'en 1873, grâce à Alfred Cornu et Jean-Baptistin Baille. Charles Boys, en 1894, gratifie la Royal Society d'un discours remarquable, après des années passées à améliorer l'expérience de Cavendish :

> Étant donné le caractère universel de la constante G, j'aurais l'impression de descendre du sublime au ridicule si je décrivais l'objet de cette expérience comme la recherche de la masse de la Terre, ou de sa densité moyenne.

Ainsi, notre constante reçoit son symbole définitif et s'installe comme objet d'étude principal du physicien, la masse de la Terre étant renvoyée au géologue.

3.3 La constante de gravitation aujourd'hui

La théorie de Newton a été remplacée en 1916 par la relativité générale, qui la contient comme cas limite. L'idée principale de la relativité est de regrouper l'espace et le temps dans une variété riemannienne à quatre dimensions, dans lequel la matière-énergie dit à l'espace-temps comment se courber, et l'espace-temps dit à la matière-énergie comment se déplacer (expression empruntée à John Wheeler). La constante de gravitation intervient dans le lien entre masse et courbure, inscrit dans l'équation d'Einstein (nous ne détaillons pas les termes ici) :

$$\mathrm{R}_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \mathrm{R} + \Lambda\, g_{\mu\nu} = \frac{8\pi \mathrm{G}}{c^4} \mathrm{T}_{\mu\nu}.$$

Dans la relativité générale, G est donc toujours une constante de type C, elle est une caractéristique géométrique de l'espace-temps de la nature. Nous pouvons constater ici la présence de la fameuse constante cosmologique Λ, inventée par Einstein pour exclure la possibilité d'une expansion de l'univers, invention qu'il jugera plus tard comme la pire bêtise de sa vie, mais qui revient en grâce chez les cosmologues actuels...

Cependant, la constante de gravitation n'est aujourd'hui pas bien intégrée dans le concert des constantes. Sa valeur faible (entre un proton et un électron, il y a une force de gravité et une force électrostatique 10^{39} fois plus forte, ce rapport étant un nombre pur, indépendant de la distance) fait de la force de gravitation un nain face aux trois autres interactions fondamentales. Elle a même été soupçonnée de n'être en fait pas constante. Paul Dirac, dont le goût pour la beauté physico-mathématique était presque mystique, écrit ainsi, au sujet de ce 10^{39} :

> Comment pouvez-vous espérer obtenir une explication pour un nombre aussi grand ? Eh bien, vous pouvez le relier à un autre grand nombre - l'âge de l'univers. Vous pouvez utiliser des unités atomiques au lieu d'années ; les année sont arbitraires et dépendent des propriétés du système solaire. Prenez l'unité atomique de temps, exprimez l'âge de l'univers dans cette unité, et vous obtiendrez encore environ dix à la puissance 39.

L'unité atomique de temps est une unité « naturelle » : c'est le temps que la lumière met pour parcourir le rayon classique de l'électron, soit $\frac{e^2/4\pi\epsilon_0 mc^2}{c}$, ce qui vaut à peu près 10^{-23} secondes. Est-ce une coïncidence ? Peut-être pas. Il y a peu de grands nombres adimensionnés intéressants fournis par la nature. Si G décroît avec le temps, alors la coïncidence s'explique.

Traiter une telle hypothèse (formulée en 1937) est difficile. En effet, comment raisonner sur le passé si l'on passe que les lois physiques ne sont plus les mêmes ? Cependant, Edward Teller s'y est risqué en 1948. Par une suite de calculs expéditifs d'ordre de grandeur, il montre que cette hypothèse est à exclure.

Aujourd'hui, la constante G est l'une des moins précisément connues, avec une incertitude relative de 10^{-3}. Peu de progrès ont été faits depuis Cavendish et surtout Boys.

Conclusion

La gravitation fait aujourd'hui partie des quatre interactions fondamentales du modèle standard ; c'est la plus faible, quoique la plus évidente car c'est elle qui régit le monde à grande distance. C'est aussi la première interaction à être comprise de manière satisfaisante, dès 1687. C'est en cette année que naît implicitement la constante de gravitation, mais elle n'est baptisée et ouvertement intronisée comme constante universelle, dépassant infiniment en généralité les grandeurs géophysiques, qu'en 1894. Elle a brillamment survécu aux révolutions de la physique du début du XXe siècle. Cependant, elle est aujourd'hui sur la sellette. En effet, contrairement à c et h, elle n'apparaît pas comme une valeur limite : c est évidemment la vitesse maximale dans l'univers, et la limite à l'approche de laquelle les effets relativistes se font sentir ; h est la valeur limite de l'action à partir de laquelle l'aspect ondulatoire prend le dessus sur l'aspect corpusculaire.

L'avenir est aux théories qui unifieront gravitation et mécanique quantique. Nous verrons alors quel statut sera attribué à la constante de gravitation.

Références

[1] B.E. Clotfelter. The cavendish experiment as cavendish knew it. *American Journal of Physics, Vol 55, n°3,* Mars 1987.

[2] Christa Jungnickel. *Cavendish, an experimental life.* Bucknell, 1999.

[3] Bullen K.E. *The Earth's Density.* Chapman and Hall, 1974.

[4] Isaac Newton. *Principes mathématiques de la philosophie naturelle.* traduction d'Emilie du Chastellet.

[5] Jean-Philippe Uzan and Roland Lehoucq. *Les constantes fondamentales.* Belin, 2006.

Appendice : valeur des constantes

la constante de gravitation $G = 6,67.10^{-11}\ m \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$

masse de la Terre $M_T = 5,97.10^{24}$ kg

rayon de la Terre R = 6378 km à l'équateur, R = 6356 km aux pôles

densité de la Terre $d = 5,52$

constante de Kepler $K = \frac{GM_S}{4\pi^2}$

intensité de pesanteur $g = \frac{GM}{R_T^2} = 9,81\ m \cdot s^{-2}$