



FACHBEREICH PHYSIK  
BERGISCHE UNIVERSITÄT  
GESAMTHOCHSCHULE WUPPERTAL

# Systematische Untersuchungen zur Messung der Newtonschen Gravitationskonstanten mit einem Pendelresonator

Achim Schumacher

Dissertation

zur Erlangung des Doktorgrades  
des Fachbereiches Physik  
der Universität Wuppertal

August 1999  
WUB-DIS 99-13



# Abstract

The gravitational constant  $G$  is one of the least well known constants of nature. The presently accepted value has a claimed accuracy of 128 ppm. New experimental results of the last decade, all claiming accuracies of about 100 ppm, show discrepancies of up to 7400 ppm. This indicates the presence of unknown systematic errors. Therefore at the moment the gravitational constant is known only within an accuracy of far more than 128 ppm.

The experiment described in this thesis is involved in obtaining a precisely measured value of  $G$  since 1987. It is based on a principle different to that of all other experiments. Two mirrors forming a Fabry-Pérot microwave resonator are suspended as pendula. The Newtonian attraction of either one or two moveable masses changes the spacing between them. The induced change of resonance frequency can be measured with high resolution and is used to calculate the gravitational constant. The center of mass distances between the resonator and the attracting masses is in the range of 0.7 m to 2.2 m. The gravitational constant can be determined at different positions, making it possible to test the exactness of the inverse square law over this range and to test the apparatus for systematic errors.

In 1995 a result has been published with a claimed systematic uncertainty of 120 ppm. New data taken thereafter were inconsistent with the value published, showing that more effort was required to achieve an uncertainty of about 100 ppm. The present work started at this point with an in-deep analysis of possible systematic errors. A new developed method was used to reanalyze the data taken so far. Accompanied by special systematic tests formerly underestimated error sources could be identified. The main error turned out to be due to a misdetermination of the distance between the masses. Taking this into account highly affects the overall accuracy of the experiment. For data taken with only one attracting mass the uncertainty has to be increased from 1000 ppm to about 4500 ppm, for data taken with both attracting masses it has to be increased from 120 ppm to at least 850 ppm.

In order to minimize these errors new instruments have been designed and integrated in the experimental setup. The computer system responsible for the data acquisition had come to its limits and had to be replaced. Now a VME-bus based system makes it possible to obtain large statistical samples that can be analyzed automatically. Measurements taken after the upgrade show that the systematic error of these measurements is worse than before. It turns out that a minor change in the way the microwaves are coupled into the resonator is responsible for this. This one error source now leads to an uncertainty of about 7000 ppm in the determination of  $G$ . We should be able to reduce this to better than 10 ppm for upcoming measurements.

The next leading error sources are the geometry of the attracting masses and a possible inhomogeneity of their density. Both lead to a misdetermination of the center of mass distance between the masses and give an uncertainty of 140 ppm resp. 300 ppm. These errors can be reduced by special measurements to values below 10 ppm. Overall a systematic error of about 110 ppm in the determination of  $G$  seems to be achievable in the near future. This would be an important contribution to the international endeavor in achieving a more precisely known value of  $G$ , made possible on the basis of the work presented.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Geschichte des Experimentes . . . . .	3
1.2	Ziele dieser Arbeit . . . . .	8
<b>2</b>	<b>Prinzipieller Aufbau des Experimentes</b>	<b>9</b>
2.1	Bestimmung von $G$ mit zwei Fadenpendeln . . . . .	9
2.1.1	Benutzung zweier Feldmassen . . . . .	10
2.1.2	Unterdrückung der seismischen Anregung der Pendelschwingung . . . . .	12
2.1.3	Zylindersymmetrie des Aufbaus . . . . .	14
2.2	Berechnung der Pendelabstandsänderung . . . . .	14
2.3	Messung der Pendelabstandsänderung . . . . .	16
2.3.1	Theoretische Grundlagen des Fabry-Pérot-Resonators . . . . .	16
2.3.2	Berechnung des Umrechnungsfaktors . . . . .	17
<b>3</b>	<b>Experimenteller Aufbau</b>	<b>19</b>
3.1	Das Resonatorsystem . . . . .	21
3.1.1	Der Fabry-Pérot-Resonator . . . . .	23
3.1.2	Die Einkopplung der Mikrowellen . . . . .	25
3.1.3	Die Aufhängung der Pendelseile . . . . .	27
3.1.4	Die Wirbelstrombremse . . . . .	31
3.2	Die Feldmassen und ihr Bewegungsmechanismus . . . . .	32
3.3	Die Positionsmeßgeräte . . . . .	36
3.3.1	Die Relativmeßgeräte . . . . .	36
3.3.2	Die optische Bank . . . . .	42
3.4	Das Haltegerüst und der Kryostat . . . . .	49
3.4.1	Neigungseffekte . . . . .	51
3.5	Der Kryostateinsatz . . . . .	53
3.6	Das Rechnersystem . . . . .	54
3.7	Hilfsmittel zur Positionierung des Resonators . . . . .	56
<b>4</b>	<b>Die Datennahme- und auswertung</b>	<b>59</b>
4.1	Die Datennahme . . . . .	61
4.1.1	Die Bestimmung der Resonanzfrequenz . . . . .	61
4.1.2	Weitere Aspekte der Datennahme . . . . .	66
4.1.3	Vergleich mit der alten Datennahme . . . . .	67
4.2	Die Analyse der Daten . . . . .	68

4.3	Berechnung der Pendelabstandsänderung . . . . .	76
4.3.1	Die Massenintegration . . . . .	76
4.3.2	Zulässige Toleranzen des experimentellen Aufbaus . . . . .	77
<b>5</b>	<b>Systematische Untersuchungen</b>	<b>79</b>
5.1	Der Bewegungsmechanismus der Feldmassen . . . . .	79
5.1.1	Die Präzision der Linearbewegung . . . . .	79
5.1.2	Reproduzierbarkeit der Feldmassenposition . . . . .	81
5.1.3	Temperatureffekte der Feldmassenpositionierung . . . . .	82
5.2	Positionierung der <i>Choke Junctions</i> . . . . .	85
5.3	Das Temperaturverhalten . . . . .	89
5.4	Seismische Untersuchungen . . . . .	92
5.5	Wünschenswerte weiterführende Untersuchungen . . . . .	95
<b>6</b>	<b>Ergebnisse</b>	<b>101</b>
6.1	Messungen zur Bestimmung von $G$ . . . . .	101
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>111</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>114</b>
	<b>Danksagung</b>	<b>119</b>

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Veröffentlichte Meßergebnisse der Gravitationskonstanten $G$	3
1.2	Ergebnisgraphik aus der Dissertation von H. Walesch	5
1.3	Ergebnisgraphik aus der Diplomarbeit von H. Schütt	6
1.4	Neuanalyse der Daten aus Abb. 1.2 und 1.3	7
2.1	Prinzipschema des Wuppertaler Gravitationsexperimentes	10
2.2	Gravitationsfeld $E$ einer Feldmasse	11
2.3	Gravitationsfeld $E$ zweier Feldmassen	11
2.4	Übertragungsfunktion einer anregenden Schwingung	13
2.5	Feldverteilung innerhalb eines Fabry-Pérot-Resonators	17
3.1	Schematische Darstellung des experimentellen Aufbaus.	19
3.2	Aufsicht des experimentellen Aufbaus.	20
3.3	Das Resonatorsystem.	22
3.4	Der Fabry-Pérot-Resonator.	23
3.5	Photos eines Pendelkörpers.	24
3.6	Die Choke Junction.	26
3.7	Schematische Darstellung eines Pendels.	28
3.8	Konstruktionszeichnung der Zerodurplatte.	29
3.9	Photo der Seilführung entlang der Zerodurplatte.	30
3.10	Photo der Wirbelstrombremse.	31
3.11	Radiales Dichteprofil einer Feldmasse.	33
3.12	Feldmassen-Bewegungsmechanismus	34
3.13	Die Verkippung der Feldmasse entlang der Schienenrollenführung.	35
3.14	Prinzipschema der Relativmeßsysteme.	38
3.15	Funktionsprinzip der Maßstäbe.	39
3.16	Aufbau der Glasmaßstäbe der Relativmeßsysteme.	40
3.17	Darstellung eines Linearmoduls.	41
3.18	Führungsschiene mit Kugelumlaufwagen.	41
3.19	Das Meßprinzip der optischen Bank.	43
3.20	Die alte optische Bank.	44
3.21	Das Meßprinzip der neuen optischen Bank.	45
3.22	Konstruktionszeichnungen der neuen optischen Bank.	46
3.23	Photo der neuen optischen Bank.	48
3.24	Querschnitt und Prinzip der Maßstäbe der optischen Bank.	49
3.25	Das Haltegerüst und der Kryostat.	50
3.26	Messung der Neigungsempfindlichkeit	53

3.27	Schematische Abbildung des Rechnersystems . . . . .	55
3.28	Die Abstandsbestimmung mit Loten . . . . .	56
4.1	Typischer Verlauf der Resonanzfrequenz . . . . .	60
4.2	Bestimmung der Resonanzfrequenz (digitaler Sweep) . . . . .	61
4.3	Ablaufdiagramm von 'reso.c'. . . . .	63
4.4	Die Auswertung einer Gravitationsmessung . . . . .	69
4.5	Nullmessung: Verschiedene Fahrprogramme . . . . .	71
4.6	Nullmessung: verringerte Frequenzgenerator-Einschwingzeit . . . . .	73
4.7	Nullmessung: Einfluß der Fitgüte auf die Streuung . . . . .	74
4.8	Einfluß der Pendelunruhe auf die Streuung . . . . .	75
5.1	Messung der Linearführung von Feldmasse 1 . . . . .	80
5.2	Messung der Linearführung von Feldmasse 2 . . . . .	80
5.3	Auswirkung der unpräzisen Linearführung der Feldmassen auf deren Gesamt- abstand . . . . .	81
5.4	Vorhersage des Verlaufs der Gravitationsdaten durch Pos.-Fehler der Feldmassen	82
5.5	Drift der Position der Feldmasse 1 nach häufigem Verfahren . . . . .	83
5.6	Drift der Position der Feldmasse 2 nach häufigem Verfahren . . . . .	83
5.7	Temperaturbedingte Änderungen der Feldmassenposition . . . . .	84
5.8	Temperaturabhängigkeit der 1995 ermittelten Werte von G . . . . .	84
5.9	Einfluß der Choke Junction-Position . . . . .	85
5.10	Einfluß der Choke Junction-Position . . . . .	86
5.11	Einfluß der Choke Junction-Position . . . . .	87
5.12	Einfluß der Choke Junction-Position . . . . .	88
5.13	Temperaturverlauf an verschiedenen Stellen des Aufbaus . . . . .	90
5.14	Korrelationen zwischen Temperaturen und der Resonanzfrequenz . . . . .	91
5.15	Korrelation zwischen Quarzplattentemperatur und Resonanzfrequenz (1995)	92
5.16	Seismische Untersuchungen . . . . .	94
5.17	Vergleich der Seismometer- und der Resonatorsignale . . . . .	96
6.1	Ergebnisgraphik der Gravitationsmessungen 1998 und 1999 . . . . .	102
6.2	Verteilungen der Einzelwerte bei einer Gravitationsmessung . . . . .	104
6.3	Temperaturabhängigkeit der Gravitationswerte . . . . .	105
6.4	Verteilungen der temperaturkorrigierten Einzelwerte . . . . .	108
6.5	Temperaturkorrigierte Ergebnisgraphik der Gravitationsmessungen 1998 und 1999 . . . . .	109



# Tabellenverzeichnis

1.1	Veröffentlichte Meßergebnisse der Gravitationskonstanten $G$	2
7.1	Systematische Fehlerquellen	113



# Kapitel 1

## Einleitung

Das nach Sir Isaac Newton [1, 2] benannte Gravitationsgesetz lautet in seiner modernen Form

$$F = G \frac{Mm}{r^2}. \quad (1.1)$$

Es beschreibt die gravitative Anziehungskraft  $F$  zwischen zwei Massen  $M$  und  $m$ , die den Abstand  $r$  voneinander haben. Die Stärke dieser Kraft wird dabei von der Gravitationskonstanten  $G$  bestimmt.

Im Jahr 1798 veröffentlichte Henry Cavendish Resultate seiner Experimente zur Bestimmung der Dichte der Erde [3]. Sie gelten als erste präzise Bestimmung der Gravitationskonstanten  $G$ . Es ist erstaunlich, wie wenig seither die Genauigkeit verbessert werden konnte, mit der  $G$  bekannt ist. In Tabelle 1.1 sind die wichtigsten veröffentlichten Meßergebnisse der Gravitationskonstanten  $G$  zusammengefaßt. Die angegebene Genauigkeit des 1986 von der CODATA<sup>1</sup> zur Benutzung empfohlenen Wertes von  $G$  beträgt  $\Delta G/G = 1.28 \times 10^{-4}$  (128 ppm) [4], während die Genauigkeit, mit der die meisten anderen Fundamentalkonstanten bekannt sind, deutlich unter 1 ppm liegt. Damit ist  $G$  von allen Fundamentalkonstanten eine der mit den größten Ungenauigkeiten behaftete.

Bei der Festlegung des aktuellen Literaturwertes von  $G$  berücksichtigte die CODATA 1996 nur eine einzige Messung, die von Luther et. al [5], und verwarf aus verschiedenen Gründen die Ergebnisse dreier weiterer Forschergruppen. Die Daten von Karagioz und von Pontikis waren inkonsistent, wohingegen Sagitov versäumte, die Berechnung der systematischen Fehler zu beschreiben [4]. Um den Unterschieden dieser vier Ergebnisse jedoch Rechnung zu tragen, verdoppelte die CODATA den von Luther angegebenen Fehler. Der aktuelle Literaturwert beträgt somit

$$G = (6.67259 \pm 0.00085) \times 10^{-11} m^3 s^{-2} kg^{-1}. \quad (1.2)$$

In den Jahren nach 1986 veröffentlichten verschiedene Gruppen neue Ergebnisse ihrer Messungen zur Bestimmung von  $G$ , die in Abbildung 1.1 dargestellt sind. Die angegebene Genauigkeit lag dabei jeweils bei etwa 100 ppm. Die Tatsache, daß sich die Ergebnisse um bis zu 7400 ppm unterscheiden, zeigt, welch große Herausforderung auch heute noch die experimentelle Bestimmung der Gravitationskonstanten ist.

Dies liegt zum einen daran, daß die Gravitation die schwächste aller vier bekannten Fundamentalkräfte ist. Die mit Labormassen erzeugbaren Gravitationseffekte sind daher

---

<sup>1</sup>Committee on **Data** for Science and Technology of the International Council of Scientific Unions.

Referenz	Methode	$G$ [ $10^{-11} \text{m}^3 \text{s}^{-2} \text{kg}^{-1}$ ]	$\frac{\Delta G}{G}$ [ppm]
Cavendish (1798) [6]	Torsionswaage	$6,75 \pm 0,05$	7400 (stat.)
Boys (1895) [7]	Torsionswaage	$6,658 \pm 0,007$	1000
Richarz (1898) [8]	Balkenwaage	$6,685 \pm 0,02$	3300
Heyl (1942) [9]	Torsionswaage	$6,673 \pm 0,003$ Torsionsdraht 1: 6,6755 Torsionsdraht 2: 6,6685	450 120 240
Pontikis (1972) [10]	Torsionswaage resonant	$6,6714 \pm 0,0006$	90
Sagitov <i>et al.</i> (1979) [11]	Torsionswaage dynamisch	$6,6745 \pm 0,0008$	120
Karagioz <i>et al.</i> (1981) [12]	Torsionswaage dynamisch	$6,668 \pm 0,002$	300
Luther and Towler (1982) [5, 13]	Torsionswaage dynamisch	$6,6726 \pm 0,0005$	75
Walesch <i>et al.</i> (1994) [14, 15]	Fabry-Pérot- Pendelresonator	$6,6719 \pm 0,0008$	120
Fitzgerald und Armstrong (1995) [16]	Torsionswaage statisch	$6,6656 \pm 0,0006$	90
Walesch <i>et al.</i> (1995) [33]	Fabry-Pérot- Pendelresonator	$6,66730 \pm 0,00094$	140
Michaelis <i>et al.</i> (1995/1996) [17]	Torsionswaage statisch	$6,71540 \pm 0,00056$	83
Karagioz <i>et al.</i> (1996) [18]	Torsionswaage dynamisch	$6,6729 \pm 0,0005$	75
Bagley und Luther (1997) [19]	Torsionswaage dynamisch	$6,6740 \pm 0,0007$	105
Schwarz <i>et al.</i> (1998) [20]	Freier Fall	$6,6873 \pm 0,0094$	1400
Nolting <i>et al.</i> (1998) [21, 22]	Balkenwaage	$6,6749 \pm 0,0014$	210

Tabelle 1.1: Veröffentlichte Meßergebnisse der Gravitationskonstanten  $G$ .

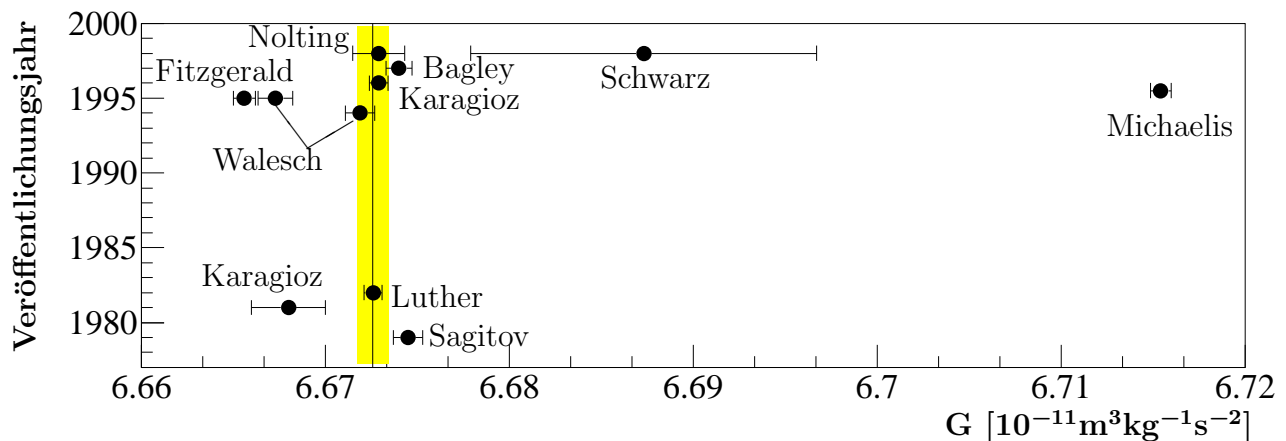


Abbildung 1.1: Veröffentlichte Meßergebnisse der Gravitationskonstanten  $G$ .

sehr klein und empfindlich auf elektromagnetische und andere Störungen. Zum anderen läßt sich Gravitation nicht abschirmen, so daß Gravitationsexperimente nicht nur auf den gravitativen Einfluß der Labormassen, sondern auch auf den von Massen in der näheren und weiteren Umgebung empfindlich sind.

Wie aus Tabelle 1.1 ersichtlich ist, wird Cavendish's Prinzip der Benutzung einer Torsionswaage bis zur heutigen Zeit von der Mehrheit der Experimente angewendet. Es besteht damit die Gefahr, daß in allen prinzipgleichen Experimenten gleiche systematische Fehler auftreten, die nur sehr schwer zu entdecken sind. So entdeckte Kuroda [23], daß Inelastizitäten der in den Torsionswaagenexperimenten verwendeten Torsionsdrähte zu einer positiven Verschiebung der Resultate führen können. Ursache ist eine frequenzabhängige Torsionskonstante, die aufgrund von Relaxationsprozessen mit unterschiedlichen Relaxationszeiten auftritt. Ursprünglich wurde die Torsionskonstante als frequenzunabhängig angenommen. Verschiedene Messungen wurden zur Untersuchung dieses Effektes durchgeführt [24, 19, 25], die Kurodas These bestätigten. Bei neugeplanten Torsionswaagenexperimenten wird dieser Effekt berücksichtigt werden.

Das in dieser Arbeit beschriebene Wuppertaler Experiment zur Bestimmung der Gravitationskonstanten ist eines der wenigen, die sich eines grundlegend anderen Prinzips bedienen. Von den derzeit geplanten oder durchgeführten Experimenten, bei denen Genauigkeiten von bis zu 10 ppm erwartet werden, verwendet die Mehrzahl eine Torsionswaage. Es werden aber auch Experimente mit Balkenwaagen oder Gravimeter durchgeführt. Die Aussichten, in naher Zukunft einen präziser bestimmten Wert der Gravitationskonstanten zu kennen, sind daher vielversprechend.

## 1.1 Geschichte des Experimentes

Die Grundidee des Experimentes geht auf die Gruppe von Prof. H. Piel an der Universität Wuppertal zurück, deren Arbeitsgebiet die Hochfrequenzsupraleitung ist. Supraleitende Mikrowellenresonatoren hoher Güte weisen viele Anwendungsmöglichkeiten in physikalischen

Experimenten auf. Die Diskussion um eine kurzreichweitige „Fünfte Kraft“, die durch eine Veröffentlichung von E. Fishbach [27, 28] aus dem Jahre 1986 angefacht wurde, war der Anstoß zur Entwicklung eines Pendelgravimeters, das die Messung der Gravitationskraft auf die sehr genau meßbare Resonanzfrequenz eines Mikrowellenresonators zurückführt [39, 26]. Eine eventuelle „Fünfte Kraft“ würde sich unter anderem in einer Verletzung der  $1/r^2$ -Abhängigkeit der Gravitationskraft äußern. Durch die Möglichkeit, die Gravitationskonstante  $G$  in verschiedenen Abständen zu bestimmen, konnte somit nach Auswirkungen einer „Fünften Kraft“ gesucht werden. Die von Fishbach angeführten Effekte konnten mittlerweile von mehreren unabhängigen Experimenten sämtlich auf systematische Fehler zurückgeführt und eine „Fünfte Kraft“ als Ursache ausgeschlossen werden. Ziel des Wuppertaler Gravitationsexperimentes bleibt die präzise Bestimmung der Gravitationskonstanten und die direkte Messung der Entfernungsabhängigkeit der Gravitationskraft.

Mit einer Prototyp-Apparatur wurde die Gravitationskraft zwischen einer 126 kg schweren Feldmasse und dem als Pendel aufgehängten Fabry-Pérot-Resonator im Entfernungsbereich von 10 cm bis 15 cm gemessen [29, 32]. Es konnte eine Genauigkeit von 2% (20000 ppm) erreicht werden, innerhalb derer der ermittelte Wert von

$$G = (6.66 \pm 0.06_{stat} \pm 0.11_{syst}) \times 10^{-11} m^3 s^{-2} kg^{-1} \quad (1.3)$$

mit dem CODATA-Wert übereinstimmt.

Eine Nachfolgeapparatur, die auf demselben Prinzip beruht, jedoch eine größere Feldmasse von 576 kg in einer Entfernung von 0,6 m bis 3,6 m zum Fabry-Pérot-Resonator benutzt, wurde unter Berücksichtigung der mit der Prototypapparatur gewonnenen Erkenntnisse gebaut [29, 32]. Erste Messungen mit dieser neuen Apparatur ergaben 1992 einen Wert der Gravitationskonstanten von

$$G = (6.6711 \pm 0.0027_{stat} \pm 0.0045_{syst}) \times 10^{-11} m^3 s^{-2} kg^{-1}, \quad (1.4)$$

der wiederum innerhalb der Meßgenauigkeit von nunmehr 1000 ppm mit dem CODATA-Wert übereinstimmt [32]. Der so bestimmte Wert ist für untersuchte Entfernungen größer als 0,3 m bereits der mit der höchsten bis dato erzielten Genauigkeit.

Es wurden daraufhin stetige Veränderungen an der Apparatur vorgenommen mit dem Ziel, die auftretenden systematischen Fehler weiter zu verringern. Die wichtigste Änderung ist die Benutzung einer zweiten Feldmasse, die eine deutliche Reduzierung des bei der Abstandsbestimmung zwischen Feldmasse und Resonator entstehenden systematischen Fehlers erlaubt. Weiterhin konnte die Resonatorgüte verbessert und die Empfindlichkeit der Apparatur auf Neigungen<sup>2</sup> verringert werden. Zudem wurde eine neue Methode zur genaueren Bestimmung der Entfernung der Feldmassen zueinander und zum Resonator entwickelt. Erste Messungen mit dieser verbesserten Apparatur wurden 1994 durchgeführt. Es wurden dabei sowohl Meßreihen bei Verwendung nur jeweils einer Feldmasse als auch beider Feldmassen gemeinsam unternommen. Durch den Tausch beider Feldmassen sollten die Auswirkungen eventueller fertigungsbedingter Unterschiede der Feldmassen untersucht werden. Diese Messungen ergaben einen Wert der Gravitationskonstanten von

$$G = (6.6719 \pm 0.0008) \times 10^{-11} m^3 s^{-2} kg^{-1} \quad (1.5)$$

---

<sup>2</sup>die hier angesprochenen Neigungseffekte werden in Kapitel 3.4.1 beschrieben.

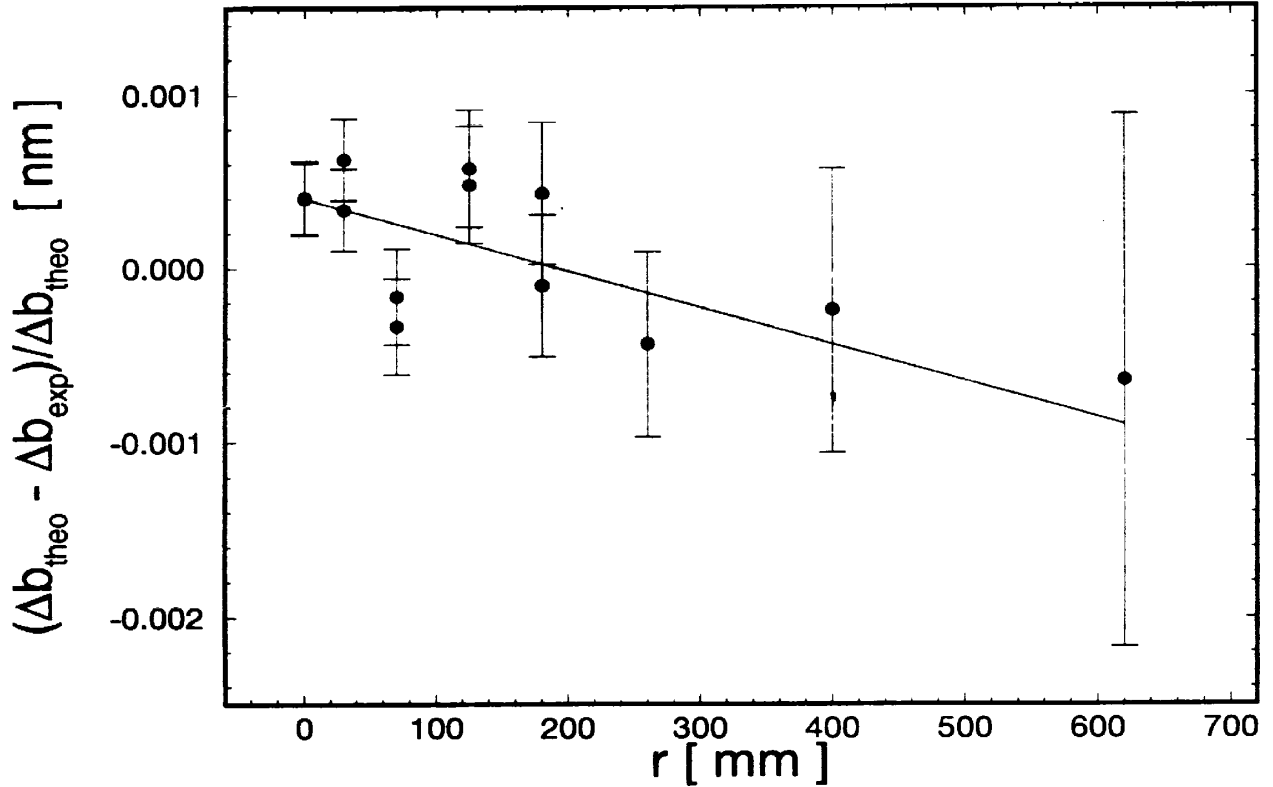


Abbildung 1.2: *Ergebnisgraphik aus [33] (Mai 1995). Aufgetragen ist die relative Differenz des Literaturwertes von  $G$  vom gemessenen Wert gegen die Feldmassenposition, in der  $G$  bestimmt worden ist. Diese ist als Abstand  $r$  von der Position angegeben, die den Resonatorpendeln am nächsten ist.*

[14, 15], der allerdings einen Fehler in der numerischen Berechnung der zugrundeliegenden Kräfte enthält. Ein entsprechend korrigierter Wert, der auf denselben Daten beruht, wurde 1995 in [33] angegeben zu

$$G = (6.66730 \pm 0.00094) \times 10^{-11} m^3 s^{-2} kg^{-1}. \quad (1.6)$$

Abbildung 1.2 zeigt diese Daten in Abhängigkeit von der Position der Feldmassen, in der die Daten gemessen worden sind [33]. Bei den eingezeichneten Fehlerbalken handelt es sich um abgeschätzte statistische Fehler; die damals verwendete Analyse­methode erlaubte keine genaue Berechnung des statistischen Fehlers. Der angegebene systematische Fehler des End­ergebnisses beträgt 120 ppm, der statistische Fehler wird mit 75 ppm und der Gesamtfehler mit 142 ppm angegeben.

Einige weitere wichtige Verbesserungen am Aufbau wurden von Herrn Dipl.-Phys. H. Schütt im Rahmen seiner im November 1995 abgeschlossenen Diplomarbeit [31] vorgenommen. Dazu gehört die schrittmotorgesteuerte Verstellung der Einkoppelhohlleiter (Vgl. Kapitel 3.1.2) und die Systemumstellung der Steuerung der Resonanzfrequenzauslese von einem Atari-Rechner auf eine UNIX-Workstation (Vgl. Kapitel 4.1). Diese Umstellung

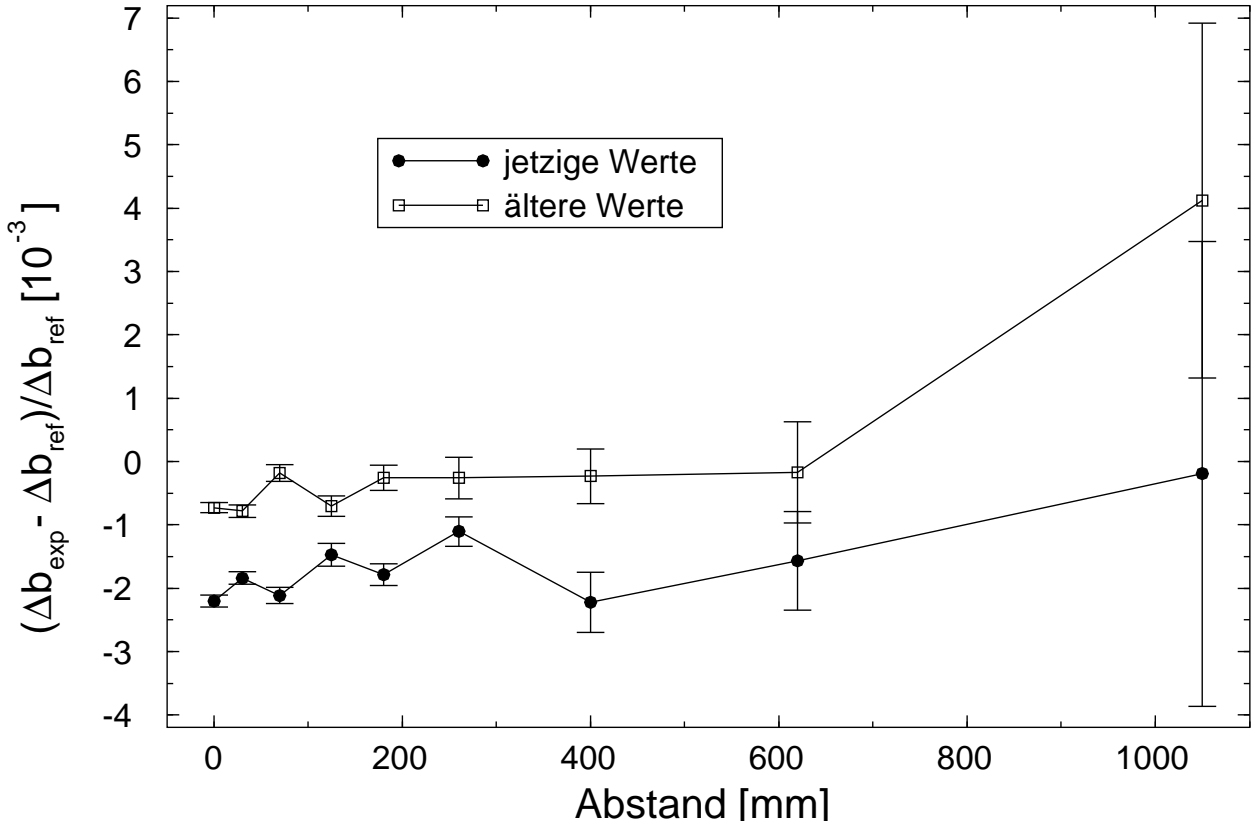


Abbildung 1.3: Ergebnisgraphik aus [31] (Nov. 1995). Aufgetragen ist die relative Differenz in Promille des gemessenen Wertes von  $G$  vom Literaturwert gegen die Feldmassenposition, in der  $G$  bestimmt worden ist. Diese ist als Abstand von der Position angegeben, die den Resonatorpendeln am nächsten ist. „Jetzige Werte“ bezeichnet die Ergebnisse der Messungen in 1995, „ältere Werte“ die in [33] und Abbildung 1.2 präsentierten.

ermöglichte es, eine neue Meßreihe über einige Monate mit erhöhter Statistik durchzuführen. Abbildung 1.3 zeigt die Ergebnisgraphik aus seiner Diplomarbeit. Darin eingezeichnet sind auch die Ergebnisse aus [33], die als „ältere Werte“ bezeichnet sind. Es ist eine deutliche systematische Verschiebung zwischen den beiden Datensätzen zu erkennen, die zu diesem Zeitpunkt unverstanden war. Das angegebene Endergebnis ist

$$G = (6.65809 \pm 0.00075_{\text{stat}} \pm 0.0067_{\text{syst}}) \times 10^{-11} \text{m}^3 \text{s}^{-2} \text{kg}^{-1} \quad (1.7)$$

bei einem statistischen Fehler von 112 ppm. Die Differenz zum Endergebnis aus [33] beträgt 1380 ppm und somit 10 Standardabweichungen. Der systematische Fehler wird in [31] daher zu 1000 ppm abgeschätzt. Als zusätzliche Quellen dieses im Vergleich zu den in [33] abgeschätzten 120 ppm extrem hohen systematischen Fehlers werden zum einen neu entdeckte Fehlerquellen bei der Resonanzfrequenzbestimmung<sup>3</sup> aufgeführt. Sie werden sehr konservativ zu 260 ppm abgeschätzt, was zu einem systematischen Gesamtfehler von 284 ppm führt.

<sup>3</sup>Siehe dazu Kapitel 5.2.



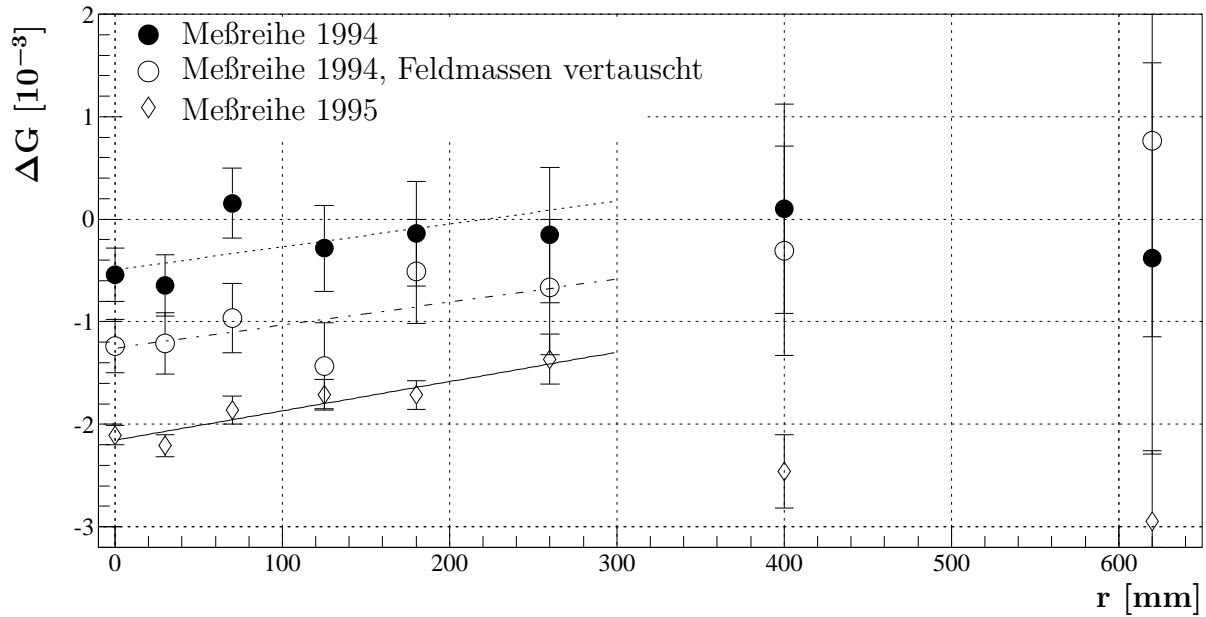


Abbildung 1.4: *Ergebnis der neu durchgeführten Analyse der alten Datensätze bis 1995. Aufgetragen ist die relative Abweichung  $\Delta G = \frac{G_{exp} - G_{ref}}{G_{ref}}$  der gemessenen Werte von  $G$  vom Literaturwert in Abhängigkeit von der Position der Feldmassen. Die Meßreihen des Jahres 1994 entsprechen den ‚älteren‘, die aus 1995 den ‚jetzigen‘ Werten aus Abbildung 1.3.*

Um die restliche Diskrepanz erklären zu können, wird von einer Fehlmessung des Abstandes der beiden Feldmassen von bis zu 0,6 mm ausgegangen; in [33] wird als Genauigkeit dieser Abstandsbestimmung noch ein Wert von 17  $\mu\text{m}$  angegeben. Als Ursache dieser Fehlmessung wird eine eventuelle Schiefstellung der Feldmassen genannt<sup>4</sup>.

Meine eigene daraufhin durchgeführte Analyse der alten Datensätze ergab folgendes:

Berücksichtigt man bei den in [33] präsentierten Daten nur solche, bei denen beide Feldmassen symmetrisch zum Resonator bewegt worden sind<sup>5</sup>, so kann man diese als zwei getrennte Meßreihen betrachten, da durch den Austausch der beiden Feldmassen ein Großteil der Justierarbeiten neu ausgeführt worden ist. In Abbildung 1.4 werden diese beiden Datensätze getrennt betrachtet (Meßreihen 1994) und zusammen mit dem Datensatz aus [31] (Meßreihe 1995) gezeigt. Meßreihe 1995 hat in Abbildung 1.4 leicht veränderte Werte zur Abbildung 1.3, da die Originaldaten mit einem neu geschriebenen Analyseprogramm ausgewertet worden sind. Innerhalb der statistischen Fehler stimmen die Werte miteinander

<sup>4</sup>Siehe dazu Kapitel 3.3.2. In [31] wird von einer funktionierenden optischen Bank, die Abstandsmessungen mit Genauigkeiten im Mikrometerbereich erlaubt, ausgegangen. Die Fehlmessung wird dadurch erklärt, daß nicht die Mitte der Feldmassenstirnfläche, sondern der Feldmassenrand als Meßpunkt gewählt wurde. Eine Schiefstellung der Feldmassen um  $2,7 \cdot 10^{-3}$  rad verursacht eine Fehlmessung des Feldmassenabstandes um 0,6 mm.

<sup>5</sup>im weiteren Verlauf dieser Schrift wird dargelegt, daß sich diese Daten von anderen Gravitationsdaten, in denen die Feldmassen einzeln oder nicht symmetrisch verfahren werden, durch einen vielfach verringerten systematischen Fehler auszeichnen.

überein. Bei den gezeigten Daten der Meßreihen des Jahres 1994 handelt es sich um die Ergebnisse einer Neuanalyse der Originaldaten aus [33] bei Verwendung beider Feldmassen. Es wurde dabei die neu entwickelte Analysemethode verwendet.

In der Abbildung 1.4 erkennt man bereits in den Ergebnissen der Meßreihen von 1994 mit vertauschten Feldmassen eine systematische Verschiebung um etwa 700 ppm. Da damals nur zwei vergleichbare Meßreihen durchgeführt worden sind, ist aufgrund dieser Meßdaten der systematische Fehler auf mindestens 1000 ppm abzuschätzen, wie es in [31] unter Berücksichtigung der dritten Meßreihe geschehen ist.

Alle drei Datensätze weisen zudem auf den ersten 30 cm eine identische Abhängigkeit von  $G$  von der Entfernung auf, die erst durch diese Neuanalyse der Daten erkannt worden ist. In Abbildung 1.4 wird diese Entfernungsabhängigkeit durch Geradenfits deutlich gemacht; die relative Änderung von  $G$  beträgt 660 ppm/30 cm. Die Daten zeigen also eine Verletzung des Newtonschen Gravitationsgesetzes auf; die Suche nach einer solchen möglichen Verletzung war einer der ursprünglichen Motivationsgründe dieses Experimentes. Die naheliegende Interpretation dieses Sachverhaltes ist allerdings, von der Gültigkeit des Gravitationsgesetzes auszugehen und einen weiteren systematischen Fehler der Apparatur anzunehmen.

## 1.2 Ziele dieser Arbeit

Nach dieser Neuanalyse der alten Daten stellte sich somit heraus, daß die alten Daten mit so hohen systematischen Fehlern behaftet sind, daß die erwartete Genauigkeit in der Bestimmung der Gravitationskonstanten  $G$  bei weitem nicht erreicht werden konnte. Das erste Ziel dieser Arbeit war folglich die Suche nach den Fehlerquellen, die einerseits die Reproduzierbarkeit der Meßreihen beeinflussen und andererseits für die gemessene Entfernungsabhängigkeit verantwortlich sind.

Das Ziel nach erfolgreicher Suche war das Erarbeiten von Lösungsansätzen und deren Durchführung, um diese Fehlerquellen auf ein akzeptables Maß zu reduzieren.

Darüberhinaus sollte nach weiteren Verbesserungsmöglichkeiten des Experimentes gesucht werden. Insbesondere wurde eine weitergehende Automatisierung der Datennahme und -analyse angestrebt, um größere Datensätze mit entsprechend verbessertem statistischen Fehler zu ermöglichen und gleichzeitig Fehlerquellen durch Fehlbedienung der Apparatur weitestgehend auszuschließen.

Die vorhandenen Daten zeigten außerdem, daß die einzelnen Datenpunkte nicht in exakt bestimmten Zeitabständen gemessen worden sind. Dies verhindert die Auswertung eines Fourierspektrums der Daten, aus dem wertvolle Informationen erwartet werden. Es galt folglich, die rechnergestützte Datennahme auf ein echtzeitfähiges Betriebssystem umzustellen.

Zu den Aufgaben bei der Durchführung eines Präzisionsexperimentes gehört schließlich die nicht endende Suche nach weiteren möglichen systematischen Fehlerquellen.

# Kapitel 2

## Prinzipieller Aufbau des Experimentes

### 2.1 Bestimmung von $G$ mit zwei Fadenpendeln

Im Wuppertaler Gravitationsexperiment wird die gravitative Wechselwirkung zwischen einer schweren Labormasse (im Folgenden Feldmasse genannt) und zweier als Fadenpendel aufgehängter kleinerer Massen bestimmt. In Abbildung 2.1 wird dies schematisch dargestellt. Die Massen sind entlang einer gemeinsamen Achse ausgerichtet, wobei die Feldmasse entlang dieser Achse bewegt werden kann und so verschiedene Entfernungen  $z$  zwischen der Feldmasse und den Pendeln eingestellt werden können. Nach einer Verringerung der Entfernung von  $z_{fern}$  auf  $z_{nah}$  wirkt ein stärkeres Gravitationsfeld der Feldmasse  $M$  auf die Pendelkörper  $m_1$  und  $m_2$ , aufgrund dessen die Pendelkörper in Richtung Feldmasse ausgelenkt werden; präziser ausgedrückt verschieben sich die Gleichgewichtslagen der Pendel. Da Pendel 1 der Feldmasse um den Pendelabstand  $b$  näher ist als Pendel 2, wirkt ein stärkeres Gravitationsfeld auf dieses Pendel. Die Gleichgewichtslagen beider Pendel werden also unterschiedlich stark verschoben, wodurch sich der Pendelabstand um den Betrag  $\Delta b = \Delta z_1 - \Delta z_2$  ändert. In Abschnitt 2.2 wird beschrieben, wie aus der Meßgröße  $\Delta b$  die Gravitationskonstante  $G$  berechnet werden kann.

In Abbildung 2.1 sind die Pendelauslenkungen stark überhöht dargestellt. Durch eine etwa 574 kg schwere Feldmasse ändert sich bei unserem Aufbau bei einer maximalen Entfernungsänderung von  $z_{fern} \approx 2,1$  m zu  $z_{nah} \approx 0,6$  m und Pendelseillängen  $l \approx 2,6$  m der Pendelabstand  $b \approx 24$  cm um etwa 13 nm. Es gilt somit  $\Delta z \ll z$ , d. h. die Entfernungsänderung aufgrund der gravitativen Wechselwirkung kann bei der Berechnung der wirkenden Kräfte vernachlässigt werden. Um diese kleinen Abstandsänderungen messen zu können, sind die Pendel speziell aufgebaut. Sie stellen die Spiegel eines offenen Fabry-Pérot-Resonators dar, dessen Resonanzfrequenz sich mit dem Pendelabstand ändert und mit hoher Präzision gemessen werden kann. Im Folgenden wird das System aus den beiden Pendelkörpern daher auch Resonator genannt werden. Die Grundlagen zum Fabry-Pérot-Resonator werden in Abschnitt 2.3 beschrieben.

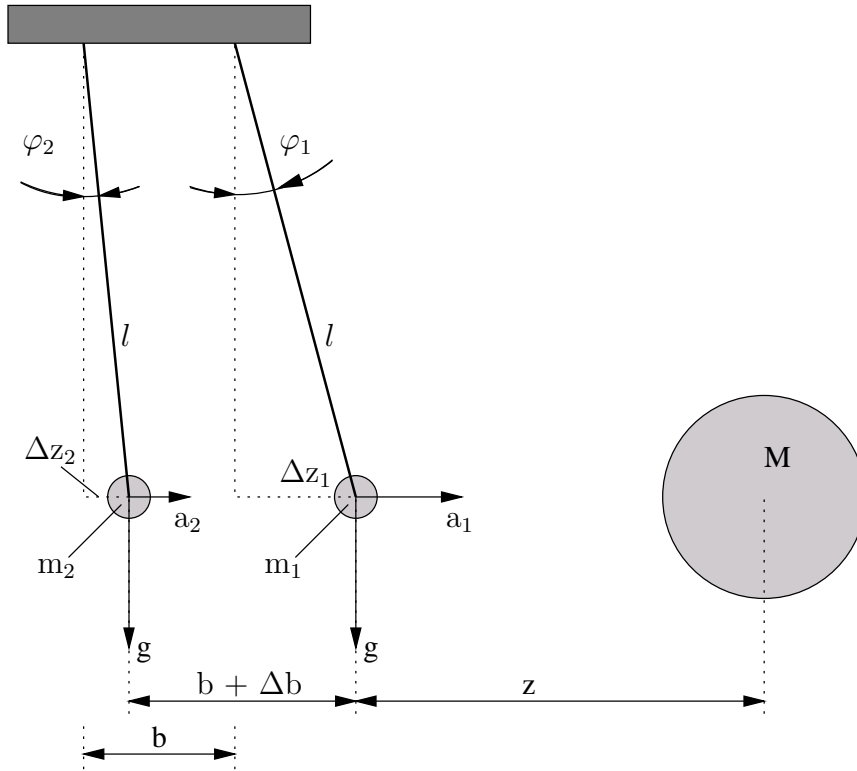


Abbildung 2.1: *Prinzipisches Schema des Wuppertaler Gravitationsexperimentes. Eine Masse  $M$  lenkt zwei als Fadenpendel aufgehängte Massen  $m_1$  und  $m_2$  aus, wodurch sich deren Abstand  $b$  um  $\Delta b$  ändert.*

### 2.1.1 Benutzung zweier Feldmassen

In unserem Experiment kommt seit 1994 eine zweite Feldmasse zum Einsatz, die entlang der gemeinsamen Symmetrieachse bewegt werden kann und sich auf der der ersten Feldmasse gegenüberliegenden Resonatorseite befindet (Siehe Abbildung 3.1 auf Seite 19). Bei einer Messung zur Bestimmung von  $G$  werden beide Feldmassen symmetrisch zum Resonator positioniert, d. h. der Schwerpunktsabstand  $r_1$  der ersten Feldmasse zum Schwerpunkt des Resonators ist gleich dem entsprechenden Abstand  $r_2$  der zweiten Feldmasse. Im weiteren Verlauf dieser Arbeit bedeutet die Größe  $r$  den Abstand der Schwerpunkte der Feldmassen zur Resonatormitte.

Durch die Benutzung der zweiten Feldmasse ändert sich der Verlauf des Gravitationsfeldes  $E$ , das zur Auslenkung der Pendel führt, grundlegend, wie anhand der Abbildungen 2.2 und 2.3 veranschaulicht wird. In Abbildung 2.2 wird der Betrag des Gravitationsfeldes

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}U = -\vec{\nabla} \left( -\frac{GM}{x} \right) = -\frac{GM}{x^2} \vec{e} \quad (2.1)$$

einer Feldmasse in Abhängigkeit des Ortes entlang der Symmetrieachse  $z$  gezeigt. Dabei sei bei  $z = 0$  die Resonatormitte; es sind die Gravitationsfelder für  $r_{fern} = 2,2$  m und für  $r_{nah} = 0,7$  m dargestellt, die für punktförmige Massen gelten. Eingezeichnet sind auch die

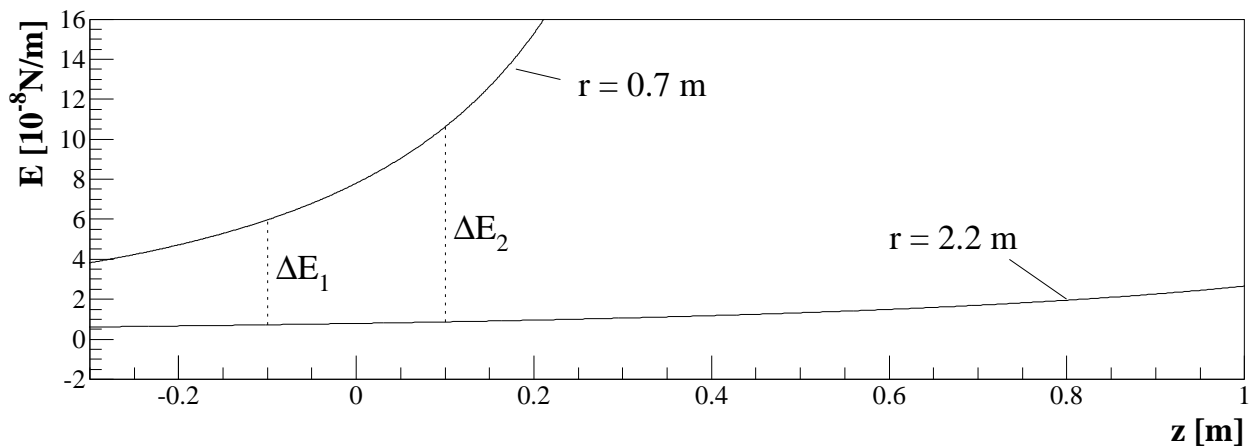


Abbildung 2.2: Gravitationsfeld  $E$  einer Feldmasse, die sich im Abstand  $r=2,2$  m bzw.  $r=0,7$  m von der Resonatormitte ( $z=0$ ) befindet. Bei  $z_1=0,1$  m und  $z_2=-0,1$  m befinden sich die Pendelkörper.

sich bei einer Position des ersten Pendels von  $0,1$  m und des zweiten von  $-0,1$  m ergebenden Gravitationsfeldänderungen  $|\Delta E_1| > |\Delta E_2|$ . Die für die Pendelabstandsänderung maßgebliche Größe ist  $|\Delta E| = |\Delta E_1| - |\Delta E_2|$ .

Abbildung 2.3 zeigt das Gravitationsfeld, das sich aus der Überlagerung der Gravitationsfelder zweier Feldmassen ergibt. Ein positiver Wert bedeute dabei eine Pendelauslenkung zur ersten Feldmasse in positiver  $z$ -Richtung hin, ein negativer zur zweiten. Bei einer Positionsänderung der Feldmassen von  $r_{fern} = 2,2$  m nach  $r_{nah} = 0,9$  m ergibt sich eine positive Gravitationsfeldänderung am Ort von Pendel 1 und eine negative bei Pendel 2. Mit anderen Worten wird Pendel 1 zur ersten Feldmasse hin ausgelenkt und Pendel 2 zur zweiten. Die für die Pendelabstandsänderung maßgebliche Größe ist  $|\Delta E| = |\Delta E_1| + |\Delta E_2|$ .

Der entscheidende Vorteil, der sich durch die Benutzung zweier Feldmassen ergibt, liegt in dem annähernd linearen Verhalten des Gravitationsfeldes im Bereich des Resonators. Die Position des Resonators relativ zu den Feldmassen muß dadurch nur mit einer deutlich gerin-

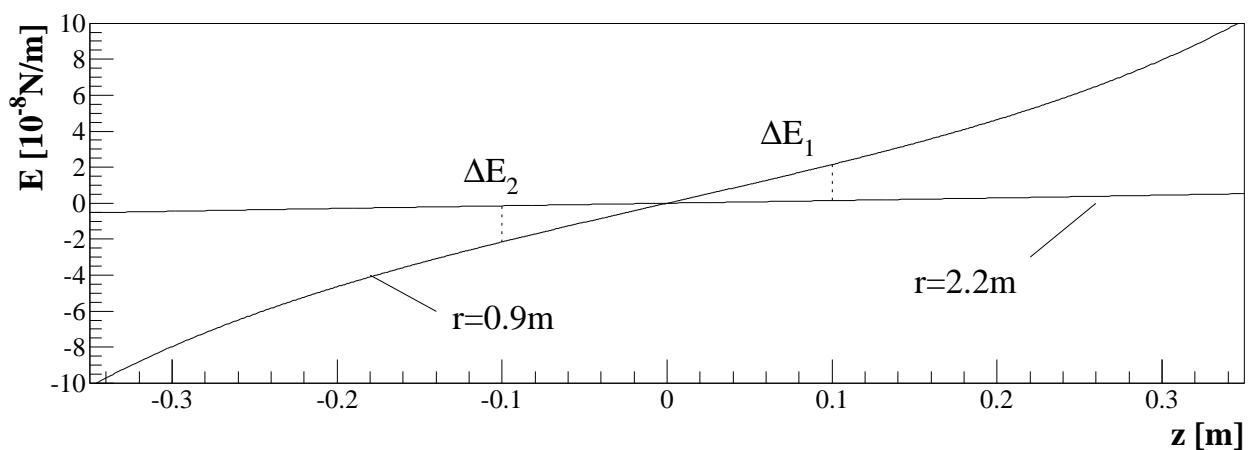


Abbildung 2.3: Gravitationsfeld  $E$  zweier Feldmassen, die sich jeweils in einem Abstand  $r=2,2$  m bzw.  $r=0,9$  m von der Resonatormitte ( $z=0$ ) befinden.

geren Genauigkeit bekannt sein, da in erster Näherung gilt:  $|\partial_z(\Delta E_1)| = -|\partial_z(\Delta E_2)|$ . Dies ist aus dem Grunde wichtig, da sich der Resonator in einem Vakuumtank befindet und eine Positionsbestimmung dadurch erschwert wird. In unserem Aufbau ist eine Bestimmung des Absolutabstandes der beiden Pendelkörper durch Ausnutzung der Resonatoreigenschaften auch im Vakuumtank sehr präzise möglich; eine Positionsbestimmung des Resonators ist aber nur mit einer Genauigkeit von etwa 0,1 mm bis 1 mm möglich. Eine Positionsungenauigkeit von 1 mm führt bei der Verwendung nur einer Feldmasse zu einem systematischen Fehler in der Bestimmung von  $G$  von über 4000 ppm, bei zwei Feldmassen jedoch nur zu unter 10 ppm. Um bei nur einer Feldmasse diesen systematischen Fehler kleiner als 10 ppm zu halten, müßte dahingegen eine Positionsgenauigkeit von unter 5  $\mu\text{m}$  eingehalten werden.

### 2.1.2 Unterdrückung der seismischen Anregung der Pendelschwingung

Prinzipiell wäre es möglich, mit nur einem frei schwingenden Pendel zu arbeiten und den zweiten Resonatorspiegel fest zu montieren, so daß dessen Position nicht durch Gravitationskräfte der Feldmasse verändert werden könnte. Dies hätte sogar bei der Verwendung nur einer Feldmasse ein größeres Meßsignal zur Folge; die Verwendung einer zweiten Feldmasse mit einem um den Resonatorschwerpunkt punktsymmetrischen Aufbau wie im Abschnitt 2.1.1 beschrieben wäre allerdings nicht möglich. Die Verwendung zweier frei schwingender Pendel hat darüberhinaus aber noch den Vorteil, seismische Störungen zu unterdrücken. Es ist nicht zu vermeiden, daß die Pendelseilaufhängung Vibrationen ausgesetzt ist, die durch seismische Bodenunruhe, aber auch durch technische Geräte wie z. B. Vakuumpumpen verursacht werden. Untersuchungen zu seismischen Effekten werden in Kapitel 5.4 beschrieben. Die Amplitude dieser Vibrationen liegt typischerweise im Submikrometerbereich. Durch Vibrationen der Pendelseilaufhängung werden auch die Pendel zu Schwingungen angeregt; Vibrationen im Bereich der Eigenfrequenz eines Pendels werden resonant überhöht, wodurch die Amplitude der Pendelschwingung deutlich größer wird als die durch Gravitationskräfte der Feldmasse erzeugbare Pendelabstandsänderung. Es wäre mit hohem technischen und finanziellen Aufwand möglich, durch passive und aktive Schwingungsdämpfung die Vibrationen der Pendelseilaufhängung zu reduzieren. Diese Möglichkeit steht in unserem Fall leider nicht zur Verfügung.

Durch die gemeinsame Befestigung der Seile beider Pendel an einer einzigen Aufhängeplattform kann man jedoch erreichen, daß sich Störungen auf beide Pendel gleichermaßen auswirken und so den Spiegelabstand in erster Näherung nicht beeinflussen. In Abbildung 2.4 sind die Übertragungsfunktionen sowohl für die Pendelposition (Benutzung eines Pendels) als auch für den Pendelabstand (Benutzung zweier Pendel) für verschiedene beispielhafte Pendeldämpfungen dargestellt. Es wird dabei für die Berechnung der Übertragungsfunktion der Pendelposition vom einfachsten Fall einer periodischen Anregung mit der Frequenz  $\omega$  und der Amplitude  $A$  ausgegangen, die das Pendel in Richtung  $z$  der gemeinsamen Achse der Massenschwerpunkte auslenkt. Die Pendel können selbstverständlich auch in der dazu senkrechten Richtung zum Schwingen angeregt werden, zudem sind Drehschwingungen der Pendelkörper möglich. Die Auswirkungen dieser Schwingungen auf den gemessenen Pendelabstand sind aber in Vergleich zu Schwingungen in der Hauptschwingungsrichtung  $z$  sehr klein und können in dieser Betrachtung vernachlässigt werden. Sei  $\omega_0$  die Eigenfrequenz des

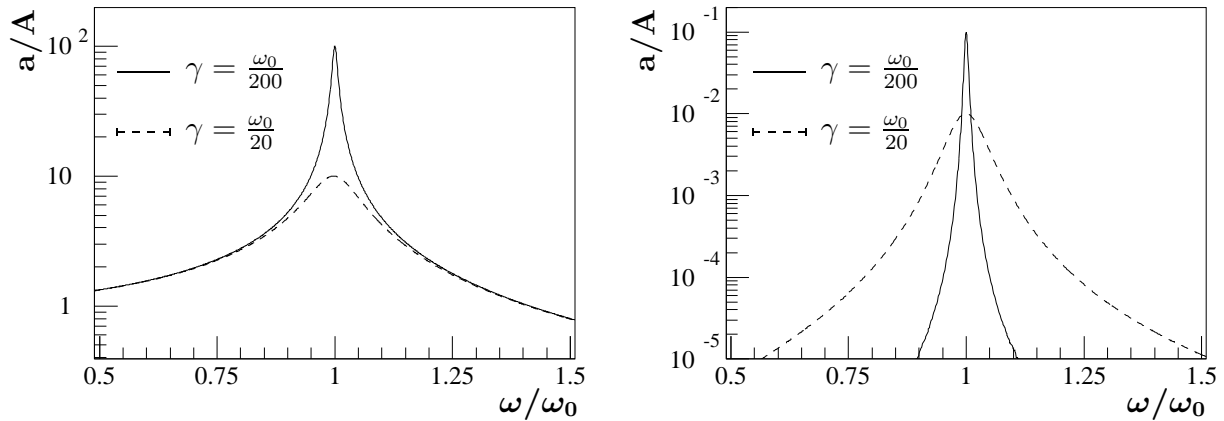


Abbildung 2.4: Übertragungsfunktion einer anregenden harmonischen Schwingung der Pendelseilaufhängung mit der Frequenz  $\omega$ . Aufgetragen ist das Verhältnis von angeregter zu anregender Amplitude  $a/A$  der Position eines Pendels (links) und des Abstandes zweier Pendel (rechts) als Funktion des Verhältnisses von  $\omega$  zur Pendeleigenfrequenz  $\omega_0$  für verschieden starke Pendeldämpfungen  $\gamma$ .

Pendels und  $\gamma$  dessen Dämpfungskonstante, so gilt die Bewegungsgleichung

$$\ddot{z} + 2\gamma\dot{z} + \omega_0^2 z = \omega_0^2 A \cos(\omega t) \quad (2.2)$$

mit der Lösung

$$z(t) = a(\omega) \cos(\omega t + \varphi(\omega)) + k e^{-\gamma t} \cos(\gamma t + \phi). \quad (2.3)$$

Nach einer Einschwingzeit gilt für die Amplitude  $a(\omega)$  des Pendels bei einer Phasenverschiebung  $\varphi(\omega)$  zur anregenden Schwingung:

$$\frac{a(\omega)}{A} = \frac{\omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\gamma\omega)^2}}, \quad \varphi(\omega) = \arctan\left(\frac{2\gamma\omega}{\omega^2 - \omega_0^2}\right). \quad (2.4)$$

Bei einer idealen Konfiguration aus identischen Pendeln und starrer Seilaufhängungsplattform würden sich auf den Pendelabstand  $b(\omega, t) = b_0 + [z_1(\omega, t) - z_2(\omega, t)]$  keine anregenden Schwingungen übertragen können. Durch Unterschiede in der Anregung, der Geometrie und der Dämpfung der beiden Pendel ist jedoch auch der Pendelabstand empfindlich auf die anregende Schwingung. Dies wird im rechten Teil der Abbildung 2.4 anhand des Beispiels veranschaulicht, in dem sich die Dämpfungskonstanten  $\gamma$  der Pendel um 1 Promille unterscheiden.

Anhand von Abbildung 2.4 erkennt man, daß es bei einer schwachen Pendeldämpfung bei der Pendelposition zu einer starken resonanten Überhöhung im Bereich der Eigenfrequenzen des Pendels kommt. Beim System aus zwei Pendeln werden Frequenzen deutlich oberhalb oder deutlich unterhalb der Pendeleigenfrequenz stark unterdrückt; es handelt sich somit um einen mechanischen Bandpaßfilter. Frequenzen im Bereich um die Pendeleigenfrequenz herum werden jedoch bei einer schwachen Dämpfung kaum unterdrückt. Aus diesem Grunde ist eine Einrichtung zur Dämpfung der Pendel erforderlich. Eine solche Dämpfung muß kontaktlos sein und darf die Auslenkung der Pendel nicht durch eine äußere Kraft verändern. Im



Wuppertaler Gravimeter kommt eine Wirbelstrombremse zum Einsatz, die in Kapitel 3.1.4 beschrieben wird.

### 2.1.3 Zylindersymmetrie des Aufbaus

Die Pendel und die Feldmassen sind beim Wuppertaler Gravimeter zylindersymmetrisch aufgebaut. Dies hat verschiedene Gründe, die im Folgenden kurz genannt werden sollen.

Zum einen ist der Herstellungsprozeß z. B. gegenüber einer sphärischen Form deutlich weniger aufwendig. Da die Geometrie der Pendel sowie der Feldmassen innerhalb weniger Mikrometer genau bekannt sein muß, sind entsprechende Fertigungstoleranzen erforderlich. Die Einhaltung dieser Toleranzen wird durch die zylindersymmetrische Form erleichtert.

Zum anderen ermöglicht die Zylindersymmetrie eine relativ einfache mathematische Beschreibung der Geometrie. Wie in Abschnitt 2.2 dargelegt und in Kapitel 4.3 beschrieben wird, muß über die Masseverteilungen integriert werden. Eine einfache Geometrie reduziert dabei mögliche numerische Fehler.

Im experimentellen Aufbau müssen die Feldmassen entlang der Symmetrieachse bewegt werden; die mechanische Führung ist bei Zylindersymmetrie einfach lösbar. Die Pendelkörper wiederum erfüllen gleichzeitig die Funktion der Resonatorspiegel des Fabry-Pérot-Resonators, wobei die Resonatoreigenschaften eine Zylindersymmetrie der Spiegel erzwingen.

Durch die Art der Aufhängung der Pendelkörper in die Pendelseile werden die physikalischen Eigenschaften der Pendel stark beeinflusst. Die Zylindersymmetrie der Pendelkörper ermöglicht eine bifilare Aufhängung, durch die die Eigenschaften der Pendel in erster Näherung denen eines mathematischen Pendels gleich sind.

Durch eine geeignete Wahl der Geometrien wurde erreicht, daß die Abweichung des Gravitationseffektes der ausgedehnten Feldmassen und Pendelkörper von dem von gleich schweren Punktmassen maximal 2% beträgt. Dieser Wert gilt für die im Experiment kleinste erreichbare Entfernung zwischen Feldmasse und Pendelkörper und nimmt mit zunehmender Entfernung schnell ab.

## 2.2 Berechnung der Pendelabstandsänderung

Das aus Absatz 2.1.1, Gleichung 2.1 bekannte Gravitationsfeld  $E$  einer Feldmasse  $M$  übt auf die Masse  $m$  eines Pendelkörpers im Abstand  $x$  die auslenkende Kraft

$$\vec{F}_{Feldmasse} = m\vec{E} = G \frac{Mm}{x^2} \cdot \vec{e}_z \quad (2.5)$$

aus. Die dadurch bewirkte statische Auslenkung  $\Delta z$  des Pendels erzeugt eine bei kleinen Auslenkungen  $\Delta z \ll l$  der Auslenkung proportionale Gegenkraft:

$$\vec{F}_{Erde} = -\frac{\Delta z}{l} mg \cdot \vec{e}_z. \quad (2.6)$$

Dabei sei  $l$  die Pendellänge entsprechend Abbildung 2.1; des weiteren werden punktförmige Massen zugrundegelegt. Für mathematische Pendel gilt

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}. \quad (2.7)$$



Durch Gleichsetzung der Gleichungen 2.5 und 2.6 ergibt sich die Auslenkung des Pendels zu

$$\Delta z = \frac{l}{g} E = \frac{1}{\omega_0^2} \frac{GM}{x^2}. \quad (2.8)$$

Zur Berücksichtigung der räumlichen Ausdehnung des Pendelkörpers und der Feldmasse muß unter Ausnutzung des Superpositionsprinzips über die Massenverteilungen integriert werden:

$$\begin{aligned} \Delta z &= \frac{1}{\omega_0^2 m} \int_m \int_M G \frac{\vec{x} \cdot \vec{e}}{x^3} dM dm \\ &= \frac{G}{\omega_0^2 \int_v \rho_v dv} \int_v \int_V \frac{\vec{x} \cdot \vec{e}}{x^3} \rho_V dV \rho_v dv. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Dabei zeige der Vektor  $\vec{x}$  vom Massenelement  $dm$  des Pendelkörpers zum Massenelement  $dM$  der Feldmasse beziehungsweise von den entsprechenden Volumenelementen  $dv$  zu  $dV$ .  $\rho_V$  sei die Massendichte des Volumenelementes  $dV$ . Die numerische Integration unter Berücksichtigung eventueller Dichteinhomogenitäten wird in Kapitel 4.3 beschrieben.

Gleichung 2.9 beruht auf der Annahme ideal elastischer Pendelseile. Die relative Verschiebung der Eigenfrequenz aufgrund der endlichen Elastizität der im Experiment verwendeten Pendelseile beträgt nach [32] etwa  $10^{-6}$  und ist somit vernachlässigbar klein. Zusätzlich auftretende gravitative Kräfte aufgrund der Masse der Pendelseile müssen jedoch durch einen Zusatzterm korrigiert werden.

Die Pendeleigenfrequenz gemäß Gleichung 2.7 gilt nur für die Näherung eines mathematischen Pendels exakt. Ein wie in unserem Aufbau verwendeter zylindrischer Pendelkörper, der in zwei parallelen Drahtschlaufen aufgehängt ist, verhält sich wie ein mathematisches Pendel. Abweichungen durch eine nicht ideale Geometrie des Pendelkörpers oder nicht exakte Parallelität der Pendelseile müßten in Form zusätzlicher Korrekturterme berücksichtigt werden. Die Ermittlung solcher Korrekturterme ist experimentell kaum möglich; zweckmäßiger ist es, die Pendeleigenfrequenz mit ausreichender Genauigkeit zu messen und die Gleichung 2.9 zusammen mit diesem Meßwert zu verwenden, der die tatsächlich im Experiment auftretenden rücktreibenden Kräfte beschreibt. Dies ist möglich, da bei jeder harmonischen Schwingung die Beschleunigung proportional zur Auslenkung ist gemäß  $a = \Delta z \omega_0^2$ . Daher kann Gleichung 2.6 auch direkt in der Form  $F = ma = m \Delta z \omega_0^2$  geschrieben werden und Gleichung 2.8 behält ihre Gültigkeit.

Die eigentliche Meßgröße Pendelabstandsänderung  $\Delta b$  zweier Pendel, die durch die Positionsänderung zweier Feldmassen von  $r_{fern}$  zu  $r_{nah}$  hervorgerufen wird, erhält man wiederum durch Superposition:

$$\begin{aligned} \Delta b(r) &= \Delta z_{Pendel1,FM1}(r) - \Delta z_{Pendel2,FM1}(r) \\ &\quad + \Delta z_{Pendel2,FM2}(r) - \Delta z_{Pendel1,FM2}(r) \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\Delta b = \Delta b(r_{nah}) - \Delta b(r_{fern}). \quad (2.11)$$

## 2.3 Messung der Pendelabstandsänderung

Die beiden Pendelkörper stellen die Spiegel eines offenen Fabry-Pérot-Resonators dar. Bei einer kleinen Änderung  $\Delta b$  des Pendelabstandes kommt es zu einer proportionalen Änderung  $\Delta f$  der Resonanzfrequenz, die mit hoher Genauigkeit gemessen werden kann. Die Messung der Pendelabstandsänderung wird also auf die Messung einer Frequenzänderung zurückgeführt.

Im folgenden Abschnitt werden die theoretischen Grundlagen eines Fabry-Pérot-Resonators diskutiert; die Methode zur Bestimmung der Resonanzfrequenz wird in Kapitel 4.1.1 beschrieben. Die Bestimmung der Proportionalitätskonstanten  $\beta = \Delta b / \Delta f$ , die im Folgenden Umrechnungsfaktor genannt werden wird, wird in Abschnitt 2.3.2 beschrieben.

### 2.3.1 Theoretische Grundlagen des Fabry-Pérot-Resonators

Die theoretischen Grundlagen eines Fabry-Pérot-Resonators speziell im Zusammenhang mit dem Wuppertaler Gravitationsexperiment wurden bereits ausführlich in [32, 33] beschrieben. Dabei wurde insbesondere auf die Wahl einer optimalen Geometrie eingegangen. Da im Rahmen dieser Arbeit an den prinzipiellen Eigenschaften des verwendeten Fabry-Pérot-Resonators keine Änderungen vorgenommen wurden, sollen im Folgenden nur die für die Verwendung des Resonators wichtigen Grundlagen erörtert werden.

Der Fabry-Pérot-Resonator besteht aus zwei identischen zirkularen Spiegeln mit einem sphärischen konkaven Oberflächenprofil. Innerhalb des Resonators bildet sich eine stehende elektromagnetische Welle aus, die durch die sphärischen Spiegel auf die Resonatorachse fokussiert wird. In Abbildung 2.5 wird dies schematisch dargestellt.

Bei den verwendeten Resonatorspiegeln beträgt der Radius  $a \approx 10$  cm, der Krümmungsradius  $R \approx 58$  cm und der Abstand  $b \approx 24$  cm. In der Abbildung ist die Feldverteilung für die sogenannten Fundamentalmoden dargestellt; diese zeichnen sich durch eine rein axiale Feldverteilung aus. Die Feldverteilung richtet sich entlang der Verbindungslinie der Krümmungsmittelpunkte aus; diese Verbindungslinie steht stets senkrecht zu den sphärischen Spiegeloberflächen.

Die Feldverteilung der Fundamentalmoden zeigt in radialer Richtung einen gaußförmigen Verlauf mit dem Maximum auf der Resonatorachse. Man spricht daher auch von einem Gauß-Strahl. Die Größe  $\omega$  bezeichnet den Radius, bei dem die Feldstärke  $1/e$  ihres Maximalwertes beträgt. Entlang der Resonatorachse können mehrere Knotenpunkte des elektromagnetischen Feldes auftreten. Je nach der Anzahl  $q$  der halben Wellenlängen können die Fundamentalmoden charakterisiert werden. Der verwendete Fabry-Pérot-Resonator wird im Frequenzbereich von 20 GHz bis 26 GHz betrieben; die bei den Resonanzmoden auftretenden Werte für  $q$  betragen dabei etwa 35.

Neben den Fundamentalmoden treten zusätzliche Obermoden auf, die durch die Größen  $p$  und  $m$ , die ein Maß für die Anzahl der Knotenpunkte in radialer und azimuthaler Richtung sind, charakterisiert werden können. Die *complex-source-point*-Theorie [35, 36], die zur Berechnung der Feldverteilung verwendet wird, benötigt einen weiteren Parameter, der zwei Werte,  $A$  und  $B$ , annehmen kann. Die Resonanzfrequenzen ergeben sich nach [34, 36] zu

$$f_R = f_{pmq} = \frac{c}{2b} \cdot \left[ q + \frac{n}{\pi} \cdot \arccos \left( 1 - \frac{b}{R} \right) + N \cdot \frac{c}{8\pi^2 R f_R} + \mathcal{O}((k\omega_0)^{-6}) \right] \quad (2.12)$$

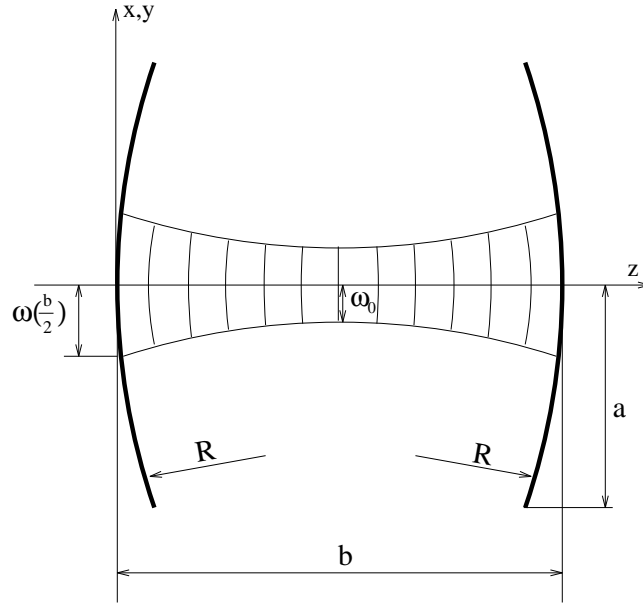


Abbildung 2.5: Schematische Darstellung der Feldverteilung innerhalb eines Fabry-Pérot-Resonators mit sphärisch gekrümmten Spiegeln (aus [31]).

mit  $n=2p+m+1$  und  $N=N_{AB}(p,m)=2p^2+2pm-m^2+2p-2+m\pm 4m$ ; der Radius der Strahl-taille in der Resonatormitte berechnet sich zu  $\omega_0 = \sqrt{\frac{Rc}{2\pi f}} \cdot \sqrt[4]{\frac{2b}{R} - \frac{b^2}{R^2}}$  und die Wellenzahl beträgt  $k = \frac{2\pi f}{c}$ .

Der erste Term entspricht der Resonanzfrequenz eines planparallelen Fabry-Pérot-Re-sonators in der optischen Näherung. Der zweite Term beschreibt den Einfluß der Spiegelkrümmung und ist etwa 100 mal kleiner. Der dritte Term wird von der *complex-source-point*-Theorie aus der Entwicklung nach Potenzen von  $(k\omega_0)$  berechnet. Er führt zu einer teilweisen Aufhebung der Entartung der Fundamentalmoden. Die relative Genauigkeit, mit der Fre-quenzen gemäß dieser Gleichung berechnet werden können, ergibt sich beim verwendeten Resonator aus  $(k\omega_0)^{-1} = 0,068$  bei einer Frequenz  $f = 22$  GHz zu etwa  $10^{-7}$ .

### 2.3.2 Berechnung des Umrechnungsfaktors

Eine kleine Änderung  $\Delta b$  des Pendelabstandes ist in sehr guter Näherung proportional zur resultierenden Änderung  $\Delta f$  der Resonanzfrequenz. Durch Ableiten der Gleichung 2.12 erhält man

$$\Delta b = \beta \cdot \Delta f \quad (2.13)$$

$$\beta = -\frac{b}{f} \left( 1 - \frac{nc}{2\pi f} \sqrt{\frac{1}{2Rb - b^2}} - \frac{c}{8\pi^2 R q f} + \mathcal{O}(10^{-8}) \right)^{-1} \quad (2.14)$$

Dieser Umrechnungsfaktor  $\beta$  erlaubt somit die Transformation einer Frequenzänderung

$\Delta f$  in eine Pendelabstandsänderung  $\Delta b$  durch einfache Multiplikation. Eine Frequenzverschiebung, die aufgrund der Koppellöcher und der Eindringtiefe der elektromagnetischen Wellen in die Spiegeloberfläche auftreten kann und in obiger Gleichung nicht berücksichtigt ist, führt nach [32] zu einer Korrektur von etwa  $10^{-5}$  und wird gegenwärtig noch vernachlässigt.

Da  $\beta$  nach obiger Gleichung in erster Näherung proportional zum Spiegelabstand  $b$  ist, ist die Genauigkeit, mit der  $\beta$  bestimmt werden kann, begrenzt durch die Genauigkeit, mit der  $b$  bekannt ist. Eine Bestimmung des Spiegelabstandes  $b$  kann über das gemessene Resonanzfrequenzspektrum unter Verwendung von Gleichung 2.12 vorgenommen werden. Nach der Identifikation der Resonanzmoden kann durch Linearkombination der (00q)- und der (10q)-Moden je ein Spiegelabstand  $b_q$  unter Vernachlässigung der höheren Ordnungen von  $(k\omega_0)^{-1}$  bestimmt werden:

$$b_q \approx \frac{c}{3 \cdot f_{00q} - f_{10q}} \left( q - \frac{3c}{8\pi^2 R f_{00q}} - \frac{c}{8\pi^2 R f_{10q}} \right). \quad (2.15)$$

Der gesuchte Spiegelabstand ergibt sich als Mittelwert aller erhaltenen  $b_q$  und ist dann mit einer relativen Genauigkeit von etwa  $10^{-5}$  bekannt.

Die bisherigen Überlegungen beruhen auf der Annahme, daß die durch den Gravitationseffekt der Feldmassen bewirkte Pendelabstandsänderung  $\Delta z$  identisch ist mit der Änderung der Länge des Gauß-Strahles  $\Delta b$ . Dies ist jedoch nur bei exakter Justierung des Fabry-Pérot-Resonators der Fall. Ist z.B. der Gauß-Strahl gegenüber der Symmetrieachse  $z$  des Experimentes aufgrund von Justierungsungenauigkeiten um einen Winkel  $\varphi$  geneigt, so ergibt sich die Längenänderung des Gauß-Strahles  $\Delta b$  aus der Projektion von  $\Delta z$  auf den Gauß-Strahl zu:

$$\Delta b = \Delta z \cdot \left( 1 - \frac{1}{2}\varphi^2 \right). \quad (2.16)$$

Um eine Gleichheit von  $\Delta z$  und  $\Delta b$  innerhalb einer relativen Genauigkeit von  $10^{-5}$  zu erreichen, darf der Neigungswinkel des Gauß-Strahles  $0,26^\circ$  nicht überschreiten.

Auch wenn ein Spiegel senkrecht zur Symmetrieachse um  $\Delta x$  verschoben wird, kommt es zu einer Änderung der Länge des Gauß-Strahles:

$$\Delta b = \frac{1}{2} \frac{\Delta x^2}{(2R - b)} - \Delta x \cdot \sin\varphi. \quad (2.17)$$

Der erste Term in Gleichung 2.17 zeigt, daß die Länge des Gauß-Strahles sehr unempfindlich gegenüber Verschiebungen eines Spiegels senkrecht zur Achse des Gauß-Strahles ist. Der zweite Term der Gleichung beschreibt jedoch die Auswirkung einer Neigung  $\varphi$  des Gauß-Strahles zur Symmetrieachse. Eine Verschiebung eines Spiegels senkrecht zur Symmetrieachse hat dann auch eine Komponente in Richtung des Gauß-Strahles. Für  $\Delta x = 1$  nm ergibt sich  $\Delta b$  zu  $17,5$  pm/ $^\circ$ ; dies entspricht einem relativen Fehler in der Bestimmung von  $G$  von etwa  $1,5 \cdot 10^{-3}/^\circ$ . Die Spiegel des Fabry-Pérot-Resonators müssen demnach sehr genau justiert werden.

# Kapitel 3

## Experimenteller Aufbau

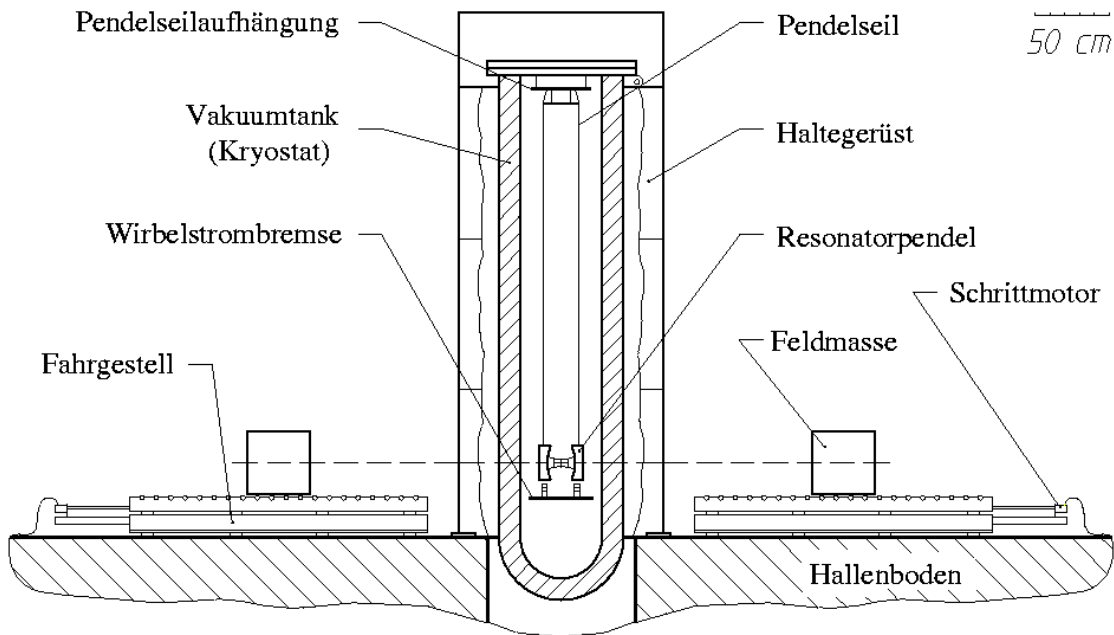


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung des experimentellen Aufbaus.

Der Aufbau des Experimentes ist in den Abbildungen 3.1 und 3.2 schematisch dargestellt. Die zentralen Elemente sind die Feldmassen mit ihrem Bewegungsmechanismus und die Resonatorpendel, die sich zwischen den beiden Feldmassen befinden. Sowohl die Feldmassen als auch die Pendelkörper sind zylindersymmetrisch aufgebaut und entlang einer gemeinsamen Symmetrieachse ausgerichtet. Zusammen mit einem Frequenzgenerator sowie Steuer- und Ausleseelektronik bilden die Pendel das Resonatorsystem. Die notwendigen mechanischen Elemente des Aufbaus sind die Folgenden: Das Haltegerüst trägt den Vakuumentank (im Folgenden auch Kryostat genannt); an dessen Deckel befestigt ist die Pendelseilaufhängung

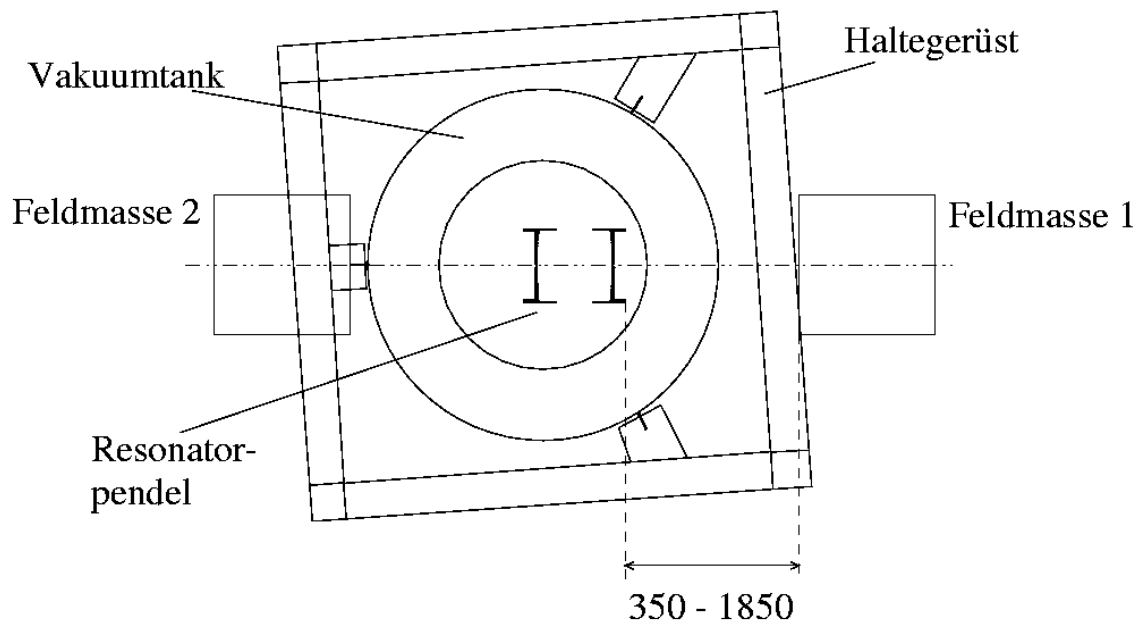


Abbildung 3.2: Aufsicht des experimentellen Aufbaus. Die Feldmassen sind in der kleinstmöglichen Entfernung vom Resonator dargestellt. Die Tatsache, daß der Resonator nicht in der Mitte des Vakuumentanks angebracht ist, hat historische Gründe: bei Verwendung nur der Feldmasse 1 sind so kleinere Abstände möglich.

sowie der Kryostateinsatz, der wiederum alle weiteren mechanischen Elemente trägt wie die Hohlleiter und die Wirbelstrombremsen sowie deren Verstellmechanismen. Außerdem gehören zum Aufbau noch die Positionsmeßgeräte, die in Abbildung 3.1 der Übersicht halber nicht eingezeichnet sind. Zu den Positionsmeßgeräten gehört zum einen eine optische Bank; sie wird zur Bestimmung des absoluten Abstandes der beiden Feldmassen zueinander und bei der Justage des Aufbaus zur Bestimmung der Position der Pendel relativ zu den Feldmassen benötigt. Zum anderen gehören dazu je Feldmasse ein Positionsmeßgerät, das nach jeder Bewegung der Feldmasse deren Position relativ zum Koordinatensystem des Meßgerätes bestimmt. Sie werden im Folgenden als Relativmeßgeräte bezeichnet. Durch die Verwendung der Relativmeßgeräte zusammen mit der Messung der optischen Bank ist jederzeit der Absolutabstand der Feldmassen zueinander mit hoher Genauigkeit bekannt. Zur Steuerung und Auslese sämtlicher Geräte wird ein zentraler Prozessor verwendet.

In den folgenden Abschnitten werden die verschiedenen Elemente des Aufbaus im einzelnen beschrieben. Dabei sollen sowohl Vor- als auch Nachteile des aktuellen Aufbaus und im Verlauf dieser Arbeit durchgeführte Veränderungen angesprochen werden. Fehlerquellen einzelner Elemente werden aufgeführt und ihre Auswirkungen auf die Bestimmung der Gravitationskonstanten diskutiert. Eine Zusammenfassung mit weiteren Fehlerquellen wird dann in Kapitel 7 vorgestellt. Das beschriebene Experiment ist aus einer ursprünglichen Prototypapparatur erwachsen; Teilaspekte des Aufbaus sind daher nun, da es sich um ein hochpräzises Experiment handelt, als problematisch anzusehen. Sollte in der Zukunft ein

ähnliches Experiment neu aufgebaut werden, kann dieses Kapitel eine Hilfe sein, einzelne Probleme von vornherein zu vermeiden. In diesem Zusammenhang sei auch auf die systematischen Untersuchungen des Aufbaus in Kapitel 5 verwiesen.

## 3.1 Das Resonatorsystem

Abbildung 3.3 zeigt ein Blockschaltbild des Resonatorsystems. Zum Betrieb des Fabry-Pérot-Resonators wird ein Frequenzgenerator<sup>1</sup> verwendet, der Mikrowellen unterschiedlicher Frequenz bis zu maximal 26,5 GHz erzeugen kann. Die Frequenz der abgestrahlten Mikrowellen kann über eine GPIB-Verbindung<sup>2</sup> von einem Rechner gesteuert werden. Nach einer kurzen Einschwingzeit ist die Frequenz innerhalb von 0,02 Hz stabil; dies ist bei einer Auflösung des verwendeten Resonators von etwa 0,1 Hz ausreichend. Diese Frequenzstabilität wird durch die Verwendung eines Rubidium-Frequenzstandards erreicht, dessen Langzeitverhalten durch das Zeitsignal der PTB<sup>3</sup> geeicht wird. Für die Genauigkeit der Gravitationsmessungen ist eine langsame Drift der absoluten Resonatorfrequenz unbedeutend; sie bedeutet nur eine weitere Ursache der ohnehin vorhandenen Resonanzfrequenzdrift, die durch geeignete Maßnahmen in der Datenanalyse eliminiert werden kann. Von einer solchen Drift abgesehen muß aber eine eingestellte Frequenzänderung mit einer Genauigkeit von mindestens 0,1 Hz vom Generator produziert werden. Um dies sicherzustellen, wurde der Generator nach Abschluß der ersten Meßreihe 1999 vom Hersteller generalüberholt.

Die Mikrowellen werden mit Hohlleitern zum Resonator geführt. Durch die sogenannte *cut-off*-Frequenz der Hohlleiter liegt die untere Grenze des nutzbaren Frequenzspektrums bei etwa 17,4 GHz. Ein Teil der Hohlleiter befindet sich im Vakuumtank; den Übergang bildet ein vakuumdichtes Kaptonfenster. Kurz bevor die Mikrowellen in den Resonator eingekoppelt werden, werden über Richtkoppler Teile der vorlaufenden sowie Teile der beim Einkoppelprozeß reflektierten Wellen abgezweigt und auf Dioden geführt. Das der Leistung der vorlaufenden Welle proportionale Spannungssignal der  $P_v$ -Diode wird dem Frequenzgenerator zugeführt und dient der Einhaltung einer möglichst stabilen Leistung der ausgesendeten Mikrowellen. Das Signal der  $P_{ref}$ -Diode kann zu Testzwecken an einen Oszillographen gegeben werden.

Im Zentrum der Resonatorspiegel sind Löcher angebracht, die der Kopplung der Mikrowellen dienen. Einzelheiten zur berührungsfreien Einkopplung der Mikrowellen in den Resonator werden in Abschnitt 3.1.2 beschrieben. Der Resonator wird in Transmission betrieben, d. h. durch das Koppelloch des einen Pendels werden die Mikrowellen in den Resonator ein- und durch das Koppelloch des zweiten ausgekoppelt. Die durch den Resonator gelaufenen Mikrowellen werden mit einem kurzen Hohlleiter noch innerhalb des Vakuumtanks auf die Auslesediode geleitet, die die durchgelassene Leistung  $P_d$  in ein Spannungssignal umwandelt.

Dieses Spannungssignal der  $P_d$ -Diode wird von einem ADC digitalisiert, das vom Rechner über eine GPIB-Verbindung gesteuert und ausgelesen werden kann. So kann rechnergesteuert eine bestimmte Frequenz der Mikrowellen eingestellt und die entsprechende Spannung der

<sup>1</sup>*synthesized sweeper*, Mod. 8340 B, Hewlett Packard.

<sup>2</sup>engl. f. **G**eneral **P**urpose **I**ndustry **B**us. Es handelt sich um eine spezielle Rechnerschnittstelle, die auch als *ieee488* bekannt ist.

<sup>3</sup>Physikalisch Technische Bundesanstalt, Braunschweig.

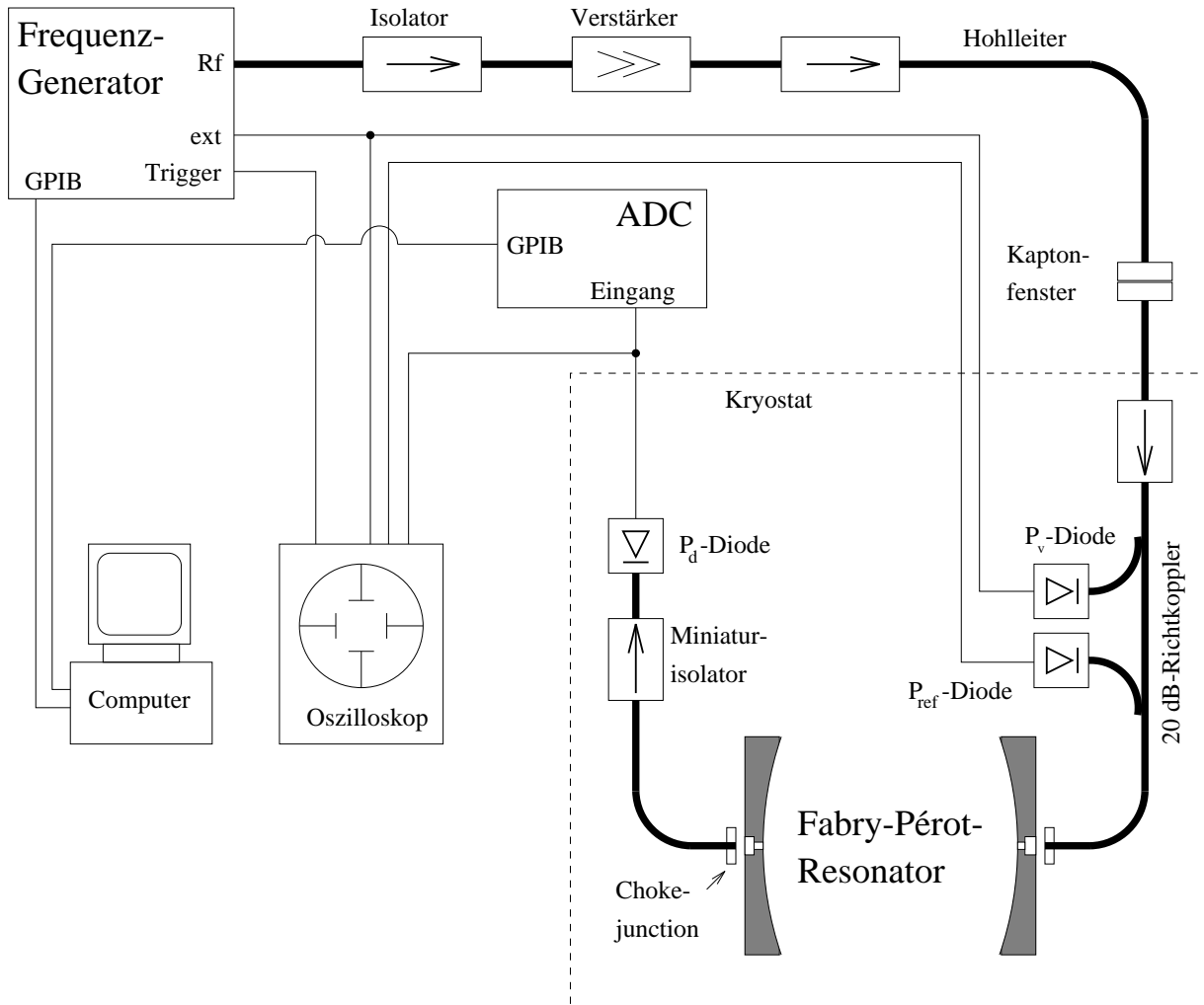


Abbildung 3.3: Das Resonatorsystem (nach [31]).

$P_d$ -Diode ausgelesen werden. Eine genaue Beschreibung des Programmablaufs zur Bestimmung der Resonanzfrequenz findet sich in Abschnitt 4.1.1. Alternativ kann das Spannungssignal der  $P_d$ -Diode auch an einen Oszillographen gegeben werden, so daß die Resonanzkurve visuell überprüft werden kann. Hierzu kann der Frequenzgenerator im sogenannten *Sweep*-Modus unabhängig vom Rechner betrieben werden. Es wird dann mehrmals pro Sekunde die Frequenz stufenlos von der Minimal- zur Maximalfrequenz eines frei wählbaren Intervalles verändert; zur Zeitkoordinierung gibt der Frequenzgenerator ein Triggersignal an das Oszilloskop.



### 3.1.1 Der Fabry-Pérot-Resonator

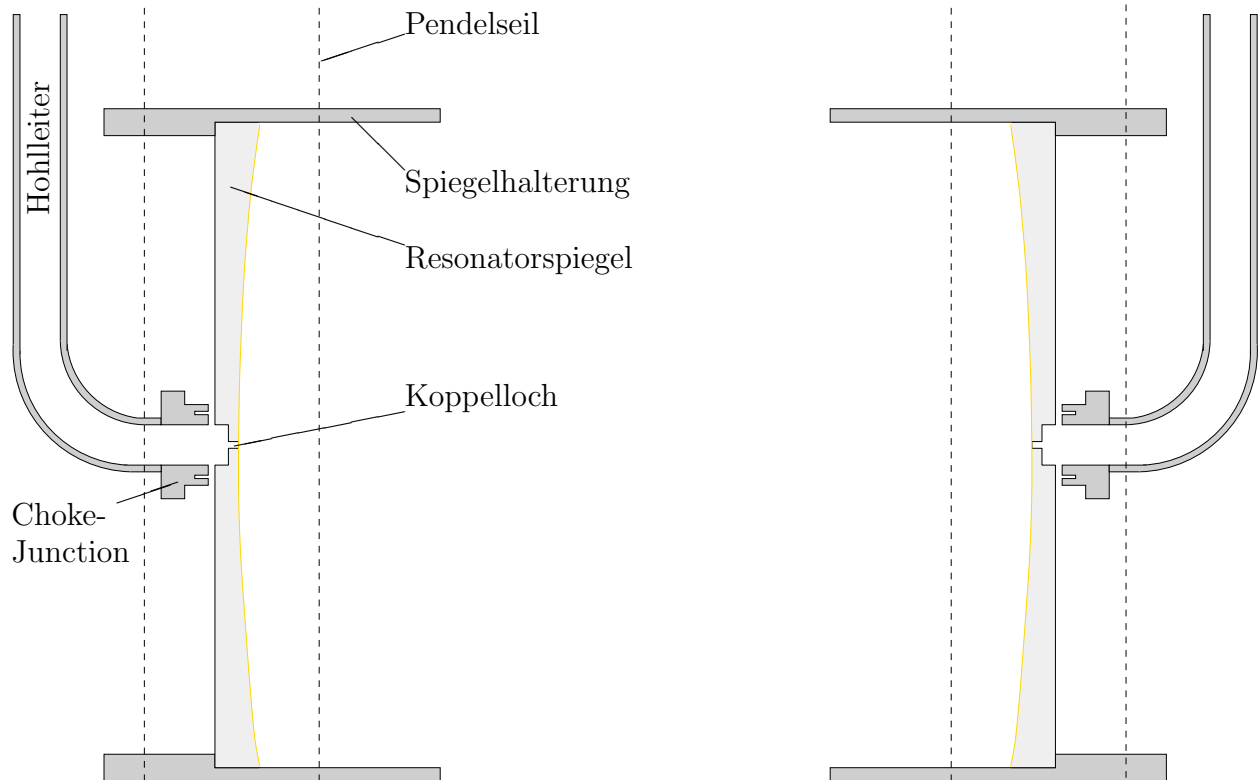


Abbildung 3.4: Längsschnitt durch den Fabry-Pérot-Resonator inklusive Einkoppelhohlleiter. Gestrichelt eingezeichnet sind die Projektionen der Pendelseile.

Der Fabry-Pérot-Resonator ist schematisch in Abbildung 3.4 dargestellt; Abbildung 3.5 zeigt ein Photo der Pendelkörper. Die Resonatorspiegel sind an der Resonatorseite mit einem Radius von 580 mm sphärisch gekrümmt und an der Rückseite plangedreht. Sie sind aus OFHC-Kupfer gefertigt und an der Resonatorseite vergoldet. Durch eine niedrige Oberflächenrauheit von weniger als 50 nm wird eine hohe Oberflächenleitfähigkeit erreicht, die direkt die Resonatorgüte  $Q$  beeinflusst. Für die Resonatoreigenschaften weiterhin maßgebend ist die Einhaltung einer möglichst idealen Kugeloberfläche der Spiegel; es wird eine Genauigkeit von besser als  $0,5 \mu\text{m}$  erreicht. Der Spiegelabstand beträgt etwa 24 cm.

Ein Pendelkörper besteht aus einem Resonatorspiegel, der in einem Hohlzylinder aus Aluminium fixiert ist. Diese Zylinder dienen als Spiegelhalterung, als elektrisch leitende Körper für die Wirbelstrombremse, als Abschirmung gegen störende elektromagnetische Felder und zur Befestigung der Pendelseile, die folgendermaßen gelöst ist: die Zylinder liegen in jeweils zwei Drahtschlaufen, die symmetrisch zum Pendelkörperschwerpunkt angebracht sind. Durch eine geeignete Geometrie der Spiegelhalterung kann erreicht werden, daß der Pendelkörperschwerpunkt auf dem Zentrum der Spiegeloberfläche liegt. Der Einfluß einer thermischen Ausdehnung der Spiegelhalterung auf die Resonanzfrequenz des Resonators wird

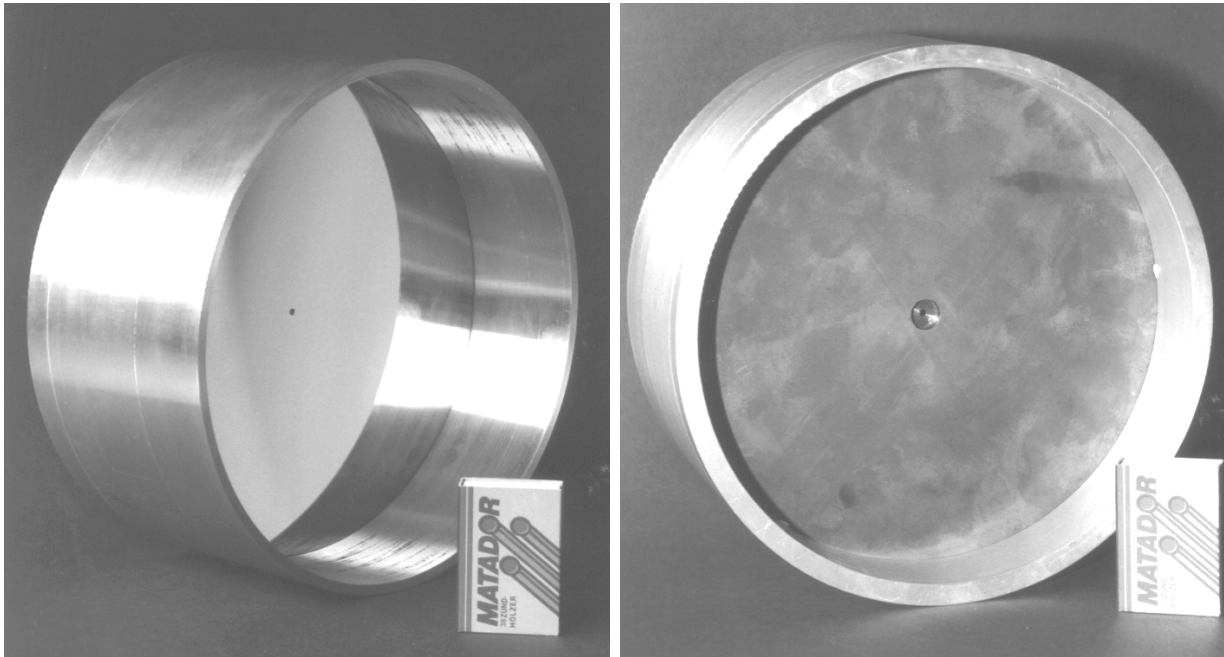


Abbildung 3.5: Photos eines Pendelkörpers. Links: Resonatorseite mit vergoldeter, sphärisch gekrümmter Spiegeloberfläche, in deren Mitte das Einkoppelloch zu erkennen ist. Rechts: Hohlleiterseite des Pendels mit plangedrehter Spiegelrückseite, in deren Mitte der runde Hohlleiterkamin und das Einkoppelloch zu erkennen sind. Zum Größenvergleich dient eine mit abgebildete Streichholzschachtel.

dadurch minimiert. Zur präzisen Seilführung sind in die Spiegelhalterungen kleine Nuten eingearbeitet.

Zur weiteren Abschirmung gegen störende elektromagnetische Felder, die in den Resonator eindringen, aber auch aus ihm ausgestrahlt werden können und dann über Reflexionen im Innern des Kryostaten wieder einkoppeln können, ist zwischen den Resonatorpendeln ein weiterer Hohlzylinder aus Aluminium als Pendel angebracht, der in Abbildung 3.4 nicht eingezeichnet ist. Sein Durchmesser entspricht etwa dem der Spiegelhalterungen, während seine Höhe gerade so bemessen ist, daß der Abstand zwischen den beiden Spiegelhalterungen fast vollständig überbrückt wird, ohne mechanischen Kontakt zwischen den drei Pendeln herzustellen. Er ist von innen mit mikrowellenabsorbierender Folie<sup>4</sup> ausgekleidet; zusätzlich ist an ihm eine Ringblende aus gleichem Material befestigt. Diese Blende mit einem Öffnungsdurchmesser von etwa 170 mm befindet sich somit genau im Zentrum des Resonators, senkrecht zur Symmetrieachse des Experimentes. Mit dieser Blende werden unerwünschte Moden höherer transversaler Ordnung unterdrückt; dieses soeben beschriebene dritte Pendel wird daher auch Obermodenfilter genannt.

Im Jahr 1997 wurden die vorhandenen Resonatorspiegel vom Optikzentrum Bochum überarbeitet und neue Spiegelhalterungen gebaut. Dies führte zu einigen Verbesserungen, die sich nicht nur auf präziser gefertigte Oberflächen durch verbesserte Bearbeitungstechnologien

<sup>4</sup>Eccosorb VF, Dicke 0,75 mm.

beschränken, sondern darüberhinaus auch prinzipieller Natur sind. So war ursprünglich der Resonatorspiegel mit drei kleinen Kupferschrauben an der Halterung fixiert. Dies kann zu Verzerrungen der sphärischen Spiegeloberfläche und zu einer geringen Verkippung des Spiegels in der Halterung führen. In den aktuellen Pendelkörpern sind die Spiegel einfach mit drei Klebepunkten<sup>5</sup> befestigt. Auch die Mikrowelleneinkopplung konnte verbessert werden, wie im folgenden Abschnitt beschrieben wird.

Ursprünglich waren die Spiegelhalterungen aus dem gleichen Material gefertigt wie die Spiegel. Die aktuellen Halterungen sind hingegen aus Aluminium hergestellt, was aber zu keinen prinzipiellen Änderungen führt. Einzig bei der Massenintegration zur numerischen Berechnung der Gravitationskraft muß nun die veränderte Dichte berücksichtigt werden.

### 3.1.2 Die Einkopplung der Mikrowellen

Die Mikrowellen werden mit kupfernen Hohlleitern zum Resonator geführt. Kurz vor dem Resonator sorgt ein spezielles Teilstück, der Hohlleiterkrümmer, für eine nötige Richtungsänderung um 90 Grad (S. Abbildung 3.4). Ein mechanischer Kontakt zwischen Hohlleiter und dem Resonatorspiegel darf nicht auftreten, da der Resonatorspiegel als Pendel aufgehängt ist und die ungestörten Pendeleigenschaften Voraussetzung des Experimentes sind (Vgl. Kapitel 2.1). Die Mikrowellen werden daher über einen Spalt zwischen Hohlleiter und Resonatorspiegel übertragen. Zur Reduzierung unerwünschter Ein- oder Abstrahlung an diesen Spalten [32] wurden folgende Maßnahmen getroffen: In die Rückseite der Spiegel ist ein  $\lambda/4$  tiefer Hohlleiterkamin eingearbeitet, der den gleichen Querschnitt wie die Hohlleiter hat. Entlang des Hohlleiters bildet sich eine stehende Welle aus, deren erstes Feldminimum sich gerade am Ort des Spaltes befindet. Die Abstrahlungsverluste am Spalt werden somit durch den Hohlleiterkamin minimiert.

Weiter minimiert werden die Abstrahlungsverluste am Spalt durch einen speziellen Abschluß der Hohlleiter, der sogenannten *Choke Junction* [40]. Es handelt sich hierbei um einen Aluminiumflansch, in den entlang des Spaltes zur Spiegellrückseite eine Nut eingearbeitet ist. Eine am Hohlleiterspalt abgestrahlte Welle läuft durch diese Nut und bildet an der Flanschöffnung einen Stromknoten, so daß die Öffnung feldfrei ist.

Die eigentliche Einkopplung der Mikrowellen in den Resonator geschieht über ein Koppelloch mit einem Durchmesser von 2,5 mm. In diesem Koppelloch ist die elektromagnetische Welle nicht ausbreitungsfähig, so daß es zu einem exponentiellen Abfall der Feldstärke kommt. Ein Koppelloch mit einem größeren Durchmesser kommt aber auf Grund von Streuverlusten nicht in Frage. Abhilfe schafft ein zylinderförmiges Dielektrikum<sup>6</sup>, dessen Abmessungen geringfügig kleiner sind als die des Koppelloches. Es wird im Koppelloch angebracht und sorgt durch eine dielektrische Aufweitung für eine ausreichende Ausbreitung der Mikrowellen. Bei der Anbringung des Dielektrikums ist darauf zu achten, daß es nicht in den Resonator hineinragt, da sonst die Resonatorgüte durch Streuverluste am Koppeldielektrikum begrenzt wird [32].

Im Zuge der Überarbeitung der Resonatorspiegel konnten einige Verbesserungen bezüglich der Mikrowelleneinkopplung erreicht werden. So konnte die Länge des Koppelloches auf

<sup>5</sup>Ursprünglich wurde ein spezieller Vakuumkleber verwendet; nachdem sich die Fixierung der Spiegel in den Halterungen mit diesem Kleber als nicht stabil genug erwiesen hatte, wurde Sekundenkleber verwendet.

<sup>6</sup>LaAlO<sub>3</sub>,  $\varnothing 2.5$  mm, Höhe 1.8 mm, Toleranzen  $\pm 50 \mu\text{m}$ , Orientierung (100), CrysTec GmbH.

1,8 mm verringert werden; aus fertigungstechnischen Gründen betrug sie ursprünglich 4,5 mm. Da die verwendeten Hohlleiter einen rechteckigen Querschnitt aufweisen, mußten ursprünglich auch der Hohlleiterkamin rechteckig sein und auch die *Choke Junction* darauf ausgelegt sein. Ein spezielles Hohlleiterstück, dessen Querschnitt sich über seine Länge hin kontinuierlich von rechteckig auf rund verändert, macht die Verwendung einer zylindersymmetrischen *Choke Junction* mit verbesserten Eigenschaften möglich. Dieses Übergangsstück befindet sich direkt vor dem Hohlleiterkrümmer, der nun auch einen runden Querschnitt aufweist. Im Photo aus Abbildung 3.10 sind die einzelnen Elemente zu erkennen. Abbildung 3.6 zeigt zum Vergleich die alte sowie die neue *Choke Junction* im Querschnitt. Die Hohlleiterkamine konnten daher nun rundgedreht werden; erst dadurch wurden die Pendelkörper vollends zylindersymmetrisch. Sie können nun beliebig um ihre Symmetrieachse gedreht werden, während vormals die Hohlleiterkamine genau zur Symmetrierichtung der Hohlleiter ausgerichtet werden mußten.

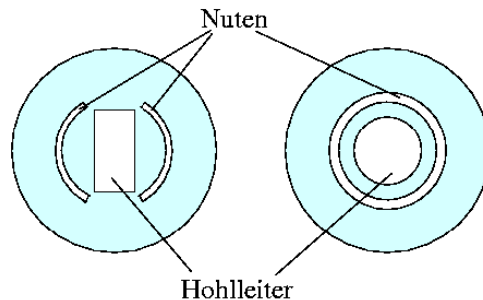


Abbildung 3.6: Schematische Darstellung der *Choke Junctions* im Querschnitt. Links ist die alte Version bei rechteckigem, rechts die aktuelle Version bei rundem Hohlleiterquerschnitt dargestellt.

Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, daß die Kombination aus Übergangsstück und neuem Hohlleiterkrümmer 7,5 cm länger ist als die alten Hohlleiterkrümmer. Die zuführenden Hohlleiter wurden nicht entsprechend gekürzt, sondern die Pendelseile verlängert. Um eine unveränderte Position der Pendelkörper relativ zu den Feldmassen zu erreichen, ist nun der gesamte Kryostat entsprechend höher angebracht als vorher.

Um die Ein- und Auskopplung der Mikrowellen optimieren zu können, müssen die *Choke Junctions* im laufenden Experiment relativ zu den Hohlleiterkaminen der Resonatorspiegel verstellbar sein. Die Hohlleiter bieten eine ausreichende Flexibilität, um Bewegungen der *Choke Junctions* in zwei Dimensionen zu ermöglichen. Über vier Schrittmotoren, die in der Nähe des Resonators am Kryostateinsatz befestigt sind, kann die Justierung vorgenommen werden. Der Einbau dieser Schrittmotoren ermöglichte im Jahre 1995 erstmals Untersuchungen der Resonatoreigenschaften in Abhängigkeit von der Stellung der *Choke Junctions* zu den Hohlleiterkaminen. Insbesondere darf sich bei einer Abstandsänderung eines *Choke Junctions* zum Hohlleiterkamin die Resonanzfrequenz nicht deutlich ändern. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen werden in Kapitel 5.2 vorgestellt. Als vorläufiges Ergebnis stellt sich

heraus, das die Resonanzfrequenz bei den neuen, runden *Choke Junctions* sehr viel empfindlicher auf deren Abstand reagiert als dies bei den alten der Fall war. Hier sind eingehendere Untersuchungen erforderlich. Möglicherweise führen die Übergangsstücke, die den Hohlleiterquerschnitt von rechteckig auf rund überführen, zu Feldverzerrungen, die sich bis zum nur wenige Wellenlängen entfernten Bereich des Koppelspaltes auswirken. Die Anbringung der Übergangsstücke in einer größeren Entfernung vom Resonator und die Verwendung eines runden Hohlleiters bis zum Resonator könnte diese unerwünschten Effekte minimieren. Das verwendete Steuergerät der Schrittmotoren besitzt leider keine Schnittstelle zum Anschluß eines Rechners; systematische Untersuchungen des Einflusses der Positionierung der *Choke Junctions* können daher nicht automatisiert durchgeführt werden. Dadurch dauern solche Messungen länger als nötig und können durch Drifteffekte stärker gestört werden. Die Schrittmotoren heizen schon durch ihren Haltestrom den Kryostaten auf; sie werden daher nur in Betrieb genommen, wenn sie benötigt werden, und sind ansonsten vom Stromnetz getrennt. Das Trennen vom Stromnetz führt dabei zu keiner Positionsveränderung.

### 3.1.3 Die Aufhängung der Pendelseile

Die mechanische Last der Pendel wird durch eine metallene Halteplatte getragen, an der die Pendelseile entsprechend der schematischen Abbildung 3.7 über höhen- und in Symmetrie- richtung des Experimentes verstellbare Buchsen befestigt sind. Die starke Temperatúrausdehnung der Metallplatte würde aber die Abstände der Pendelseile und damit auch die der Pendel sehr deutlich temperaturabhängig variieren. Die Pendelseile werden daher an einer Zerodurplatte<sup>7</sup> vorbeigeführt, die sich durch einen extrem niedrigen thermischen Längenausdehnungskoeffizienten von weniger als  $\pm 0.02 \cdot 10^{-6} K^{-1}$  bei 20°C auszeichnet. Sie ersetzt seit den Messungen des Jahres 1998 eine vormals benutzte Quarzglasplatte mit leicht veränderten Konstruktionsmerkmalen. Die Pendelseile werden durch die Gewichtskraft der Pendelkörper gegen die gekrümmte Randfläche der Zerodurplatte gedrückt und durch deren Oberflächenrauheit an ihrer Position gehalten. Da die Zerodurplatte mit geringen Toleranzen gefertigt worden ist und präzise waagrecht ausgerichtet werden kann, befinden sich die Punkte, an denen die Pendelseile anfangen, frei zu hängen, mit hoher Genauigkeit bei allen Seilenden auf der gleichen Höhe. Die Eigenschaften dieser Punkte, die als die eigentlichen Aufhängepunkte der Pendelseile angesehen werden können, beeinflussen die Pendeleigenschaften. Die Ausrichtung der Pendelseile an der Zerodurplatte muß daher sorgfältig vorgenommen werden.

Zur Verdeutlichung der Führung der insgesamt acht Seilenden an der Zerodurplatte ist in Abbildung 3.8 deren Konstruktionszeichnung dargestellt. Die beiden Bohrungen mit 11 mm Durchmesser dienen der Befestigung an der Metallhalteplatte; die beiden 50 mm Bohrungen entsprechen in ihrer Position gleich großen Schaufenstern im Kryostatdeckel und ermöglichen somit einen direkten Blick auf die Pendel im eingebauten Zustand. Des weiteren wurden noch acht Bohrungen mit 3,1 mm Durchmesser angebracht. Sie sollten nur für den Fall, daß die oben beschriebene Seilfixierung durch Haftreibung sich als nicht ausreichend erweisen sollte, die Möglichkeit bieten, zusätzliche mechanische Seilfixierungen zu befestigen. Die Seile werden an den diesen Bohrungen am nächsten liegenden Positionen entlang dem Zerodurplattenrand geführt.

---

<sup>7</sup>Zerodur, Dehnungsklasse 0, Schott Glaswerke, Mainz.

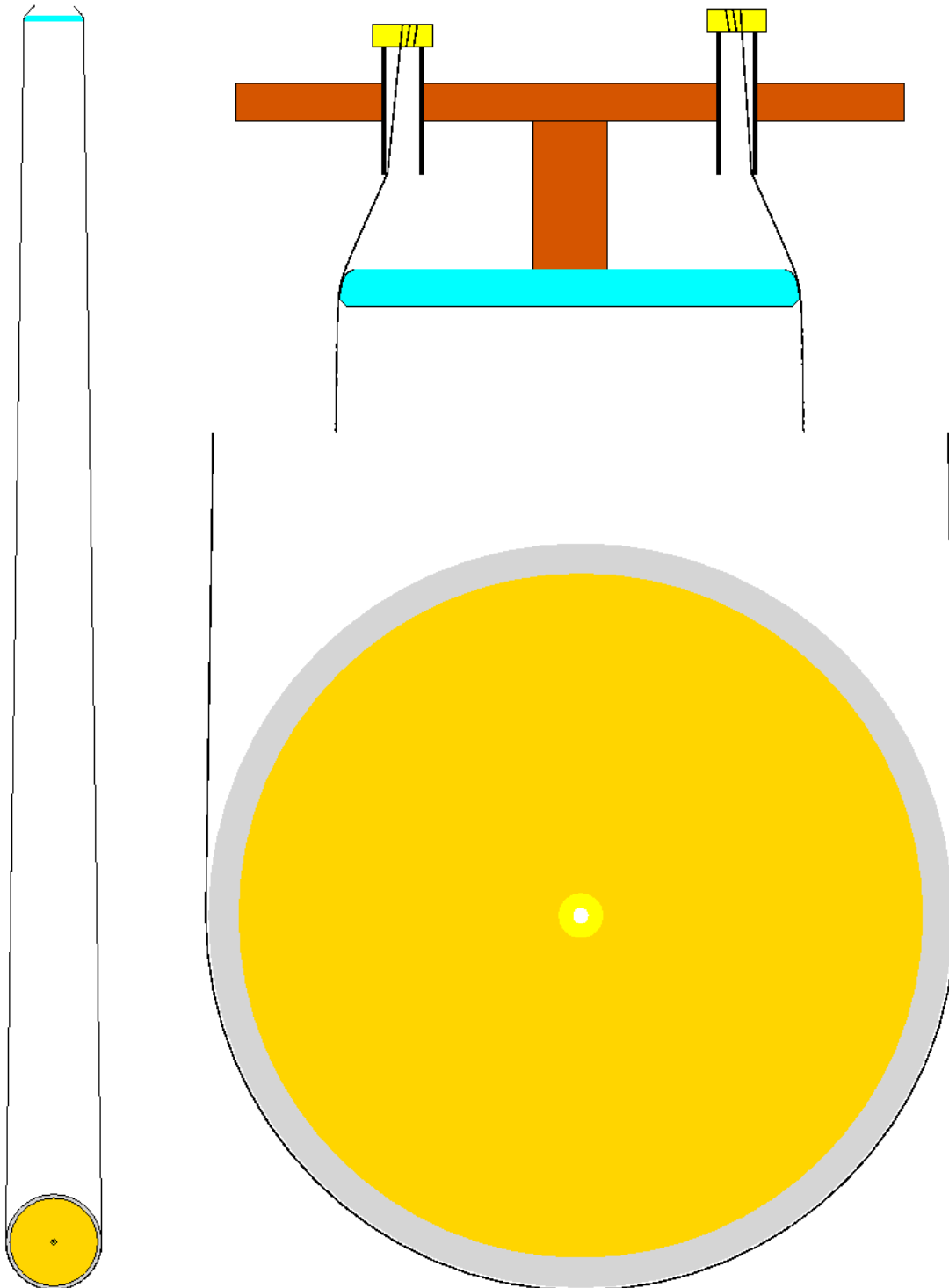


Abbildung 3.7: Schematische Darstellung eines Pendels im Querschnitt. Die Auslenkung des Pendels erfolgt senkrecht zur Bildebene. Gezeigt sind links ein Pendel auf seiner ganzen Länge, rechts oben eine Darstellung der Seilaufhängung an einer Metallhalteplatte und der Seilführung entlang der Zerodurplatte und rechts unten des Pendelkörpers mit Seil.

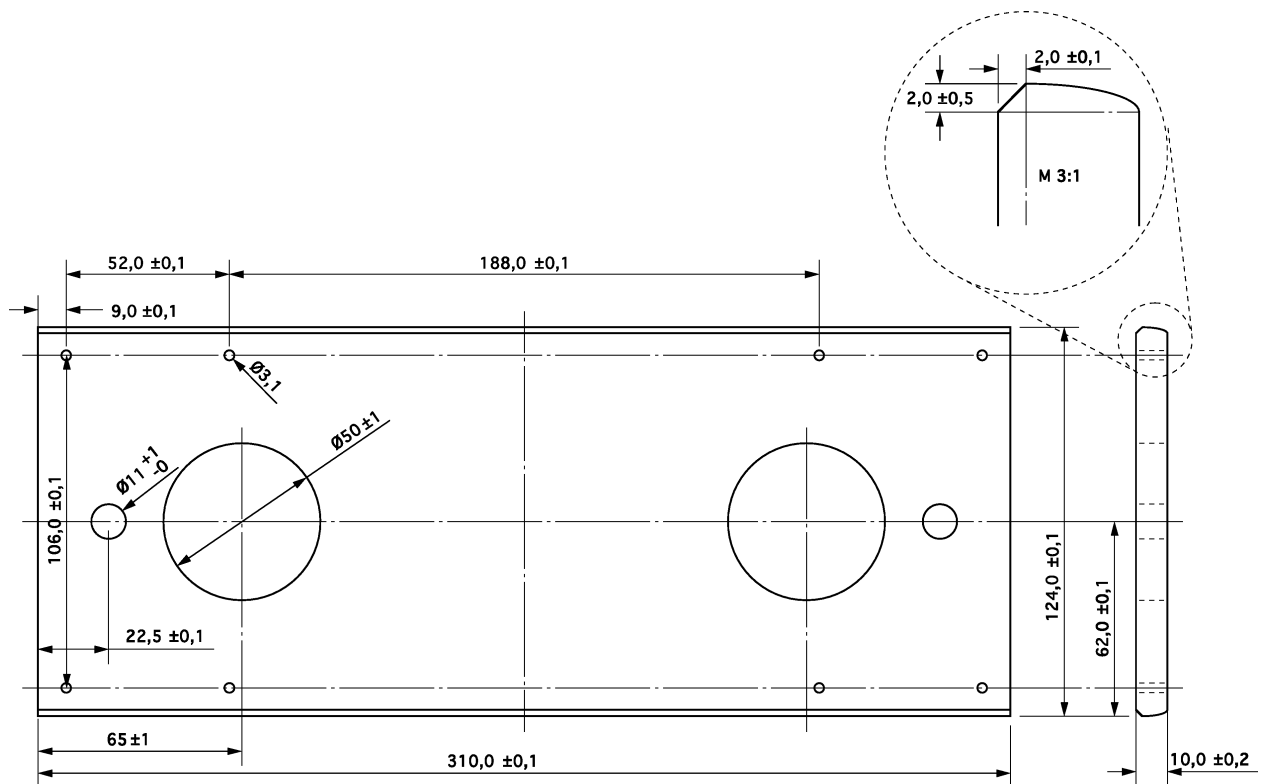


Abbildung 3.8: Konstruktionszeichnung der Zerodurplatte. Alle Maßangaben in Millimeter.

Die Erfahrungen mit den beiden durchgeführten Meßreihen zeigt, daß im normalen Betrieb die Seilfixierung durch Haftreibung ausreicht. Nach der exakten Justierung der Pendelseile an der Zerodurplatte muß allerdings wie in Abschnitt 3.7 beschrieben der gesamte Kryostateinsatz mit Hilfe eines Kranes in den Kryostaten abgesetzt und dann gemeinsam wieder hochgezogen werden. Auch bei sehr vorsichtiger Bedienung des Kranes kommt es dabei zu heftigen Erschütterungen und starken Ausschlägen der frei schwingenden Pendel, die zu einem Versatz der Pendelseile entlang der Zerodurplatte führen können. Bei einer Überprüfung nach der zuletzt durchgeführten Meßreihe ergaben sich die Seilabstände zu 48.0 mm, 51.8 mm, 52.7 mm, 52.0 mm, 196.5 mm und 190.5 mm anstatt der ursprünglich eingestellten 52.0 mm und 188.0 mm. Durch diese starke Positionsveränderung kommt es zu Schiefstellungen der beiden Resonatorspiegel zueinander, zu veränderten Pendeleigenfrequenzen und auch zu einer weiteren Ungenauigkeit in der Positionsbestimmung des Resonators relativ zu den Feldmassen. In Kapitel 2.1.1 wurde dargelegt, daß eine Positionsungenauigkeit von 1 mm des gesamten Resonators relativ zu den beiden Feldmassen zu einem systematischen Fehler in der Bestimmung von  $G$  von nur unter 10 ppm führt, sofern der Absolutabstand der beiden Pendelkörper zueinander mit einer Genauigkeit von  $5 \mu\text{m}$  bekannt ist. Dieser Absolutabstand wird zwar im laufenden Experiment mit Hilfe der Resonatoreigenschaften mit hoher Präzision bestimmt; diese Abstandsbestimmung bezieht sich allerdings auf die



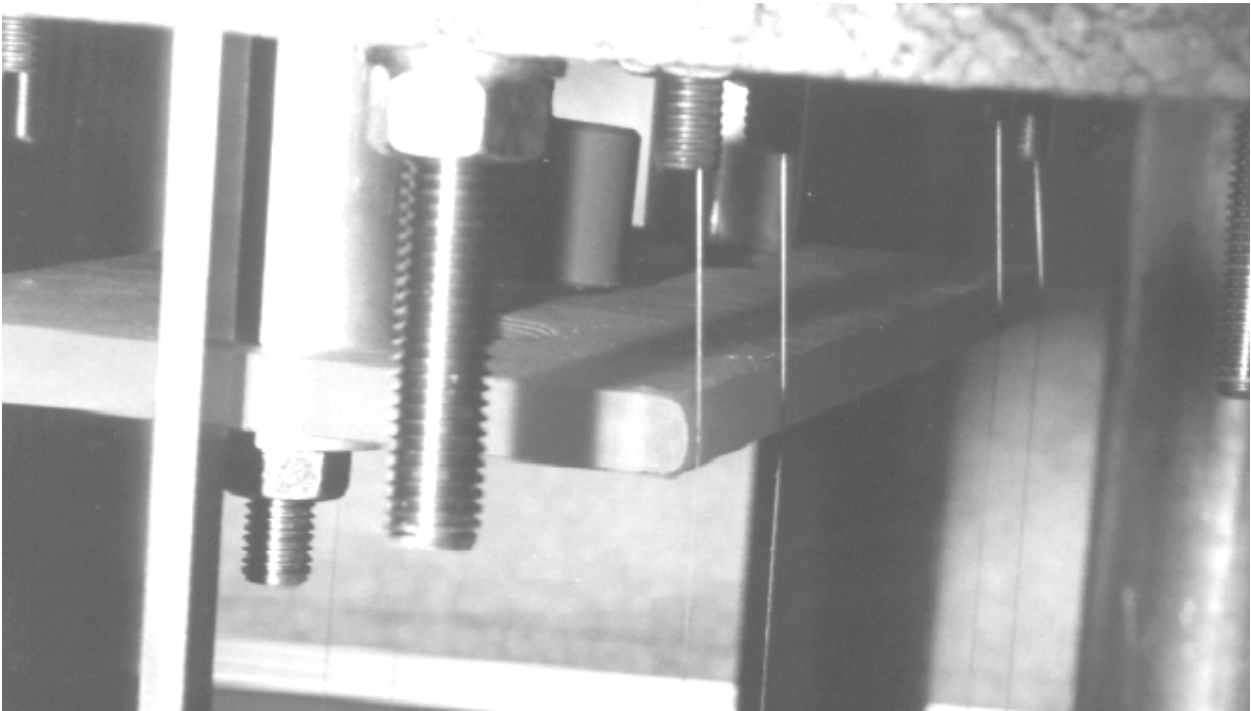


Abbildung 3.9: Photo der Seilführung entlang der Zerodurplatte.

Länge des Gaußstrahls, die bei zueinander verkippten Resonatorspiegeln nicht identisch mit dem Abstand der beiden Spiegelzentren ist. Es ist daher nicht auszuschließen, daß bei den vorliegenden Ungenauigkeiten der Seilpositionierung an der Zerodurplatte die geforderte Genauigkeit in der Absolutabstandsbestimmung der beiden Pendelkörper nicht erreicht worden ist.

Durch den angesprochenen Einbau zusätzlicher Fixierungselemente an der Zerodurplatte kann die Seilposition mit einer Genauigkeit deutlich unter 0,1 mm fixiert werden. Bei den folgenden Meßreihen sollten solche Elemente daher zum Einsatz kommen.

Die vormals verwendete Quarzplatte wurde gegen die Zerodurplatte ausgetauscht wegen derer deutlich geringeren thermisch bedingten Ausdehnung, die zu einer störenden Resonanzfrequenzdrift führt. Entsprechende Datensätze werden in Kapitel 5.3 diskutiert.

Bei der Konstruktion der neuen Platte konnte die alte Form nicht vollständig übernommen werden. Die Quarzplatte war im Querschnitt trapezförmig, so daß die Pendelseile entlang einer Kante mit spitzem Winkel geführt wurden und in darin angebrachten spitzen Riefen fixiert waren. Spitze Winkel und Riefen in Glaskonstruktionen neigen zu Paillettenbildung, d. h. es können sich kleine Glassplitter ablösen. So waren auch die Seilführungsriefen der Quarzplatte entsprechend zersplittert und boten keine ausreichende Präzision. Es konnte auch nicht ausgeschlossen werden, daß die in den Daten der Meßreihen von 1995 gelegentlich vorkommenden plötzlichen Resonanzfrequenzsprünge durch spontane Positionsänderungen der Seile an der Quarzplatte hervorgerufen wurden. Dies war denkbar, da die Quarzplatte schmaler gebaut war als die Zerodurplatte und die Seile mit nur sehr leichtem Druck an der Plattenkante vorbeigeführt wurden. Die Tatsache, daß an der Zerodurplatte weder spitze



Winkel noch Riefen vorhanden sind, war auch die Voraussetzung, überhaupt eine Firma zu finden, die bereit war, die wertvolle Zerodurplatte entsprechend zu bearbeiten, denn die Gefahr des Zerschneidens der Platte z.B. beim Fräsen einer Riefe ist groß.

### 3.1.4 Die Wirbelstrombremse

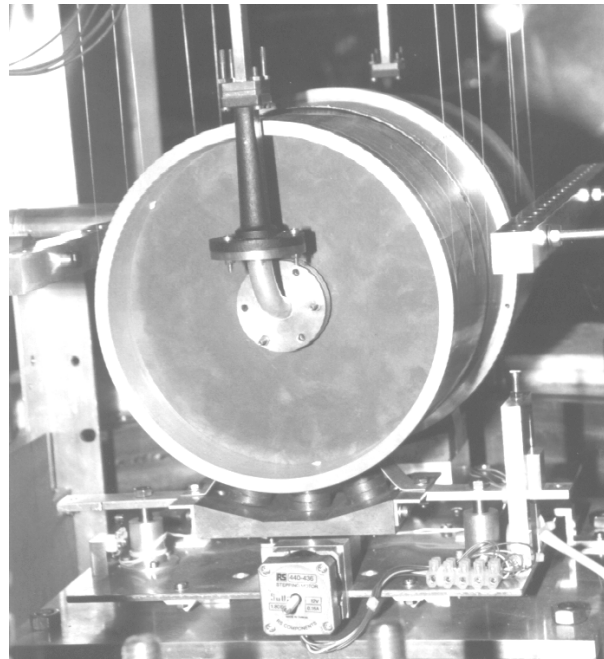


Abbildung 3.10: Photo eines eingebauten, frei schwingenden Pendels. An der Unterseite sind die drei Türme aus Permanentmagneten zu sehen, die in der Spiegelhalterung Wirbelströme erzeugen und so das Pendel berührungsfrei dämpfen. Abgebildet ist zudem das Hohlleiterende mit Übergangsstück, Hohlleiterkrümmer und Choke Junction sowie der Schrittmotor, über den die Höhe der Wirbelstrombremse des abgebildeten Pendels in einem kleinen Bereich variiert werden kann.

Zur berührungsfreien Dämpfung der Pendel werden flache, zylinderförmige Permanentmagnete verwendet. Jeweils vier dieser Magnete sind mit abwechselnder Polarität übereinander gestapelt und drei dieser Stapel auf einem Eisenkern angebracht. Ein Aluminiumblech soll verhindern, daß magnetischer Abrieb mit den Pendelkörpern in Kontakt kommen kann. Durch die wechselnde Polarität der Permanentmagnete wird ein inhomogenes und schnell abfallendes Magnetfeld erzeugt.

Abbildung 3.10 zeigt ein Photo eines Pendels im eingebauten Zustand, in dem auch die Wirbelstrombremse dieses Pendels dargestellt ist. Die Wirbelstrombremsen beider Pendel sind auf einer gemeinsamen, stabilen Metallplatte angebracht, deren Höhe über einen Schrittmotor verstellt werden kann. Es ist dadurch möglich, im laufenden Experiment die Wirbelstrombremsen so weit von den Pendeln zu entfernen, daß ihr Einfluß verschwindend

gering wird, um eine Messung der Eigenfrequenzen der Pendel durchzuführen. Nach dieser Messung kann die ursprüngliche Höhe der Wirbelstrombremsen reproduziert werden.

Um eine möglichst gleiche Dämpfung beider Pendel zu erreichen, muß im Experiment die Dämpfung eines Pendels fein verstellbar sein, ohne die Position des anderen zu verändern. So läßt sich durch die Dämpfungsverstellung dieses Pendels bei gleichzeitigem Messen der Pendelunruhe die optimale Dämpfung ermitteln und ein Minimum der Pendelunruhe einstellen. Die in Abbildung 3.10 gezeigte Wirbelstrombremse kann über den abgebildeten kleineren Schrittmotor in ihrer Höhe relativ zur gemeinsamen Metallplatte verändert werden; die Wirbelstrombremse des anderen Pendels ist fest mit dieser Metallplatte verbunden.

Der beschriebene Verstellmechanismus der Wirbelstrombremsen wurde von Herrn Dipl. Ing. S. Hartmann konstruiert und aufgebaut und ermöglichte in der Meßreihe des Jahres 1998 erstmals die Messung der Pendeigenfrequenzen im Vakuum.

Die Schrittmotoren der Wirbelstrombremsenverstellung heizen den Kryostaten auch dann auf, wenn sie sich nicht bewegen. Sie dürfen wie die Motoren der Hohlleitervorstellung nur kurzzeitig ans Stromnetz angeschlossen werden. Es wäre daher sehr vorteilhaft, wenn alle Schrittmotoren außerhalb des Kryostaten angebracht und über geeignete Verbindungswellen, die vakuumdicht durch den Kryostatdeckel geführt werden können, angeschlossen wären. Dies garantierte auch einen stabilen Einsatz der Motoren und erleichterte Reparaturen der Motoren. So hat der Hauptmotor der Wirbelstrombremsenverstellung bereits einmal versagt und mußte ausgetauscht werden. Da die Wirbelstrombremse dabei in einer nicht definierten Position stand, mußte die laufende Meßreihe abgebrochen werden, um den Kryostaten öffnen zu können. Inklusiv der nötigen Justierarbeiten ist eine Zeit von mindestens einem Monat nötig, bis dann eine neue Meßreihe gestartet werden kann.

## 3.2 Die Feldmassen und ihr Bewegungsmechanismus

Die zylinderförmigen Feldmassen haben einen Durchmesser von 440 mm, eine Höhe von 430 mm und ein Gewicht von 576 kg. Sie sind aus einem speziellen Messing (MS 90) hergestellt, das sich durch eine geringe magnetische Suszeptibilität, weitgehende Freiheit von ferromagnetischen Verunreinigungen ( $\chi=4\cdot 10^{-5}$ ), einer ausreichenden Härte sowie der Möglichkeit, auch große Volumina klunkerfrei herstellen zu können, auszeichnet. Das Gewicht der Feldmassen wurde an der PTB mit einer relativen Genauigkeit von  $0,9 \cdot 10^{-5}$  bestimmt, während die Abmessungen bis heute nur mit einem Meßschieber gemessen worden sind. Die dadurch vorliegende Ungenauigkeit in der Bestimmung des Absolutabstandes der Feldmassenschwerpunkte von mindestens  $70 \mu\text{m}$  führt zu einem systematischen Fehler von  $1,4 \cdot 10^{-4}$  und ist somit unvermeidbar hoch. Die entscheidende Bestimmung der Höhe der Feldmassen kann allerdings mit hoher Genauigkeit mit Hilfe der vorhandenen optischen Bank vorgenommen werden. Die dem Resonator abgewandten Stirnflächen der Feldmassen können mit dieser jedoch normalerweise nicht anvisiert werden, da sie von den Relativmeßsystemen verdeckt sind. Für diese Messung müssen somit entweder Teile der Relativmeßsysteme abmontiert und die optische Bank neu positioniert werden, oder die Feldmassen per Kran in den Sichtbereich der optischen Bank gebracht werden; es handelt sich somit um eine sehr aufwendige Messung.

Während des Herstellungsprozesses der ersten Feldmasse wurde eine 2,5 cm dicke Scheibe abgetrennt, um den radialen Dichteverlauf untersuchen zu können [37]. Das Ergebnis der

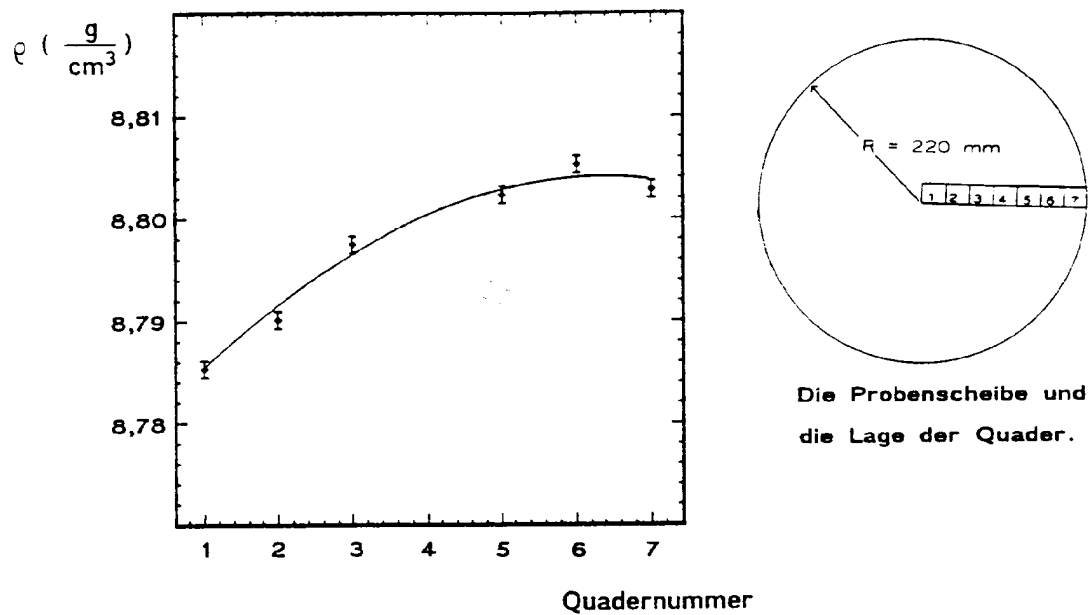


Abbildung 3.11: *Radiales Dichteprofil einer Feldmasse (aus [37]).*

Messung zeigt Abbildung 3.11. Die radial nach außen hin um 2 Promille zunehmende Dichte wird im in Kapitel 4.3.1 beschriebenen Integrationsprogramm zur Berechnung der Gravitationskraft berücksichtigt. Eine Ungenauigkeit in der Bestimmung des radialen Dichteprofiles von 10% führt nach [33] nur zu einem systematischen Fehler in der Bestimmung von  $G$  von unter 5 ppm, die erreichte Meßgenauigkeit von  $10^{-3}$  ist somit ausreichend.

Nach Herstellerangaben fand nach dem Gießen der Feldmassen ein Walzen in Zylinderachsenrichtung statt. Das gemessene radiale Dichteprofil ist daher zu erwarten, während eine Dichteänderung ähnlicher Größe in longitudinaler Richtung unwahrscheinlich ist. Es konnte allerdings der tatsächliche longitudinale Dichteverlauf der Feldmassen noch nicht experimentell bestimmt werden. Eine angenommene lineare longitudinale Dichteänderung einer Feldmasse würde unter anderem eine Verschiebung des Schwerpunktes von der geometrischen Mitte der Feldmasse bedeuten. Da nur über die Geometrie der Feldmasse die Lage des Schwerpunktes bestimmt wird, ist eine solche Verschiebung gleichbedeutend mit einem Fehler in der Positionsbestimmung der Feldmasse. Eine in longitudinaler Richtung linear um 2 Promille zunehmende Dichte würde die Lage des Schwerpunktes um  $108 \mu m$  verschieben und so zu einem systematischen Fehler in der Bestimmung von  $G$  von etwa 300 ppm führen. Um die Abstandsbestimmung der Feldmassenschwerpunkte mit einem Fehler von weniger als  $10 \mu m$  zu beeinflussen, ist eine longitudinale Dichteänderung um weniger als 0,13 Promille zu fordern.

Die Untersuchung der Auswirkungen einer eventuellen longitudinalen Dichteänderung auf die Bestimmung von  $G$  ist aber mit vertretbarem Aufwand und ohne die Zerstörung der Feldmassen möglich, indem nach Abschluß einer Meßreihe eine Feldmasse in Längsrichtung umgedreht montiert und eine weitere Meßreihe durchgeführt wird. Der eventuelle Unter-

schied der beiden auf diese Weise ermittelten Werte für  $G$  ist gleich dem systematischen Fehler, der durch die longitudinale Dichteänderung verursacht wird. Eine Alternative ist, nach Abschluß aller Messungen beide Feldmassen hinsichtlich ihrer genauen Dichteverläufe zu untersuchen. Dabei ist dann auch eine Zerstörung der Feldmassen hinzunehmen; die bis dahin genommenen Daten können dann auf die ermittelten Dichtevariationen hin nachträglich korrigiert werden.

Abbildung 3.12 zeigt das Tragegestell einer Feldmasse; aus Abbildung 3.1 auf Seite 19 geht die Positionierung im Gesamtaufbau hervor. Die zylinderförmige Feldmasse ruht mit ihrer Mantelfläche auf zwei festmontierten Schienen mit Kurvenrollen und kann darauf linear bewegt werden. Sie ist an ihrer Unterseite über ein Verbindungsstück aus Aluminium an der Kugelumlaufmutter einer Spindel verbunden. Über schrittmotorgetriebene Drehungen der Spindel kann die Feldmasse beliebig entlang des Fahrgestells positioniert werden. Das Festlager der Spindel befindet sich auf der Motorseite, das Loslager auf der Resonatorseite.

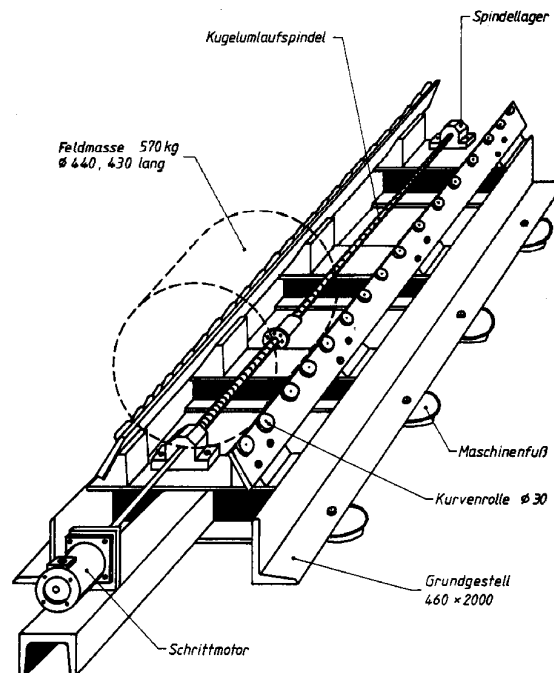


Abbildung 3.12: Der Feldmassen-Bewegungsmechanismus (aus [33]).

Aufgrund dieses Mechanismus sind die einzigen mitbewegten Massen, die nicht zylindersymmetrisch entlang der Symmetrieachse des Experimentes ausgerichtet sind, die Spindelmutter und das Verbindungsstück, die zusammen etwa 500 g wiegen. Diese Massen werden seit 1998 im Massenintegrationsprogramm mitberücksichtigt; vorher war eine nachträgliche Korrektur des Gravitationseffektes nötig.

Die Spindelmutter ist in der Mitte der Feldmassenlängsseite angebracht. Somit kann jede Feldmasse um  $180^\circ$  gedreht werden zur Untersuchung der longitudinalen Dichteinhomogenität. Die Nachteile gegenüber einer Befestigung in der Nähe der hinteren Stirnfläche

der Feldmasse sind allerdings folgende: der Gravitationseffekt der mitbewegten Massen ist größer und muß daher mit höherer Genauigkeit bekannt sein und die mechanische Befestigung ist schlecht zu warten, da sie sehr schlecht zu erreichen ist. Ein weiteres Problem des Fahrgestellprinzips ist der erkennbare Massenabrieb. An den Kurvenrollen setzen sich Messingspäne ab und entlang der Kontaktstellen zwischen Feldmasse und Kurvenrollen sind an den Feldmassen Riefen in der Breite der Kurvenrollen von 13,5 mm zu erkennen. An der ersten Feldmasse wurde eine Tiefe von etwa 0,1 mm bis 0,3 mm gemessen, womit ein Gewichtsverlust von bis zu 30 g je Feldmasse nicht ausgeschlossen werden kann. Es ist jedoch zu erwarten, daß die gemessene Tiefe hauptsächlich durch Verdichtungs- oder Umformungsprozesse hervorgerufen ist und somit ein Massenverlust von unter 5 g wahrscheinlich ist. Solche Änderungen der Massenverteilung würden bei unveränderter Gesamtmasse zu keinem merkbaren Fehler führen. Trotzdem erscheint bei einer ursprünglichen Genauigkeit der Wägung von 5 g eine erneute Wägung der Feldmassen unausweichlich.

Durch die bekannten Größen Spindelsteigung und Anzahl der Motorschritte pro Umdrehung kann der von der Feldmasse zurückgelegte Weg bestimmt werden. Die vom Spindelhersteller angegebene Genauigkeit der Steigung beträgt  $25 \mu\text{m}/300 \text{ mm}$ . Es wurde ursprünglich angenommen, daß dies eine genaue und reproduzierbare Positionierung der Feldmasse relativ zum Gestell auf wenige Mikrometer erlaubt [33]. Diese Annahme erwies sich leider als fehlerhaft. So gilt die aus der Spindelsteigung hergeleitete Genauigkeit nur für die Position der Spindelmutter; die Position des Feldmassenschwerpunktes wird aber auch von der Präzision der Linearführung beeinflusst, wie in Abbildung 3.13 verdeutlicht ist. Die Rollen, auf denen sich die Feldmasse bewegt, können nur mit einer endlichen Genauigkeit justiert werden, wobei die Feldmasse nur auf vier bis fünf Rollen pro Schiene aufliegt. Es kommt so zu Verkip-pungen der Feldmasse; der Drehpunkt ist dabei die Spindelmutter. In Kapitel 5.1.1 werden Messungen bezüglich der Präzision der Linearbewegung beschrieben; die Positionsänderung des Feldmassenschwerpunktes durch diese Drehbewegung beträgt danach bis etwa  $\pm 100 \mu\text{m}$ , entsprechend  $3 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$ . Zusätzlich zu Drehbewegungen kann es noch zu Bewegungen ent-

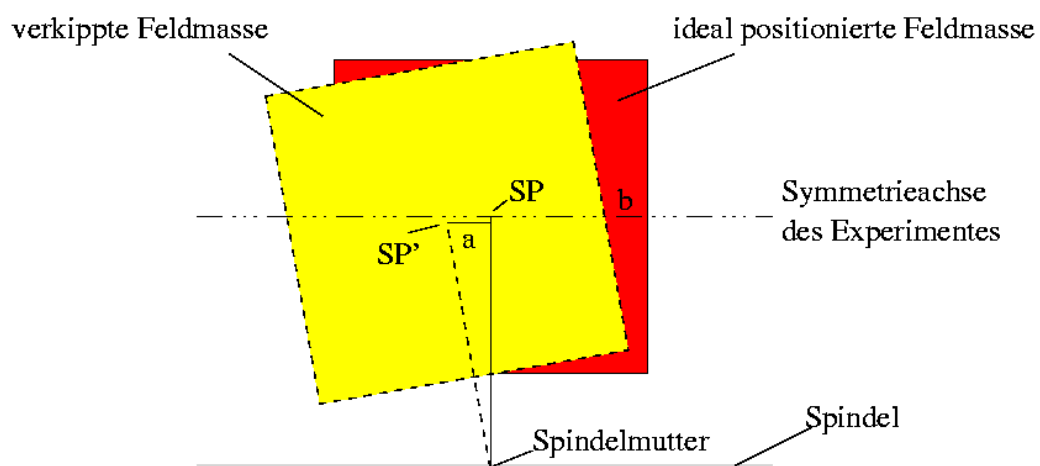


Abbildung 3.13: Schematische Darstellung der Verkipfung der Feldmasse entlang der Schienenrollenführung. Es ist eine seitliche Ansicht gezeigt. Der dargestellten Drehung um  $0,2 \text{ rad}$  stehen im Aufbau vorkommende Drehwinkel von maximal  $3 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$  gegenüber.

lang der Ebene senkrecht zur Symmetrieachse kommen, da die Spindel in dieser Richtung flexibel ist. Diese Positionsabweichungen führen aber zu einem vernachlässigbaren systematischen Fehler, sofern sie kleiner als 1 mm bleiben. Entscheidend für die Bestimmung von  $G$  ist nur die Position des Feldmassenschwerpunktes entlang der Symmetrieachse des Experimentes.

Darüberhinaus treten aber bereits bei der Positionsbestimmung der Spindelmutter weitere Fehlermöglichkeiten auf. So ist es möglich, daß der Motor Schritte verliert oder bei der Kraftübertragung Schlupf entsteht und so die Spindelmutter einen kleineren Weg als erwartet zurücklegt. Dies könnte durch den Einsatz eines Winkelzählers an der Spindel behoben werden. Zusätzlich kann aber auch nicht ausgeschlossen werden, daß sich die Spindelmutter, das Festlager oder die Festlagerbefestigung lockern und erhöhtes Spiel bekommen. Schließlich können durch die Temperatúrausdehnung der Spindel temperaturbedingte Positionsänderungen auftreten. Hier wirkt sich nachteilig aus, daß das Spindelloslager ausgerechnet an der Resonatorseite liegt, wo die Anforderungen an die Positioniergenauigkeit der Feldmasse am höchsten ist. Es wurden daher bezüglich der Positioniergenauigkeit der Feldmassen verschiedene Untersuchungen durchgeführt, die in Kapitel 5.1 beschrieben werden. Die Feldmassen können außerdem während einer Meßreihe beim Verfahren plötzlich stehen bleiben, während die Schrittmotoren weiterdrehen, da das Getriebe der Schrittmotoren bei Überschreiten eines bestimmten Drehmoments auskoppelt. Danach oder auch nach einem eventuellen Stromausfall ist die Information über die Position der Feldmassen verlorengegangen. Bei den Messungen bis zum Jahr 1996 ist dadurch die Meßreihe automatisch abgebrochen worden und die Absolutabstandsbestimmung mit der optischen Bank mußte wiederholt werden. Da die Meßreihe automatisch abläuft, konnte es sogar passieren, daß der Abbruch der Meßreihe erst nach einigen Tagen bemerkt wurde und so wertvolle Meßzeit verloren ging.

Mit dem Ziel, diese Nachteile und Fehlerquellen der Feldmassenpositionierung zu beheben, wurden im Rahmen dieser Dissertation Positionsmeßgeräte entworfen, die im folgenden Absatz beschrieben werden.

### 3.3 Die Positionsmeßgeräte

Für Idee, Entwurf und Beschaffung der im Folgenden beschriebenen Meßgeräte bin ich allein verantwortlich; deren Aufbau und Justage sowie die Konstruktion der erforderlichen Tragestelle haben zum größten Teil freundlicherweise Herr Dipl. Ing. S. Hartmann und Herr Dipl. Phys. U. Kleinevoß übernommen.

#### 3.3.1 Die Relativmeßgeräte

Wie in den Kapiteln 3.2 und 5.1 dargelegt wird, ist die Positionierung der Feldmassen mit dem verwendeten Positionierungssystem zu ungenau. Es mußte daher entweder ein neues, präziseres Positionierungssystem aufgebaut, oder ein externes Meßsystem zur Bestimmung jeder Positionsänderung der Feldmassen entwickelt werden. Dabei ist von vorneherein nicht auszuschließen, daß auch ein präziseres Positionierungssystem durch ein externes Meßsystem kontrolliert werden muß. Da die beim verwendeten Positionierungssystem auftretenden Verkipnungen der Feldmassen keine Auswirkungen auf die Bestimmung der Gravitationskon-



stanten haben, sofern die Position der Feldmassenschwerpunkte entlang der Symmetrieachse des Experimentes jederzeit bekannt ist, habe ich mich für die Beibehaltung des Positionierungssystems entschieden.

Die Aufgabe des neukonstruierten Meßsystems ist also, unabhängig von beim Verfahren einer Feldmasse auftretenden Verkippungen die Linearbewegung des Schwerpunktes der Feldmasse entlang der Symmetrieachse des Experimentes zu bestimmen. Mit diesem Meßsystem werden nur Positionsänderungen des Schwerpunktes relativ zum Meßsystem bestimmt; es wird daher im Verlauf dieser Arbeit das Relativmeßsystem genannt. Als Meßpunkt wurde die Mitte der Stirnfläche der Feldmasse gewählt. Anhand von Abbildung 3.13 wird deutlich, daß durch diese Wahl im Vergleich zu einem Meßpunkt in der Nähe des Stirnflächenrandes eine erhöhte Meßgenauigkeit erreicht wird. Der Unterschied der gemessenen Größe  $b$  zur zu messenden Größe  $a$  beträgt bei einer Verkippung um  $3 \cdot 10^{-4}$  rad nur 10 nm; dieser prinzipbedingte Meßfehler betrüge bei einem Meßpunkt am Rand der Stirnfläche jedoch  $66 \mu\text{m}$ . Abweichungen des real benutzten Meßpunktes vom idealen durch angenommene Justierungenauigkeiten von 1 mm würden selbst bei Drehwinkeln von  $5 \cdot 10^{-3}$  rad den prinzipbedingten Meßfehler nur auf  $5 \mu\text{m}$  erhöhen. Eine wichtige Randbedingung an das Meßsystem ist, daß es keinen Gravitationseffekt ausübt; mitbewegte Massen wie die Spindelmutter, deren Gravitationseffekte nachträglich korrigiert werden müssen, sollten bei der Konstruktion vermieden werden.

Das Prinzip der Relativmeßsysteme ist in Abbildung 3.14 als Aufsicht skizziert. Je ein Längenmeßsystem ist rechts bzw. links der Feldmasse in Richtung der Symmetrieachse des Experimentes aufgestellt. Die Längenmeßsysteme sind über einen Querträger miteinander verbunden, in dessen Mitte ein Meßtaster angebracht ist. Dieser Querträger, der im Folgenden Meßtisch genannt werden wird, ist mechanisch so geführt, daß er entlang des gesamten Bewegungsbereiches der Feldmasse verfahren werden kann und dabei immer parallel zu deren Stirnfläche und senkrecht zur Symmetrieachse des Experimentes steht. Der Meßtaster wird somit entlang der Symmetrieachse geführt; seine Position  $z_{\text{Mitte}}$  ergibt sich aus den Meßwerten der beiden Längenmeßsysteme zu

$$z_{\text{Mitte}} = \frac{1}{2} \cdot (z_{\text{links}} + z_{\text{rechts}}). \quad (3.1)$$

Diese Position  $z_{\text{Mitte}}$  ist unabhängig von Ungenauigkeiten der mechanischen Führung des Meßtisches, durch die dieser nicht exakt senkrecht zur Symmetrieachse ausgerichtet ist. Dies ist der Grund, zwei Längenmeßsysteme zu verwenden; bei der Verwendung nur eines davon können kleine Winkeländerungen des Meßtisches aufgrund des langen Hebelarmes von etwa 30 cm zu großen systematischen Fehlern in der Bestimmung von  $z_{\text{Mitte}}$  führen.

Zur Positionsbestimmung der Feldmasse kann der Meßtisch an sie herangefahren werden, bis der Meßtaster deren Stirnfläche berührt. Die Position der Feldmasse ist dann  $z_{\text{Feldmasse}} = z_{\text{Mitte}} + z_{\text{Meßtaster}}$ . Nach jeder Positionsbestimmung kann der Meßtisch in eine bestimmte Parkposition zurückgefahren werden, so daß das vom Meßsystem erzeugte Gravitationsfeld unverändert ist und somit Messungen zur Bestimmung von  $G$  nicht beeinflußt.

Als Längenmeßsysteme werden Glasmaßstäbe<sup>8</sup> verwendet, deren Funktionsprinzip in Abbildung 3.15 verdeutlicht ist. Auf dem Glasmaßstab ist ein Strichgitter mit einer Teilungsperiode von  $20 \mu\text{m}$  angebracht. Wird ein Abtastgitter gleicher Struktur relativ zum

<sup>8</sup>LS 106, Meßlänge 1640 mm, Genauigkeitsklasse  $\pm 3 \mu\text{m}$ , Dr. J. Heidenhain GmbH.

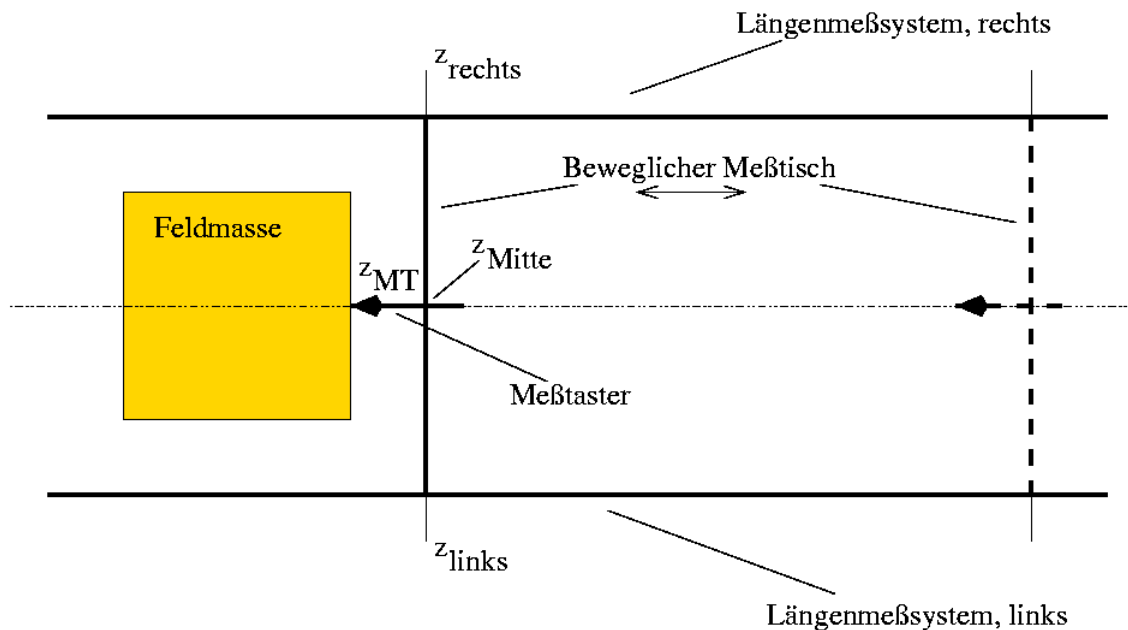


Abbildung 3.14: Prinzipschema der Relativmeßsysteme.

Glasmaßstab bewegt, so kommen die Strichgitter der Maßverkörperung abwechselnd mit denen des Abtastgitters zur Deckung. Wird dabei das Abtastgitter von einem parallelen Lichtbündel durchstrahlt, so werden sinusförmige Modulationen der Lichtintensität erzeugt, die von Photoelementen detektiert werden. Bei der verwendeten 4-Feld-Abtastung sind die vier Strichgitter der Abtastplatte jeweils um ein Viertel der Teilungsperiode zueinander versetzt. Die Photoelemente erzeugen somit vier sinusförmige Stromsignale, die jeweils um  $90^\circ$  zueinander phasenverschoben sind. Die Photoelemente werden antiparallel geschaltet, so daß zwei um  $90^\circ$  verschobene, um die Nulllinie symmetrische Ausgangssignale entstehen. In der Kombination dieser Ausgangssignale ist dann sowohl die Information über den Betrag des zurückgelegten Weges der Abtasteinheit enthalten, als auch über die Bewegungsrichtung.

Die Ausgangssignale werden in einer Folgeelektronik<sup>9</sup> digitalisiert. Mit der dabei vorliegenden 256-fachen Signalunterteilung ergibt sich eine Auflösung der Längenmeßsysteme von 80 nm. Die Genauigkeit ist im Wesentlichen bestimmt durch die Genauigkeit der Teilung, die Interpolationsabweichungen bei der Weiterverarbeitung der Meßsignale in der Folgeelektronik und durch die Genauigkeit der Führung der Abtastplatte entlang des Maßstabes. Bei den zum Einsatz kommenden gekapselten Meßsystemen, deren Aufbau in Abbildung 3.16 dargestellt ist, ist eine genaue Führung der Abtastplatte gewährleistet; Höhen- und Querversätze von  $\pm 0,2$  mm sind durch die Verwendung einer speziellen Kupplung zwischen Montagefuß und Abtastwagen zulässig. Die angegebene Genauigkeitsklasse bezieht sich bei gekapselten Meßsystemen auf das gesamte System und wird vom Hersteller folgendermaßen definiert: *Die*

<sup>9</sup>IK 340, VME-Bus-Zählerkarte für den Anschluß von vier inkrementalen Längen- oder Winkelmeßsystemen, Signalunterteilung 256fach, Dr. J. Heidenhain GmbH.



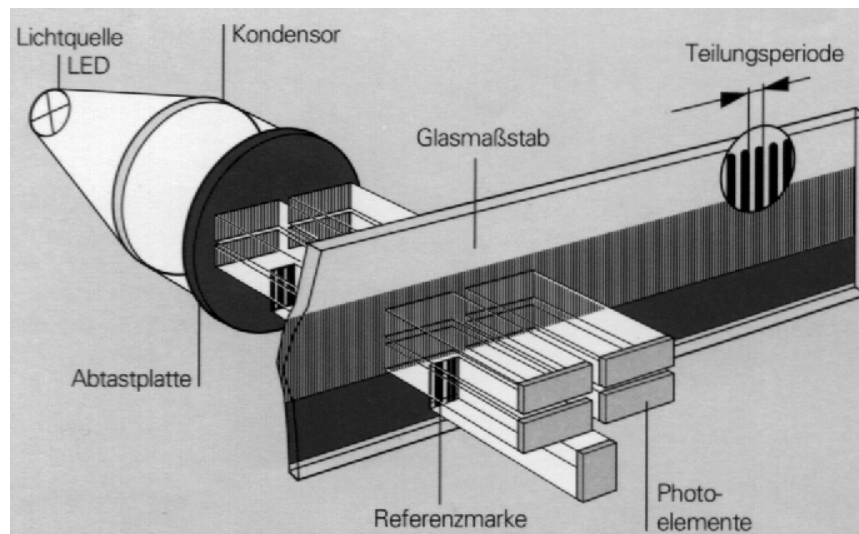


Abbildung 3.15: Funktionsprinzip der an den Relativmeßsystemen verwendeten Längenmeßsystemen (Durchlicht-Verfahren): Photoelektrische Abtastung nach dem abbildenden Meßprinzip mit Glasmaßstab und 4-Feld-Abtastung (aus [43]).

Extremwerte der Gesamtfehler  $F$  einer Position liegen in Bezug auf ihren Mittelwert für jeden beliebigen, max. 1 m langen Abschnitt der Meßlänge innerhalb der Genauigkeitsklasse entsprechenden Bereichs  $\pm a \mu\text{m}$ . Dies bedeutet, daß im Extremfall bei der verwendeten Genauigkeitsklasse von  $\pm 3 \mu\text{m}$  pro Meter Meßweg ein Meßfehler von  $6 \mu\text{m}$  auftreten kann. Jedes Längenmeßsystem wird beim Hersteller mit einem Kalibriernormal der PTB überprüft und mit einem Meßprotokoll ausgeliefert. Es ist damit die tatsächlich auftretende Meßabweichung des Längenmeßsystems an jeder Meßposition innerhalb einer Genauigkeit von  $0,5 \mu\text{m}$  bekannt; die Genauigkeit des Meßsystems kann also durch eine nachträgliche Korrektur der Daten nochmals gesteigert werden. Dies wird im Moment jedoch nicht durchgeführt.

Die Glasmaßstäbe sind bei  $20^\circ\text{C}$  kalibriert und weisen einen thermischen Längenausdehnungskoeffizienten von  $8 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$  auf. Bei den verwendeten Längenmeßsystemen sind die Glasmaßstäbe mit dem Aluminiumgehäuse so verbunden, daß bei Temperaturänderungen keine Kräfte vom Gehäuse auf den Glasmaßstab übertragen werden. Der Glasmaßstab kann sich so frei von der Mitte aus in beide Richtungen ausdehnen beziehungsweise verkürzen. Um eine genaue Positionsbestimmung zu gewährleisten, werden die Temperatur der Längenmeßsysteme gemessen und die Positionswerte um entsprechende temperaturbedingte Abweichungen korrigiert. Anhand von Abbildung 3.16 ist auch zu erkennen, wie durch die spezielle Konstruktion der Befestigungslöcher gewährleistet wird, daß das Maßstabsgehäuse nur in der Mitte fest mit der Unterlage verbunden ist und sich ansonsten entlang der Meßrichtung unabhängig von der Unterlage thermisch bewegen kann.

In den Glasmaßstäben sind mit einem Abstand von 10 mm Referenzmarken eingearbeitet; die genauen Abstände der Referenzmarken variieren entlang der Meßlänge, so daß nach Überfahren zweier Referenzmarken der absolute Positionswert der Abtasteinheit entschlüsselt werden kann. Auch nach einem Stromausfall bleibt somit die Positionsinformation der Feldmassen relativ zu den Meßsystemen erhalten.

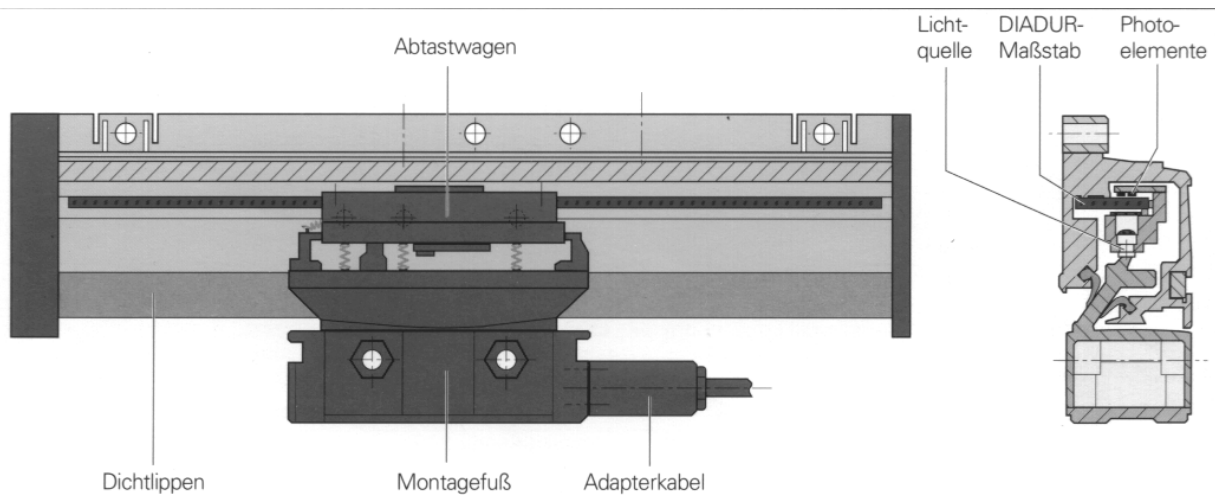


Abbildung 3.16: Schematischer Aufbau des an den Relativmeßsystemen verwendeten Längenmeßsystems LS 106 (aus [43]).

Die zum Einsatz kommenden digitalen Meßtaster<sup>10</sup> verwenden ebenfalls einen Glasmaßstab mit dem in Abbildung 3.15 dargestellten Funktionsprinzip. Die Teilungsperiode beträgt hierbei  $10\text{ }\mu\text{m}$ , die Meßgenauigkeit  $0,5\text{ }\mu\text{m}$ . Auch die Meßtaster besitzen eine Referenzmarke. Eine in den Meßtaster eingebaute Feder fährt den Meßbolzen in Meßposition aus und baut eine Meßkraft von  $0,5\text{ N}$  bis  $0,7\text{ N}$  auf. Als am Meßbolzen angebrachter Meßeinsatz wird eine Stahlkugel verwendet.

Zur mechanischen Führung des Meßtisches werden Linearmodule<sup>11</sup> verwendet, die in Abbildung 3.17 dargestellt sind. Basis dieser Linearmodule ist ein Kugelumlaufwagen, der entlang einer Führungsschiene linear bewegt werden kann (Siehe Abbildung 3.18). Je nach eingestellter Kugelvorspannung erhöhen sich der Fahrwiderstand und die Torsionssteifigkeit des Wagens auf der Schiene. Da die Anforderungen an die Relativmeßsysteme keine hohe Torsionssteifigkeit verlangen, ist eine niedrige Kugelvorspannung vorteilhaft. Diese ist bei den komplett aufgebaut erhältlichen Linearmodulen entsprechend eingestellt. Die Linearmodule haben ein Aluminiumgehäuse, dessen eingearbeitete Nuten die einfache Befestigung der Längenmeßsysteme ermöglichen. Eine an der Oberseite befindliche Aluminiumplatte, die am Kugelumlaufwagen befestigt ist, kann über einen Zahnriemenantrieb bewegt werden. Zum Anschluß eines Motors ist ein Flansch vorhanden. Zwei solcher Linearmodule können über eine Verbindungswelle aneinander gekoppelt werden; dazu ist an einem der beiden Module ein Doppelflansch vorhanden. So kann durch die Benutzung nur eines Motors eine synchrone Bewegung der Aluminiumplatten beider Module erreicht werden. Die Führung der Aluminiumplatte entlang des Gehäuses ist bei den Linearmodulen präzise genug, um die Anforderungen an die Justiergenauigkeit der Längenmeßsysteme von  $0,2\text{ mm}$  zu erfüllen.

Als Meßtisch kommt eine  $1,5\text{ cm}$  dicke,  $10\text{ cm}$  breite und  $53\text{ cm}$  lange Edelstahlplatte zum Einsatz. Sie wird an den Aluminiumplatten der Linearmodule befestigt und an ihr

<sup>10</sup>MT 12, 12 mm Meßweg, Dr. J. Heidenhain GmbH.

<sup>11</sup>MKR 25-80, max. Verfahrenweg 1640 mm, Länge 1940 mm, Tischteil 260 mm lang, Deutsche Star GmbH.

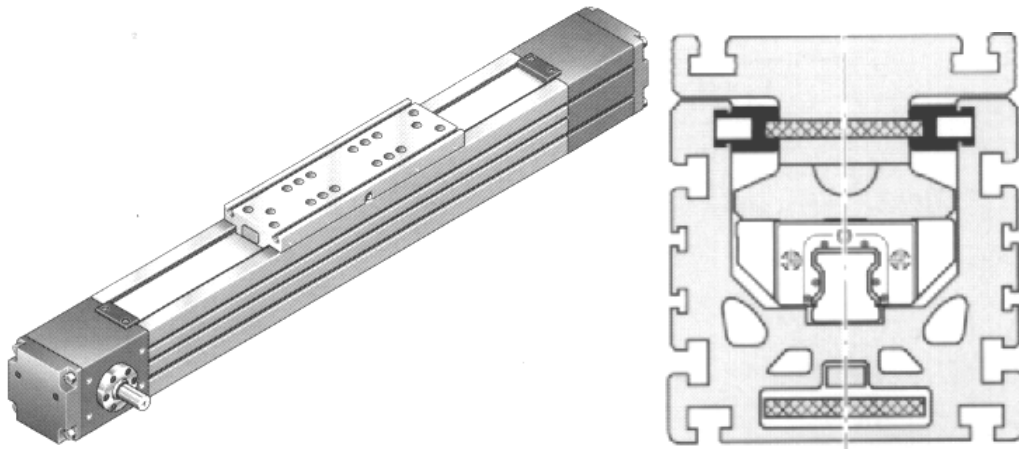


Abbildung 3.17: Ein Linearmodul, links als dreidimensionale Darstellung und rechts als schematischer Querschnitt (aus [41]).

die Montagefüße der Längenmeßsysteme. Die einzige mechanische Anforderung an die Relativmeßsysteme, die die Systemgenauigkeit beeinflusst, ist eine hohe Verwindungssteifigkeit dieses Querträgers. Eventuelle Verbiegungen des Meßtisches würden die Bestimmung von  $z_{Mitte}$  gemäß Gleichung 3.1 beeinträchtigen; sie können bei den Abmessungen der verwendeten Stahlplatte ausgeschlossen werden. Der Meßtaster wird mit einer Halterung so an dem Meßtisch befestigt, daß er sich in gleicher Höhe mit den Glasmaßstäben der Längenmeßsysteme befindet. Hierdurch führen Verkipnungen des Meßtisches in der Richtung, in der sie nicht von den Längenmeßsystemen detektiert werden können, zu keinem zu berücksichtigenden Meßfehler. Sofern die Relativmeßsysteme auf einer stabilen und schwingungsfreien

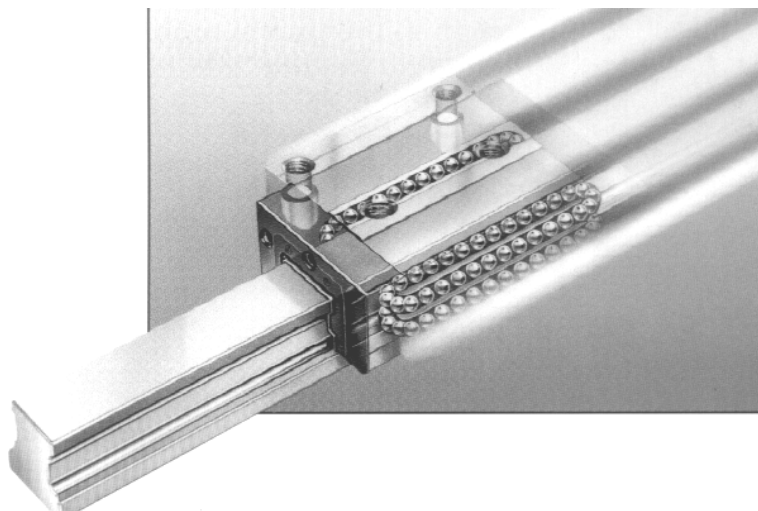


Abbildung 3.18: Führungsschiene mit Kugelumlaufwagen (aus [42]).

Unterlage montiert sind, ergibt sich somit ein Gesamtfehler von  $\frac{1}{2}\sqrt{6^2 + 6^2} \mu\text{m} \approx 4 \mu\text{m}$  für die Positionsbestimmung des Feldmassenschwerpunktes relativ zu den Meßsystemen bei einer Meßlänge von bis zu 1 m.

Zum Antrieb der Linearmodule und somit des Meßtisches wird ein Linearmotor verwendet, der über eine einfache Relaischaltung gesteuert wird. Zur Positionsbestimmung der Feldmasse wird der Meßtisch so lange in Richtung Feldmasse verfahren, bis ein am Meßtisch angebrachter Endabschalter durch die Feldmasse betätigt wird. Der Meßtisch kommt dann in einer Entfernung zur Feldmasse zum Stehen, die innerhalb des Meßbereiches des Meßstators liegt. Nach der Positionsbestimmung wird der Meßtisch zurück in seine Parkposition gefahren, die wiederum durch das Anfahren eines Endabschalters erkannt wird.

Genauso wie beim Fabry-Pérot-Resonator wird auch bei den Relativmeßsystemen immer wieder die Frage gestellt, warum nicht ein auf Laserstrahlen basierendes Meßprinzip verwendet wird. Neben finanziellen Gründen ist die Beibehaltung der Positionsinformation nach einem Stromausfall durch die Verwendung der Referenzmarken ein Vorteil des mechanischen Systems gegenüber einem Lasersystem. Entfernungsmessungen mit Laserlicht sind bei Normalbedingungen stark empfindlich auf die optischen Eigenschaften der Luft. Zumindest ohne Korrektur auf die präzise zu messenden Umgebungsparameter wie Lufttemperatur und -druck sind Lasersysteme daher nicht genauer als das verwendete mechanische System. Es waren außerdem bereits Erfahrungen mit der Verwendung von Glasmaßstäben, die schon bei der alten optischen Bank benutzt wurden, vorhanden. Als Ersatz der optischen Bank, die im folgenden Abschnitt beschrieben wird, ist ein Lasersystem ohnehin nicht einsetzbar, und der Einsatz zweier prinzipgleicher Systeme ist generell unproblematischer als der zweier prinzipiell verschiedener. Das benutzte Prinzip hat sich zudem in der Industrie bewährt. So kommen prinzipgleiche zwei- oder dreidimensionale Meßsysteme zum Beispiel bei der Auto-konstruktion zum Einsatz. Die Kosten dieser fertigen, kommerziell erhältlichen Meßgeräte belaufen sich allerdings auf über 1 MDM, die der Einzelteile meiner Konstruktion dagegen nur auf 25 kDM je Meßsystem.

### 3.3.2 Die optische Bank

Die im vorigen Abschnitt beschriebenen Relativmeßsysteme können nur relative Positionsänderungen der Feldmassen messen; um in jeder Position der Feldmassen deren Absolutabstand zu kennen, ist eine einmalige Messung des Absolutabstandes nötig. Diese Messung wird mit einer optischen Bank durchgeführt, deren Prinzip in Abbildung 3.19 illustriert ist. Zweckmäßigerweise werden für eine solche Messung die Feldmassen in Positionen minimalen Abstandes gefahren, in denen aber durch die Verstrebungen des Haltegerüstes hindurch eine frei Sicht auf die Feldmassen möglich ist. Der zwischen den Feldmassen befindliche Kryostat verhindert die direkte Messung des Abstandes. Es wird daher ein Längenmeßsystem parallel zur Symmetrierichtung des Experimentes ausgerichtet; ein mit diesem Meßsystem verbundenes, linear bewegbares Fernrohr projiziert die Position der anvisierten Feldmasse auf das Längenmeßsystem. Um Auswirkungen leichter Verkipnungen der Feldmassen auf die Messung zu minimieren, wird nicht der Feldmassenrand anvisiert, sondern ein an der Stirnflächenmitte angebrachtes Parallelendmaß<sup>12</sup>. Die Oberflächengüte dieser

<sup>12</sup>Ein Parallelendmaß ist eine quaderförmige Stahlplatte, deren zwei entscheidenden, sich gegenüberliegenden Endflächen mit sehr hoher Genauigkeit parallel liegen und deren Abstand mit einer Genauigkeit von

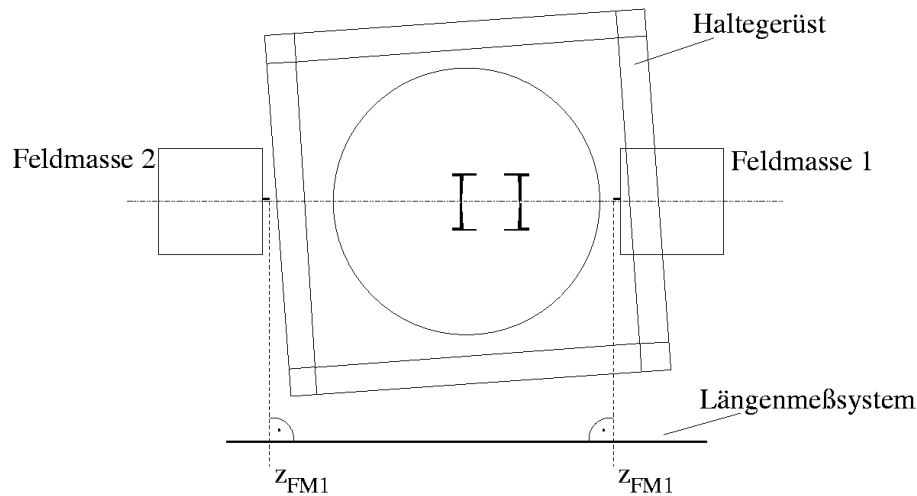


Abbildung 3.19: Das Prinzip der Abstandsmessung mit der optischen Bank.

Endmaße ist zudem entschieden höher als die der Kante der Feldmassenstirnfläche, was die Genauigkeit des Anpeilens erhöht.

Die vor den Messungen des Jahres 1998 eingesetzte optische Bank ist in Abbildung 3.20 dargestellt. In [33] wird die damit erreichte Genauigkeit der Messung des Absolutabstandes der Feldmassen mit  $5\ \mu\text{m}$  angegeben. Leider erwies sich auch diese Fehlerabschätzung als unhaltbar.

Zum einen wurde damals nicht mittels Parallelendmaß die Mitte der Feldmassenstirnfläche als Meßpunkt gewählt, sondern der Rand dieser Fläche. Durch leichte Schiefstellungen der Feldmasse sind dadurch Meßfehler von etwa  $50\ \mu\text{m}$  zu erwarten. Des weiteren beträgt der vom Hersteller des verwendeten Längenmeßsystems<sup>13</sup> (‘Linear-scale‘ aus Abbildung 3.20) angegebene Fehler bei einer Meßlänge von  $1200\ \text{mm}$  bereits  $6,6\ \mu\text{m}$ . Schwerwiegender ist allerdings der Meßfehler, der sich durch einen eventuellen Unterschied der Blickrichtung des Fernrohres in den beiden Meßpositionen  $z_{FM1}$  und  $z_{FM2}$  durch eine ungenaue Linearführung des Fernrohres ergibt. Das Fernrohr wird bei der alten optischen Bank auf einer Führungsschiene mit Kugelumlaufwagen, wie sie aus Abbildung 3.18 bekannt ist, bewegt (in Abbildung 3.20 Monorail genannt). Auf dem als Basisplatte dienenden Aluminiumprofil (‘Item-Profil‘ aus Abbildung 3.20) wird die Führungsschiene an einer Nut angeschraubt. Es ist dabei keine Anschlagkante vorhanden, die die relativ flexible Führungsschiene beim Anschrauben in eine gerade Form zwingen würde. Die Führungsschiene nimmt dadurch auf ihrer Länge einen wellenlinienförmigen Verlauf an. Als Amplitude dieser Welle können Werte von etwa  $0,1\ \text{mm}$  nicht ausgeschlossen werden. Es treten dabei Blickwinkeländerungen von mindestens  $6 \cdot 10^{-4}\ \text{rad}$  auf, die bei einem Abstand zwischen dem Längenmeßsystem und der Feldmasse von mindestens  $60\ \text{cm}$  einen Meßfehler von  $200\ \mu\text{m}$  verursachen. Bei einer Überprüfung der alten optischen Bank, in der die Länge von Parallelendmaßen bekannter Länge

mindestens  $0,1\ \mu\text{m}$  bekannt ist.

<sup>13</sup>AT2-FN, L=1500 mm, Auflösung:  $1\ \mu\text{m}$ , Meßfehler bei  $20^\circ\text{C}$ :  $(3+3L/1000)\ \mu\text{m}$ , Auslesegerät: ALL-1701, Mitutoyo Corporation.



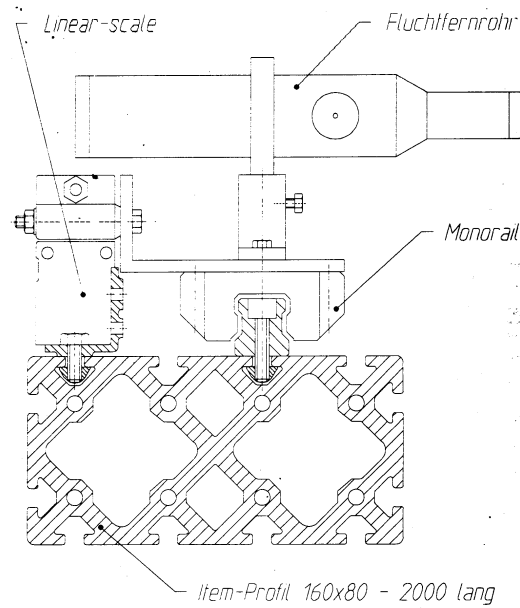


Abbildung 3.20: Die vormals benutzte optische Bank als schematischer Querschnitt (aus [33]). Das abgebildete Fluchtfernrohr wurde bereits 1994 durch das im Text beschriebene Spiegelteleskop ersetzt.

ausgemessen wurde, konnten diese Abschätzungen bestätigt werden. Die Meßfehler nahmen mit der Länge der vermessenen Endmaße zu, was durch eine Krümmung der Führungsschiene erklärt werden kann. Zwischen verschiedenen Meßreihen wurde zudem jedesmal die Linearführung und das Längenmeßsystem auf dem Grundprofil neu ausgerichtet, wodurch sich die Biegung der Linearführung ändert und somit auch der gemessene Feldmassenabstand, selbst bei unveränderter Position der Feldmassen. Schon allein durch diese Neujustierung sind die Abweichungen der drei Meßreihen aus Abbildung 1.4 zu erklären.

Es mußte also eine neue optische Bank konstruiert werden, die eine genauere Linearführung des Fernrohres ermöglichte. Um einen Meßfehler von weniger als  $10 \mu\text{m}$  zu erreichen, muß die Geradführung des Fernrohres aber bereits mit einer Toleranz von weniger als  $0,5 \mu\text{m}$  gewährleistet sein, was bei einer Meßlänge von über einem Meter nicht realistisch erscheint. Es mußte daher zusätzlich noch die Möglichkeit bestehen, die Änderung der Blickrichtung des Fernrohres beim Verfahren auf der optischen Bank mit ausreichender Genauigkeit messen zu können, damit die Meßwerte um diese Daten korrigiert werden können. Bei der gewählten Lösung kommt ein zweites Längenmeßsystem zum Einsatz, das in möglichst großem Abstand parallel zum ersten angebracht ist. Ein Meßtisch, der das Fernrohr trägt, ist an seinen Enden mit den Abtastwagen der Längenmeßsysteme fest verbunden. Abbildung 3.21 zeigt das erweiterte Meßprinzip der neuen optischen Bank. Aus den vier Meßwerten der Längenmeßsysteme kann unter Berücksichtigung der Objektentfernung  $a$  zum objektnahen Längenmeßsystem und des Abstandes  $b$  zwischen den beiden Längenmeßsystemen der Feldmassenabstand auch bei einer auftretenden Änderung der Blickrichtung ermittelt werden. Sei  $\Delta z_{\text{nah}} = z_{\text{FM1,nah}} - z_{\text{FM2,nah}}$  und  $\Delta z_{\text{nah,fern}} = \Delta z_{\text{nah}} - \Delta z_{\text{fern}}$ , so gilt

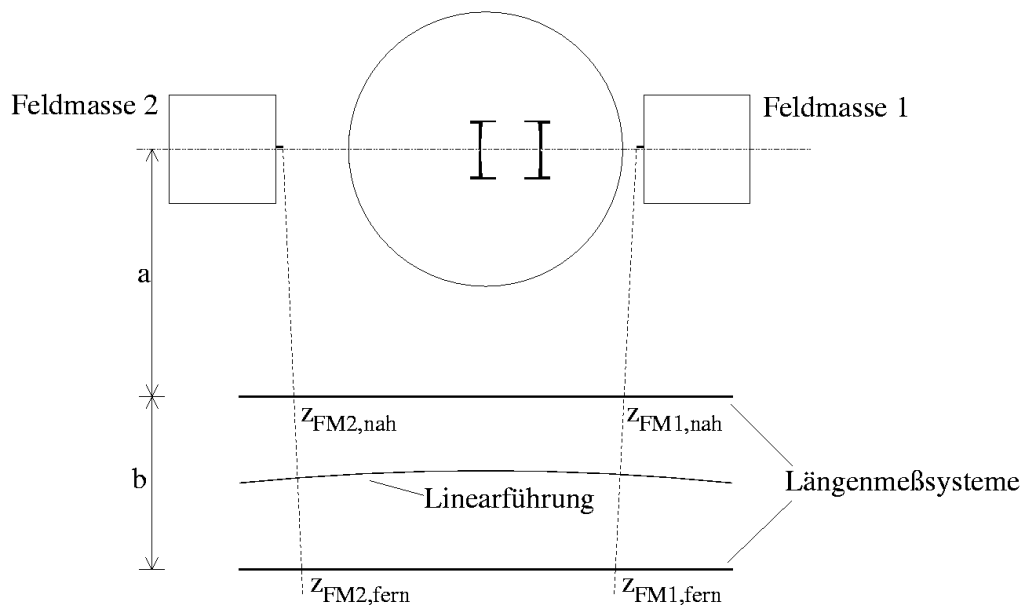


Abbildung 3.21: *Das Prinzip der Abstandsmessung mit der neuen optischen Bank. Eine eventuelle Änderung der Blickrichtung aufgrund einer gekrümmten Linearführung kann durch die Verwendung eines zweiten Längenmeßsystems gemessen werden.*

für den Absolutabstand  $\Delta z$  der beiden Feldmassen:

$$\Delta z = \Delta z_{fern} + \Delta l, \quad (3.2)$$

mit

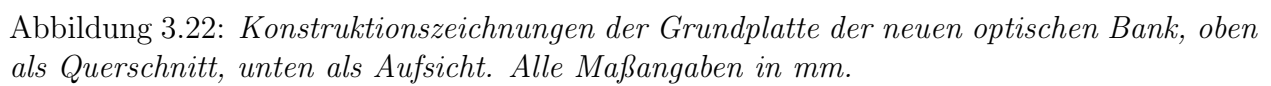
$$\Delta l = \frac{a+b}{b} \cdot \Delta z_{nah,fern}. \quad (3.3)$$

Zur Führung des Meßtisches, der wie bei den Relativmeßsystemen aus einer massiven Stahlplatte besteht, kommen zwei Führungsschienen<sup>14</sup> mit je einem Kugelumlaufwagen<sup>15</sup> zum Einsatz. Um einen möglichst niedrigen Fahrwiderstand zu erzielen, wurden die niedrigsten erhältlichen Kugelvorspannungen gewählt. Die Führungsschienen werden auf einer eigens angefertigten Grundplatte aus Stahl angebracht, deren Konstruktionszeichnungen in Abbildung 3.22 dargestellt sind. Sie erfüllt alle Konstruktionsanforderungen der Führungsschienen, insbesondere ist eine präzise gefräste Anschlagkante vorhanden. An beiden Längsseiten der Grundplatten sind je ein Längenmeßsystem angebracht, deren Montagefüße mit dem Meßtisch verbunden sind.

Der Meßtisch mit dem daran befestigten Fernrohr kann per Hand entlang der optischen Bank verschoben und so das Meßobjekt anvisiert werden. Zum feinfühligem Verschieben im Mikrometerbereich kann der Meßtisch mit einer speziellen Kupplung an eine Spindelmutter gekoppelt werden. Die Spindel ist in Längsrichtung der optischen Bank in deren Mitte

<sup>14</sup>Führungsschiene 1605-202-31, 2096 mm, Deutsche Star GmbH.

<sup>15</sup>Führungswagen 1651-212-10, Deutsche Star GmbH.





angebracht. Sie wird über eine Handkurbel angetrieben, wobei die Übersetzung so gewählt ist, daß sich der Meßtisch bei einer Kurbelumdrehung nur um wenige Mikrometer verschiebt. Der Einsatz eines Motors als Spindelantrieb ist im Prinzip möglich.

Als Fernrohr wird das schon bei der alten optischen Bank benutzte weiterverwendet. Es handelt sich dabei um ein Spiegelteleskop<sup>16</sup> mit einem Fokussierbereich von 559 mm bis 1524 mm. Die Blendenöffnung beträgt 89 mm, die Auflösung wird mit besser als 3 Mikrometer angegeben. Es kann entweder mit einem Okular oder mit einer Videokamera betrieben werden, wobei jeweils durch die Verwendung unterschiedlicher Zwischenringe und -linsen unterschiedliche Vergrößerungen eingestellt werden können. Die Vergrößerungsfaktoren betragen bei kleinster Objektentfernung 18 bis 72, bei größter Entfernung 7 bis 27. Bei der Benutzung der alten optischen Bank stand noch keine Videokamera zur Verfügung. Die beim Betrachten des Okularbildes auftretenden mechanischen Kontakte zwischen dem Beobachter und dem Fernrohr führen zu Verwackelungen des Bildes und begrenzen dadurch die nutzbare Vergrößerung erheblich. Erst durch die Verwendung der Videokamera konnte somit die volle Auflösung des Fernrohres von etwa 3  $\mu\text{m}$  ausgenutzt werden. Außerdem werden durch die Vermeidung dieses Kontaktes auch Verbiegungen vermieden, die einen systematischen Fehler verursachen können.

Beim verwendeten Fernrohr tritt bei einer Änderung der Fokalebene ein deutlicher, sogenannter „Image Shift“ auf, der durch Toleranzen in der Führung des Spiegels verursacht wird. Der Spiegel verkippt dadurch leicht innerhalb des Fernrohrgehäuses. Sofern aber nur in einer Richtung fokussiert wird — von weit nach nah oder umgekehrt — ist der auftretende Verkipfungswinkel in ausreichender Genauigkeit konstant. Wird bei der Benutzung des Fernrohres dies nicht berücksichtigt, kann allerdings ein beträchtlicher Meßfehler auftreten. Daß beim vormals benutzten Fluchtfernrohr kein „Image Shift“ beobachtet wird, führe ich allein auf die damit erreichbare deutlich geringere Auflösung zurück.

Das Fernrohr befindet sich nicht wie bei der alten optischen Bank über der Grundplatte, sondern ist an einem Ausläufer des Meßtisches so neben der Grundplatte angebracht, daß die Bildmitte in der Höhe des Maßstabes des Längenmeßsystemes ist. Etwaige Verbiegungen der Grundplatte in der Richtung, die die beiden Längenmeßsysteme nicht erfassen können, führen so zu keinem systematischen Fehler. Abbildung 3.23 zeigt ein Photo der neuen optischen Bank im Einsatz.

Bei den verwendeten Längenmeßsystemen<sup>17</sup> besteht die Maßverkörperung, auf der das Teilungsgitter angebracht ist, aus einem massiven Stahlprofil, das über die ganze Meßlänge mit der Montagefläche, also der Grundplatte der optischen Bank, verbunden ist. Das schützende Aluminiumgehäuse ist mechanisch so entkoppelt, das es auf thermisch bedingte Längenänderungen des Maßstabes keinen Einfluß hat. Der thermische Längenausdehnungskoeffizient beträgt  $10 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ , die Teilungsperiode 8  $\mu\text{m}$ .

Das Funktionsprinzip dieser Längenmeßsysteme unterscheidet sich von denen, die bei den Relativmeßsystemen verwendet werden, und ist in Abbildung 3.24 dargestellt. Beim interferentiellen Meßprinzip besteht die Abtastplatte aus einem transparenten Phasengitter, das die gebeugten Strahlanteile erzeugt und überlagert. Als Lichtquelle dient wie beim abbildenden Meßprinzip eine Beleuchtungseinheit aus LED und Kondensor. Am Abtastgitter entstehen im wesentlichen drei Strahlanteile mit den Beugungsordnungen 0, +1 und -1.

<sup>16</sup>QM1 Long Distance Microscope with BK7/MgF<sub>2</sub> corrector, Questar.

<sup>17</sup>LF 103, Meßlänge 1840 mm, Genauigkeitsklasse  $\pm 2 \mu\text{m}$ , Dr. J. Heidenhain GmbH.

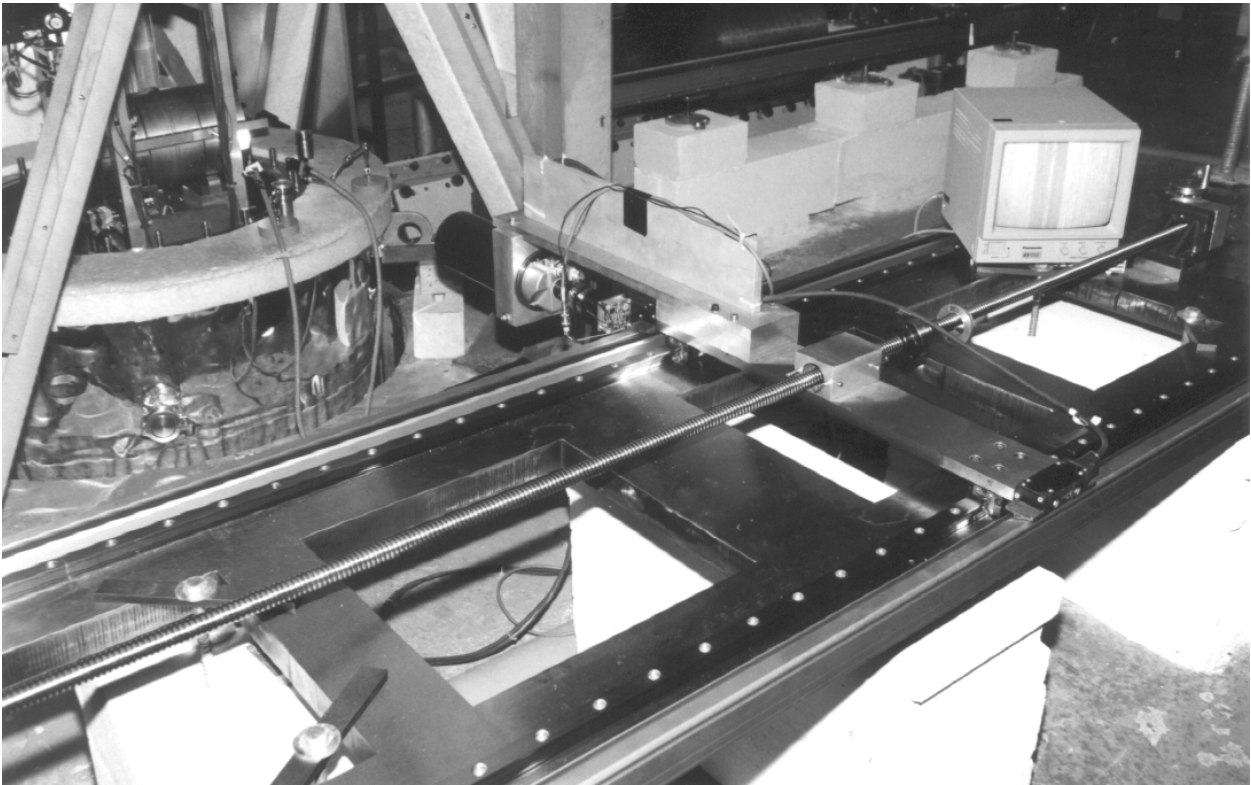


Abbildung 3.23: Photo der neuen optischen Bank. Der auf dem Monitor erkennbare breite, senkrechte Strich ist das Videobild eines anvisierten Pendelseiles mit 0,2 mm Durchmesser.

Die Strahlanteile werden am Phasengitter des Maßstabes erneut gebeugt, wobei die 0. Beugungsordnung des Maßstabes eliminiert wird. Die vom Maßstab reflektierten Strahlanteile der +1. und -1. Beugungsordnung enthalten jetzt in ihrer Phasenlage die Weginformation und werden am Abtastgitter zur Interferenz gebracht. Die Photoelemente erzeugen daraus drei um  $120^\circ$  verschobene Meßsignale, die dann wieder in zwei um  $90^\circ$  phasenverschobene Ausgangssignale umgesetzt werden.

Auch bei der optischen Bank ist durch die Verwendung zweier Längenmeßsysteme die einzige mechanische Anforderung, die die Systemgenauigkeit beeinflusst, eine hohe Verwindungssteifigkeit des Meßtisches. Die beiden an der optischen Bank verwendeten Exemplare der Längenmeßsysteme weisen laut Herstellerprüfzertifikat auf der gesamten Meßlänge von 1800 mm einen maximalen Meßfehler von  $(2,6 \pm 0,5) \mu\text{m}$  bzw.  $(3,4 \pm 0,5) \mu\text{m}$  auf. Die Abweichung beider Maßstäbe voneinander, die für die Genauigkeit der Winkelmessung entscheidend ist, beträgt sogar maximal  $(1,0 \pm 0,5) \mu\text{m}$ . Bei den im Aufbau vorkommenden Größen  $a=1527 \text{ mm}$  und  $b=600 \text{ mm}$  ergibt sich der Gesamtfehler der optischen Bank, sofern sie auf einer stabilen und schwingungsfreien Unterlage montiert ist, somit zu  $\sqrt{(3,4)^2 + \left(\frac{a+b}{b} \cdot 1\right)^2} \mu\text{m} \approx 5 \mu\text{m}$ .

Die ersten Erfahrungen mit der neuen optischen Bank lassen den Einsatz eines Motors zum Antrieb des Meßtisches über den gesamten Meßbereich nötig erscheinen. Der Tausch der Handkurbel gegen einen Motor ist mit nur geringen Umbaumaßnahmen verbunden. Durch

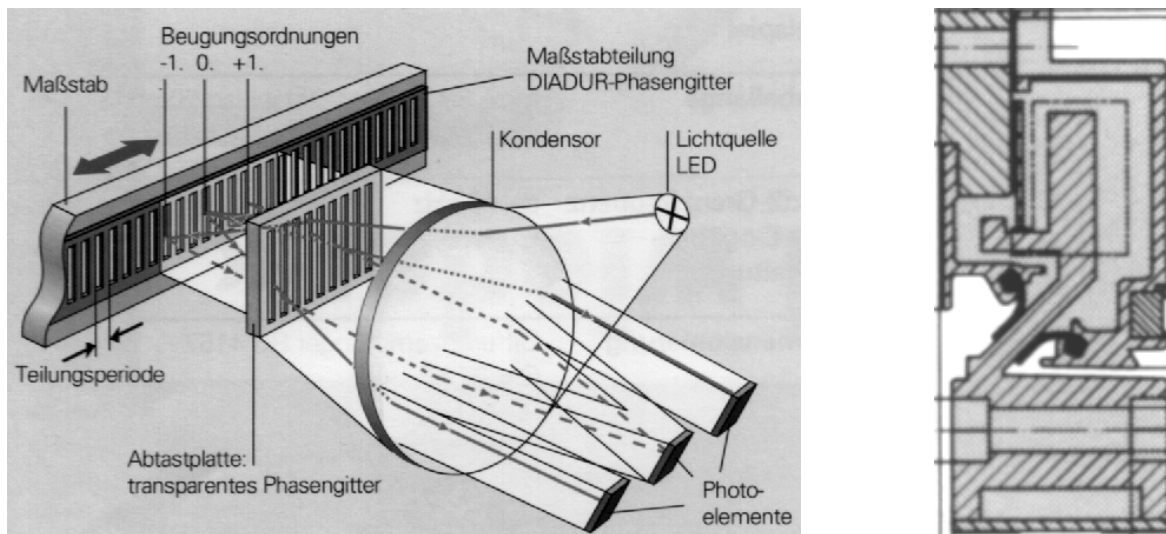


Abbildung 3.24: Links: Das Funktionsprinzip der an der optischen Bank verwendeten Längenmeßsysteme LF 103: photoelektrische Abtastung nach dem interferentiellen Meßprinzip mit Einfeld-Abtastung. Rechts: Schematischer Querschnitt (aus [43]).

das Verschieben des Meßtisches von Hand und dabei unweigerlich auftretenden Stößen des Meßtisches an die Spindelmutter beim Ankoppeln wirken äußere Kräfte auf die optische Bank, die sie trotz deren hohen Gewichtes im Mikrometerbereich relativ zum Boden verschieben können. Diese Verschiebungen der gesamten optischen Bank äußern sich in statistischen Streuungen der Meßwerte und liegen im Bereich von  $20\ \mu\text{m}$ . Entsprechende Effekte konnten auch bei den Relativmeßsystemen beobachtet werden: bewegt man den Meßtisch über die Verbindungswelle per Hand, kann die Messung nur auf etwa  $20\ \mu\text{m}$  genau reproduziert werden, gegenüber unter  $1\ \mu\text{m}$  bei Verwendung der Motoren.

### 3.4 Das Haltegerüst und der Kryostat

Das Haltegerüst mit dem daran aufgehängten Kryostaten ist in Abbildung 3.25 dargestellt.

Der als Vakuumtank dienende Kryostat ist eigentlich für Experimente bei tiefen Temperaturen ausgelegt, bietet aber für die Verwendung in unserem Experiment hervorragende Eigenschaften. So ermöglicht das zweifache Isolationsvakuum eine sehr gute thermische Stabilisierung im Inneren des Kryostaten. Die mehrfachen metallischen Wände wirken zudem als Strahlungsschilde, die die Wärmestrahlung aus der Umgebung reflektieren, und gleichzeitig als Faradayischer Käfig, der das Innere des Kryostaten von elektromagnetischen Einflüssen der Umgebung abschirmt. Der durch die Vakuumpumpen erreichbare Enddruck von etwa  $5 \cdot 10^{-5}$  mbar minimiert sowohl eine mögliche Resonanzfrequenzdrift durch dielektrische Effekte als auch störende Effekte, die durch Gaskonvektion oder Brownsche Molekularbewegung verursacht werden könnten. Die Innen- und Außendurchmesser des Kryostaten betragen 660 mm resp. 1035 mm, die Innen- und Außenlänge beträgt 3,45 m resp. 3,85 m. Das Gewicht des Kryostaten beträgt 1,9 t.

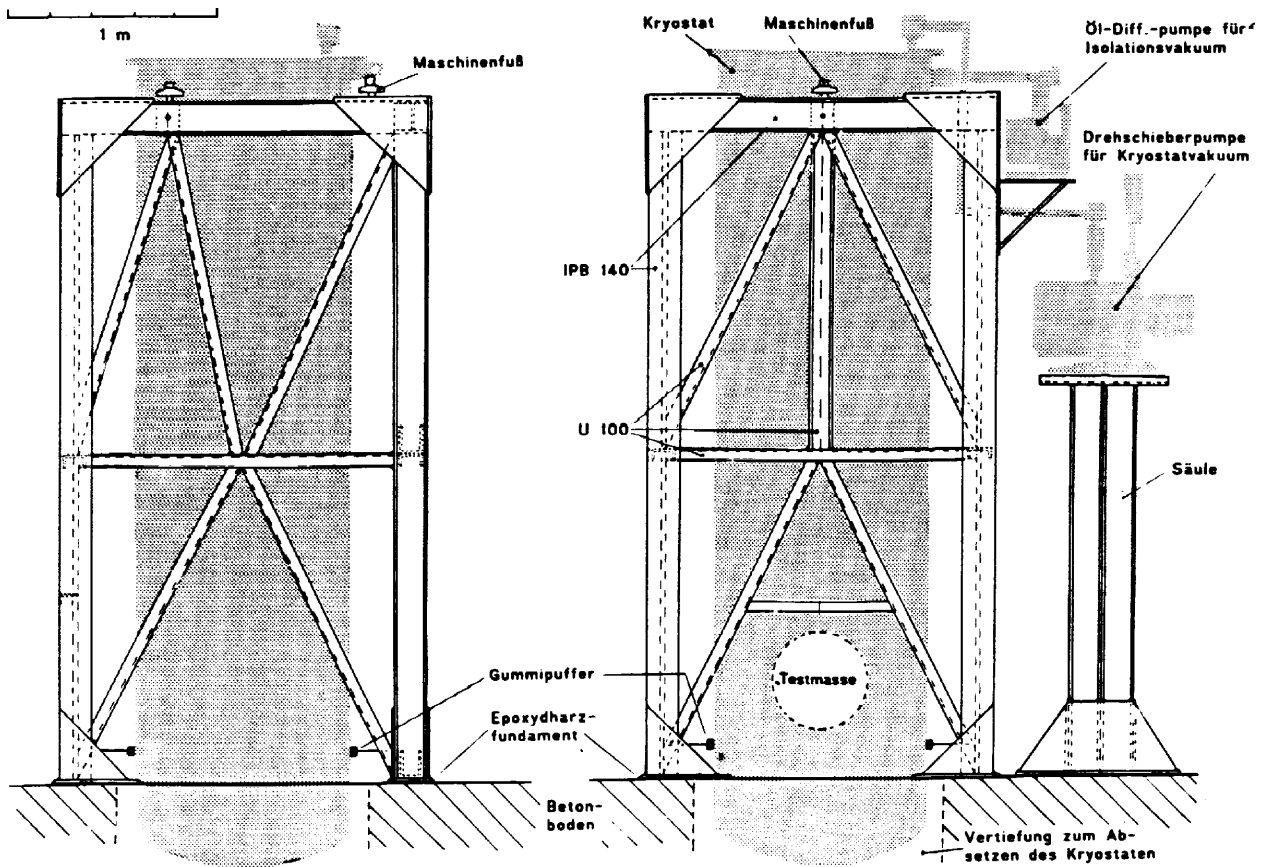


Abbildung 3.25: Das Haltegerüst und der Kryostat (aus [32]). Die eingezeichneten Gummipuffer zur Fixierung des unteren Kryostatendes werden nicht mehr verwendet.

Die Temperaturstabilisierung ist wichtig, da die Geometrie des Pendelresonators temperaturabhängig ist und somit Temperaturänderungen zu einer störenden Resonanzfrequenzdrift führen. An unserem Experiment wird bis jetzt keine aktive Temperaturkontrolle durchgeführt; das Kryostataußere ist daher den Temperaturschwankungen der Experimentierhalle ausgesetzt. Die einzige Stelle des Kryostaten, die nicht durch eine spezielle Vakuumschicht isoliert ist, ist der Kryostatdeckel, der einfach eine mehrere Zentimeter dicke Stahlscheibe darstellt. Dies führt dazu, daß im oberen Bereich des Kryostaten deutlich höhere Temperaturschwankungen auftreten als im unteren, in dem sich die Pendelkörper befinden. Typische Temperaturdaten werden in Abbildung 5.13 auf Seite 90 dargestellt.

Das Haltegerüst ist aus massiven Stahlträgern aufgebaut. Es hat einen quadratischen Grundriß mit einer Seitenlänge von 1,59 m in Symmetrierichtung des Experimentes und 1,15 m dazu senkrecht. Die Höhe beträgt 3,75 m. Die in Abbildung 3.2 ersichtliche Verdrehung des Gerüsts zur Symmetrierichtung hat Gründe, die sich aus den räumlichen Gegebenheiten des Experimentiergeländes ergeben. Die vier Fußplatten sind jeweils in ein etwa 1 cm hohes Fundament aus Epoxydharz eingegossen, damit eine gleichmäßige Flächenbelastung des Fußbodens gewährleistet ist. Am oberen Ende des Kryostaten befinden sich mit einem Abstand von  $120^\circ$  drei Halteösen, an denen höhenverstellbare Maschinenfüße angeschraubt



werden. Über diese Maschinenfüße wird der Kryostat auf drei Lagern, die etwa 9 cm in das Innere des Haltegerüsts ragen, montiert. Die Maschinenfüße besitzen eine Kugellagerung, die die Feinpositionierung des Kryostaten ermöglicht. Nach Abschluß der Justierarbeiten wird die Position mit Schrauben fixiert. Wie in Kapitel 5.4 gezeigt werden wird, werden durch diese Konstruktion Bodenschwingungen verstärkt auf den Kryostaten übertragen.

Um für Aufbau- und Wartungsarbeiten die Instrumente im Innern des Kryostaten erreichen zu können, kann dieser in eine entsprechende Vertiefung im Fußboden abgesetzt werden. Der Kryostatdeckel kann dann direkt am Haltegerüst montiert werden. Dieses Auf- und Absetzen mit Hilfe des Hallenkrans ist Millimeterarbeit, bei der der Kryostat um seine Längsachse gedreht sowie in seiner Position verändert werden muß, um zu verhindern, daß herausstehende Vakuumflansche oder die Halteösen an Teilen des Haltegerüsts hängen bleiben.

Das Äußere des Haltegerüsts ist mit Aluminiumblechen verkleidet; zusammen mit einer Abdeckung der Feldmassen entsteht so ein Raum, in dem sich die zentralen Elemente des Experimentes befinden und von Luftströmungen oder kurzfristigen Temperaturänderungen der Experimentierhalle weitgehend isoliert sind. Die Vakuumpumpen, der Frequenzgenerator, die Feldmassenschrittmotoren sowie die weiteren Meßgeräte befinden sich außerhalb dieser Verkleidung, so daß sie keinen thermischen Einfluß auf die zentralen Elemente des Experimentes haben.

### 3.4.1 Neigungseffekte

Anders als die schematische Abbildung 3.1 vermuten läßt, befinden sich die Fahrgestelle der Feldmassen in einer Entfernung von nur wenigen Zentimetern zum Kryostaten. Sie ragen daher deutlich in das Haltegerüst hinein. Siehe dazu auch die maßstabsgerechte Abbildung 3.2, in der die Feldmassen in der kleinstmöglichen Entfernung zum Resonator dargestellt sind. Die dem Kryostaten nahen Maschinenfüße der Fahrgestelle befinden sich in nächster Nähe von den Stützfüßen des Haltegerüsts. Befindet sich eine Feldmasse in einer Position nahe dem Resonator und somit über diesen vorderen Maschinenfüßen, so kommt es zu einer quasielastischen Verformung des Betonfußbodens in diesem Bereich, die durch die Gewichtskraft der Feldmasse verursacht wird. Die beiden betroffenen Stützfüße des Haltegerüsts sinken dadurch mit dem Boden leicht ab, wodurch es zu einer Verkipfung des Haltegerüsts und letztlich der Resonatorpendelaufhängung kommt. Dies führt zu einer Veränderung des Pendelabstandes und somit zu einem systematischen Fehler in der Bestimmung von  $G$ . Durch die symmetrische Benutzung zweier Feldmassen tritt dieser Effekt an beiden Seiten des Haltegerüsts auf, wodurch die Verkipfung deutlich vermindert, aber nicht gänzlich unterdrückt wird.

Die auftretende Verkipfung des Haltegerüsts ist extrem klein und kann daher nur mit großem Aufwand gemessen werden. In [33] wird ein Neigungswinkel von etwa  $10^{-7}$  rad bei Verwendung nur einer Feldmasse angegeben. Nimmt man die nicht betroffenen Stützfüße als Drehpunkt der Gerüstverkipfung an, so ergibt sich an der Oberkante des Gerüsts in 3 m Höhe eine Auslenkung in Richtung der Symmetrieachse des Experimentes von 300 nm, die nach [33] eine Pendelabstandsänderung von etwa 20 pm verursacht. Unsere bei den Relativmeßsystemen verwendeten Meßtaster haben eine Auflösung von 40 nm, bei einer Genauigkeit der gemessenen Längenänderung von 240 nm auf der Meßlänge von 12 mm. Es

sollte somit zumindest möglich sein, die Verkipfung mit diesen Meßtastern nachzuweisen und ihre Größe abzuschätzen. Eine solche Messung kann in naher Zukunft durchgeführt werden.

Es wäre wünschenswert, die Bewegung der oberen Gerüstkante während den Meßreihen kontinuierlich zu messen und daraus den jeweiligen Neigungswinkel zu bestimmen, um mit diesen Werten die Daten der gemessenen Pendelabstandsänderung um den Effekt der Gerüstneigung korrigieren zu können. Dies setzt natürlich die schwierige Bestimmung der Pendelabstandsänderung in Abhängigkeit von dem Neigungswinkel voraus. Um eine Korrektur zumindest in der Genauigkeit der Resonatorauflösung von 1 pm zu erreichen, muß die Messung jedoch eine Genauigkeit von mindestens 15 nm erreichen. Mit den uns zur Verfügung stehenden Mitteln ist dies nicht möglich. Zudem treten bei der Umrechnung der gemessenen Bewegung der Gerüstkante in den Neigungswinkel weitere systematische Fehler auf, so daß eine solche Messung nicht in ausreichender Genauigkeit durchgeführt werden kann. Es ist allenfalls denkbar, mit einem hochauflösenden und digital auslesbaren Neigungswinkelmesser die Neigung der Pendelseilaufhängung direkt zu messen, um dann die Gravitationsdaten korrigieren zu können. Ein solches Instrument mit einer nötigen Auflösung von  $2 \cdot 10^{-9}$  rad steht uns gleichfalls nicht zur Verfügung.

Es ist daher nur möglich, durch eine sorgfältige Justierung der Resonatorpendel die Neigungsempfindlichkeit der Apparatur zu minimieren und durch spezielle systematische Untersuchungen den verbleibenden systematischen Fehler bei der Bestimmung von  $G$  abzuschätzen. Anhand einer speziellen Messung konnte in [32] und [33] gezeigt werden, daß die Neigungsempfindlichkeit selbst abhängig ist von der Neigung des Kryostaten. Bei dieser Messung wurde der Kryostat an seinem unteren Ende gegenüber dem Haltegerüst in einem Bereich von mehreren Millimetern ausgelenkt und die resultierende Resonanzfrequenz gemessen. Abbildung 3.26 zeigt das Ergebnis dieser Messung. Die Steigung der abgebildeten Kurve ist ein direktes Maß für die Neigungsempfindlichkeit. Es ergab sich ein parabelförmiger Verlauf der Kurve. Bei einer bestimmten Ausrichtung des Kryostaten ist die Neigungsempfindlichkeit somit vernachlässigbar. Es liegt nahe, zu vermuten, bei einer optimalen Ausrichtung sowohl der Pendelseilaufhängungen wie der Pendelkörper in der Waagerechten sei dieser Punkt der vernachlässigbaren Neigungsempfindlichkeit erreicht. Experimentell überprüft werden konnte diese These bislang aber noch nicht. Diese Messung verdeutlicht allerdings die hohe Bedeutung, die einer exakten Ausrichtung des Pendelsystems zukommt. In [32] und [33] wird vorgeschlagen, zwei Gravitationsmessungen mit unterschiedlichen, aber bekannten Neigungsempfindlichkeiten durchzuführen und aus dem Unterschied der Messungen eine Korrektur des Neigungseffektes herzuleiten. Die Messung der Neigungsempfindlichkeit und die Reproduzierung der beiden unterschiedlichen Neigungen mit einer Genauigkeit, die einem systematischen Fehler in der Bestimmung von  $G$  von deutlich unter 100 ppm entspricht, halte ich nicht für möglich.

Die beschriebene Neigung der Apparatur beim Verfahren der Feldmassen kann durch bauliche Maßnahmen gänzlich eliminiert werden, indem die Fahrgestelle der Feldmassen und die Kryostathalterung auf unterschiedliche Fundamente gestellt werden. Dies ist nur durch einen Umzug des Experimentes möglich.

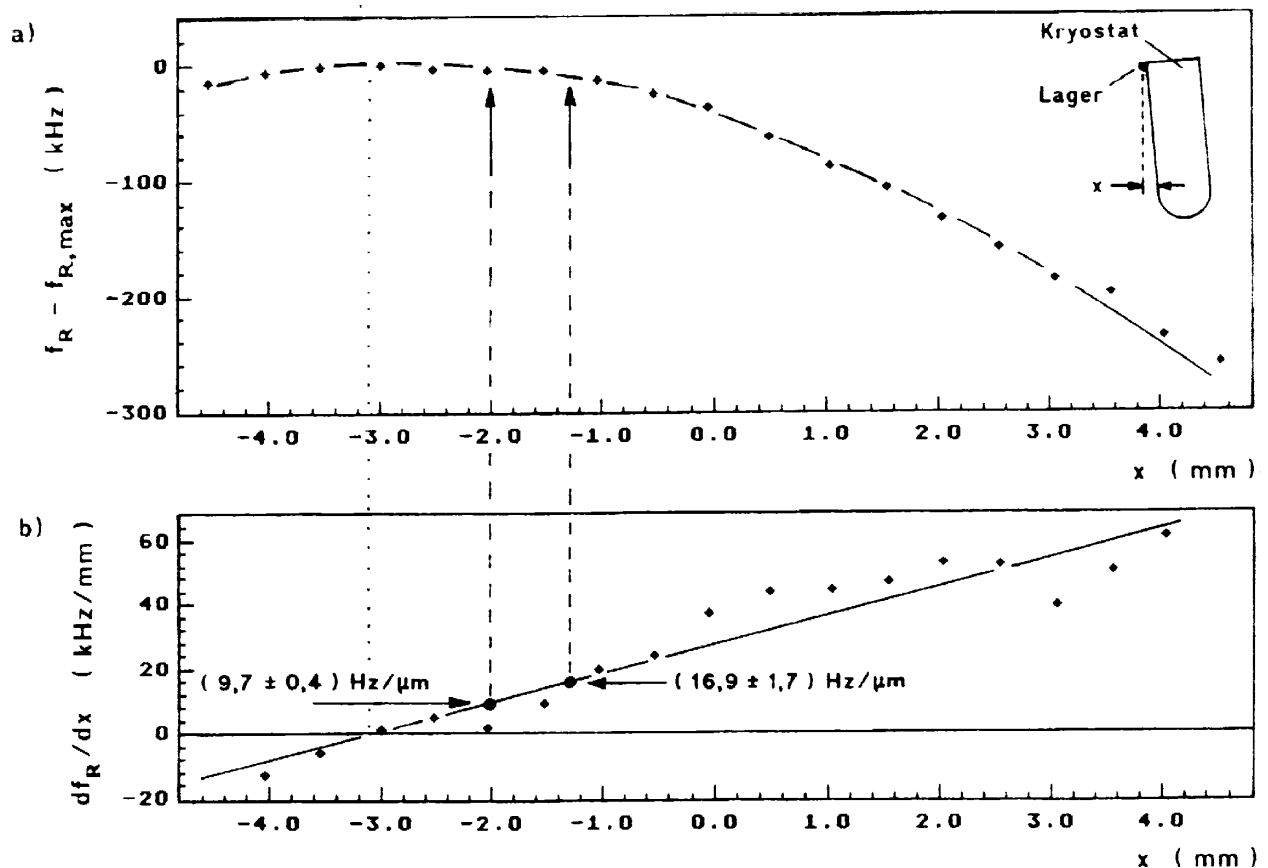


Abbildung 3.26: Messung der Neigungsempfindlichkeit (aus [32]).

### 3.5 Der Kryostateinsatz

An der Unterseite des Kryostatdeckels ist ein 3,5 m langes Gestell aus Aluminiumwinkeln, der Kryostateinsatz, angebracht. An diesem Gestell sind die Wirbelstrombremse, die Hohlleiter sowie deren Verstellmechanismen befestigt. Das Gestell ist mit Aluminiumleisten verstrebt und auf Höhe des Resonators mit Mikrowellenabsorberplatten verkleidet. Schwingungen des Kryostatdeckels werden in der Eigenfrequenz des Einsatzes von etwa 3 Hz auf die Wirbelstrombremse übertragen, die dann die Pendel zu Schwingungen anregen kann. Zur Schwingungsdämpfung sind daher am unteren Ende des Einsatzes Gummilaschen angebracht, die den Kryostatrand berühren und somit beim Ein- und Ausbau des Einsatzes in den Kryostaten gleichzeitig als Führung dienen.

Trotz dieser Führung kommt es beim Ein- und Ausbau des Einsatzes, der mit Hilfes des Hallenkrans vorgenommen wird, zu heftigen Bewegungen und Erschütterungen des Einsatzes, der die frei schwingenden Pendel zu unkontrollierten Bewegungen anregt. Der Ein- oder Ausbau des Einsatzes ist daher immer mit dem Risiko eines reißenden Pendelseiles und der Zerstörung eines Pendelkörpers verbunden. Da keine Ersatz-Pendelkörper vorhanden sind, würde dies zu einer Unterbrechung von mehreren Monaten führen. Die Verwendung eines

feinfühligere Kranes ist am Standort des Experimentes nicht möglich. Die Konstruktion eines Systems, das beim Ein- oder Ausbau die Pendelkörper fixiert, sie bei einer Gravitationsmessung aber nicht beeinflusst, erscheint somit ratsam.

Es zeigte sich, daß durch das Verfahren der Wirbelstrombremse in eine andere Entfernung zu den Pendelkörpern die Resonanzfrequenz verändert wird. Dies ist auf eine Verformung des Einsatzes zurückzuführen, die durch die hohe bewegte Masse von mehreren Kilogramm verursacht wird. Um mit Sicherheit magnetische Kräfte zwischen Wirbelstrombremse und Pendelkörper, die große systematische Fehler verursachen könnten, ausschließen zu können, muß allerdings noch eine spezielle Meßreihe durchgeführt werden, in der  $G$  bei verschiedenen Positionen der Wirbelstrombremse bestimmt wird.

### 3.6 Das Rechnersystem

Die Steuerung und Auslese sämtlicher Geräte übernimmt eine CPU<sup>18</sup>, auf der das echtzeitfähige Betriebssystem OS/9 installiert ist. Abbildung 3.27 zeigt schematisch alle angesteuerten und zur Steuerung benutzten Geräte sowie deren Verbindungen untereinander.

Direkt auf der Platine der CPU können bis zu vier sogenannte Industry-Packs montiert werden. Es werden eine vierfache serielle Schnittstelle<sup>19</sup> (RS232), eine GPIB-Schnittstelle<sup>20</sup>, ein Temperaturmeßgerät<sup>21</sup> sowie ein ADC<sup>22</sup> benutzt. Das Temperaturmeßgerät mißt die Widerstände der Temperaturfühler nach der Vierpunktmethode und gibt ein Spannungssignal aus, das vom ADC digitalisiert wird. Durch einen eingebauten Multiplexer können bis zu 12 Temperaturfühler angewählt werden. Über die GPIB-Schnittstelle werden der Frequenzgenerator sowie das ADC gesteuert, mit dem die Resonator diodenspannung ausgelesen wird. Über die RS232-Schnittstellen werden die Schrittmotorsteuergeräte angesprochen.

Über einen VME-Bus ist die CPU mit den weiteren VME-Crate-Geräten verbunden. Es werden zwei Inkrementalzähler<sup>23</sup> verwendet, die jeweils vier Glasmaßstäbe auslesen können. Diese werden zur Positionsbestimmung der Feldmassen verwendet. Außerdem wird noch ein IP-Karten-Träger<sup>24</sup> verwendet, an dem ein Digital-I/O<sup>25</sup> angeschlossen ist. Hiermit werden die Feldmassenpositionssysteme gesteuert: über Schaltrelais werden die Linearmotoren, die die Meßtische verfahren, geschaltet; verschiedene Endabschalter werden überprüft, mit denen die Position der Meßtische bestimmt wird.

Im VME-Crate befindet sich kein Speichermedium; zur Datenspeicherung wird eine Ethernet-Verbindung zu einer UNIX-Workstation aufgebaut. Diese Workstation befindet sich direkt am Aufbau und kann somit zur Überprüfung der Daten am Aufbau benutzt werden. Über die Ethernet-Verbindung kann die CPU auch vom UNIX-Rechnernetz angespro-

<sup>18</sup>Motorola Single-Board-Computer MVME162-522A, 68040/32MHz, 8MB DRAM, Ethernet, 512KB SRAM mit Batterie, 1MB FLASH EPROM, 32-pin PLCC EPROM-Sockel, 8KB NVRAM und Uhr mit Batterie, 2 RS232C Schnittstellen und 4 IndustryPack-Steckplätze mit Multi-Speed DMA-Interface.

<sup>19</sup>TIP865, 4 channel serial IP, TEWS DATENTECHNIK GmbH.

<sup>20</sup>IP-488, IEEE-488 (GPIB) Instrumentation Bus IndustryPack®, GreenSpring Computers.

<sup>21</sup>IP-RTD, 12 Channel RTD PT 100Ω IndustryPack®, GreenSpring Computers.

<sup>22</sup>IP-HiRes, 4-Channel, Simultaneous Sampling, 16-bit, 10  $\mu$ s, two-pole anti-aliasing Bessel filter (cut-off frequency set to 40 kHz), Analog-to-Digital IndustryPack®-Compatible Module, Wavetron microsystems.

<sup>23</sup>IK 340 VMEbus-Zählerkarte, Dr. Johannes Heidenhain GmbH.

<sup>24</sup>VIPC618, 6U VMEbus IndustryPack® Carrier, GreenSpring Computers.

<sup>25</sup>IP-Digital48, 48 Line Digital Interface IndustryPack®, GreenSpring Computers.



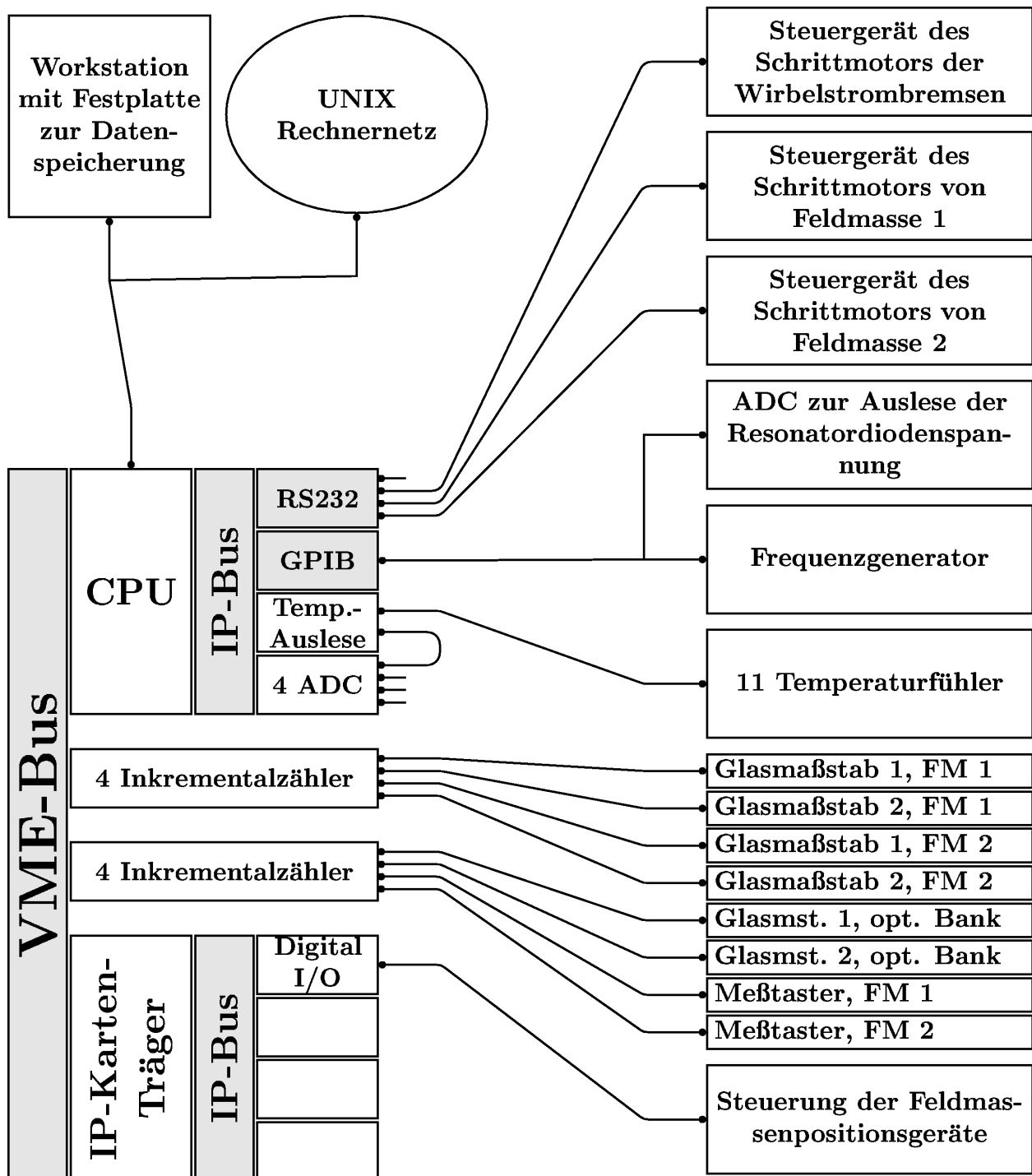


Abbildung 3.27: Schematische Abbildung des Rechnersystems. Eine CPU übernimmt sämtliche Steuerungsaufgaben. Sie ist über einen VME-Bus bzw. IP-Bus mit weiteren Instrumenten verbunden, die sich in einem VME-Crate befinden. Von dort aus werden die Schrittmotorsteuergeräte über RS232-Verbindungen angesteuert und der Frequenzgenerator sowie der Resonator-ADC über eine GPIB-Verbindung. Im VME-Crate befindet sich kein Speichermedium; zur Datenspeicherung wird eine Ethernet-Verbindung zu einer Workstation aufgebaut. Über diese Verbindung kann die CPU auch vom UNIX-Rechnernetz angesprochen werden.

chen werden und die gespeicherten Daten zur späteren Analyse auf das UNIX-Rechnernetz übertragen werden. Somit ist prinzipiell jederzeit eine Überprüfung der laufenden Messung oder auch der Start einer neuen Messung von jedem an das Internet angeschlossenen Rechner aus möglich. Leider stellte sich heraus, daß beim Anschluß der CPU an das Rechnernetz über die Ethernet-Verbindung Störungen auftreten, die bei laufender Messung zum Absturz des Betriebssystems führen können. Die Ursache dieser Störungen ist unverstanden. Um eine stabile Messung durchzuführen, wird daher bis auf weiteres die Ethernet-Verbindung zum Rechnernetz getrennt und nur zur Datenübertragung kurzzeitig aufgebaut.

Auf die Verwendung der einzelnen Geräte und die Programmierung der CPU wird in Kapitel 4.1 eingegangen, in dem die Datennahme beschrieben wird.

### 3.7 Hilfsmittel zur Positionierung des Resonators

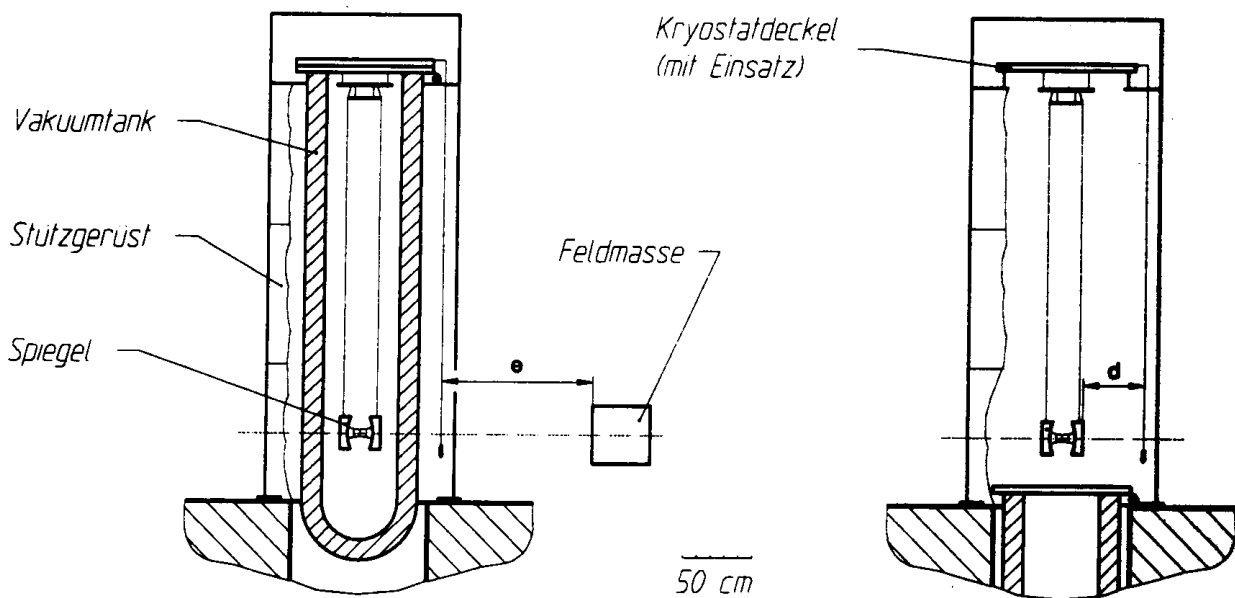


Abbildung 3.28: Die vormals angewandte Abstandsbestimmung mit Loten (aus [33]).

Für Wartungsarbeiten und um Änderungen am Aufbau durchführen zu können, kann der Kryostat in ein Loch im Boden abgesetzt und der Kryostatdeckel mitsamt Einsatz ohne Kryostaten in der ursprünglichen Position am Haltegerüst befestigt werden. Dies ist in Abbildung 3.28 dargestellt. Nur in diesem Zustand des Experimentes besteht direkte Sicht auf die Pendel und damit die Möglichkeit, deren Position mit Hilfe der optischen Bank auszumessen und zu justieren. Auch die Justierung der Zerodurplatte in der Waagerechten mit Hilfe einer hochauflösenden Richtwaage<sup>26</sup> kann nur in diesem Zustand durchgeführt

<sup>26</sup>die Auflösung der verwendeten Richtwaage beträgt  $10^{-5}$  rad.

werden. Zudem müssen die Resonatorpendel zueinander und relativ zu den Feldmassen ausgerichtet werden.

Zur Durchführung eines Experimentes muß dann der Kryostatdeckel mitsamt Einsatz auf beziehungsweise in den Kryostaten abgesetzt werden, woraufhin die komplette Kryostateinheit wieder hinaufgezogen und am Haltegerüst befestigt wird. Die Genauigkeit, mit der die Position der Resonatorpendel nach dieser Prozedur reproduziert werden kann, ist gleich der entsprechenden Positioniergenauigkeit des Kryostatdeckels.

Vor den Meßreihen des Jahres 1998 wurde die Repositionierung des Kryostatdeckels mit Hilfe zweier Lote durchgeführt. Es wurden entsprechend Abbildung 3.28 je ein Lot auf jeder den Feldmassen zugewandten Seite des Kryostaten so am Kryostatdeckel angebracht, daß sie in Höhe der Symmetrieachse in einer Linie mit den hinteren Pendelseilen ausgerichtet waren. Bei abgesetztem Kryostaten wurde nach den Justagearbeiten jeweils eine Nagelspitze so an den Feldmassen befestigt, daß sie gerade das Lotseil berührte. Die Lote mußten zum Ab- und Hochsetzen des Kryostatdeckels abgenommen werden und konnten mittels Anschlägen danach wieder in der ursprünglichen Position am Kryostatdeckel befestigt werden. Zur Repositionierung des Kryostatdeckels wurde der gesamte Kryostat dann so weit verschoben, bis die Lotseile an den Nagelspitzen ausgerichtet waren. Die Höhe des Kryostatdeckels wurde mit einem dritten Lot eingestellt, dessen Lotkörperspitze auf eine der Nagelspitzen ausgerichtet wurde. Der Kryostatdeckel konnte in Symmetrierichtung mit Hilfe der Richtwaage in die Waagerechte gebracht werden; da vorher die Zerodurplatte parallel dazu ausgerichtet worden war, befand diese sich damit auch wieder in der Waagerechten. In der dazu senkrechten Richtung wurde der Kryostatdeckel durch ein auf dem Obermodenfilter angebrachtes Fadenkreuz ausgerichtet; entlang am Einsatz befestigter Markierungen konnte dieses Fadenkreuz durch Schaufenster im Kryostatdeckel angepeilt werden. Durch Justierung in dieser Richtung werden die Pendelkörper relativ zu den Wirbelstrombremsen ausgerichtet. Bei sorgfältiger Ausrichtung des Kryostatdeckels in der Waagerechten wurde von einem unveränderten Abstand  $d$  zwischen Lotseil und Pendelkörperrückseite ausgegangen. Nach der endgültigen Ausrichtung des Kryostaten konnte so durch die Messung des Abstandes  $e$  zwischen Feldmasse und Lotseil mittels der optischen Bank auf die Entfernung zwischen Feldmasse und Pendelkörper geschlossen werden. Der dabei in [33] angegebene Gesamtfehler von nur  $8\text{ }\mu\text{m}$  konnte allerdings nicht nur durch die bereits beschriebene Ungenauigkeit der vormals benutzten optischen Bank von mehreren  $100\text{ }\mu\text{m}$  nicht erreicht werden, sondern auch auf Grund von Unzulänglichkeiten, die sich aus der Benutzung der Lotseile ergeben. So können zwar Pendelbewegungen der Lote dadurch gedämpft werden, daß die Lotkörper in einem Ölbad schwimmen. Es läßt sich aber nicht vermeiden, daß in einer so großen Halle wie der des Experimentstandortes die Lotseile durch leichte Luftbewegungen statisch ausgelenkt werden. Bei den gegebenen Bedingungen am Standort muß mit Bewegungen der Lotseile im Bereich von  $100\text{ }\mu\text{m}$  gerechnet werden. Außerdem war es nicht ungewöhnlich, daß ein Lotseil in der Nähe des Lotgewichtes riß. Das Lotgewicht wurde dann neu am Lotseil befestigt, was sicherlich auch zu einer veränderten Lage des Lotseiles im Raum führt, sofern Genauigkeiten im Mikrometerbereich diskutiert werden. Die somit erreichbare Positioniergenauigkeit der Pendel reicht daher bei weitem nicht aus, um bei der Verwendung nur einer Feldmasse eine Bestimmung von  $G$  innerhalb der angestrebten  $100\text{ ppm}$  Genauigkeit zu ermöglichen. Da bei der Verwendung zweier Feldmassen nur eine Positioniergenauigkeit der Pendel von etwa  $1\text{ mm}$  erforderlich ist, ist für diesen Fall jedoch die Repositionierung des Kryostatdeckels mit

Lotseilen als ausreichend genau zu betrachten.

Als weiteren Nachteil des Lotsystems erweist sich allerdings die umständliche und langwierige experimentelle Durchführung. Es wurde daher von S. Hartmann und U. Kleinevoß eine neue Methode entwickelt, die Position des Kryostatdeckels mit geringem Aufwand relativ zum Haltegerüst mit einer Genauigkeit von etwa  $100\text{ }\mu\text{m}$  zu reproduzieren. Sie ist somit von der Genauigkeit her der Methode der Lotmessung mindestens gleichwertig, in der praktischen Durchführung aber deutlich überlegen. Diese Methode soll hier aber nicht näher diskutiert werden.

# Kapitel 4

## Die Datennahme- und auswertung

Eine Messung zur Bestimmung der Gravitationskonstanten  $G$  wird folgendermaßen durchgeführt: Die Feldmassen werden zyklisch so verfahren, daß sie eine Standzeit  $t_{Stand}$  lang in einer sogenannten Referenzposition  $r_{fern}$  stehen. Zur Definition der Größen  $r$  siehe Kapitel 2.1.1 auf Seite 10. Nach Ablauf der Standzeit werden beide Feldmassen auf eine Position  $r_{nah}$  gefahren. Die Fahrzeit  $t_{Fahrt}$  von  $r_{fern}$  nach  $r_{nah,min}$  beträgt etwa vier Minuten inklusive Überprüfung und eventueller Korrektur der angefahrenen Position mit den Relativmeßsystemen. Als optimale Standzeit haben sich 12 bis 15 Minuten erwiesen. Nach weiterem Ablauf der Standzeit werden die Feldmassen wieder auf  $r_{fern}$  gefahren, womit ein Fahrzyklus beendet ist. Es besteht die Möglichkeit, unterschiedliche Positionen  $r_{nah}$  anzufahren. Im Laufe einer Messung wird jede Position  $r_{nah}$  mehrfach angefahren; der beschriebene Fahrzyklus entspricht einer Einzelmessung. Um eine hohe statistische Genauigkeit zu erreichen, können pro Meßreihe und Position  $r_{nah}$  mehrere hundert Einzelmessungen durchgeführt werden.

In den Positionen  $r_{fern}$  und  $r_{nah}$  erzeugen die Feldmassen unterschiedlich starke Gravitationsfelder, wodurch die Ruhelage der Resonatorpendel verändert wird. In den Positionen  $r_{nah}$  ist der Pendelabstand größer als in  $r_{fern}$  und somit die Resonanzfrequenz kleiner. Bei einer kontinuierlichen Bestimmung der Resonanzfrequenz erhält man somit eine annähernde Rechteckfunktion, die allerdings von einer längerperiodischen Frequenzdrift überlagert ist. Diese Drift hat vornehmlich thermische Ursachen, wie in Abschnitt 5.3 gezeigt wird. Die Differenz  $\Delta f$  der Resonanzfrequenz in den beiden Positionen ist die Meßgröße, aus der die Gravitationskonstante berechnet wird. Einen typischen Verlauf der Resonanzfrequenz über 12 Stunden zeigt Abbildung 4.1.

In diesem Kapitel wird beschrieben, wie eine Messung im einzelnen durchgeführt wird und wie die erhaltenen Daten später ausgewertet werden. Das Ziel der Datenanalyse ist die Ermittlung eines Wertes der Resonanzfrequenzänderung  $\langle \Delta f \rangle$  für jede angefahrne Position  $r_{nah}$ . Aus den Werten  $\langle \Delta f \rangle$  kann gemäß Gleichung 2.14 die Pendelabstandsänderung  $\langle \Delta b \rangle$  berechnet werden. Um aus  $\langle \Delta b \rangle$  einen Wert für  $G$  berechnen zu können, kann gemäß Gleichungen 2.9 bis 2.11 ein Referenzwert  $\Delta b_{ref}$  für jede angefahrne Position berechnet werden. Dies wird in Abschnitt 4.3 beschrieben.

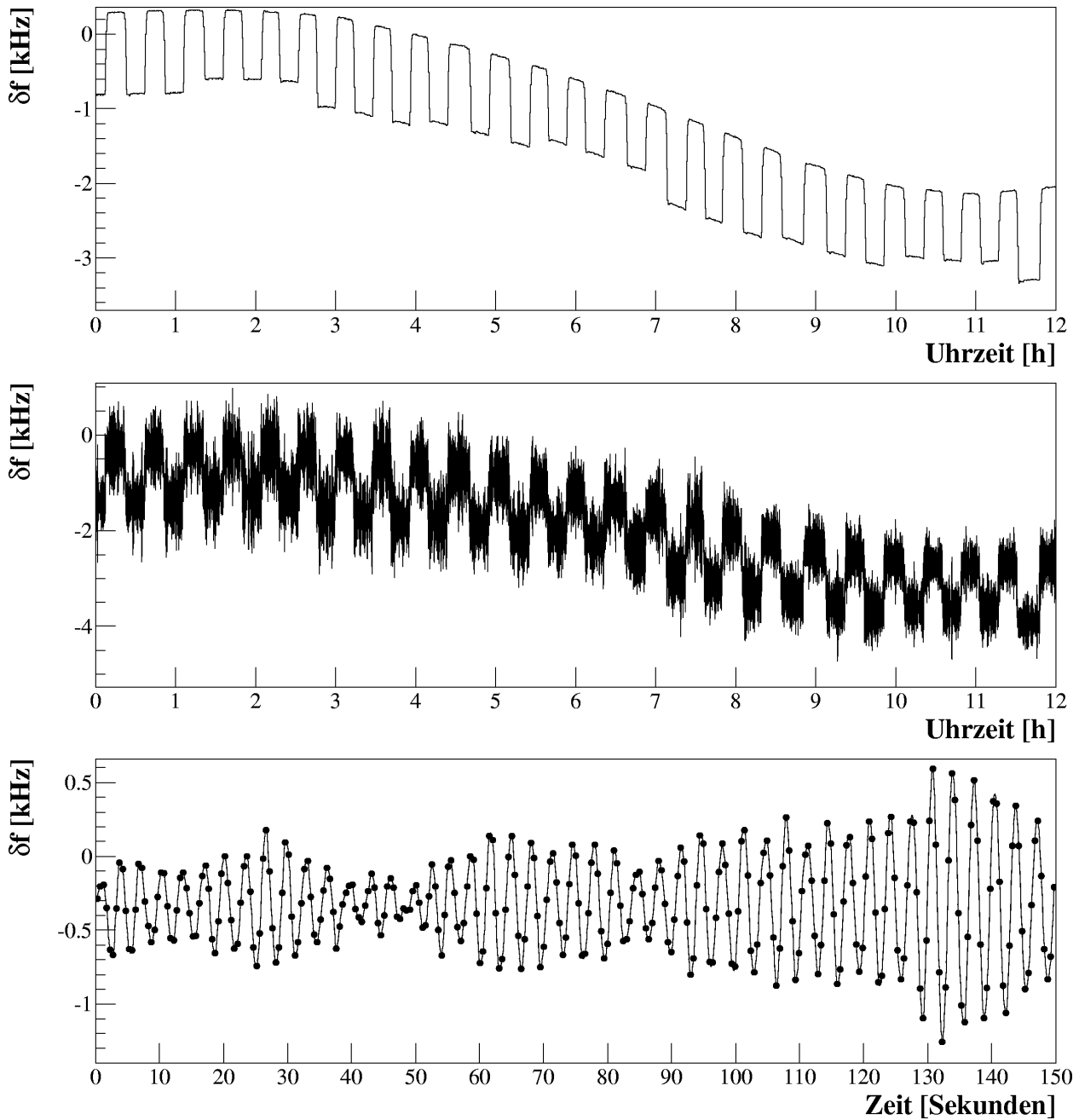


Abbildung 4.1: Typischer Verlauf der Resonanzfrequenz. In der oberen Graphik sind digital gefilterte und somit geglättete Daten abgebildet. Die Frequenzmodulation wird durch Verfahren der Feldmassen induziert. Es sind drei verschiedene Nahpositionen im Wechsel jeweils dreimal angefahren worden. Den Verlauf der ungefilterten Resonanzfrequenz gibt die mittlere Graphik wieder. Einen Ausschnitt von 150 Sekunden aus diesen Daten zeigt die untere Graphik; in dieser Darstellung sind die Eigenschwingungen der Pendel mit einer Periodendauer von etwa 3 Sekunden sowie die einzelnen Meßpunkte, die mit einer Taktrate von 0,5 Sekunden aufgenommen wurden, zu erkennen. Dadurch, daß der Abstand zweier frei schwingender Pendelkörper gemessen wird und es sich somit um ein gekoppeltes Schwingungssystem mit zwei annähernd gleichen periodischen Schwingungen handelt, kommt es zu Schwebungserscheinungen. In allen Graphiken ist nicht die absolute Resonanzfrequenz ( $\approx 23$  GHz), sondern die Differenz  $\delta f$  zu einer – willkürlich gewählten – Referenzfrequenz dargestellt.

## 4.1 Die Datennahme

Zur Datennahme wird ein Rechnersystem verwendet, das in Kapitel 3.6 beschrieben und in Abbildung 3.27 auf Seite 55 schematisch dargestellt ist. Die zentrale Aufgabe der Datennahme ist die Bestimmung der Resonanzfrequenz, die im folgenden Abschnitt beschrieben wird. Auf die weiteren Aspekte der Datennahme wird in Abschnitt 4.1.2 eingegangen.

### 4.1.1 Die Bestimmung der Resonanzfrequenz

Zur Bestimmung der Resonanzfrequenz werden mit dem Frequenzgenerator in äquidistanten Zeitschritten sogenannte *digitale Sweeps* durchgeführt, die in Abbildung 4.2 veranschaulicht sind. Das Frequenzspektrum des Resonators zeigt im Bereich der Resonanzfrequenz einen lorentzförmigen Verlauf, wobei die Resonanzfrequenz der Mittenfrequenz  $f_0$  entspricht und durch die maximale Diodenspannung  $U_0$  ausgezeichnet ist. Um die vom letzten *digitalen Sweep* bekannte Resonanzfrequenz  $f_{alt} \approx f_0$  herum werden gemäß Abbildung 4.2 vom Frequenzgenerator nacheinander mindestens vier Frequenzen eingestellt und die entsprechende Ausgangsspannung gemessen. Die niedrigste Frequenz wird Startfrequenz  $f_{Start}$  genannt; die Frequenzdifferenz zum nächsten Meßpunkt, die während der gesamten Messung konstant bleibt, ist die Stepfrequenz  $f_{Step}$ . An die vier Meßpunkte wird ein Lorentzprofil angepaßt; die daraus errechnete Mittenfrequenz ist die zu ermittelnde aktuelle Resonanzfrequenz. Die so erhaltenen Zeitreihen der Resonanzfrequenz werden mit einem digitalen Filter mit einer Zeitkonstanten von etwa 1 Minute geglättet. Dieser gefilterte Wert der Resonanzfrequenz zeichnet sich durch eine hohe Kurzzeitstabilität aus und wird daher als Mittenfrequenz  $f_{alt}$  zur Berechnung der beim *digitalen Sweep* anzusteuernenden Frequenzen herangezogen.

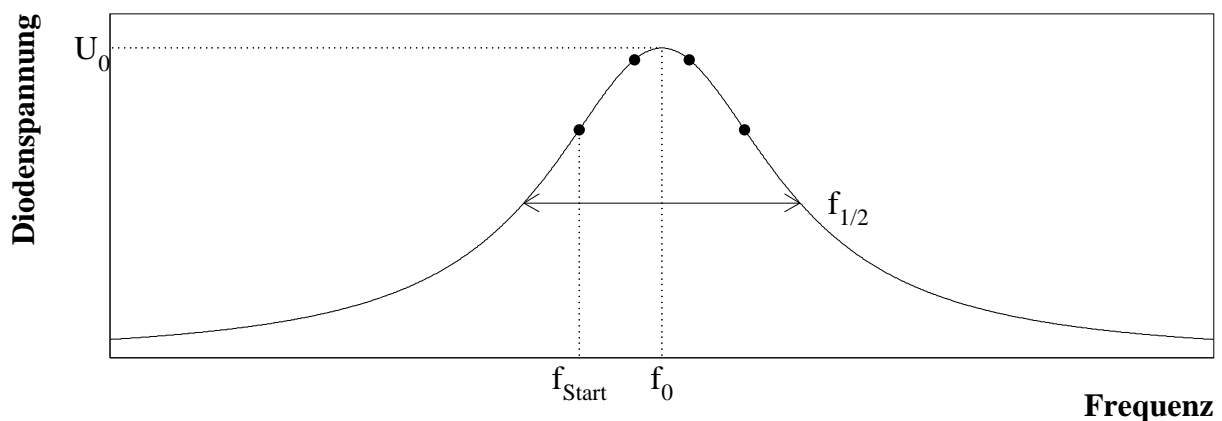


Abbildung 4.2: Bestimmung der Resonanzfrequenz. Es werden mindestens 4 verschiedene Senderfrequenzen um die Resonanzfrequenz herum eingestellt und die Diodenspannung dazu ermittelt. Die Anpassung eines Lorentzprofils ergibt die Resonanzfrequenz  $f_0$ , sowie die Halbwertsbreite  $f_{1/2}$  und die Maximalspannung  $U_0$ .

Die Steuerung des Frequenzgenerators erfolgt seit 1998 über einen zentralen Prozessor mit dem echtzeitfähigen Betriebssystem OS/9. Das Steuerprogramm 'reso.c' wurde auf Basis

des entsprechenden Programmes geschrieben, das Herr Dipl. Phys. H. Schütt im Rahmen seiner Diplomarbeit für das Betriebssystem UNIX entwickelt hat [31]. Der Grund, OS/9 als Betriebssystem zu wählen, lag in der Notwendigkeit, die Taktung der einzelnen *digitalen Sweeps* präzise vorzunehmen, um aus dem erhaltenen Resonanzfrequenz-Datensatz ein Fourierspektrum bilden zu können, aus dem wertvolle Informationen entnommen werden können. Unter UNIX kann diese Taktung nur unregelmäßig geschehen; es kann nicht ausgeschlossen werden, daß die Zeit zwischen zwei Takten bis zu einem Vielfachen von der eingestellten Zeit abweicht. Bei einer üblicherweise eingestellten Taktzeit von 0,5 Sekunden traten beim alten UNIX-Programm einzelne Taktzeiten von bis zu mehreren Minuten, im Extremfall sogar von Stunden<sup>1</sup> auf, und es bestand keine Möglichkeit, diese Zeitsprünge automatisch zu erkennen und zu dokumentieren. Das Auftreten solcher Zeitsprünge im Datensatz zeigte sich bei großen Werten in plötzlichen Sprüngen der Resonanzfrequenz, die ansonsten nur gleichmäßig driftet. Auch Datensätze, in denen solche Sprünge nicht beobachtet werden konnten, wiesen bei gleicher Datenmenge unterschiedliche Meßzeiten auf; dies erschwerte die Datenanalyse, da die Steuerung der Feldmassen mit unabhängigen Rechnern und unterschiedlicher Zeitbasis vorgenommen wurde. Die Auswertung eines Fourierspektrums ist bei solch ungenauer Taktung unbefriedigend. Es mußte folglich vor allem die Zeitsteuerung der einzelnen Programmabläufe neu entwickelt werden. In Abbildung 4.3 wird ein Ablaufdiagramm des Programms dargestellt.

Das neugeschriebene Programm wird mit sogenannten Signalen getaktet. Nach Ablauf eines Programmabschnittes befindet es sich in einer Warteschleife. Der Prozessor sendet dem Programm in genau definierten Zeitabständen Signale. Je nach vorliegendem Signal wird der Programmablauf weitergeführt. Zum Verständnis der erreichbaren Genauigkeit, in der der Programmablauf getaktet wird, muß man wissen, daß die Befehlsbearbeitung des Prozessors in sogenannte Zeitscheiben unterteilt ist. Den verschiedenen laufenden Prozessen werden mit unterschiedlicher Priorität einzelne Zeitscheiben zur Bearbeitung zur Verfügung gestellt. So können verschiedene Prozesse anscheinend zeitgleich laufen, obwohl der Prozessor in einem gegebenen Zeitintervall — einer Zeitscheibe — nur einen einzigen Prozeß bearbeiten kann. Erhält ein in einer Warteschleife befindlicher Prozeß ein Signal, so wird ihm die nächste ihm zustehende Zeitscheibe zugeteilt. Sofern kein Konkurrenzprozeß mit höherer Priorität existiert, steht ihm also die nächste Zeitscheibe zur Verfügung. Die Genauigkeit der einzelnen Takte ist folglich gleich der Länge einer Zeitscheibe; beim verwendeten Prozessor sind dies 1/256 Sekunde. Die langfristige Taktgenauigkeit wird hingegen von der internen Prozessoruhr bestimmt und kann nötigenfalls durch einen Abgleich mit dem Funkzeitsignal der PTB gesteigert werden.

Sobald ein Signal anliegt, wird der normale Programmablauf unterbrochen und eine spezielle Funktion, der sogenannte *signal-handler*, durchlaufen. Nach Beendigung der Anweisungen im *signal-handler* wird das Programm an der alten Stelle fortgesetzt. Bei allen an diesem Experiment verwendeten Programmen ist der *signal-handler* so programmiert, daß bei einem Ende-Signal eine Funktion aufgerufen wird, die das Programm geordnet been-

---

<sup>1</sup>die Ursache eines solchen stundenlangen Versagens des Resonanzausleseprogramms war folgende: in Ausnahmefällen wurde der Datenspeicher, auf den die Resonanzfrequenzdaten geschrieben wurden, bei der Datenanalyse für ein anderes Experiment verwendet. Es konnte dann passieren, daß der Datenspeicher vollgeschrieben wurde und somit nicht mehr zur Verfügung stand. Das Resonanzausleseprogramm wartete mit der Programmfortsetzung solange, bis die erhaltenen Daten gesichert worden sind.





Abbildung 4.3: Ablaufdiagramm des Programmes 'reso.c' zur Bestimmung der Resonanzfrequenz. Nach dem Start des Programmes befindet es sich in einer Endlosschleife; zum geordneten Abbruch des Programmes kann von außen ein Signal gegeben werden (im Diagramm nicht eingezeichnet).

det; beim Auftreten anderer Signale wird ein dem Signal zugeordnetes *Flag* gesetzt. Erst bei Erreichen einer geeigneten Stelle im Programmablauf wird dann anhand gesetzter *Flags* überprüft, welche Signale eingegangen sind.

Beim Start des Programmes werden einige Initialisierungen durchgeführt. So werden die Parameter der Messung aus einer Infodatei, die dieser Messung zugeordnet ist, entnommen. Es ist dadurch möglich, verschiedene Parameter bei jeder Messung neu zu wählen. Dazu gehört die Taktzeit, also die Zeit zwischen zwei *digitalen Sweeps*, genauso wie die Tastzahl, also die Anzahl der Meßpunkte pro *Sweep*, oder auch die Einschwingzeit, die nach jedem Verstellen der Frequenz am Frequenzgenerator abgewartet wird, bevor die Diodenspannung ausgelesen wird. Eine höhere Tastzahl erhöht die Genauigkeit, mit der eine Lorentzform an die Meßpunkte angepaßt werden kann. Dies gilt jedoch nur bei einer konstanten Resonanzfrequenz: bei einer zeitlich variablen Resonanzfrequenz wie in unserem Aufbau darf sich die Resonanzfrequenz während eines *Sweeps* nicht deutlich verändern; eine höhere Tastzahl bedeutet aber auch eine höhere Meßzeit mit damit verbundener höherer Frequenzdrift pro *Sweep*. Es ist somit ein Kompromiß zu finden. Höhere Einschwingzeiten des Frequenzgenerators erhöhen die Genauigkeit des einzelnen Meßpunktes eines *Sweeps*, aber auch wiederum die Meßzeit pro *Sweep*. Die Taktzeit ist möglichst kurz zu wählen, wobei aber bei einer zu klein gewählten Taktzeit Zeitprobleme auftreten können, wodurch die Einhaltung einer definierten und immer gleichen Taktzeit nicht mehr gewährleistet ist. Dadurch, daß diese Parameter nicht im Programmtext festgelegt sind, sondern in einer externen Infodatei beschrieben sind, werden systematische Untersuchungen zur Optimierung dieser Parameter vereinfacht.

Des weiteren werden bei Programmstart der Frequenzgenerator und der Analog-Digital-Konverter (ADC) initialisiert; der verwendete ADC läßt sich vielfältig programmieren und auf spezielle Bedingungen einstellen. So wird die automatische Bereichswahl ausgeschaltet; dadurch ist gewährleistet, daß jeder Digitalisierungsprozeß die gleiche Zeit dauert. Die am Frequenzgenerator eingestellte Frequenz wird ausgelesen und zur Grundlage der Resonanzfrequenzbestimmung genommen. So ist es möglich, manuell am Frequenzgenerator nach visueller Kontrolle am Oszillographen eine beliebige Frequenzmode für die folgende Messung auszuwählen. Bei Programmbeginn wird dann um diese eingestellte Frequenz herum in einem erweiterten Intervall nach der Resonanzfrequenz gesucht; es werden zwei *Sweeps* durchgeführt, um erste digital gefilterte Werte für den weiteren Programmdurchlauf zu erhalten. Die gewählte Mode ist nachträglich leicht zu identifizieren, da die Anfangsfrequenz automatisch in einer speziellen Datei, der Synth-Info-Datei, abgespeichert wird. Nach Abschluß dieser Initialisierungen wird der Trigger-Alarm generiert; hierdurch sendet der Prozessor im Abstand der Taktzeit dem Prozeß die Signale, die den *digitalen Sweep* triggern. Beim Generieren des Alarms kann eine Zeitbasis von 1/256 Sekunde oder von 10 ms gewählt werden. Es zeigte sich, daß bei einer Zeitbasis von 1/256 Sekunde die Taktung ungenau ist; es wird daher nur noch die 10 ms Zeitbasis gewählt.

'reso.c' läuft mit hoher Priorität und wird daher nicht durch andere Prozesse unterbrochen. Treten trotzdem Zeitprobleme auf – dies wird dadurch erkannt, daß ein Triggersignal eintrifft, bevor der letzte *Sweep* abgeschlossen werden konnte –, wird der entsprechende Zählerstand in einer speziellen Zeit-Datei protokolliert. Als zeitproblematisch erwies sich das Speichern der Daten auf Festplatte; daher wird in den schnellen RAM<sup>2</sup> zwischengespei-

---

<sup>2</sup>Random Access Memory.

chert, deren Inhalt durch einen externen Prozeß ausgelesen und auf Festplatte geschrieben wird. Dies nennt man die Benutzung einer *Pipe*. Obwohl das Programm bis zu einer Taktzeit von etwa 330 ms stabil läuft, treten dann häufig Zeitprobleme auf, so daß bei diesen kurzen Zeiten nicht in äquidistanten Zeitabschnitten gemessen wird. Als kürzeste unproblematische Zeit erwiesen sich etwa 450 ms.

Diese Zeit wird von den folgenden Prozessen benötigt: Die Einschwingzeit des Frequenzgenerators, die abgewartet wird, bevor das ADC getriggert wird, beträgt 20 ms; bei vier Meßpunkten pro *Sweep* also 80 ms. Eine Messung der Diodenspannung dauert mindestens 20 ms, da über die Dauer eines Netzyklus integriert gemessen wird. Das ADC führt vor jedem *Sweep* eine Nullpunktmessung durch, um interne Drifteffekte zu korrigieren. Pro *Sweep* werden also 5 Messungen mit 100 ms Dauer durchgeführt. Die restliche Zeit von 270 ms wird für die Anpassung der Lorentzkurve und der digitalen Filterung benötigt, vor allem jedoch für die Datenkommunikation über die GPIB-Schnittstelle und das Speichern der Daten. Da die für diese Datenkommunikation benötigte Zeit nicht konstant ist, kommt es dazu, daß bei einer kürzeren Taktzeit das Programm zwar stabil läuft, aber mit abnehmender Taktzeit immer häufiger Zeitprobleme auftreten.

Die erreichbare Taktzeit hat sich im Vergleich zur alten UNIX-Version somit nur unwesentlich verändert, allerdings nun bei deren garantierter Einhaltung. Durch eine Optimierung der GPIB-Benutzung konnte die übertragene Datenmenge reduziert werden, so daß — ohne garantierter Einhaltung der Taktzeit — mittlere Zeiten von etwa 330 ms möglich sind. Eine Taktzeit von 500 ms ist zur Digitalisierung der Pendelschwingungen mit Periodendauern von über 3 Sekunden ausreichend; Rückfaltungen der Pendelschwingungen zu niedrigeren Frequenzen hin werden vermieden.

Im Zuge der Portierung des Programmes 'reso.c' auf das neue Betriebssystem wurde auch die Datenausgabe geändert. Vormalig wurden sechs Dateien beschrieben mit den aus der Lorentzanpassung ermittelten Werten der Mittenfrequenz, Halbwertsbreite und Amplitude sowie den entsprechenden digital gefilterten Werten. Nun wird nur eine Ausgabedatei mit den Werten der Anfangsfrequenz und der vier Diodenspannungen beschrieben. Die Stepfrequenz wird nur beim ersten Programmdurchlauf oder nach einem eventuellen Wegdriften der Resonanzfrequenz und deren Neubestimmung ermittelt und bleibt im Gegensatz zur früheren Version während der Messung unverändert. Sie wird zusammen mit der Startfrequenz und Angaben zum Zählerstand und der Zeit in eine eigene Datei, die Synth-Info-Datei,<sup>3</sup> ausgegeben. Es werden somit bei vier Meßpunkten pro *Sweep* nur 5/6 der ursprünglichen Datenmenge ausgegeben, wodurch Zeitprobleme vermieden werden. Gleichzeitig ist die enthaltene Information höher, denn diese Originaldaten wurden im alten Datenausgabeformat gar nicht gespeichert, und dessen entsprechende Informationen können *offline* aus den Originaldaten berechnet werden. So entspricht die Anfangsfrequenz eines digitalen Sweeps der gefilterten Mittenfrequenz, die um einen konstanten Betrag verschoben ist. Aus den Originaldaten können *offline* die ungefilterten Resonanzfrequenzen durch eine neuerliche Lorentzanpassung berechnet werden. Somit besteht nun die Möglichkeit, die Güte der Lorentzanpassung zu bestimmen oder eventuelle Fehlmessungen des ADC zu erkennen. Um leicht handhabbare Dateien zu erhalten, wird jeweils um Mitternacht die Ausgabedatei geschlossen und eine neue geöffnet. Im Namen der Datei ist die Information des Datums, der Startzeit und des Wochentages enthalten, so daß eine Verwechslung der Dateien unmöglich ist und zudem sehr

---

<sup>3</sup>so genannt, weil sie die Informationen des Synthesizers=Frequenzgenerators enthält.

einfach nach bestimmten Dateien gesucht werden kann.

#### 4.1.2 Weitere Aspekte der Datennahme

Während einer Messung laufen viele verschiedene, voneinander unabhängige Programme, die wiederum nur kurzzeitig laufende Unterprozesse starten können. Um zu gewährleisten, daß nicht z.B. zwei Prozesse gleichzeitig versuchen, ein bestimmtes Gerät zu steuern, wird eine sogenannte Statusdatei eingerichtet, die am Anfang jedes Programmes abgefragt wird. Jeder wichtigen Aufgabe ist ein entsprechendes *Flag* zugeteilt; wenn z.B. ein Programm gestartet wird, das die erste Feldmasse bewegen soll, überprüft dieses zuerst anhand der Statusdatei, ob nicht bereits ein anderer Prozeß diese Feldmasse steuert. Das Programm bricht dann gegebenenfalls mit der entsprechenden Fehlermeldung ab oder setzt seinerseits das *Flag*. Nach Beendigung der Aufgabe wird das *Flag* wieder gelöscht.

Um eine Messung vorzunehmen, müssen je nach Meßart unterschiedliche Programme mit unterschiedlichen Parametern gestartet werden. Außerdem wird für jede neue Messung ein neuer Dateiordner eingerichtet, in den die Daten dieser Messung geschrieben werden. Um den Start einer Messung zu vereinfachen und nicht zuletzt, um Fehlbedienungen auszuschließen, wurde das interaktive Programm 'Start.c' geschrieben. Es überprüft zunächst anhand der Statusdatei, ob bereits das Temperaturmeßprogramm läuft. Sodann kann die Art der durchzuführenden Messung angegeben werden, wobei dazu passende Standardparameter zur Verwendung vorgeschlagen werden, die auf Wunsch geändert werden können. Der Dateiordner der neuen Messung und darin die Infodatei, die alle wichtigen Meßparameter enthält, werden daraufhin automatisch erzeugt. Es werden dann alle nötigen Programme gestartet. Auch zum geordneten Abbruch aller gestarteten Prozesse kann dieses Programm verwendet werden.

Zur Steuerung der Feldmassen und der Relativmeßsysteme wird das Programm 'fm\_steu.c' verwendet, das das durchzuführende Fahrprogramm der Infodatei entnimmt. Beim Start wird zuerst mit den Relativmeßsystemen die Position der Feldmassen bestimmt, woraufhin diese dann auf die Referenzposition gefahren werden. Nach jedem Fahrbefehl an die Feldmassen wird deren Position solange überprüft und korrigiert, bis die Position innerhalb  $4\text{ }\mu\text{m}$  mit der Sollposition übereinstimmt. Beim Verfahren der Feldmassen von der Referenzposition auf eine vordere Position muß im Normalfall zwei- bis viermal die Position korrigiert werden. Jedesmal wird dabei die Abweichung von der Sollposition in einer Fehlerdatei protokolliert. Damit bei der Analyse der Resonanzfrequenzdaten eindeutig feststeht, bei welchen Datenpunkten die Feldmassen gerade verfahren werden und bei welchen sie in welcher Position stehen, schreibt 'reso.c' seinen aktuellen Zählerstand in eine *Pipe*, die von 'fm\_steu.c' immer dann ausgelesen wird, wenn entweder die Standzeit beendet ist und die Feldmassen in eine andere Position gefahren werden, oder die neue Position erreicht ist. Der Zählerstand von 'reso.c', die aktuelle Position der Feldmassen, sowie das Datum und die Uhrzeit werden von 'fm\_steu.c' in die Ausgabedatei geschrieben. Mit diesen Daten können die von 'reso.c' genommenen Resonanzfrequenzdaten automatisch ausgewertet werden und es ist sichergestellt, daß Zeiten, in denen eine Feldmasse oder eines der Relativmeßsysteme nicht in einer definierten Position stehen, nicht in die Datenanalyse genommen werden.

Mit dem Programm 'thermo.c' werden alle 80 Sekunden sämtliche Temperaturen und der Vakuumdruck ausgelesen und in eine Datei gespeichert. Die Temperaturen der Glas-

maßstäbe werden zusätzlich in eine spezielle Datei geschrieben, in denen nur der jeweils aktuelle Temperaturwert steht.

Es zeigte sich, daß trotz sorgfältiger Erdung aller Leitungen die Temperaturmessung durch die Schrittmotoren der Feldmassen beeinträchtigt wird. Mit Hilfe der Statusdatei wird daher sichergestellt, daß eine Temperaturmessung nur dann vorgenommen wird, wenn keine Feldmasse fährt. Dies wird am Anfang eines Meßzyklus überprüft. Dadurch wird die Temperaturmessung in unregelmäßigen Zeitabständen durchgeführt; es wird daher bei jedem Abspeichern der Temperaturen die Zeit mit ausgegeben. Während der etwa 60 Sekunden, die die Messung sämtlicher Temperaturen dauert, kann keine Feldmasse bewegt werden. Dies führt dazu, daß die einzelnen Fahrzyklen unterschiedlich lang sein können.

Das eigentliche Temperaturmeßgerät mißt nur Widerstände und gibt ein dem Widerstand proportionales analoges Signal aus. Dieses Signal wird vom ADC digitalisiert und dann in die entsprechende Temperatur umgerechnet. Die im Temperaturmeßgerät einprogrammierte Funktion, über eine bestimmte Zeit zu integrieren (Netzspannungszyklus), funktioniert nicht zuverlässig. Dies wird daher von 'thermo.c' übernommen; das Temperaturmeßgerät mißt kontinuierlich den Widerstand des Temperaturfühlers, und das Ausgangssignal wird 40000 mal digitalisiert und der Mittelwert bestimmt. Somit wird die nötige Prozessorleistung und der Datenfluß auf dem VME-Bus erhöht, was aber zu keinen Problemen führt.

Zur Bestimmung der Eigenfrequenz der Pendel bei weit entfernter Wirbelstrombremse wurde das Programm 'resofast.c' geschrieben. Basierend auf 'reso.c' ist dieses Programm darauf optimiert, eine möglichst hohe Taktfrequenz zu erzielen. Im Gegensatz zu 'reso.c' wird kein *Sweep* um die Resonanzfrequenz herum durchgeführt, sondern bei Programmstart eine Frequenz an der Flanke der Lorentzkurve eingestellt. Diese Sendefrequenz bleibt dann während der gesamten Messung konstant und es wird mit kurzer Taktzeit von bis zu 130 ms die Diodenspannung ausgelesen. Da die Diodenspannung mit der Schwingungsfrequenz der Resonatorpendel moduliert ist, kann nach einer Fourier-Transformation aus den Daten die Eigenfrequenz der Pendel gewonnen werden.

### 4.1.3 Vergleich mit der alten Datennahme

Vor den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Änderungen wurden zur Datennahme mehrere voneinander unabhängige Rechner verwendet. Das Programm 'reso.c' zur Bestimmung der Resonanzfrequenz lief auf einer Workstation mit UNIX als Betriebssystem. Die Steuerung der Feldmassen wurde von jeweils einem ATARI-Rechner vorgenommen, die Aufnahme der Temperatur- und Druckdaten von einem dritten ATARI. Es gab somit vier unabhängige Rechner, deren Programme zu unterschiedlichen Zeiten gestartet wurden. Die Datenanalyse war dadurch mühsam, z.B. mußte anhand der Resonanzfrequenzdaten und dem im Laborbuch festgehaltenen Fahrprogramm der Feldmassen herausgefunden werden, an welchem Datenpunkt die Feldmassen in welcher Position standen.

Das Feldmassenfahrprogramm einer Messung wurde direkt im Programmtext festgelegt und im Laborbuch notiert. Eventuell auftretende Unstimmigkeiten konnten nachträglich nicht mehr überprüft werden. Eine komplette Meßreihe mußte so verworfen werden, weil die Daten darauf hinwiesen, daß die Feldmassen andere Positionen angefahren hatten als im Laborbuch notiert, die am Rechner eingestellten Parameter aber nicht mehr überprüft werden konnten. Ein nicht auszuschließender Schreibfehler beim Starten einer Meßreihe

konnte somit die Arbeit von über einem Monat zunichte machen.

## 4.2 Die Analyse der Daten

Wie in der Einleitung zu diesem Kapitel beschrieben wurde, ist das Ziel der Datenanalyse die Ermittlung eines Wertes der Resonanzfrequenzänderung  $\langle \Delta f \rangle$  für jede angefahrene Position  $r_{nah}$ . Zur Bestimmung dieser Meßgröße habe ich zusammen mit Herrn Dipl. Phys. H. Schütt eine neue Methode entwickelt, die es ermöglicht, aus jedem einzelnen Fahrzyklus der Feldmassen einen Meßwert  $\Delta f$  zu ermitteln [31].

Abbildung 4.4 veranschaulicht diese Methode. In der oberen Graphik ist der Frequenzverlauf während etwa 130 Minuten dargestellt. Diese Zeit kann in vier Intervalle, in denen die Feldmassen in der Referenzposition stehen, und in drei Intervalle, in denen sie in einer Position  $r_{nah}$  stehen, unterteilt werden. Die Position  $r_{nah}$  resultiert in einer niedrigeren Resonanzfrequenz. Die Zeitintervalle, in denen die Feldmassen verfahren werden, sind in der Abbildung grau hinterlegt; sie werden aus der Auswertung ausgeschlossen. In diesem Beispiel soll aus den Werten des mittleren Fahrzyklus die Resonanzfrequenzänderung  $\Delta f$  bestimmt werden.

Zur Korrektur der Frequenzdrift wird an die Daten der vier Referenzpositions-Intervalle ein Polynom vierten Grades angepaßt; dies ist in der mittleren Graphik gezeigt. In dieser Darstellung ist die Frequenzdrift besonders deutlich zu erkennen. Der Verlauf der berechneten Funktion gibt mit einer Genauigkeit, die von der Güte der Polynomanpassung abhängt, die Frequenzdrift wieder. Die Differenz des berechneten Polynomes von der gemessenen Frequenz ist somit die driftkorrigierte Resonanzfrequenz. Die Mittelwerte der Referenzpositions-Intervalle betragen dann Null, wie in der unteren Graphik dargestellt, während die Mittelwerte der drei Nahpositions-Intervalle um  $\Delta f$  verschoben sind. In der Graphik sind diese Werte um das  $\Delta f$  des mittleren Intervalles, dem gesuchten Meßwert, zurückverschoben. Das Datenanalyseprogramm teilt die Resonanzfrequenzdaten einer Messung in so viele Intervalle entsprechend Abbildung 4.4 auf, wie Nahpositionen angefahren worden sind. Jede angefahrene Nahposition ist somit eine Einzelmessung; aus der erhaltenen Verteilung von Einzelwerten kann das Endergebnis  $\langle \Delta f \rangle$  sowie die Standardabweichung berechnet werden.

Im Prinzip würde für diese Datenauswertung die Berücksichtigung nur eines Nahpositions-Intervalles und der beiden anschließenden Referenzpositions-Intervalle genügen. Durch die Einbeziehung zweier weiterer Referenzpositions-Intervalle als Stützpunkte der Polynomanpassung wird deren Genauigkeit jedoch erheblich gesteigert. Die Genauigkeit, mit der der berechnete Funktionsverlauf mit dem Verlauf der Frequenzdrift übereinstimmt, ist bei jedem einzelnen ausgewerteten Fahrzyklus unterschiedlich; je komplizierter die Frequenz driftet, desto schlechter läßt sich der Verlauf durch ein Polynom beschreiben. Zudem können kurzfristige Änderungen der Drift in dem Zeitintervall der auszuwertenden Nahposition durch die Polynomanpassung nicht beschrieben werden. Sie führen somit zu einer Streuung der Einzelmessungen. Als ungefähres Maß der Güte, mit der die berechnete Frequenzdrift die tatsächliche wiedergibt, kann die Abweichung der Mittelwerte der beiden äußeren Nahpositions-Intervalle von Null herangezogen werden. Die Betragssumme dieser beiden Werte wird im Folgenden als Fitgüte bezeichnet.

Eine weitere Größe, die die Genauigkeit einer Einzelmessung beeinflußt, ist die durch die Pendelschwingungen verursachte Unruhe der Resonanzfrequenz. In Abbildung 4.4 sind der

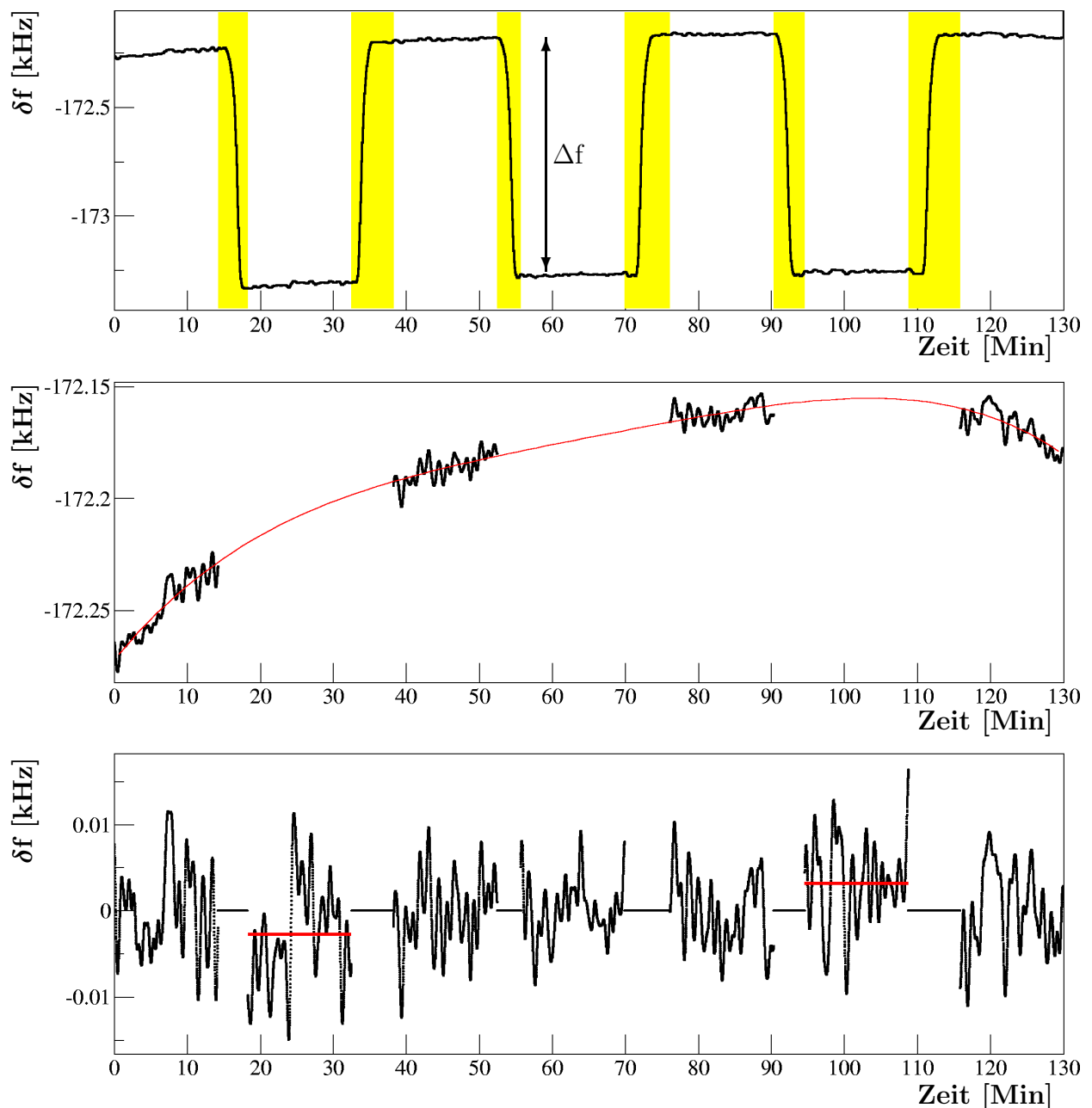


Abbildung 4.4: Die Auswertung einer Gravitationsmessung. Das obere Bild zeigt den Verlauf der Resonanzfrequenz. Bei den höheren Frequenzen befinden sich die Feldmassen in der Referenzposition, bei den niedrigeren in einer Nahposition. Zu den farbig hinterlegten Zeiten werden die Feldmassen oder die Relativmeßsysteme bewegt; diese Daten werden aus der Auswertung ausgeschlossen. Es soll die Frequenzänderung  $\Delta f$  des mittleren Intervalles bestimmt werden. Dazu wird an die Daten der vier benachbarten Intervalle der Referenzposition ein Polynom angepaßt (Mitte). In der unteren Darstellung sind die sieben Intervalle um die Werte des Polynoms korrigiert; die Daten der drei Nahpositionen wurden zusätzlich um den Mittelwert  $\Delta f$  der Daten des mittleren Intervalles zurückverschoben. Die Abweichung der eingezeichneten Mittelwerte der beiden anderen Nahpositionen von Null ist ein Maß für die erreichte Güte der Polynomanpassung. Zur besseren Darstellung wurden in dieser Abbildung digital gefilterte Resonanzfrequenzdaten verwendet.



besseren Darstellung halber die digital gefilterten Resonanzfrequenzdaten dargestellt. Es lassen sich jedoch nach dem gleichen Prinzip auch die ungefilterten Daten auswerten. Als Maß für die Unruhe wird der rms-Wert<sup>4</sup> der driftkorrigierten Resonanzfrequenzen aus den Referenzpositions-Intervallen verwendet.

Zur Untersuchung der mit dieser Analysemethode erreichbaren Genauigkeit können sogenannte Nullmessungen durchgeführt werden. Hierbei wird ein spezielles Meßprogramm durchgeführt, das denen zur Bestimmung der Gravitationskonstanten gleicht, wobei jedoch die Feldmassen nicht verfahren werden. Die Daten werden dann so analysiert, als ob die Feldmassen verfahren worden wären. Das Datenanalyseprogramm entnimmt normalerweise die Fahrzeiten und Positionen der Feldmassen aus der Ausgabedatei des Feldmassen-Steuerprogrammes 'fm\_steu'. Bei einer Nullmessung besteht nun die Möglichkeit, diese Datei mit einem beliebigen, fiktiven Fahrprogramm zu generieren. Das Datenanalyseprogramm ermittelt dann die Resonanzfrequenzänderung  $\Delta f$ , die sich aus einer unveränderten Feldmassenposition ergibt. Es muß folglich innerhalb der statistischen Genauigkeit ein mit Null verträglicher Wert erhalten werden.

Abbildung 4.5 zeigt die Ergebnisse einer Nullmessung, die mit üblichen Meßparametern vorgenommen wurde. So wurden vier Meßpunkte pro *Sweep* verwendet, und die Einschwingzeit des Frequenzgenerators betrug 20 ms. In der Abbildung sind die Verteilungen der Einzelergebnisse von vier unterschiedlich ausgewerteten Daten derselben Nullmessung dargestellt. Bei den beiden oberen Verteilungen handelt es sich um die Ergebnisse einer Analyse, deren fiktives Fahrprogramm von einer Standzeit von 12 und einer Fahrzeit von 4 Minuten ausgeht, während diese Daten bei den beiden unteren Verteilungen 15 resp. 2 Minuten betragen. Bei den beiden linken Verteilungen wurden die digital gefilterten Resonanzfrequenzen ausgewertet, bei den rechten die ungefilterten. An die Verteilungen wurde jeweils eine Gaußfunktion angepaßt; die so erhaltenen Parameter sind in den Graphiken angegeben.

Als erstes Ergebnis ist festzuhalten, daß sich die auf ungefilterten Daten basierenden Verteilungen besser durch eine Gaußverteilung beschreiben lassen. Dies ist durch das unterschiedliche Kurzzeitverhalten der beiden Datensätze zu erklären. Der digitale Filter hat eine Zeitkonstante von etwa einer Minute, wodurch in 15 Minuten etwa 13 Schwingungen durchgeführt werden. Bei den ungefilterten Resonanzfrequenzdaten hingegen werden die Schwingungen mit der Pendeleigenfrequenz durchgeführt; es kommt so zu etwa 270 Schwingungen in 15 Minuten. Die Mittelwertbildung der Frequenzdaten eines Zeitintervalles, die zur Ermittlung eines Einzelergebnisses durchgeführt wird, ist somit bei ungefilterten Daten genauer.

Als zweites Ergebnis ist zu erkennen, daß beim Fahrprogramm mit 15 zu 2 Minuten die Halbwertsbreite geringfügig schmaler ist und der Mittelwert genauer mit Null übereinstimmt als beim alternativen Fahrprogramm mit 12 zu 4 Minuten. Die Ursache liegt darin begründet, daß die Polynomanpassung im ersten Fall genauer sein kann, da das Verhältnis von Stützstellen zu Fehlstellen hier 1,05 beträgt im Vergleich zu 0,80 im zweiten Fall. Dies hat für die experimentelle Durchführung die Konsequenz, die Fahrzeit so minimal wie möglich halten zu müssen.

Bei der gezeigten Nullmessung beträgt die Halbwertsbreite der Gaußverteilung etwa 3 Hz, was einer Pendelabstandsänderung von etwa 30 pm entspricht. Abbildung 6.2 auf Seite 104

<sup>4</sup>engl. *f. root-mean-squared*: Es wird der Mittelwert aus den quadrierten Daten gebildet. Die Wurzel daraus ist der rms-Wert.



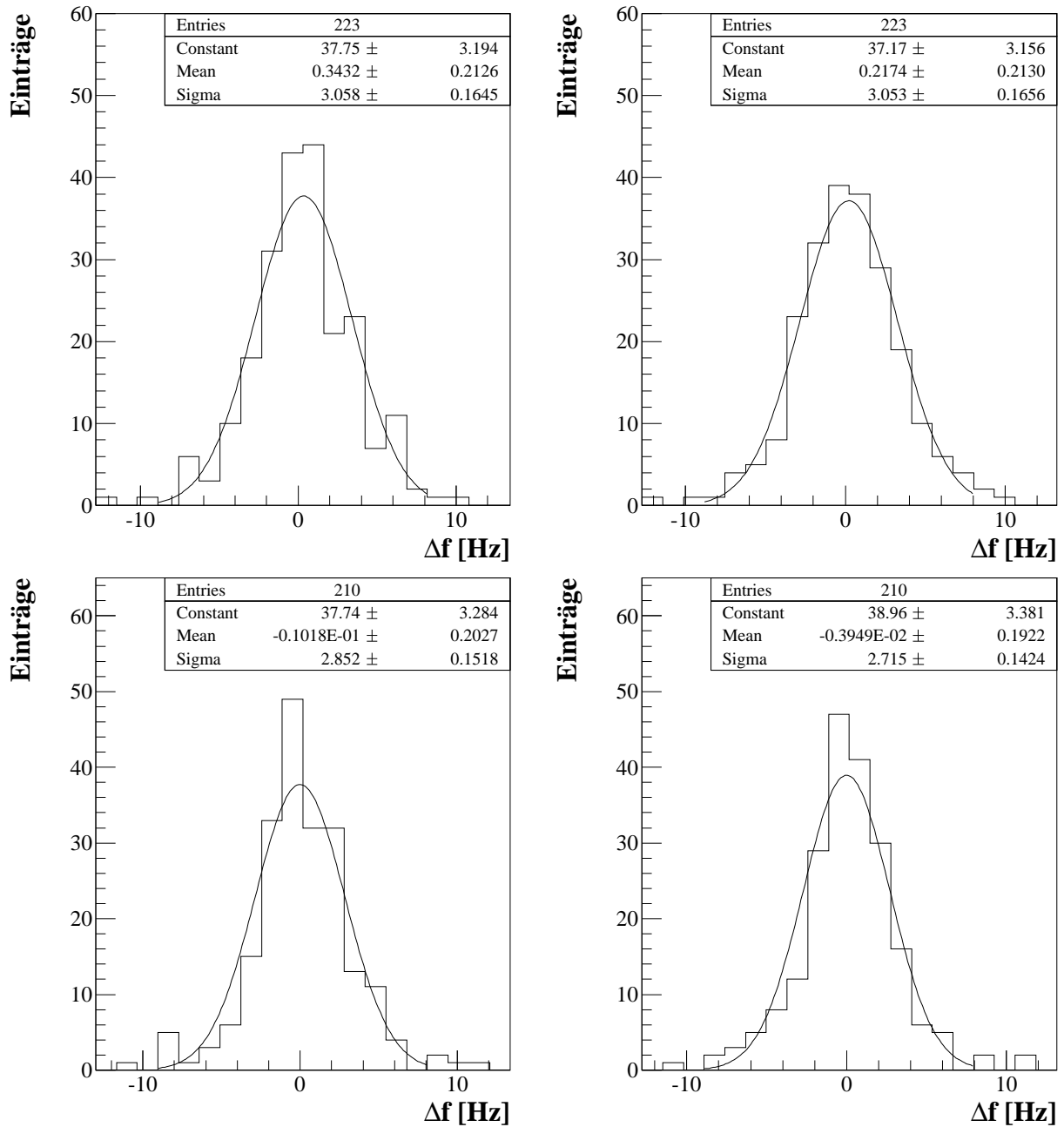


Abbildung 4.5: Nullmessung. Bei den oberen Verteilungen wurde der Datensatz gemäß einem fiktiven Fahrprogramm von 12 Min/4 Min Stand-/Fahrzeit, bei den unteren von 15 Min/2 Min ausgewertet. Bei den linken Verteilungen wurden digital gefilterte Daten ausgewertet, bei den rechten ungefilterte. Eine gemessene Resonanzfrequenzänderung  $\Delta f$  von 1 Hz entspricht einer Pendelabstandsänderung von etwa 10 pm.

zeigt die Verteilungen der Einzelwerte, die bei einer Gravitationsmessung bei vier verschiedenen Positionen  $r_{nah}$  gemessen worden sind. Bei diesen Messungen betrug die Standzeit 12 Minuten. Positionen nahe am Resonator weisen eine Halbwertsbreite von 3,6 Hz bis 3,9 Hz auf, während bei der vom Resonator entferntesten Position die Halbwertsbreite 3,0 Hz beträgt. Diese Position weist die kürzeste Fahrzeit auf. Die Streuung der Einzelwerte wird also nicht merklich durch die Bewegung der Feldmassen beeinflusst, wohl aber durch eine veränderte Fahrzeit. Bei einer Meßzeit von 120 Stunden wird bei einer Halbwertsbreite von 3 Hz und einem Fahrzyklus von 32 Minuten eine statistische Genauigkeit von 0,2 Hz, entsprechend 2 pm, erreicht. Bei der maximal möglichen Pendelabstandsänderung von 13 nm durch Gravitationseffekte bedeutet dies einen relativen statistischen Fehler von  $1,5 \cdot 10^{-4}$  in der Bestimmung der Gravitationskonstanten. Bei Messungen aus dem Jahre 1995 wurden Halbwertsbreiten von etwa 12 pm erreicht; bei den nun erreichten etwa doppelt bis dreifach so großen Halbwertsbreiten müssen somit viermal bis neunmal so viele Einzelmessungen durchgeführt werden, um die gleiche statistische Genauigkeit zu erreichen.

Eine Ursache der erhöhten Streuung der Einzelmessungen kann der im Laufe der Zeit stetig gewachsene Betrieb in der Experimentierhalle, in der sich das Experiment in direkter Nachbarschaft zu anderen Experimenten befindet, sein. So konnte auch festgestellt werden, daß sich die Pendelabstandsruhe im Laufe der Zeit immer weiter erhöhte, was auf die zusätzliche Benutzung von Vibrationsquellen wie Vakuumpumpen zurückgeführt werden kann. Wie weiter oben bereits erwähnt wurde, können kurzfristige Änderungen der Drift in dem Zeitintervall der auszuwertenden Nahposition oder auch in den Intervallen der Referenzposition zu einer Streuung der Einzelergebnisse führen. Ursache einer solchen kurzfristigen Änderung der Resonanzfrequenz, die nicht auf eine veränderte Feldmassenposition zurückzuführen ist, kann bereits eine in der Nähe des Experimentes vorbeigehende Person sein, die durch das von ihrem Körpergewicht erzeugte Gravitationsfeld die Ruhelagen der Pendelkörper verändert. Solche Störungen des lokalen Gravitationsfeldes können aber nur dann zu einem systematischen Fehler führen, wenn sie mit der gleichen Zeitkonstanten wie die Feldmassenposition moduliert sind. Um die Größe dieses möglichen Effektes grob abzuschätzen, soll folgende Überlegung dienen. Betrachte das Gewicht der das Störfeld erzeugenden Person 100 kg, so kann sie etwa  $\frac{1}{6}$  des Feldes einer Feldmasse erzeugen. Geht diese Person in einer Entfernung an den Pendelkörpern vorbei, die dem doppelten der Minimalentfernung zwischen Feldmasse und Pendelkörper entspricht, so kann der Effekt auf die Ruhelagen der Pendelkörper bis zu  $\frac{1}{4}$  betragen. Sei die Zeit, in der sich die Person während der Standzeit der Feldmasse von 12 Minuten in der Nähe der Pendel aufhält, 30 Sekunden, so wirkt sich dies auf die Mittelwertbildung zu  $\frac{1}{24}$  aus. Insgesamt kann somit durch diese Störung der gemessene Pendelabstand um  $\frac{1}{576} \cdot 13 \text{ nm} \approx 23 \text{ pm}$  verändert werden. Die beobachtete Streuung kann also tatsächlich durch solche Störungen mitverursacht sein; häufigere Störungen durch einen erhöhten Betrieb am experimentellen Standort können somit zu einer erhöhten Streuung der Einzelmessungen führen.

Die Streuung der Einzelmessungen kann jedoch auch von den Meßparametern beeinflusst werden. Die beiden Graphiken aus Abbildung 4.6 zeigen die Ergebnisse einer Nullmessung, die mit einer verkürzten Einschwingzeit des Frequenzgenerators von nur 4 ms gegenüber den üblichen 20 ms durchgeführt worden ist. Es sind die ungefilterten Resonanzfrequenzdaten ausgewertet worden, wobei in der linken Graphik ein fiktives Fahrprogramm von 12 zu 4 Minuten, und rechts von 15 zu 2 Minuten zugrundegelegt ist. Die Halbwertsbreiten sind

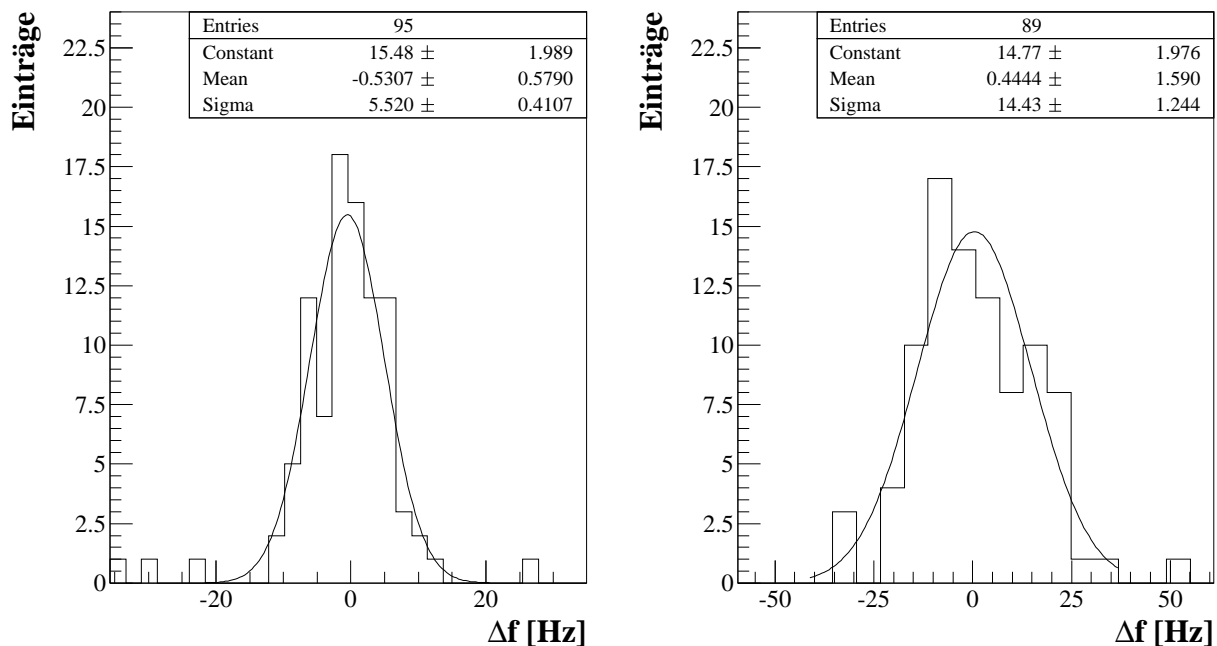


Abbildung 4.6: Nullmessung. Bei diesem Datensatz wurde die Einschwingzeit des Frequenzgenerators von 20 ms auf 4 ms verringert. Bei der linken Verteilung wurde der Datensatz gemäß einem fiktiven Fahrprogramm von 12 Min/4 Min Stand-/Fahrzeit, bei der rechten von 15 Min/2 Min ausgewertet.

deutlich größer als bei der Nullmessung mit 20 ms Einschwingzeit; bei der rechten Graphik beträgt die Halbwertsbreite mit 14,4 Hz sogar den fünffachen Wert. Offensichtlich führt die zu kurze Einschwingzeit zu einem höheren Fehler der vier Einzelmessungen eines *Sweeps* und somit zu einem höheren Fehler jeder Einzelmessung der Resonanzfrequenz, der wiederum zur Streuung der Einzelmessungen der Resonanzfrequenzänderungen  $\Delta f$  beiträgt. Bei den Nullmessungen aus Abbildung 4.5 waren die gleichen Meßparameter eingestellt wie bei den Messungen des Jahres 1995, deren Halbwertsbreiten nur die Hälfte der aktuellen Werte betrugen. Eventuell ist aber durch einen Alterungsprozeß die erforderliche Einschwingzeit des Frequenzgenerators gestiegen, was die Zunahme der Halbwertsbreiten bei identischen Meßparametern teilweise erklären könnte. Da der Frequenzgenerator zum Zeitpunkt des Schreibens beim Hersteller überholt wird, kann möglicherweise bei zukünftigen Messungen wieder eine schmalere Halbwertsbreite erreicht werden. Diese Messung läßt es aber jedenfalls sinnvoll erscheinen, weitere Nullmessungen mit veränderten Meßparametern durchzuführen, um durch eine Optimierung der Parameter die Halbwertsbreiten möglicherweise zu verkleinern.

Abbildung 4.7 zeigt Auswirkungen der bei der Datenanalyse ermittelten Werte der Fitgüte. Es ist der Datensatz aus Abbildung 4.5 rechts unten dargestellt, bei dem ungefilterte Resonanzfrequenzdaten ausgewertet worden sind. Die obere Graphik zeigt die Werte der Einzelmessungen von  $\Delta f$  in Abhängigkeit von der Fitgüte. Man erkennt eine Verschlechterung der Werte bei zunehmendem Wert der Fitgüte. Dies wird in den unteren Graphiken verdeutlicht, in denen der Datensatz in zwei gleich große Teile mit unterschiedlichen Fitgüten

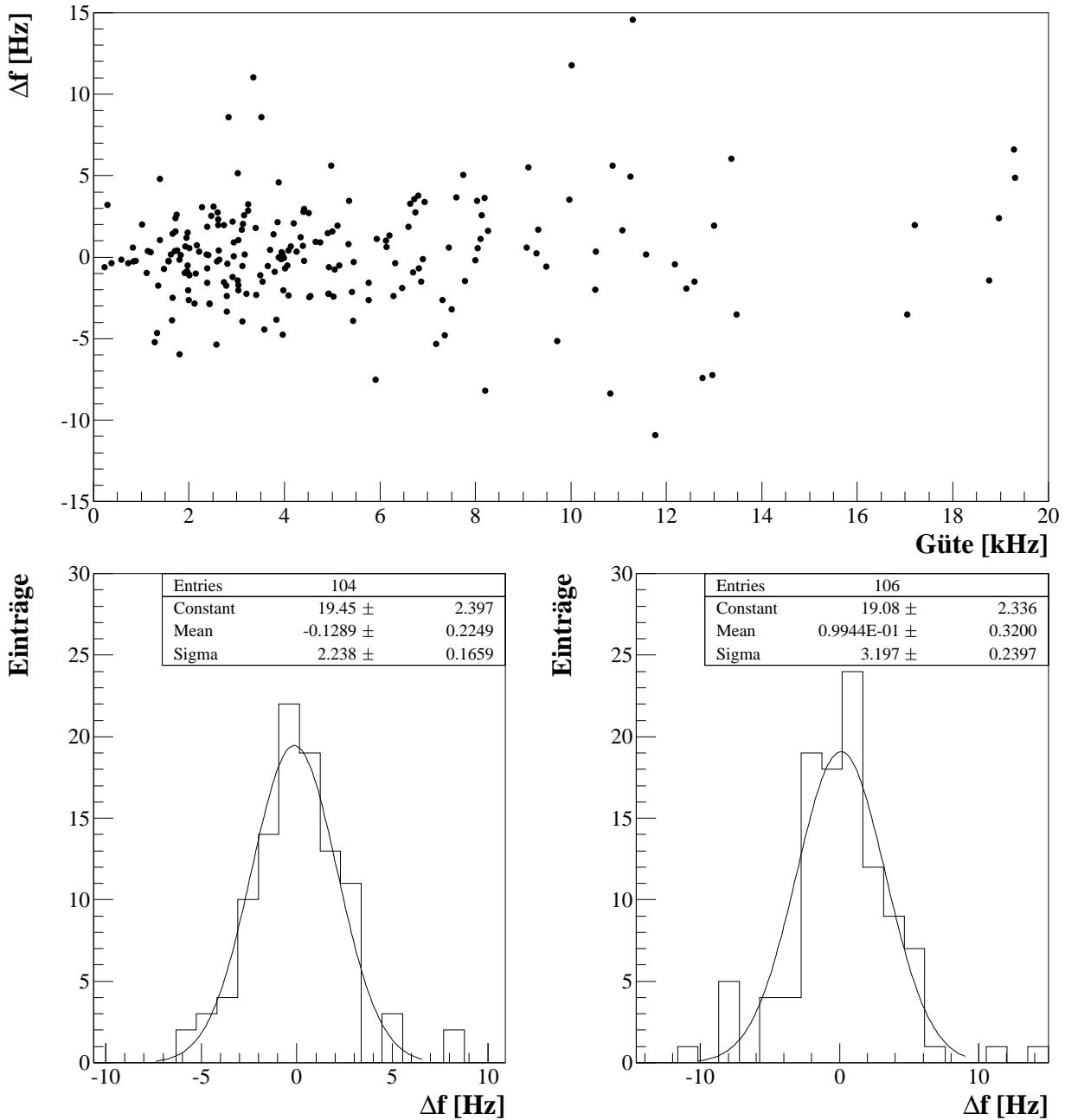


Abbildung 4.7: Einfluß der Fitgüte auf die Streuung der Einzelwerte  $\Delta f$ . In der oberen Graphik ist  $\Delta f$  in Abhängigkeit der Fitgüte dargestellt. Es handelt sich dabei um den Datensatz aus Abbildung 4.5 rechts unten. In den unten dargestellten Verteilungen wurde der Datensatz aufgeteilt in einen mit niedrigem Wert der Fitgüte ( $< 3,9$  Hz) und einen mit hohem ( $\geq 3,9$  Hz).

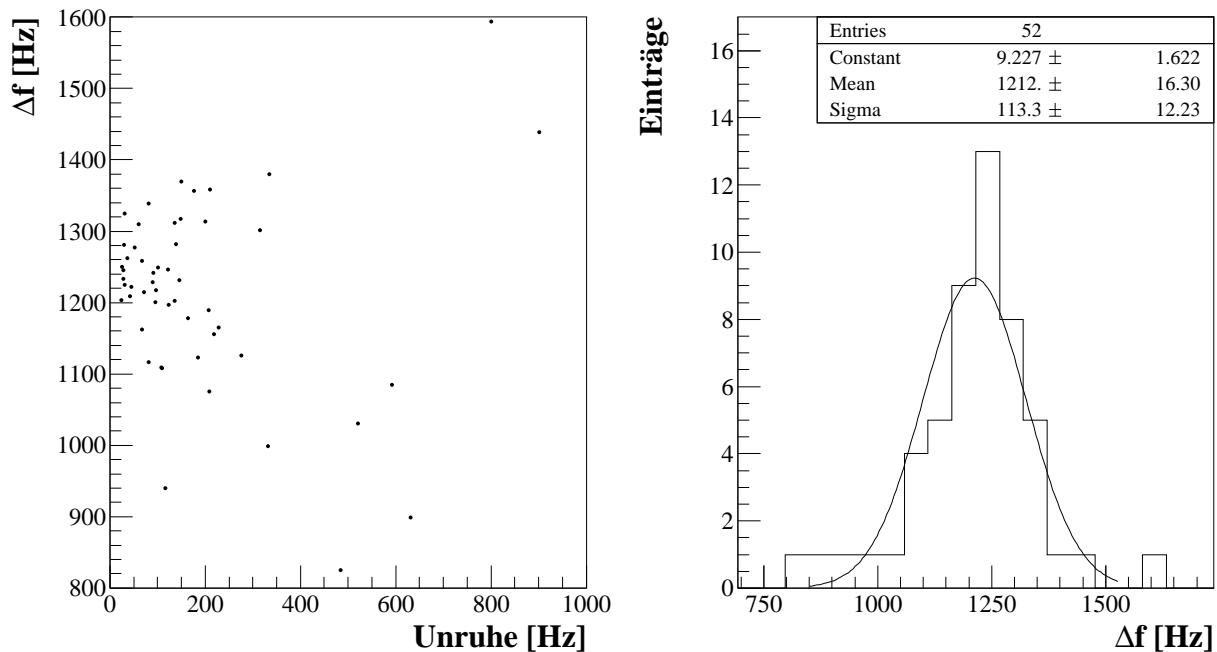


Abbildung 4.8: Einfluß der Pendelunruhe auf die Streuung der Einzelwerte  $\Delta f$ . In der linken Graphik ist  $\Delta f$  in Abhängigkeit der Pendelunruhe dargestellt. Es handelt sich dabei um den Datensatz einer Gravitationsmessung, bei der die Wirbelstrombremse schlecht eingestellt war. Bei gut eingestellter Wirbelstrombremse liegen die Werte der Pendelunruhe bei etwa 5 bis 10 Hz.

aufgespalten worden ist. Bei dem Datensatz mit niedrigen Werten der Fitgüte wird eine Halbwertsbreite von etwa 2,2 Hz erreicht, bei dem mit höheren Werten ist die Halbwertsbreite mit 3,2 Hz deutlich größer. Es kann somit sinnvoll sein kann, bei der Datenauswertung nur Daten mit einer Fitgüte, die besser als ein Schwellenwert ist, zur Datenauswertung zuzulassen.

Abbildung 4.8 zeigt  $\Delta f$  in Abhängigkeit von der Pendelunruhe. Auch hier ist eine höhere Streuung bei einer höheren Unruhe zu erkennen. Bei dem dargestellten Datensatz handelt es sich nicht um eine Nullmessung, sondern um eine Gravitationsmessung, bei der aufgrund eines Defektes die Wirbelstrombremse schlecht eingestellt war. Dadurch kommt es zu einer sehr viel höheren Pendelunruhe als bei gut eingestellter Wirbelstrombremse, die zu einer Halbwertsbreite der Verteilung von 113 Hz führt. Da die Halbwertsbreite bei Gravitationsmessungen normalerweise bei etwa 3 bis 4 Hz liegt, ist hiermit ein sehr deutlicher Einfluß der Pendelunruhe auf die Streuung der Einzelwerte bewiesen. Bei der Datenauswertung kann es daher sinnvoll sein, einzelne Daten mit besonders hoher Unruhe, die z.B. zum Zeitpunkt eines entfernten Erdbebens aufgenommen worden sind, automatisch auszuschließen. Außerdem wird deutlich, wie wichtig eine genaue Positionierung der Wirbelstrombremsen ist, durch die die Pendelunruhe minimiert werden kann. Zudem zeigt sich hiermit ein weiteres mal, wie die Anwesenheit benachbarter Experimente die Streuung der Einzelmessungen beeinflussen kann, denn durch die anderen Experimente wird nachweislich die Pendelunruhe erhöht.

Es ist festzuhalten, daß bei allen untersuchten Verteilungen, die sich aus Nullmessungen ergeben, das Meßergebnis mit Null verträglich ist. Bei allen angesprochenen Verbesserungsmöglichkeiten kann nur das statistische Verhalten der Meßwerte verbessert und somit die nötige Meßzeit verringert werden. Es konnte gezeigt werden, daß selbst bei schlecht gewählten Meßparametern die Ergebnisse innerhalb der statistischen Genauigkeit korrekt sind. Die beschriebene Datenauswertungsmethode führt zu keinen systematischen Fehlern.

### 4.3 Berechnung der Pendelabstandsänderung

In Kapitel 2.3.2 wurde beschrieben, wie der Umrechnungsfaktor  $\beta$  bestimmt wird, mit dem durch einfache Multiplikation eine gemessene Frequenzänderung  $\Delta f$  in die entsprechende Pendelabstandsänderung  $\Delta b_{exp}$  umgerechnet werden kann. In Kapitel 2.2 wurden die Gleichungen hergeleitet, mit denen aus den experimentellen Größen ein Erwartungswert  $\Delta b_{ref}$  der Pendelabstandsänderung bei Zugrundelegung eines Referenzwertes von  $G$  berechnet werden kann. Aus dem Vergleich beider Werte kann der Wert der ermittelten Gravitationskonstanten  $G$  bestimmt werden. In diesem Abschnitt wird eingehender die Berechnung von  $\Delta b_{ref}$  beschrieben.

#### 4.3.1 Die Massenintegration

Die Integrale, die in Kapitel 2.2 hergeleitet wurden, sind nicht vollständig analytisch lösbar. Zur numerischen Berechnung steht ein Programm zur Verfügung, daß zur Lösung der Integrale eine Gauß-Quadratur [44] verwendet. Dieses Programm eignet sich sehr gut, zylindersymmetrische Massenverteilungen in geringer Rechnerzeit zu integrieren. Es ist jedoch nicht in der Lage, Abweichungen von der Zylindersymmetrie zu berücksichtigen. Dies bedeutet, daß die Auswirkungen von Massenvolumina, die nicht symmetrisch zur Symmetrieachse verteilt sind, nicht berechnet werden können.

Die Auswirkungen der Massenverteilungen der Feldmassen-Spindelmutter sowie der Pendelseile müssen somit zusätzlich mit anderen Programmen berechnet werden und die Ergebnisse des Gauß-Quadratur-Programmes darauf korrigiert werden. Die Berücksichtigung der Pendelseilmassen führt zu einer Verringerung der berechneten Pendelabstandsänderung  $\Delta b_{ref}$  um etwa  $6 \cdot 10^{-4}$ . Die Methode zur Berechnung dieses Effektes ist in [33] beschrieben und soll hier nicht vertieft werden. Die Berücksichtigung der Spindelmutter führt zu einer Vergrößerung von  $\Delta b_{ref}$  um etwa  $7 \cdot 10^{-4}$ . Mittlerweile wurde von Herrn Dipl.-Phys. U. Kleinevoß das Gauß-Quadratur-Programm komplett neu geschrieben. Es berücksichtigt nun nicht nur die veränderten Geometrien der neuen Pendelkörper, sondern auch die Masse der Spindelmutter. Eine nachträgliche Korrektur auf den Gravitationseffekt der Spindelmutter ist seitdem nicht mehr erforderlich.

Die Beschränkung auf exakte Zylindersymmetrie bedeutet aber auch, daß die Auswirkungen von Justierungsungenauigkeiten, die zu Abweichungen von der Zylindersymmetrie führen, mit dem Gauß-Quadratur-Programm nicht berechnet werden können. Ein weiterer Schwachpunkt des Programms ist die Tatsache, daß mit einer Gauß-Quadratur nur Näherungswerte berechnet werden können und die Genauigkeit der berechneten Ergebnisse, die von Rundungsfehlern beeinflusst ist, nur abgeschätzt werden kann.

In Zusammenarbeit mit dem Fachbereich Mathematik der Universität Wuppertal wurde daher 1995 ein weiteres Massenintegrationsprogramm entwickelt, daß mit Intervall-Arithmetik arbeitet und die Intervallgrenzen angibt, innerhalb derer das Ergebnis garantiert ist [30]. Außerdem können mit diesem Programm auch Massenverteilungen, die von einer Zylindersymmetrie abweichen, integriert werden. Somit konnten die aus verschiedenen möglichen Justier- und Meßfehlern resultierenden Fehler in der Bestimmung von  $G$  berechnet werden. Die erforderlichen Rechenzeiten dieses Programmes sind im Vergleich zum Gauß-Quadratur-Programm erheblich größer. Als wichtigstes Resultat zeigte sich, daß innerhalb der garantierten Intervallgrenzen keine Abweichungen von den Ergebnissen des Gauß-Quadratur-Programmes beobachtet werden konnten. Die Benutzung des weniger rechenzeitintensiven Programmes ist somit zur Berechnung der Pendelabstandsänderung ausreichend.

### 4.3.2 Zulässige Toleranzen des experimentellen Aufbaus

Für die zulässigen Toleranzen des experimentellen Aufbaus wurden folgende Aussagen getroffen: Eine Änderung des Abstandes der Feldmassen-Schwerpunkte von  $5\text{ }\mu\text{m}$  führt zu einer relativen Änderung von  $\Delta b$  von  $10^{-5}$ . Eine Verschiebung der Resonatorpendel von der optimalen Position in der Mitte der beiden Feldmassen sowohl entlang als auch senkrecht zur Symmetrieachse von bis zu  $1\text{ mm}$  ist tolerierbar, um eine maximale Änderung von  $\Delta b$  von  $10^{-5}$  zu garantieren. Zulässige Toleranzen in den Abmessungen der Pendelkörper wurden getestet, indem die Volumina der berechneten Körper gleichmäßig vergrößert („aufgeblasen“) oder verkleinert („geschrumpft“) wurden. Eine gleichmäßige Volumenänderung beider Pendelkörper um  $1\text{ }\mu\text{m}$  in jeder Dimension führt zu einer Änderung von  $\Delta b$  von  $7,5 \cdot 10^{-6}$ . Drehungen der Resonatorpendel und der Feldmassen konnten auch mit dem Intervall-Arithmetik-Programm nicht mit garantierter Einhaltung von Fehlergrenzen untersucht werden, da aufgrund der komplizierteren Symmetrie die Berechnung mehrere Monate Rechenzeit in Anspruch genommen hätte. Berechnungen ohne garantierter Einhaltung der Fehlergrenzen zeigten jedoch, daß Drehwinkel bis  $1^\circ$  zu Änderungen von  $\Delta b$  von unter  $10^{-5}$  führen.





# Kapitel 5

## Systematische Untersuchungen

### 5.1 Der Bewegungsmechanismus der Feldmassen

Es wurden verschiedene Messungen zur Überprüfung des Bewegungsmechanismus der Feldmassen durchgeführt, dessen Aufbau in Kapitel 3.2 beschrieben worden ist. Im Folgenden werden die Eigenschaften des reinen Bewegungsmechanismus beschrieben, wie er in den Meßreihen bis 1995 benutzt wurde. Der verfahrenre Weg bei einer Positionsänderung einer Feldmasse wurde dabei bestimmt durch die Anzahl der Schrittmotorschritte und den bekannten Größen Motorschritte pro Spindelumdrehung und Spindelsteigung. Die ersten Messungen dieser Art wurden 1996 durchgeführt und führten zur Entwicklung der in Kapitel 3.3.1 beschriebenen Positionsmeßgeräte.

#### 5.1.1 Die Präzision der Linearbewegung

Mit den neugebauten Relativmeßgeräten konnte eine Messung der Schwerpunktsbewegung der Feldmassen in Richtung der Symmetrieachse des Experimentes durchgeführt werden. Das Ergebnis zeigen die Abbildungen 5.1 bis und 5.3. Aufgetragen ist jeweils die Positionsabweichung vom Sollwert gegen den verfahrenen Weg der Feldmassen. Gestartet wurde jeweils an der dem Resonator nächstgelegenen Position. Abbildungen 5.1 und 5.2 zeigen die Messungen an den Feldmassen 1 und 2; Abbildung 5.3 zeigt den daraus resultierenden Fehler des Absolutabstandes der Feldmassen bei symmetrischer Anordnung um den Resonator, wie sie bei den Gravitationsmessungen erfolgt.

An den Abbildungen 5.1 und 5.2 erkennt man zunächst ein Sägezahnprofil mit einer Amplitude von etwa  $100\text{ }\mu\text{m}$  und einer Periode von 10 cm. Dies entsteht durch Verkippen der Feldmassen auf den in Abbildung 3.12 auf Seite 34 dargestellten Kurvenrollen, die gerade einen Abstand von 10 cm haben. Abbildung 3.13 auf Seite 35 verdeutlicht, wie eine Feldmasse aufgrund einer ungenauen Linearführung verkippen kann; der Drehpunkt dieser Bewegung ist dabei die Spindelmutter. Der dabei auftretende Unterschied  $a \approx b$  der Schwerpunktsposition SP' gegenüber der Position SP bei idealer Positionierung ist die Ursache des Sägezahnprofils.

Überlagert ist weiterhin eine lineare Drift, die bei der ersten Feldmasse etwa  $200\text{ }\mu\text{m}$  bei 300 mm Fahrweg beträgt, bei der zweiten Feldmasse jedoch kaum merkbar ist. Diese Drift ändert bei beiden Feldmassen alle 500 mm ihre Größe, wie im kompletten Datensatz zu sehen ist; in den Abbildungen 5.1 und 5.2, die nur einen Ausschnitt zeigen, ist dieser Effekt

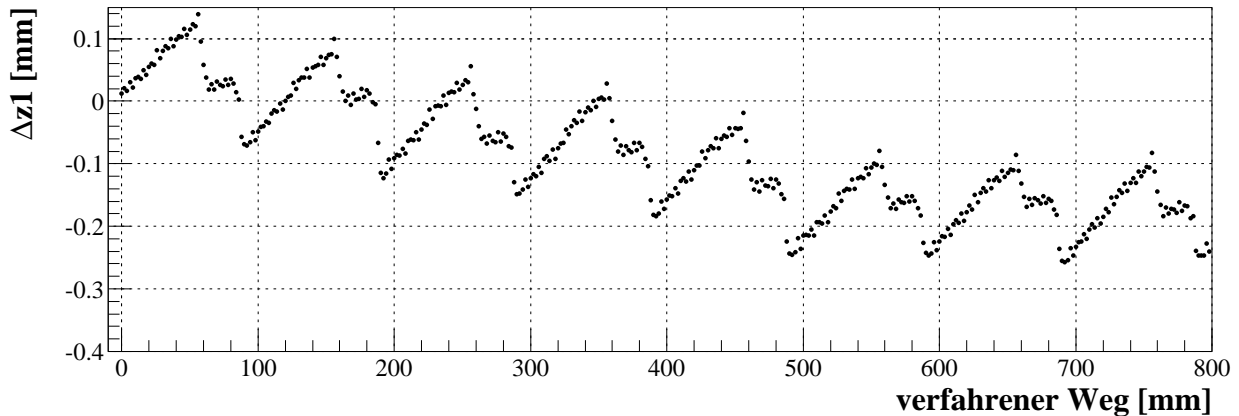


Abbildung 5.1: Messung der Linearführung von Feldmasse 1. Aufgetragen ist die Positionsabweichung  $\Delta z_1$  vom Sollwert in Abhängigkeit vom verfahrenen Weg.

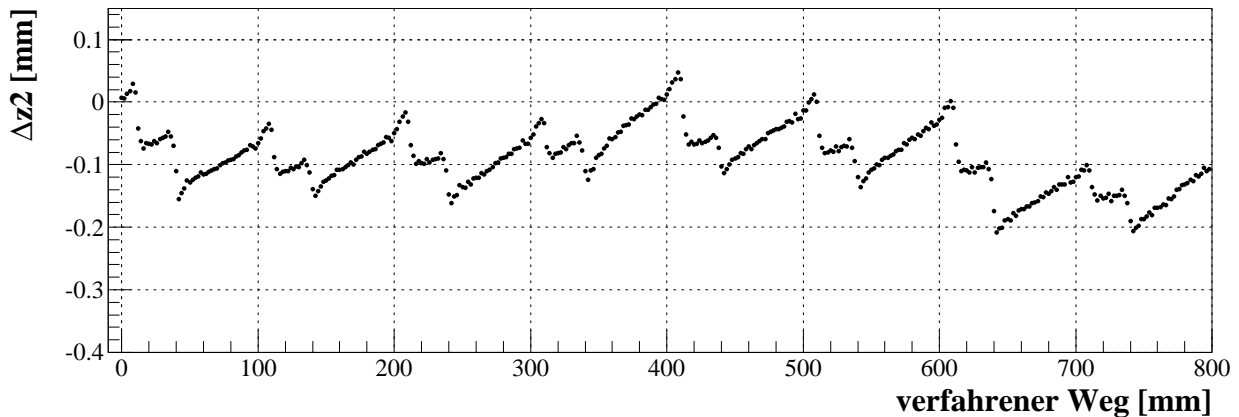


Abbildung 5.2: Messung der Linearführung von Feldmasse 2. Aufgetragen ist die Positionsabweichung  $\Delta z_2$  vom Sollwert in Abhängigkeit vom verfahrenen Weg.

weniger deutlich auszumachen. Wahrscheinlich ist dieses Verhalten darauf zurückzuführen, daß die Werkbank, auf der die Fahrgestelle der Feldmassen gefertigt worden sind, einen Arbeitsbereich von 500 mm besaß und die Werkstücke somit mehrfach eingespannt werden mußten, woraus sich jedesmal ein unterschiedlicher Justierfehler ergibt.

In den in Abbildung 5.3 dargestellten Absolutabstandsdaten ist auf den ersten 300 mm eine ungefähr lineare Drift von etwa 200  $\mu\text{m}$  zu erkennen. Dieser Fehler in der Abstandsbestimmung der Feldmassen, der von der Position der Feldmassen abhängt, ist auch in den Daten der Gravitationsmessungen bis 1995 zu erkennen. Bei den in Abbildung 5.4 mit statistischem Fehler eingezeichneten Gravitationsdaten handelt es sich um die Meßreihe von 1995 aus Abbildung 1.4. Sie beruhen auf Berechnungen, in denen von einer exakten Positionierung der Feldmassen ausgegangen wird. Zusätzlich eingezeichnet wurden in Abbildung 5.4 die berechneten Gravitationswerte, die sich aus den Positionierfehlern von Abbildung 5.3 ergeben; hierbei wurde auf die Gravitationsdaten bei  $r = 0$  mm kalibriert. Der Verlauf

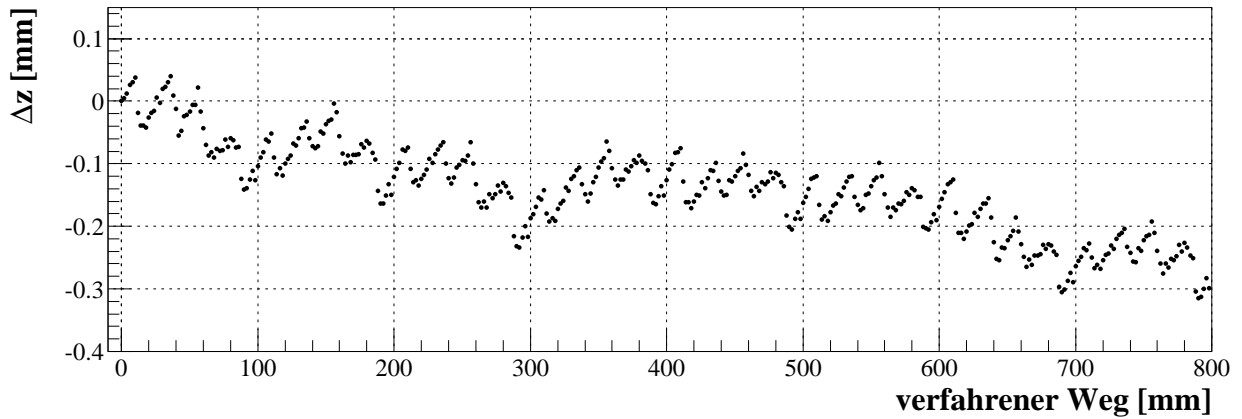


Abbildung 5.3: *Auswirkung der unpräzisen Linearführung der Feldmassen auf deren Gesamtanstand z. Bei dieser Kombination der Daten aus den Abbildungen 5.1 und 5.2 wurde die Nullposition der ersten Feldmasse wie bei einer Gravitationsmessung um 20 cm verschoben.*

der Daten aus der Meßreihe von 1995 wird innerhalb deren statistischer Fehler durch die Auswirkungen der Feldmassen-Positionierfehler beschrieben. Die Ursache der in den Meßreihen bis 1995 beobachteten Entfernungsabhängigkeit der Gravitationsdaten konnte somit als Fehlpositionierung der Feldmassen identifiziert werden.

Eine vergleichbare Messung wurde bereits 1996 vor der Konstruktion der Relativmeßgeräte vorgenommen. Dazu wurde die alte optische Bank umgebaut; das Fernrohr wurde durch einen kurzen mechanischen Hebel ersetzt, mit dem die Feldmasse den Meßtisch der optischen Bank verschieben konnte. Es wurde folglich die Bewegung am Rand der Feldmasse gemessen; durch die einfache mechanische Verbindung wurde zudem ein größerer systematischer Fehler verursacht als bei den Messungen mit den Relativmeßgeräten. Trotzdem konnten bereits diese Daten den Verlauf der gemessenen Gravitationsdaten gut beschreiben. Auf dieser Messung beruhte daher die Hoffnung, durch den Aufbau der Relativmeßgeräte und einer neuen optischen Bank die bis dato unverstandenen systematischen Fehler des Experimentes minimieren zu können.

### 5.1.2 Reproduzierbarkeit der Feldmassenposition

Zur Überprüfung der Reproduzierbarkeit der Feldmassenposition wurde während einer Messung in regelmäßigen Zeitabschnitten die Position der Feldmassen relativ zur optischen Bank bestimmt. Diese Messungen wurden vor der Konstruktion der Relativmeßgeräte und der neuen optischen Bank durchgeführt; sie zeigen somit Positionierfehler auf, wie sie in den Meßreihen bis 1995 auftreten konnten. Abbildungen 5.5 und 5.6 zeigen die Differenz der angefahrenen Position von der ursprünglichen Position in Abhängigkeit von der Anzahl der insgesamt durchgeführten Fahrzyklen für Feldmasse 1 und Feldmasse 2. Die damals verwendete alte optische Bank ermöglichte in diesem Fall eine Meßgenauigkeit von etwa  $10\text{ }\mu\text{m}$ , da die Position des Fernrohres auf der Schiene sich nur um weniger als 1 mm verändert und dadurch die Krümmung der Führungsschiene unbedeutend ist. Die erste Feldmasse fuhr auch

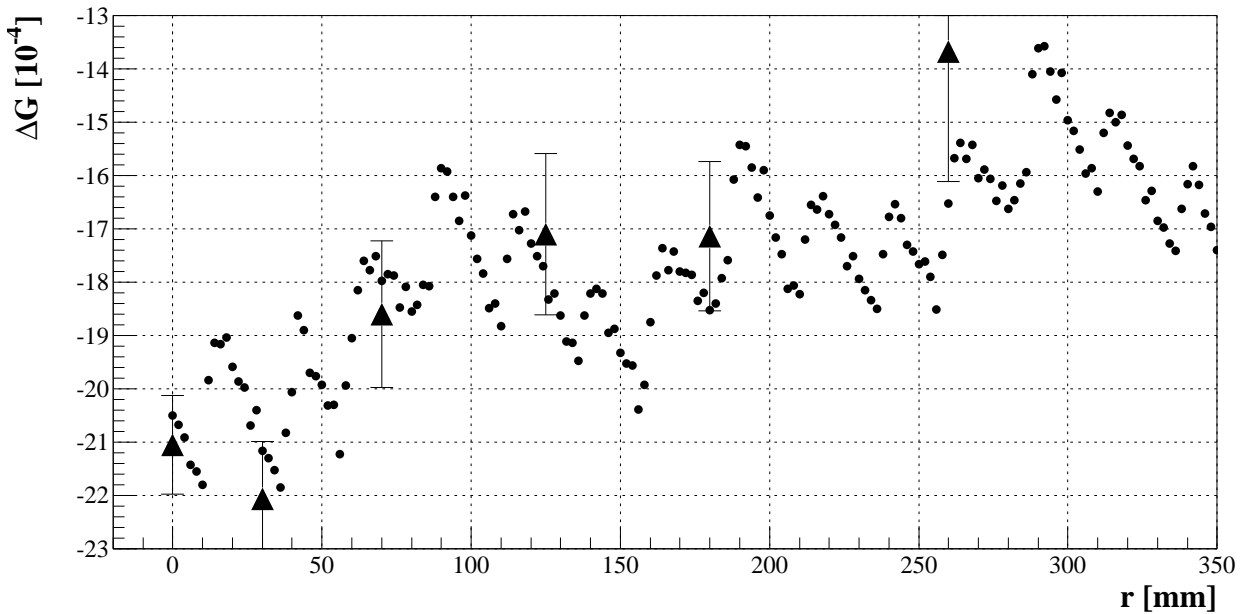


Abbildung 5.4: Vorhersage des Verlaufs der Gravitationsdaten, der sich durch die Positionsfehler der Feldmassen aus Abb. 5.3 ergeben und Vergleich mit gemessenen Gravitationsdaten aus Abb. 1.4

nach 1000 Fahrzyklen noch dieselbe Position an wie zu Beginn der Messung. Die Position der zweiten Feldmasse jedoch driftete während 1000 Fahrzyklen gleichmäßig bis um insgesamt etwa  $400 \mu\text{m}$  relativ zur ursprünglichen Position. Dies kann zum einen durch Schlupf an der Verbindung zwischen der Motorachse und der Spindel verursacht sein oder dadurch, daß der Schrittmotor einzelne Fahrimpulse nicht umsetzt.

### 5.1.3 Temperatureffekte der Feldmassenpositionierung

Temperaturbedingte Positionsänderungen der Feldmassen wurden in einem ähnlichen Experiment gemessen. Dabei wurde die Halltemperatur in einem Bereich von mehreren Grad Celsius variiert und die Position der Feldmassen bei verschiedenen Temperaturen gemessen. Die Feldmassen befanden sich dabei nahe am Resonator und wurden während der Messung nicht verfahren. Abbildung 5.7 zeigt die Position der ersten Feldmasse in Abhängigkeit der Temperatur, die in derer direkter Nähe gemessen worden ist. Es ist eine lineare Abhängigkeit zu erkennen, die durch einen zusätzlich eingezeichneten Geradenfit verdeutlicht wird. Die zweite Feldmasse zeigte ein ähnliches Verhalten, so daß sich insgesamt eine Änderung des Feldmassenabstandes von  $-63 \mu\text{m}/\text{K}$  ergibt. Ursache dieses Verhaltens ist die temperaturbedingte Längenänderung der Spindel, deren Festlager auf der dem Resonator entfernten Ende der Fixpunkt der Bewegung ist. Wie in Absatz 5.1.1 gezeigt wurde, entspricht die Bewegung der Spindelmutter aufgrund der auftretenden Verkippungen der Feldmassen auf den Kurvenrollen nicht exakt der Bewegung des Feldmassenschwerpunktes. Es ist somit zu erwarten, daß die temperaturbedingte Positionsänderung einer Feldmasse bei verschiedenen angefahrenen Positionen unterschiedlich ist. Unter Vernachlässigung dieses Effektes, der sich nur im

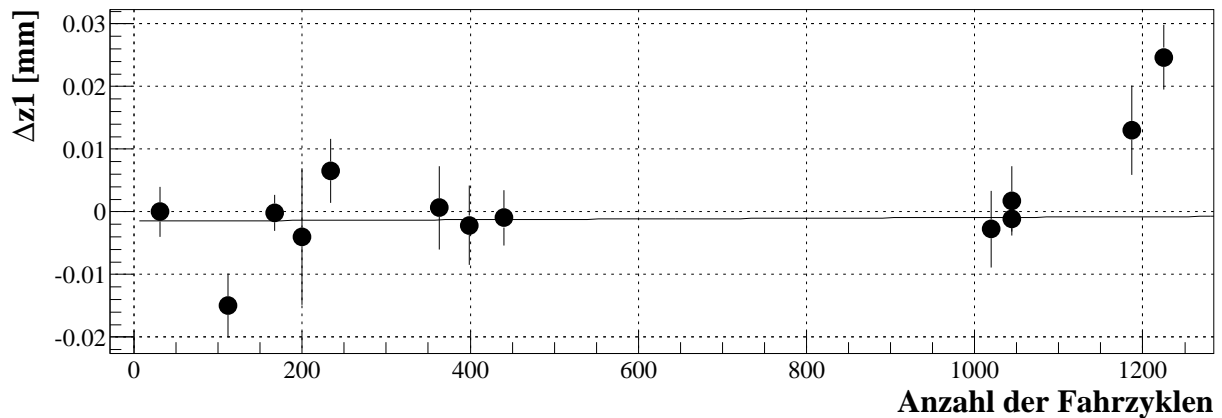


Abbildung 5.5: Drift der Position der Feldmasse 1 nach häufigem Verfahren. Dargestellt ist die Differenz  $\Delta z1$  der angefahrenen von der ursprünglichen Position in Abhängigkeit von der Anzahl der insgesamt durchgeführten Fahrzyklen.

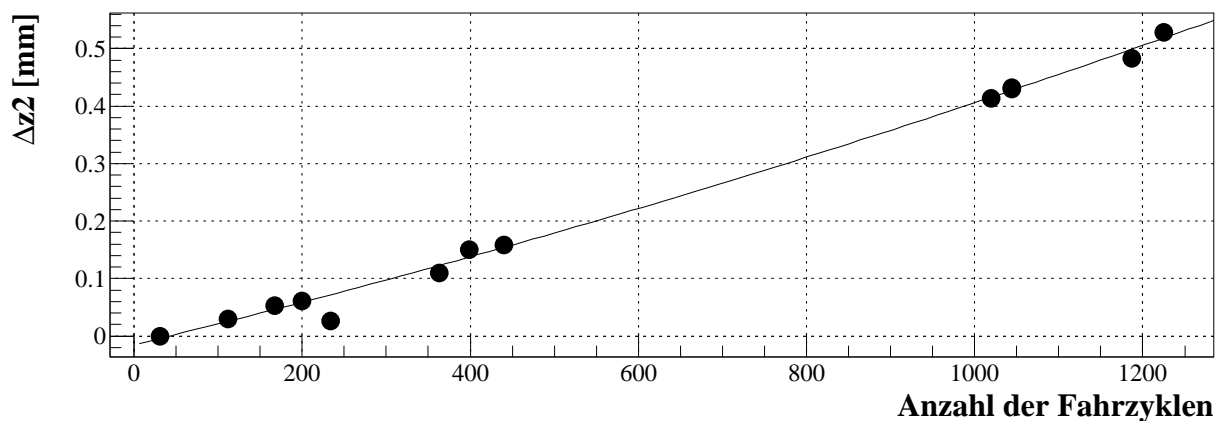


Abbildung 5.6: Drift der Position der Feldmasse 2 nach häufigem Verfahren. Dargestellt ist die Differenz  $\Delta z2$  der angefahrenen von der ursprünglichen Position in Abhängigkeit von der Anzahl der insgesamt durchgeführten Fahrzyklen.

Promillbereich auswirkt, ergibt die beschriebene Messung eine Temperatúrausdehnung der Spindel von  $21 \mu\text{m}/(\text{K}\cdot\text{m})$ .

Auch dieser Effekt ist in den Gravitationsdaten von 1995 zu erkennen. In Abbildung 5.8 sind die Werte der Gravitationskonstanten, die in den vorderen sieben Positionen gemessen wurden, gegen die Temperatur aufgetragen. Die zusätzlich eingezeichnete, berechnete Ausgleichsgerade ergibt eine Temperaturabhängigkeit von  $\partial_T(\Delta G) = (4 \pm 2) \cdot 10^{-4}/\text{K}$ . Um eine temperaturunabhängige Gravitationskonstante zu erhalten, können die Daten auf die Spindeltemperatur korrigiert werden. Es zeigt sich jedoch, daß für eine vollständige Korrektur eine um einen Faktor  $3 \pm 1$  größere Temperatúrausdehnung der Spindel angenommen werden muß als die oben beschriebene Messung ergab. Diese Diskrepanz kann allerdings dadurch erklärt werden, daß bei den Gravitationsmessungen nicht wie bei obiger Messung die Tempe-

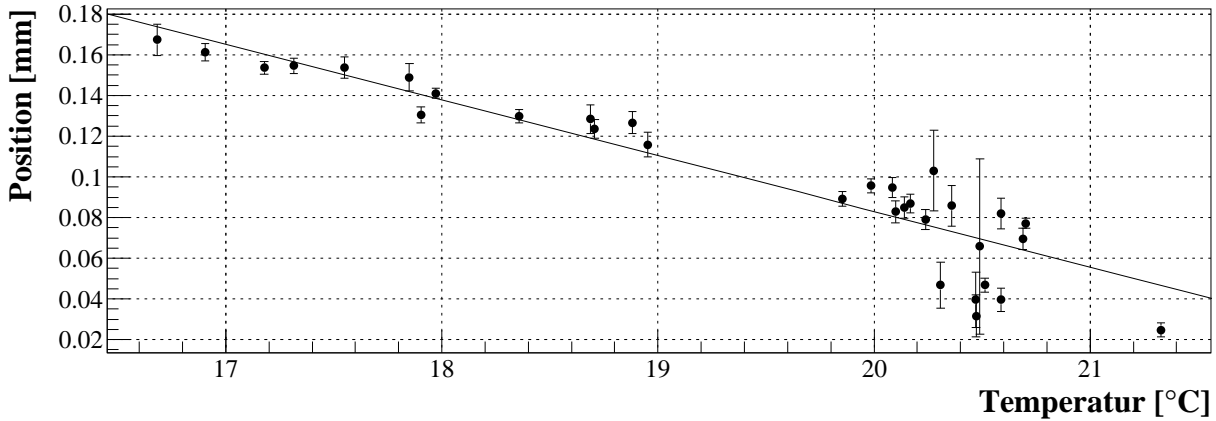


Abbildung 5.7: Temperaturbedingte Änderungen der Position von Feldmasse 1.

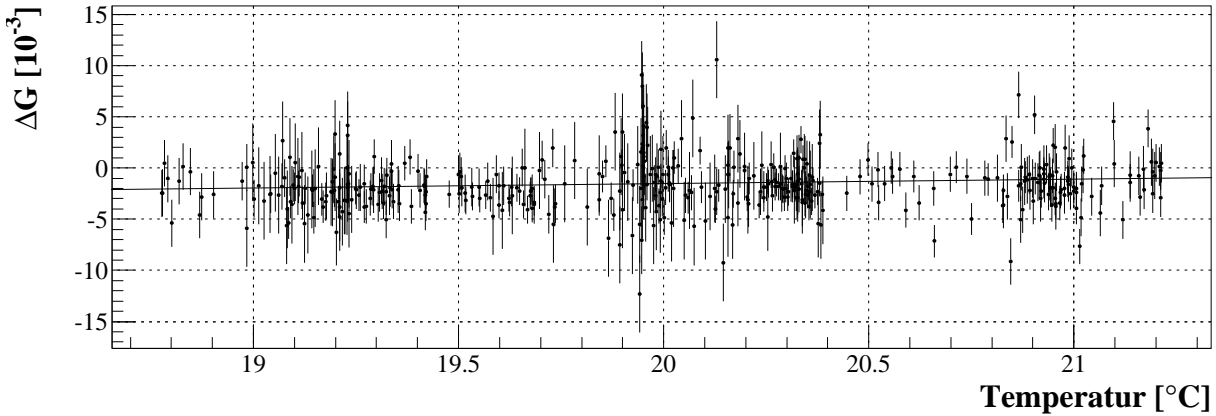


Abbildung 5.8: Die Temperaturabhängigkeit der aus der Meßreihe 1995 erhaltenen Werte der Gravitationskonstanten  $G$ , hier dargestellt als relative Differenz  $\Delta G$  zum aktuellen Literaturwert. Die eingezeichnete Linie gibt den Verlauf einer berechneten Ausgleichsgerade wieder mit  $\partial_T(\Delta G) = (4 \pm 2) \cdot 10^{-4}/K$ .

ratur der Spindel, sondern die auf dem Vakuumtankdeckel gemessen worden ist. Um den gesamten Aufbau herum befindet sich eine Verschalung, die ihn vor Temperaturänderungen der Halle isolieren soll. Bei der bei diesen Gravitationsmessungen verwendeten Verschalung sind die einzigen Teile, die aus ihr herausragen, die Schrittmotoren und somit auch ein Teil der Spindel. Die Spindel haben daher einen größeren Temperaturhub als der Thermofühler auf dem Vakuumtankdeckel, wodurch die Temperaturempfindlichkeit systematisch überschätzt wird. Zudem wurden bei der Messung der temperaturbedingten Positionsänderung der Feldmassen diese nicht mit den Schrittmotoren bewegt. Es ist denkbar, daß beim normalen Fahrbetrieb, wie er bei einer Gravitationsmessung durchgeführt wird, der Effekt der temperaturbedingten Positionsänderung verstärkt wird.

Bei den aktuellen Gravitationsmessungen wird die Temperatur der Positionsmeßsysteme genau gemessen und die angefahrne Position darauf korrigiert.



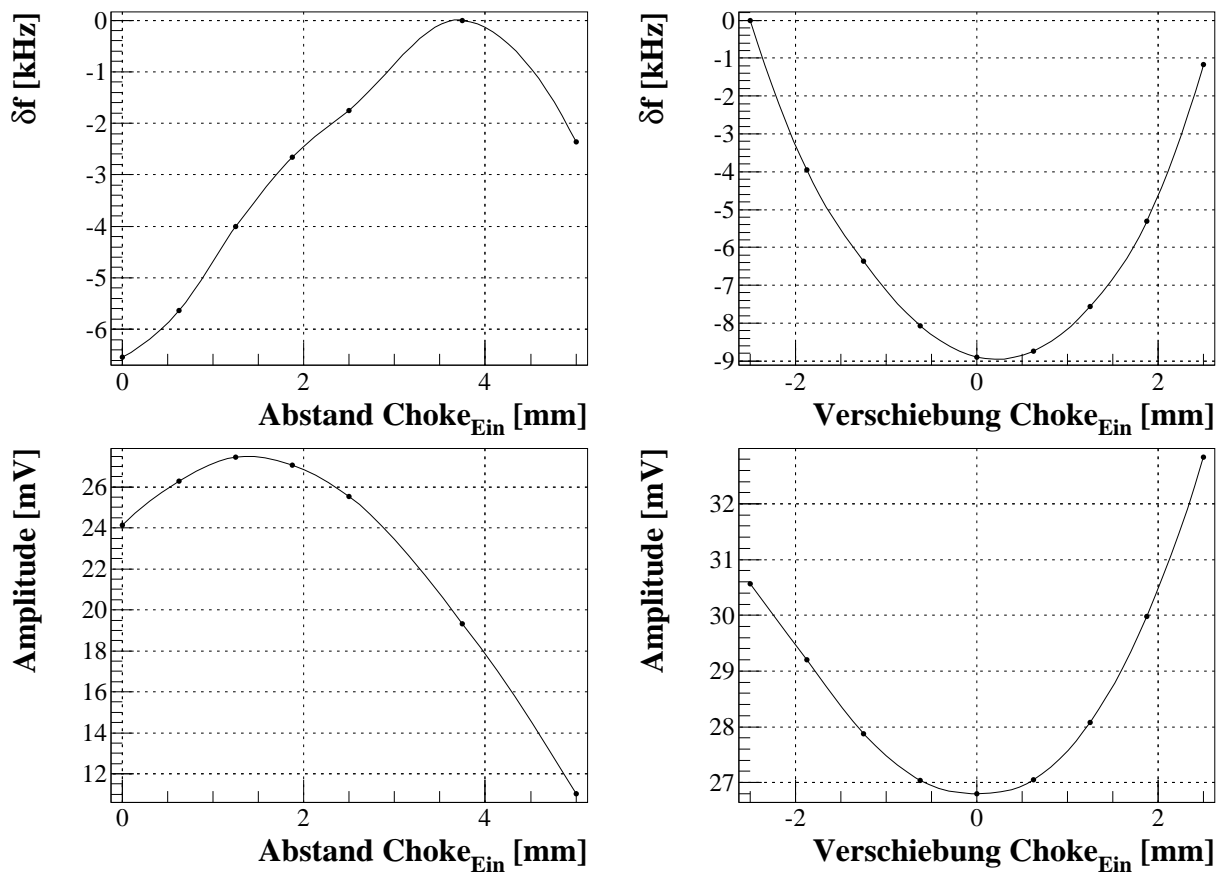


Abbildung 5.9: *Einfluß der Choke Junction-Position auf Frequenz (oben) und Amplitude (unten) der (0032)-Resonanzmode. In den linken Diagrammen wird der Abstand zur Spiegelrückseite variiert, in den Rechten wird bei konstantem Abstand die Position verschoben.*

## 5.2 Positionierung der *Choke Junctions*

Es wurde untersucht, inwieweit die Stellung der in Kapitel 3.1.2 beschriebenen und in Abbildung 3.4 dargestellten *Choke Junctions* zu den Resonatorspiegeln einen Einfluß auf die Resonanzfrequenz hat. Der Abstand zwischen *Choke Junction* und Resonatorspiegel wird bei einer Gravitationsmessung aufgrund der Auslenkung der Pendelkörper verändert, was zu systematischen Fehlern in der Bestimmung von  $G$  führen kann.

In Abbildung 5.9 ist der Einfluß der *Choke Junction*-Position sowohl auf die Frequenz (obere Diagramme) als auch auf die Amplitude (untere Diagramme) der (0032)-Resonanzmode dargestellt. In den linken Diagrammen wurde der Abstand zur Spiegelrückseite variiert, in den Rechten wurde bei konstantem Abstand der *Choke Junction* verschoben. Bei der Abstandsvariation ist ein deutliches Maximum im Verlauf der Daten zu erkennen, wobei sich der Verlauf der Frequenzdaten deutlich von dem der Amplitudendaten unterscheidet. Bei einer Verschiebung des *Choke Junctions* parallel zur Spiegelrückseite ist bei der mittleren Position ein flaches Minimum zu erkennen. Hierbei zeigen die Frequenz- und Amplitudendaten ein ähnliches Verhalten.

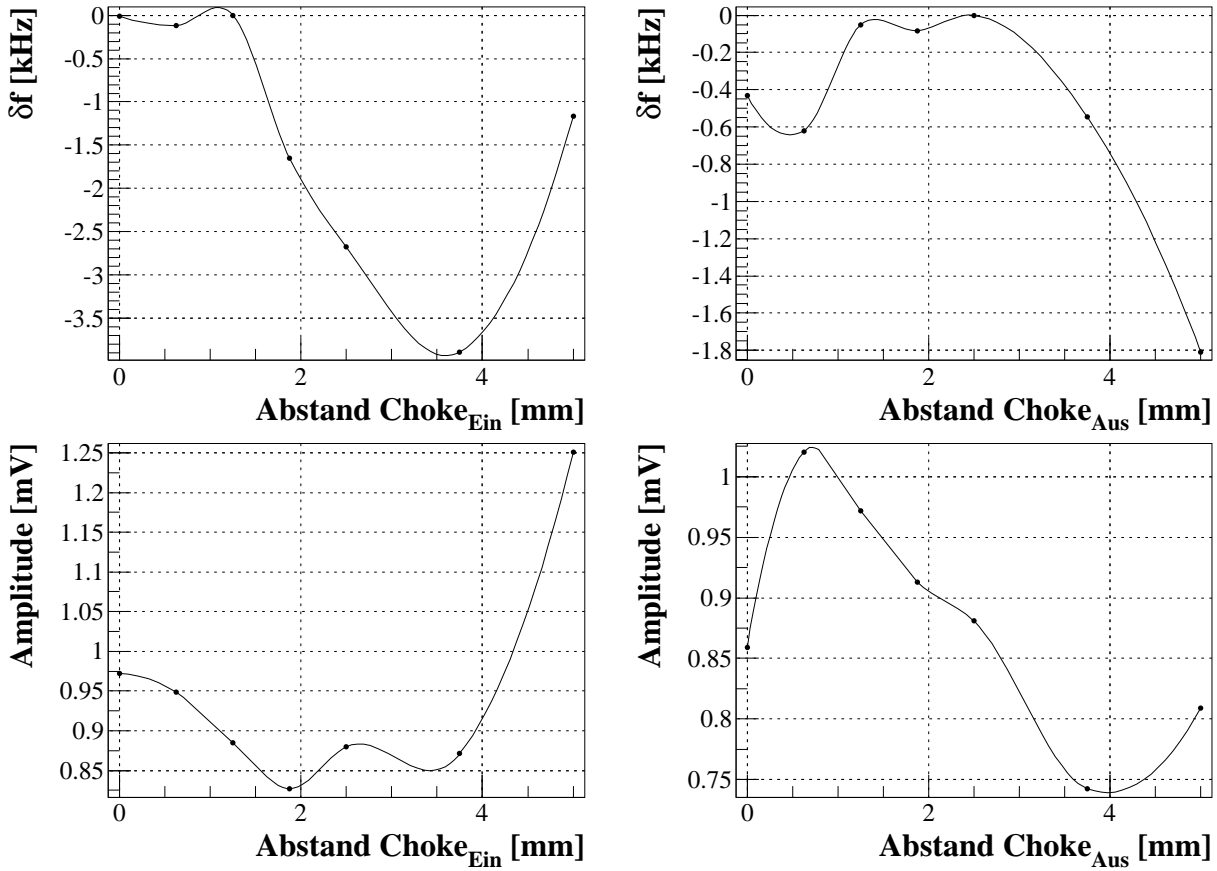


Abbildung 5.10: *Einfluß des Choke Junction-Abstandes auf Frequenz (oben) und Amplitude (unten) der (0034)-Resonanzmode. In den linken Diagrammen wird der Abstand der einkoppelnden Choke Junction variiert, in den Rechten der der Auskoppelnden.*

Abbildung 5.10 zeigt den Einfluß des *Choke Junction*-Abstandes bei der (0034)-Resonanzmode. In den linken Diagrammen wurde der Abstand des einkoppelnden *Choke Junctions*, im Rechten des Auskoppelnden variiert. Sowohl die Daten der beiden *Choke Junctions* bei gleicher Resonanzmode, als auch die Daten des gleichen *Choke Junctions* bei unterschiedlicher Resonanzmode zeigen ein vollkommen unterschiedliches Verhalten auf. Dies ist zu verstehen, da diese positionsabhängige Modulation der Frequenz und der Amplitude des Resonanzmodes durch Interferenzeffekte beim Ein- und Auskoppelprozeß entsteht und somit selber frequenzabhängig ist. In Kapitel 3.1.2 wurde beschrieben, wie durch die spezielle Form des Hohlleiterkamins und der *Choke Junctions* die Abstrahlungsverluste am Spalt durch gezielte Ausnutzung von Interferenzeffekten minimiert werden. Die Optimierung der Form der *Choke Junctions* beruhte dabei auf Angaben aus der Literatur [40], wobei eine Minimierung der Abstrahlungsverluste angestrebt wurde, der Einfluß einer Abstandsvariation jedoch unberücksichtigt bleiben mußte. Die numerische Berechnung dieses Einflusses ist schwierig, so daß seine Größe erst durch diese Messungen bekannt geworden ist.

Je nach verwendeter Mode und Position der *Choke Junctions* ergeben sich aus diesen Abbildungen Änderungen der Resonanzfrequenz von typischerweise  $1,5 \text{ Hz}/\mu\text{m}$ , bei Verwen-

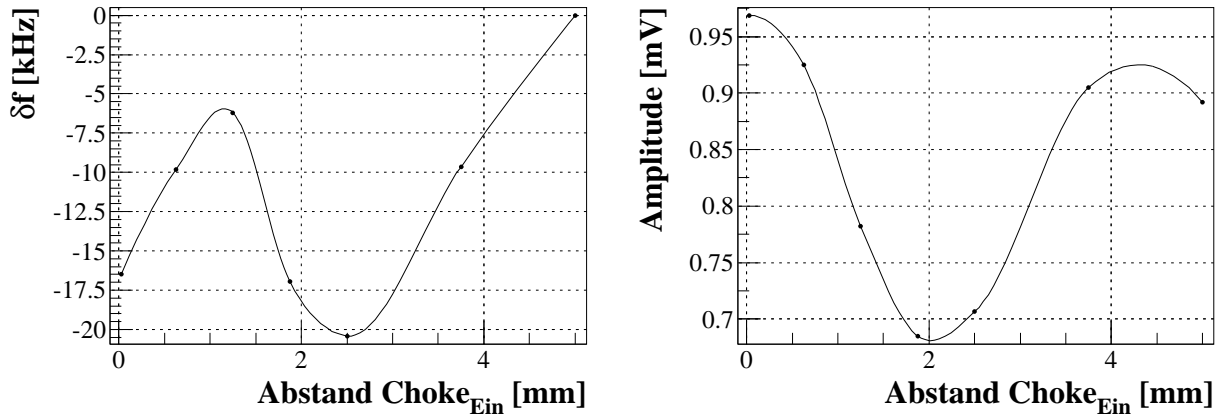


Abbildung 5.11: *Einfluß des Choke Junction-Abstandes auf Frequenz (links) und Amplitude (rechts) der (1035)-Resonanzmode.*

derung einer Obermode wie der in Abbildung 5.11 dargestellten (1035)-Resonanzmode sogar von bis zu etwa 20 Hz/ $\mu\text{m}$ . Bei Gravitationsmessungen werden jedoch ausschließlich Fundamentalmoden verwendet. Die Auslenkung der Pendelkörper aufgrund des Gravitationseffektes der Feldmassen beträgt maximal etwa je 7 nm; die Änderung der Resonanzfrequenz, also die Meßgröße zur Bestimmung von  $G$ , beträgt dabei etwa 1,2 kHz. Der Meßfehler aufgrund der beschriebenen Einkoppeleffekte beträgt somit typischerweise  $9 \cdot 10^{-6}$  pro Pendelkörper und kann durch sorgfältige Justierung der *Choke Junctions* in einen Entfernungsbereich, in dem die Abstandsabhängigkeit der Resonanzfrequenz einen flachen Verlauf aufweist, auf unter  $6 \cdot 10^{-7}$  reduziert werden. In diesem Fall wäre dieser systematische Fehler somit zu vernachlässigen.

Zum gegenwärtigen Zeitpunkt kann jedoch eine zusätzliche Änderung des Abstandes der *Choke Junctions* zu den Resonatorspiegeln aufgrund der Neigung des Stützgerüsts beim Verfahren der Feldmassen nicht ausgeschlossen werden, wie in Kapitel 3.4.1 dargelegt worden ist. Es muß mit Abstandsänderungen von etwa 50 nm bei symmetrischem Verfahren der Feldmassen gerechnet werden. Der systematische Fehler ist somit bei Berücksichtigung beider Pendel auf typischerweise etwa  $1 \cdot 10^{-4}$  abzuschätzen; nur durch optimale Justierung der *Choke Junctions* kann er auf unkritische  $6 \cdot 10^{-6}$  reduziert werden. Bei nichtsymmetrischem Verfahren der Feldmassen ist sogar mit einer neigungsbedingten Abstandsänderung von 250 nm und einem typischen Fehler von  $5 \cdot 10^{-4}$  zu rechnen. Es muß hierbei besonders betont werden, daß die angegebenen Werte der neigungsbedingten Abstandsänderung auf Abschätzungen beruhen. Größere Werte können bis zu einer genauen Messung der Neigung nicht ausgeschlossen werden.

Diese Messungen machen die Wichtigkeit einer sorgfältigen Justierung der *Choke Junctions* deutlich. Diese Justierung ist zumindest einmalig zu Beginn einer neuen Meßreihe nach Abschluß aller weiteren Justierarbeiten durchzuführen. Die Justierung eines *Choke Junction* parallel zur Spiegellrückseite ist einfach, da der Verlauf der Amplitude der Resonatormode in ausreichender Näherung gleich dem Verlauf der Frequenz ist. Die Amplitude wiederum kann beim Verstellen des *Choke Junction* direkt am Oszillographen beobachtet werden, so daß die

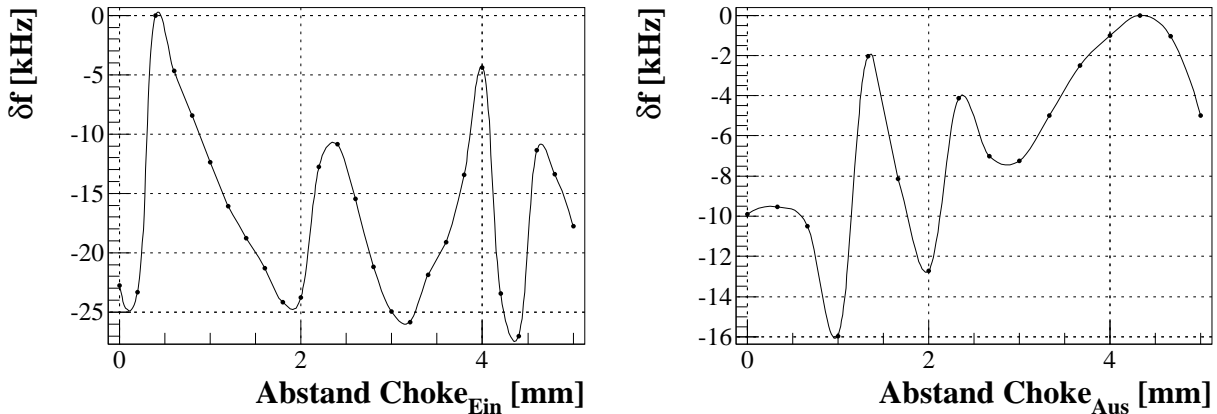


Abbildung 5.12: *Einfluß des Choke Junction-Abstandes auf die Frequenz bei der aktuellsten Meßreihe. Im linken Diagramm wird der Abstand der einkoppelnden Choke Junction variiert, in den Rechten der der Auskoppelnden.*

optimale Position schnell gefunden werden kann. Bei den bisherigen Messungen wurde auch der Abstand der *Choke Junctions* über die Amplitudenkontrolle am Oszillographen eingestellt — bei den Messungen bis 1995 sind vergleichbare Einstellungen nicht durchgeführt worden. Die in diesem Abschnitt vorgestellten Messungen zeigen jedoch, daß bei einer Abstandsvariation eines *Choke Junction* die Amplitude und die Frequenz ein unterschiedliches Verhalten aufweisen. Um den optimalen Abstand der *Choke Junctions* zu finden, muß somit der Frequenzverlauf bestimmt werden, wozu die Kontrolle am Oszillographen nicht geeignet ist. Es muß folglich das auch bei den Gravitationsmessungen benutzte Programm 'reso' verwendet werden, dessen ermittelte Resonanzfrequenzdaten jedoch im Moment nicht *online* graphisch dargestellt werden können. Dies ist jedoch nur ein Problem bisher fehlender Software. Alternativ ist es denkbar, dieses Meßprogramm computergesteuert durchzuführen. Dies ist im Moment aufgrund einer fehlenden Schnittstelle der Schrittmotorsteuerungen nicht möglich.

Abbildungen 5.9 bis 5.11 beruhen auf Messungen mit den alten, nicht überarbeiteten Pendelkörpern und den alten *Choke Junctions* mit rechteckigem Hohlleiterquerschnitt. Seit den Messungen des Jahres 1998 kommen neue *Choke Junctions* mit rundem Hohlleiterquerschnitt zum Einsatz. Da die Abhängigkeit der Resonanzfrequenz vom Abstand der *Choke Junctions* zum Resonatorspiegel auf Interferenzeffekte beruht, ist ein anderes Verhalten als in den beschriebenen Datensätzen zu erwarten. Leider konnte das Verhalten der neuen *Choke Junctions* aus Zeitgründen noch nicht systematisch untersucht werden. Eine vergleichbare Messung zu den in Abbildungen 5.9 bis 5.11 Durchgeführten wurde allerdings für die bei den aktuellen Messungen verwendete Resonanzmode durchgeführt. Die Ergebnisse zeigt Abbildung 5.12.

Im Vergleich zu den Daten mit den alten *Choke Junctions* ist ein deutlich hochfrequenterer Verlauf der Resonanzfrequenz in Abhängigkeit des Abstandes zu erkennen, bei gleichzeitig höherem Frequenzhub. Es ergeben sich Änderungen der Resonanzfrequenz von bis zu 100 Hz/ $\mu\text{m}$  (typ. etwa 20 Hz/ $\mu\text{m}$ ) beim einkoppelnden *Choke Junction* und etwa 50 Hz/ $\mu\text{m}$  beim Auskoppelnden. Bei einem angenommenen Neigungseffekt von 50 nm bei

Gravitationsmessungen bedeutet dies einen systematischen Fehler von bis zu  $7 \cdot 10^{-3}$  in der Bestimmung der Gravitationskonstanten  $G$ . Darüberhinaus führt dieses Verhalten auch zu einer temperaturbedingten Drift der Resonanzfrequenz, da durch Temperatúrausdehnung des Kryostatdeckels, durch den der einkoppelnde Hohlleiter geführt wird, der Abstand des *Choke Junctions* zum Resonatorspiegel verändert wird. Sogar eine temperaturabhängige Änderung der gemessenen Werte der Gravitationskonstanten kann durch dieses Verhalten induziert werden, wie in Kapitel 6.1 erklärt wird.

Um die Abhängigkeit der Resonanzfrequenz vom Abstand der *Choke Junctions* zu den Resonatorspiegeln auf ein akzeptables Maß reduzieren zu können, müssen weitere Untersuchungen durchgeführt werden. Dabei müssen verschiedene Resonatormoden auf ihre Abstandsabhängigkeit hin überprüft werden, so daß der Mode mit der geringsten Abstandsabhängigkeit für künftige Gravitationsmessungen ausgewählt werden kann. Außerdem stehen uns mehrere *Choke Junctions* mit leicht veränderter Geometrie zur Verfügung. Es ist anhand solcher Messungen die bestgeeignetste Geometrie zu finden. Diese Messungen zur Auswahl der optimalen *Choke Junction* können auch an Luft durchgeführt werden, wodurch der Meßaufwand relativ gering bleibt, sobald eine Automatisierung der Schrittmotorsteuerungen möglich ist. Es kann davon ausgegangen werden, daß dieser Effekt bei den kommenden Messungen soweit verringert werden kann, daß er zu einem Fehler in der Bestimmung von  $G$  von unter  $10^{-5}$  führt.

## 5.3 Das Temperaturverhalten

Abbildung 5.13 zeigt den Verlauf der Temperatur an verschiedenen Stellen des Aufbaus im Zeitraum von 46 Stunden. Die dargestellte Halltemperatur wurde an einem Temperaturfühler gemessen, der sich an einem Relativmeßsystem befindet. Sie repräsentiert somit die Temperatur außerhalb des Kryostaten, aber innerhalb der Verkleidung des experimentellen Aufbaus. Weiterhin dargestellt sind die Temperatur an der Metallplatte, an der die Pendelseile aufgehängt sind, die Temperatur an der Zerodurplatte, an der die Pendelseile vorbeigeführt werden, sowie die Temperatur im Bereich des Resonators. Bei diesen drei Temperaturen handelt es sich somit um solche im Innern des Kryostaten, bei wachsendem Abstand vom Kryostatdeckel. Zusätzlich eingezeichnet ist der Verlauf der Resonanzfrequenz.

Am Verlauf der Halltemperatur ist ein deutlicher Tagesgang mit ausgeprägten Minima nachts und Maxima tagsüber zu erkennen. Mit einer zeitlichen Verzögerung von etwa fünf Stunden ist dieser Temperaturverlauf auch in den Daten der Metallplatte zu erkennen. Der Temperaturhub ist dabei gegenüber den Werten der Halltemperatur nur geringfügig gedämpft. Der Verlauf der Temperaturdaten der Zerodurplatte zeigt eine weitere zeitliche Verzögerung zu den Daten der Metallaufhängung von etwa ein bis drei Stunden. Der Temperaturhub gegenüber den Werten der Halltemperatur ist um etwa einen Faktor drei gedämpft. In den Temperaturdaten aus dem Bereich des Resonators ist kein Tagesgang zu erkennen. Die sehr geringe Drift der Resonatortemperatur gibt das langfristige Verhalten der Halltemperatur wieder. An diesen Temperaturverläufen zeigt sich deutlich, daß der Wärmeaustausch des Kryostatinneren mit dem Kryostataußeren ausschließlich über den Kryostatdeckel stattfindet. Dieses Verhalten bestätigt die Erwartungen, da die Kryostatwände durch ein Isolationsvakuum sehr gut thermisch isoliert sind, der Kryostat-

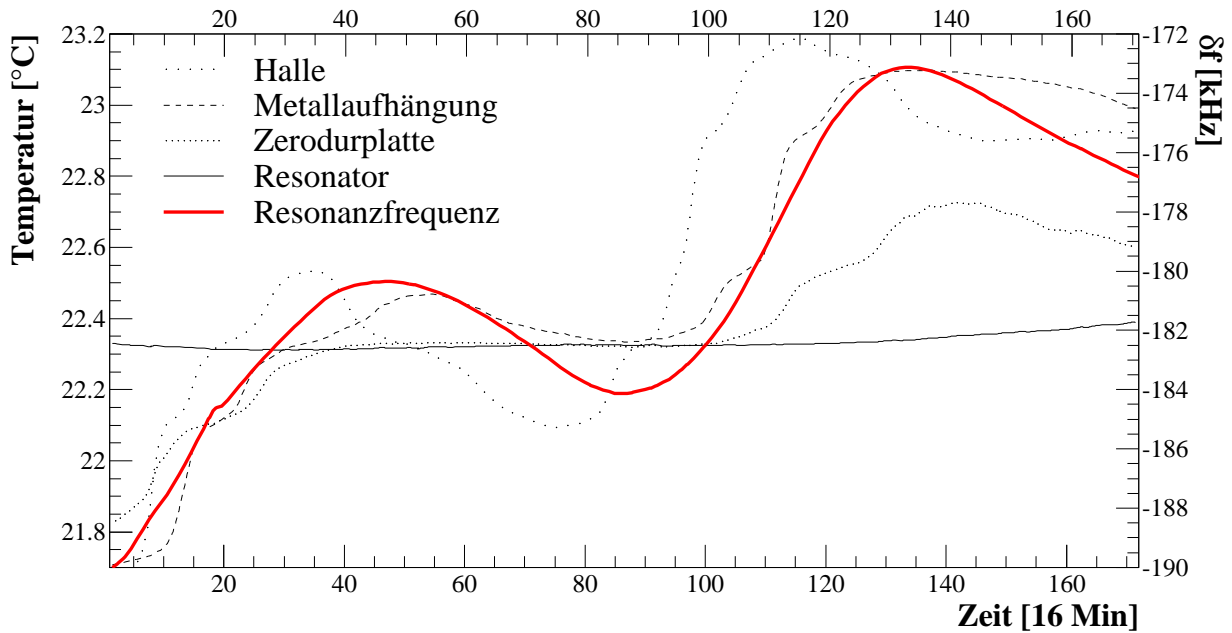


Abbildung 5.13: Der Verlauf der Temperatur an verschiedenen Stellen des experimentellen Aufbaus sowie der Resonanzfrequenz.

deckel jedoch aus einer einfachen Metallplatte besteht, die einen guten Wärmeleiter darstellt. Die Metallaufhängung ist am Kryostatdeckel wiederum mit gut thermisch leitenden Metallstangen befestigt; für die Befestigung der Zerodurplatte an der Metallaufhängung gilt dies ebenso.

Der Verlauf der Resonanzfrequenz zeigt ebenfalls einen deutlichen Tagesgang und ist sicherlich temperaturbedingt. Eine eindeutige Korrelation zur Temperatur der Zerodurplatte oder der Metallaufhängung ist allerdings nicht gegeben, wie in Abbildung 5.14 verdeutlicht wird. Im linken Teil der Abbildung ist die Resonanzfrequenz als Funktion der Temperatur der Metallaufhängung dargestellt. Es ist ein ungefährender linearer Zusammenhang zu erkennen, wobei bei den Umkehrpunkten der Temperatur ein Hystereseeffekt vorhanden ist. Der rechte Teil der Abbildung zeigt die Resonanzfrequenz als Funktion der Temperatur der Zerodurplatte. Es ist ein Bereich zu erkennen, in dem sich bei unveränderter Temperatur die Resonanzfrequenz stark verändert hat. Dies läßt den Schluß zu, daß die Hauptursache der Resonanzfrequenzdrift nicht die temperaturbedingte Ausdehnung der Zerodurplatte ist.

Bei den 1995 durchgeführten Messungen, bei denen eine Quarzglasplatte anstatt einer Zerodurplatte zum Einsatz kam, ist ein anderes Verhalten beobachtet worden, wie anhand von Abbildung 5.15 ersichtlich ist. Dargestellt ist die Resonanzfrequenz als Funktion der Temperatur der Quarzplatte. Es ist eine in guter Näherung lineare Korrelation zu erkennen. An den Wendepunkten der Temperatur sind im Vergleich zu den aktuellen Daten kleine Hystereseeffekte vorhanden. Aus diesen Ergebnissen konnte geschlossen werden, daß die Hauptursache der Resonanzfrequenzdrift die thermisch bedingte Ausdehnung der Quarzplatte war. In Kapitel 3.1.1 und 3.1.3 wurde gezeigt, wie durch eine Längenänderung der Quarzglasplatte der Abstand der Pendelkörper und somit die Resonanzfrequenz verändert wird. Der Ausdehnungskoeffizient der Quarzplatte konnte aus diesen Messungen zu  $(-0,9 \pm 0,2) \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1}$



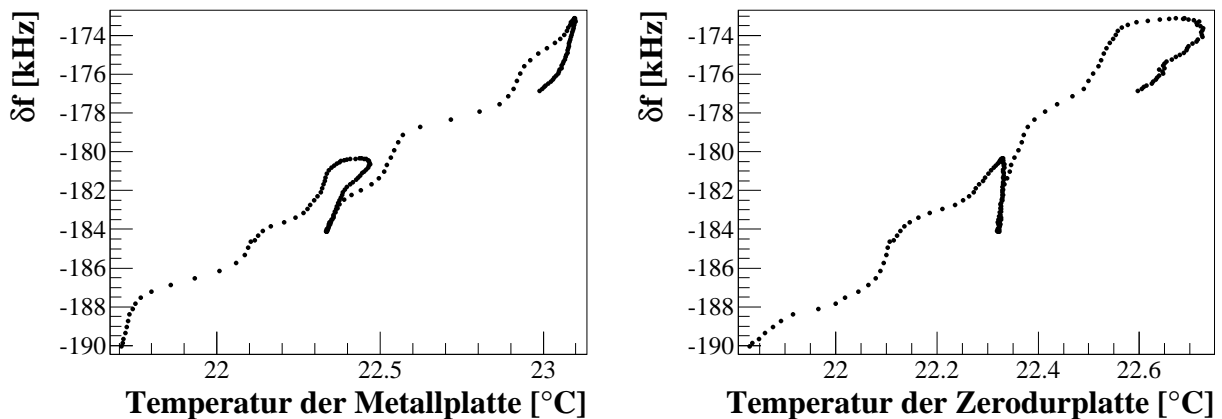


Abbildung 5.14: Die Resonanzfrequenz in Abhängigkeit (links:) von der Temperatur der Metallplatte, an der die Pendelseile aufgehängt sind, und (rechts:) von der Temperatur der Zerodurplatte.

bestimmt werden. Dieser Wert liegt etwas über dem für Quarzglas üblichen Bereich.

Durch den Austausch der Quarzglasplatte durch eine Zerodurplatte mit einem thermischen Ausdehnungskoeffizienten von maximal  $\pm 0.02 \cdot 10^{-6} K^{-1}$  erwarteten wir eine Verringerung der Frequenzdrift aufgrund der thermischen Ausdehnung der Platte um bis zu einen Faktor 40. Aus den aktuellen Daten ist wie oben beschrieben tatsächlich zu erkennen, daß die Resonanzfrequenzdrift nun nicht eindeutig mit der Temperatur der Zerodurplatte korreliert ist. Trotzdem konnte der Frequenzhub, der sich bei einem bestimmten Temperaturhub der Zerodurplatte ergibt, durch den Umbau nur um etwa einen Faktor zwei verringert werden. Es ist somit ein weiterer Temperatureffekt vorhanden, der nicht mit der Längenausdehnung der Zerodurplatte zusammenhängt, und dessen Auswirkungen auf die Resonanzfrequenz etwa halb so stark sind wie bei der alten Quarzplatte durch deren Längenausdehnung. Durch welchen Prozeß die Resonanzfrequenzdrift beim aktuellen Aufbau verursacht wird, ist im Moment unbekannt. Anhand von Abbildung 5.13 ist festzustellen, daß sich dieser Prozeß im Bereich zwischen dem Kryostatdeckel und der Zerodurplatte abspielen muß. Eventuell handelt es sich um temperaturbedingte Verbiegungen der Metallhalteplatte, die sich durch die feste Verbindung der Zerodurplatte an dieser auf die Zerodurplatte übertragen können. Es ist denkbar, durch eine optimierte Befestigung der Zerodurplatte an der Metallhalteplatte die Resonanzfrequenzdrift zu verringern.

Wahrscheinlicher ist jedoch die Verursachung der Resonanzfrequenzdrift durch eine temperaturbedingte Änderung des Abstandes der *Choke Junctions* zu den Resonatorspiegeln, die in Abschnitt 5.2 und Kapitel 6.1 beschrieben wird. Temperaturbedingte Verschiebungen der Hohlleiterbefestigung am Kryostatdeckel verursachen eine Abstandsänderung des *Choke Junctions* zum Resonatorspiegel und somit eine Resonanzfrequenzänderung. Als Resultat ist somit die Resonanzfrequenz von der Temperatur des Kryostatdeckels abhängig. Die Abhängigkeit der Resonanzfrequenz vom Abstand der *Choke Junctions* ist nach dem Umbau vorerst deutlich größer als vorher; der Verringerung der Resonanzfrequenzdrift durch die Verwendung der Zerodurplatte steht somit die Vergrößerung der Resonanzfrequenzdrift

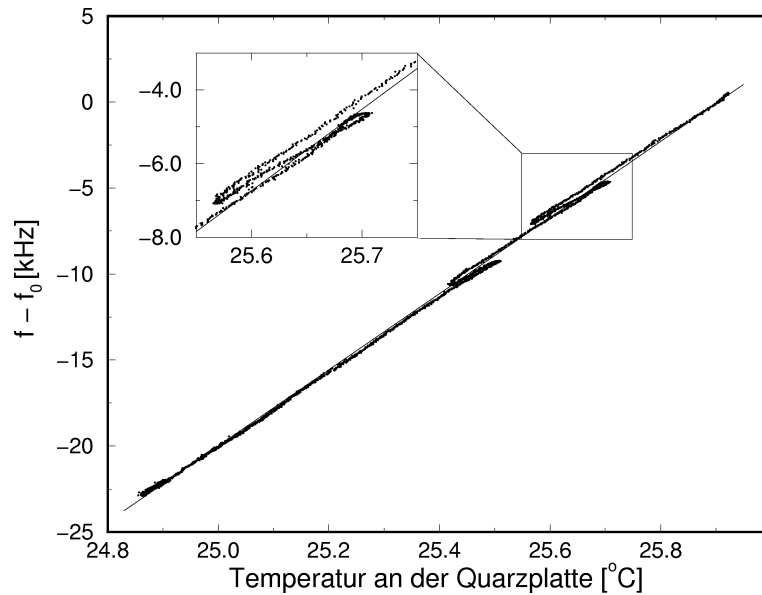


Abbildung 5.15: Die Resonanzfrequenz in Abhängigkeit von der Temperatur der Quarzplatte, an der in den Messungen 1995 die Pendelseile vorbeigeführt worden sind (aus [31]).

durch den zuletzt beschriebenen Effekt gegenüber. Bei kommenden Messungen sollte dieser Effekt deutlich verringert sein. Es ist bei kommenden Meßreihen daher mit einer deutlich niedrigeren Resonanzfrequenzdrift zu rechnen.

In Kapitel 4.2 konnte gezeigt werden, daß die temperaturbedingte Drift der Resonanzfrequenz keinen systematischen Fehler in der Bestimmung von  $G$  verursacht, jedoch zu einer Verbreiterung der statistischen Verteilung der Einzelwerte führen kann. Eine Verringerung der Drift ist erstrebenswert, da dadurch die nötige Meßzeit zum Erreichen einer bestimmten statistischen Genauigkeit verringert werden kann. Im Moment wird eine aktive Temperaturstabilisierung des zentralen experimentellen Aufbaus innerhalb der Verkleidung, die das Haltegerüst und die Feldmassen umgibt, aufgebaut, durch die eine deutliche Verringerung der Resonanzfrequenzdrift erwartet wird.

Untersuchungen zu Temperatureffekten bei der Positionierung der Feldmassen und deren Auswirkungen auf die Bestimmung von  $G$  werden in Abschnitt 5.1.3 beschrieben.

## 5.4 Seismische Untersuchungen

Zu Testzwecken standen 1995 zwei Seismometer<sup>1</sup> zur Verfügung, mit denen die Bodenunruhe in der Experimentierhalle und auf einem Vergleichsgelände gemessen und mit den Daten des Pendelresonators verglichen werden konnten. Ein Seismometer war zur Messung von horizontalen, das andere zur Messung von vertikalen Schwingungen eingestellt. Die Seismometer messen die Geschwindigkeit der Bodenbewegung und haben eine annähernd lineare

<sup>1</sup>Geotech Instruments Short-Period Seismometer Model S-13, Leihgabe des Deutschen Elektronen Synchrotron, Hamburg.



Übertragungsfunktion für Frequenzen oberhalb 1 Hz; bei niedrigeren Frequenzen fällt die Übertragungsfunktion stark ab. Der Pendelresonator hat demgegenüber eine Übertragungsfunktion, die bei 0,3 Hz ein Maximum aufweist und ober- und unterhalb dieser Frequenz stark abfällt (Vgl. Abbildung 2.4, rechts). Außerdem ist die Meßgröße des Pendelresonators nicht die Geschwindigkeit, sondern die Amplitude des Pendelabstandes. Diese Einschränkungen müssen bei einem Vergleich der Daten des Pendelresonators und der Seismometer berücksichtigt werden.

Abbildung 5.16 zeigt die Daten der Seismometer. Die Messungen wurden mit einer Taktfrequenz von 10 Hz durchgeführt. Zur Auslese der Seismometer stand für diese Messungen ein Atari-Rechner zur Verfügung. Es wurde jeweils nacheinander eine bestimmte Zeit lang das horizontale und das vertikale Seismometer ausgelesen und danach eine Warteschleife durchlaufen, bevor die Meßprozedur neu startete. Aufgrund des begrenzten Speicherplatzes des Rechners konnte auf eine solche Warteschleife nicht verzichtet werden. Die Originaldaten wurden in Intervalle von je einer Minute aufgeteilt und für jedes Intervall ein rms-Wert ermittelt, der ein Maß der Unruhe darstellt. Die Graphiken zeigen das Verhalten dieser Werte im Verlauf von mehreren Tagen. In der Abbildung werden die Daten so dargestellt, daß benachbarte Datenpunkte mit einer Linie verbunden werden. Einzelne Unruhespitzen treten so deutlicher hervor. In Zeiten, zu denen keine Daten vorliegen, wird bei dieser Darstellung ein konstanter Wert angezeigt, der der letzten gemessenen Unruhe entspricht.

Die Daten der oberen beiden Graphiken von Abbildung 5.16 wurden auf dem Boden der Experimentierhalle direkt neben dem experimentellen Aufbau aufgenommen. Es ist ein deutlicher Tagesgang zu erkennen; das horizontale Seismometer, dessen Daten in der oberen Graphik dargestellt werden, zeigt sogar eine sprunghafte Veränderung der Unruhe morgens um 4:00 Uhr und abends um 19:15 Uhr. Offensichtlich handelt es sich hier um eine Maschine in der Nähe, die zu diesen Zeiten an- und ausgestellt wird. Das vertikale Seismometer zeigt hingegen gleichmäßige Veränderungen der Unruhe. Tagsüber treten Unruhespitzen auf. An den Wochenenden und an Feiertagen (hier Pfingstmontag) ist die Unruhe so niedrig wie werktags nachts.

Die untere Graphik zeigt die Daten des horizontalen Seismometers auf dem Vergleichsgelände. Es handelt sich hierbei um ein Gebäude auf einem stillgelegten Kasernengelände in Universitätsnähe, das zum Zeitpunkt der Messungen für die Öffentlichkeit nicht zugänglich war; somit waren in der näheren Umgebung keine Unruhequellen wie Maschinen oder Personen vorhanden. Auch in diesen Daten ist ein Tagesgang zu erkennen. Die Nachtunruhe ist hier jedoch um einen Faktor 5 niedriger als in der Experimentierhalle; die Unruhe ist am Wochenende nicht deutlich von der an Werktagen zu unterscheiden. Bei den ersten Messungen stand das Seismometer auf dem Boden eines unterkellerten Gebäudes. Die Daten der letzten drei Tage wurden in einem benachbarten, nicht unterkellerten Gebäude genommen. Im nichtunterkellerten Gebäude treten weniger Tagesspitzen der Unruhe auf.

Abbildung 5.17 zeigt die Ergebnisse einer Messung, bei der die Seismometer- mit den Resonatordaten verglichen werden können. Das horizontale Seismometer, dessen Daten in der oberen Graphik dargestellt sind, stand auf dem Vakuumtankdeckel mit seiner Schwingungsrichtung parallel zu der der Pendel. Es gibt so am ehesten die Schwingungen der Pendelseilaufhängung wieder, die sich auf den Pendelabstand übertragen können. Das vertikale Seismometer (mittlere Graphik) stand auf dem Sockel der Vakuumpumpenhalterung und kann so zur Überprüfung der Übertragung der Pumpenschwingungen auf den Resonator

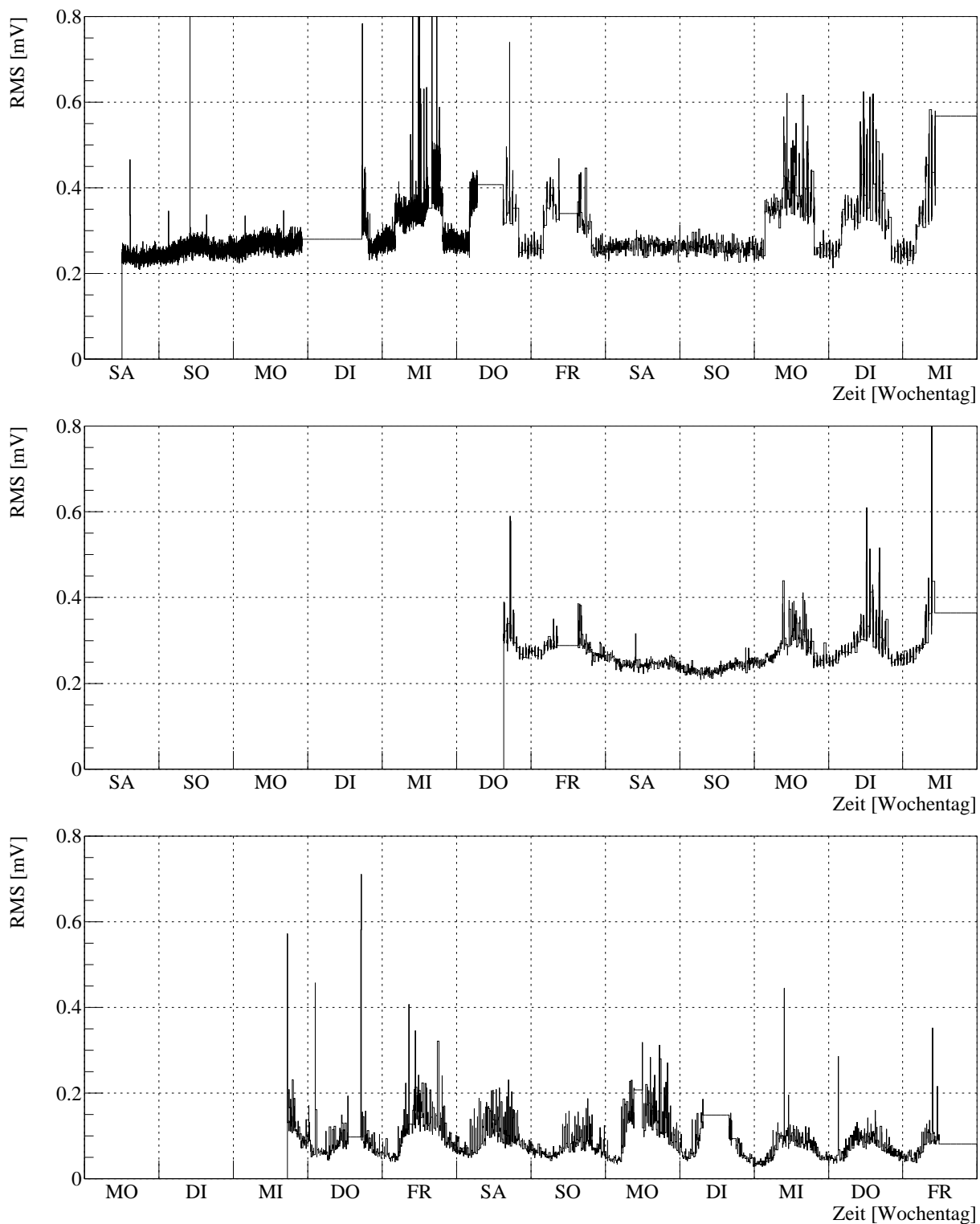


Abbildung 5.16: *Seismische Untersuchungen. Oben: rms-Werte des horizontalen Seismometers in der Experimentierhalle. Mitte: Entsprechende zur gleichen Zeit aufgenommene Werte des vertikalen Seismometers. Unten: Messungen auf dem Vergleichsgelände mit dem horizontalen Seismometer, die im Anschluß an die in den oberen Graphiken gezeigten Messungen durchgeführt wurden.*

dienen. Die untere Graphik zeigt die gleichzeitig aufgenommenen Resonatordaten.

Das horizontale Seismometer zeigt auf dem Vakuumtankdeckel eine um einen Faktor 8 höhere Unruhe an als auf dem Hallenboden. Das etwa drei Meter hohe Haltegerüst verstärkt also die Bodenschwingungen; bei einem Umzug des Experimentes und dann möglichen Verbesserungen der Halterung der Vakuumtanks könnte die Resonatorunruhe demnach um bis zu einen Faktor 8 gesenkt werden. Sofern die Bodenunruhe an einem alternativen Standort wie auf dem Vergleichsgelände um einen Faktor 5 niedriger ist als die Bodenunruhe am aktuellen Experimentierstandort, erscheint somit eine Verringerung der Resonatorunruhe um insgesamt einen Faktor 40 möglich zu sein, ohne schwingungsdämpfende Elemente einbauen zu müssen. Das horizontale Seismometer zeigt erwartungsgemäß auch auf dem Vakuumtankdeckel den typischen Tagesgang.

Auch das vertikale Seismometer auf dem Pumpensockel zeigt eine deutlich höhere Unruhe an als auf dem Hallenboden, die durch die Vibrationen der Pumpen verursacht wird. Aufgrund dieses höheren Untergrundes ist auch kein Tagesgang mehr zu beobachten. Am ersten Meßtag wurden von 10:45 Uhr bis 14:20 Uhr die Vakuumpumpen abgestellt; in dieser Zeit zeigt das vertikale Seismometer die normale Bodenunruhe an. Das horizontale Seismometer zeigt dabei aber keine Veränderung; die Pumpenvibrationen tragen also nicht meßbar zu den Vibrationen des Vakuumtankdeckels bei.

Entsprechend zeigt auch die Resonatorunruhe keine Veränderung beim Ausschalten der Pumpen. In der Resonatorunruhe ist allerdings auch kein deutlicher Tagesgang zu erkennen. Vielmehr zeigen sich hier Zeiten gegen 1 Uhr und gegen 3 Uhr nachts, bei denen die Unruhe besonders hoch ist. Dies ist wiederum in den Daten des horizontalen Seismometers nicht zu erkennen. Dieses unterschiedliche Verhalten ist mit den unterschiedlichen Übertragungsfunktionen zu erklären. Bei den beiden Störungen in der Resonatorunruhe gegen 1 Uhr und gegen 3 Uhr muß es sich um Schwingungen mit einer Frequenz von etwa 0,3 Hz handeln, die von dem Seismometer nicht angezeigt werden können. Entsprechend handelt es sich bei den Schwingungen, die den Tagesgang des horizontalen Seismometers verursachen, um solche mit einer Frequenz deutlich über 1 Hz, die nur das Seismometer, nicht aber der Resonator anzeigt.

Es ist daher wünschenswert, vergleichbare Messungen mit einem Seismometer durchzuführen, das eine untere Grenzfrequenz von 0,1 Hz oder niedriger hat. Mit einem solchen Seismometer könnte die Bodenschwingung im für den Pendelresonator bedeutenden Frequenzbereich kontinuierlich gemessen werden. Regelmäßige Untersuchungen des Resonanzfrequenzspektrums könnten unerkannte Veränderungen des Aufbaus aufdecken, sofern die Spektren mit denen aus Seismometermessungen gewonnenen verglichen werden können. Ohne diesen Vergleich ist es nicht möglich, zu entscheiden, ob Veränderungen im Resonanzfrequenzspektrum ihre Ursache im experimentellen Aufbau oder in einer veränderten Bodenschwingung haben. Zum Justieren der Wirbelstrombremse, die zur Dämpfung der Pendelschwingungen benutzt wird, wären solche Daten als Vergleichsnorm ebenfalls hilfreich. Ein solches Seismometer steht uns bisher leider nicht zur Verfügung.

## 5.5 Wünschenswerte weiterführende Untersuchungen

Weiterführende systematische Untersuchungen konnten im Rahmen dieser Arbeit aus Zeitgründen nicht durchgeführt werden. Wie die folgende Auflistung wünschenswerter und

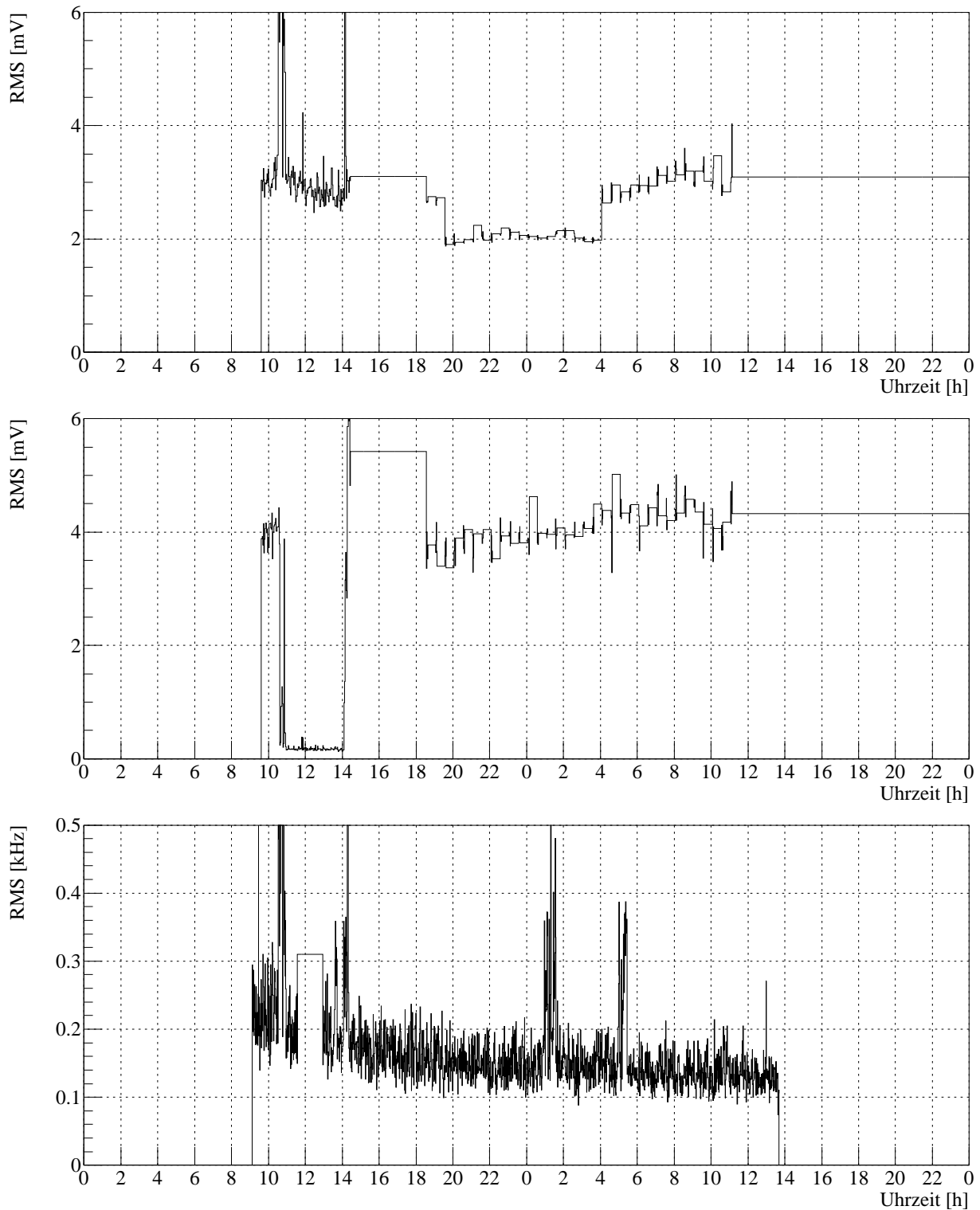


Abbildung 5.17: Vergleich der von den Seismometern und des Pendelresonators angezeigten Unruhe. Die Daten aller drei Graphiken wurden zur gleichen Zeit aufgenommen. Oben: Horizontales Seismometer auf dem Vakuumtankdeckel. Mitte: Vertikales Seismometer auf dem Pumpensockel. Unten: Pendelresonator. Von 10:45 Uhr bis 14:20 Uhr am ersten Meßtag wurden die Vakuumpumpen abgestellt.

nötiger Untersuchungen zeigt, ist für deren Durchführung ein Zeitrahmen von insgesamt mindestens sieben Monaten einzuplanen. Dieser Zeitrahmen bezieht sich allein auf die Durchführung der Messungen. Es sind weder Zeiten für die Vorbereitung und Auswertung, noch sind keinerlei mögliche Verzögerungen berücksichtigt. Bei einer realistischen Einschätzung ist von etwa einem Jahr nötiger Meßzeit auszugehen.

Es ist nicht ausgeschlossen, daß durch diese Untersuchungen weitere, bislang unterschätzte systematische Fehler entdeckt werden.

- Betrieb des Resonators bei unterschiedlich starken Dämpfungen der Pendel.

Die gemessenen Gravitationswerte dürfen nicht von der Dämpfung der Pendel abhängen. Eventuelle magnetische Kräfte zwischen Pendelkörper und Wirbelstrombremse, die zu systematischen Fehlern führen würden, können durch solch eine Meßreihe entdeckt werden.

Eine solche Messung kann während einer normalen Meßreihe durchgeführt werden; für zwei zusätzliche G-Messungen bei veränderter Dämpfung werden etwa 20 Tage benötigt, um eine statistische Genauigkeit von  $1 \cdot 10^{-4}$  zu erreichen.

- Betrieb des Resonators in verschiedenen Resonanzmoden.

Durch den Vergleich der Ergebnisse können eventuelle Fehler bei der Umrechnung der Resonanzfrequenzänderung [kHz] in die Pendelabstandsänderung [nm] oder andere Fehlerquellen des Resonatorsystems erkannt werden.

Auch für diese Messung sind etwa 20 Tage Meßzeit zu veranschlagen.

- Bestimmung des systematischen Fehlers, der durch eine mögliche longitudinale Dichteinhomogenität der Feldmassen entsteht.

Durch die Durchführung zweier zusätzlicher Meßreihen, in denen je eine Feldmasse umgedreht montiert wurde, kann der Effekt einer longitudinalen Dichteinhomogenität gemessen werden. Die Gravitationsdaten können dann um diesen Effekt korrigiert werden. Die erreichbare Genauigkeit entspricht dabei der statistischen Genauigkeit dieser Einzelmessungen.

Auch für diese Messung sind etwa 20 Tage Meßzeit zu veranschlagen.

- Bestimmung des Feldmassenabstandes bei unterschiedlichen Temperaturen.

Durch diese Messung kann die Temperaturkorrektur der optischen Bank und der beiden Relativmeßgeräte überprüft werden. Insbesondere kann eine eventuelle temperaturbedingte Lageänderung der Relativmeßgeräte relativ zur optischen Bank, die zu einem systematischen Fehler führen könnte, entdeckt werden.

Zur Durchführung dieser Messung reicht es aus, wenn innerhalb von ein bis zwei Tagen die Halltemperatur um einige Grad Celsius variiert wird.

- Bestimmung der Gravitationskonstanten G mit unterschiedlich dicken Pendelseilen.

Es ist der Austausch der Pendelseile durch solche mit kleinerem Durchmesser geplant. Dadurch wird erstens der gravitative Effekt der Pendelseile kleiner und somit auch die

nötige Korrektur der Daten. Zweitens kann durch diese Meßreihe die Gültigkeit der Pendelseilkorrektur experimentell überprüft werden.

Für den Austausch der Pendelseile muß der Kryostat geöffnet werden und viele Justierarbeiten müssen neu durchgeführt werden. Der Zeitraum zwischen Öffnen des Kryostaten und Wiederaufnahme einer Meßreihe liegt bei mindestens zwei bis drei Wochen. Um Messungen mit zwei weiteren Seildicken durchführen zu können, sind daher mindestens 55 Meßtage zu veranschlagen.

Bevor eine solche Meßreihe durchgeführt werden kann, muß bewiesen werden, daß nach Öffnen des Kryostaten und Neujustierung die Meßergebnisse reproduzierbar sind. Es sind also insgesamt mindestens drei Öffnungen des Kryostaten nötig.

- Messung der Turmneigung mit den Meßtastern der Relativmeßsysteme.
- Die Größe des Effektes der Turmneigung auf die Bestimmung der Gravitationskonstanten könnte mit folgender Messung überprüft werden: Ein Pendel wird festgesetzt und die Feldmassen werden symmetrisch zum Schwerpunkt des anderen Pendels verfahren. Die Gravitationskräfte der Feldmassen auf dieses Pendel heben sich dabei auf, so daß ein eventuell übrigbleibendes Signal nur durch die Neigung der Pendelseilaufhängung oder eine ungenaue Positionierung der Feldmassen auftreten können. Die Positioniergenauigkeit, die wir mit dem neuen Meßsystem erreichen, reicht aus, um mit dieser Messung die Neigungseffekte überprüfen zu können.

Ein Problem bei der Durchführung dieser Messung ist die deutlich erhöhte Pendelunruhe (Siehe Kapitel 2.1.2). Eventuell wird die Benutzung des Resonanzausleseprogrammes nicht möglich sein. Für den Fall der Durchführbarkeit dieser Messung sind 20 Tage Meßzeit anzusetzen.

- Durchführung eines Meßprogrammes zur Bestimmung der optimalen Geometrie der *Choke Junctions*, sowie des bestgeeigneten Resonanzmodes und der optimalen Justierung der *Choke Junctions*.

Wie in Abschnitt 5.2 dargelegt ist, ist ein solches Meßprogramm nötig, um die auftretenden systematischen Fehler auf ein akzeptables Maß reduzieren zu können.

Sofern diese Messung computergesteuert durchgeführt werden kann, könnte dieses Meßprogramm innerhalb zweier Tage abgeschlossen werden. Im manuellen Betrieb sind sowohl für die Datennahme als auch für die Datenauswertung jeweils ein Vielfaches der Zeit einzuplanen. Die Durchführung dieses Meßprogrammes erfordert somit den Einbau einer Schnittstelle für die Schrittmotorsteuerungen und das Erstellen einer geeigneten Steuerungssoftware.

- Durchführung mehrerer Nullmessungen zur Optimierung verschiedener Meßparameter, z. B. der Einschwingzeit des Frequenzgenerators.

Je Nullmessung mit veränderten Parametern werden 10 Tage Meßzeit benötigt. Durch die dadurch mögliche Optimierung der Parameter können eventuell die Meßzeiten bei nachfolgenden Messungen verringert werden. Einen Einfluß auf systematische Fehler haben diese Nullmessungen nicht.

- Messung der Pendeleigenfrequenzen mit unterschiedlichen Methoden.

Es stehen mehrere Meßmethoden zur Verfügung. Durch den Vergleich der Meßergebnisse können Meßfehler entdeckt werden. Zur Durchführung der drei im Folgenden beschriebenen Messungen sind etwa zwei Wochen nötig.

Bei den Meßreihen bis 1995 konnten die Pendeleigenfrequenzen nicht im Vakuum bestimmt werden, da die Wirbelstrombremse nicht motorbetrieben verfahren werden konnte, bis ihr Einfluß minimal wird. Zur Durchführung der Messung wurde die Wirbelstrombremse bei geöffnetem Kryostaten entfernt. Die Meßmethode war die folgende: Zur Messung der Eigenfrequenz eines Pendels wird dieses angestoßen und die Resonanzmode am Oszillographen beobachtet. Per Stoppuhr wird die Zeit für eine bestimmte Anzahl von Schwingungsperioden  $T$  gemessen.

Bei den letzten Meßreihen wurden die Eigenfrequenzen im Vakuum gemessen. Dazu wurde die Wirbelstrombremse in eine große Entfernung zu den Pendeln gefahren. Die Verwendung des Programmes 'reso.c' zur Messung der Resonanzfrequenz ist bei der dann auftretenden hohen Pendelunruhe nicht möglich. Ein Spezialprogramm 'resofast.c' stellt die Frequenz des Generators zum Meßbeginn in den Bereich der Resonanzmode. Dann wird mit hoher Taktrate die Diodenspannung ausgelesen, ohne die Generatorfrequenz zu verändern. Die Pendel werden für diese Messung nicht angestoßen. Die Diodenspannung wird durch die Pendelschwingungen moduliert. In dem durch eine Fourier-Transformation der Daten erhaltenen Frequenzspektrum sind die Eigenschwingungen der beiden Pendel als schmale Linien zu erkennen.

Eine weitere Methode, die bisher nicht angewendet worden ist, ist eine Abwandlung der letzteren: Das zu untersuchende Pendel wird angestoßen, so daß seine Schwingungsamplitude deutlich größer ist als die des zweiten Pendels. Mit dem Programm 'resofast.c' wird die Diodenspannung mit hoher Taktrate ausgelesen. Die Frequenz des Generators ist dabei etwa auf die Resonanzfrequenz in der Ruhelage des schwingenden Pendels eingestellt. Außerhalb der Ruhelage sinkt die Diodenspannung bis auf das Grundrauschen ab; bei jedem Durchgang der Ruhelage kommt es somit zu einem kurzen Meßsignal. Durch Auszählen dieser Signale in einer bestimmten Zeiteinheit kann die Pendeleigenfrequenz bestimmt werden.

- Bestimmung des Pendelabstandes an Luft über das Resonanzfrequenzspektrum und gleichzeitig mit der optischen Bank.

Mit dieser Messung wird gleichzeitig die optische Bank, die Methode zur Pendelabstandsmessung im Vakuum über das Resonanzfrequenzspektrum, sowie die Genauigkeit, mit der die Pendelgeometrie bekannt ist, überprüft.

Es ist eine Woche Meßzeit einzuplanen.

- Neubestimmung der Abmessungen und der Gewichte der Feldmassen.
- Bestimmung der Gravitationskonstanten bei unterschiedlichen Temperaturen des Aufbaus.

Bei künftigen Messungen kommt eine neu konstruierte Temperaturstabilisierung zum Einsatz, mit der die Temperatur innerhalb der Verkleidung des Experimentes innerhalb

0,1 °C eingestellt und konstant gehalten werden kann.

Zur Überprüfung eventueller Einflüsse, die zu einer Temperaturabhängigkeit der gemessenen Gravitationskonstante führen, muß dann die Temperatur gezielt um einige Grad Celsius variiert werden.

Es sind etwa 20 Tage Meßzeit einzuplanen.



# Kapitel 6

## Ergebnisse

### 6.1 Messungen zur Bestimmung von G

Im März 1998 konnte mit den ersten Messungen nach dem Umbau begonnen werden. Sie dienten anfänglich dazu, neue Hard- und Softwarekomponenten zu testen und zu optimieren. Drei Monate lang wurden kontinuierlich Änderungen vorgenommen, bis ab Ende Juni 1998 sämtliche Prozesse fehlerfrei und stabil liefen. Die Messungen ab diesem Datum können zur Bestimmung der Gravitationskonstanten verwendet werden. Es wurden dabei vier verschiedene Feldmassen-Positionen angefahren. Diese erste Meßreihe nach dem Umbau mußte Mitte September 1998 abgebrochen werden, da nach einem Defekt des Wirbelstrombremsen-Verstellmechanismus der Kryostat zur Reparatur geöffnet werden mußte.

Nach dem Öffnen des Kryostaten stellte sich heraus, daß der Spiegel eines Resonatorpendels in seiner Halterung um etwa 1 mm verschoben war. Dies führt zu einer relativen Fehlbestimmung der Gravitationskonstanten um etwa  $2,4 \cdot 10^{-3}$ . Die Ursache war eine gelöste Klebeverbindung, wodurch der Spiegel in der Halterung frei verschiebbar war. Beim Ein- und Ausbau des Einsatzes in den Kryostaten kommt es zu heftigen Schwingungen der Pendelkörper, die zu Stößen zwischen Resonatorspiegel und *Choke Junction* führen; bei gelöster Klebeverbindung kann dadurch der Spiegel in der beschriebenen Weise verschoben werden.

Beide Resonatorspiegel wurden daraufhin neu in ihren Halterungen verklebt und die Geometrien neu ausgemessen. Nach Verzögerungen aufgrund von Problemen mit dem Vakuumsystem konnte im Januar 1999 mit einer neuen Meßreihe begonnen werden, in der zwei Feldmassen-Positionen angefahren wurden.

Die Ergebnisse beider Meßreihen sind in Abbildung 6.1 dargestellt. Es ist dabei die relative Abweichung

$$\Delta G_{rel} = \frac{G_{exp} - G_{ref}}{G_{ref}} = \frac{\Delta f_{exp} - \Delta f_{ref}}{\Delta f_{ref}} \quad (6.1)$$

des gemessenen Wertes der Gravitationskonstanten vom Literaturwert in Abhängigkeit des Schwerpunktsabstandes  $r$  der Feldmassen zum Resonator dargestellt. Bei der Berechnung der Referenzwerte wurde dabei von einer korrekten Position der Resonatorspiegel in der Halterung ausgegangen.

Die Daten der Meßreihe 1998 wurden dabei in einen Teil vor der Bestimmung der Pendelschwingungsdauern (I) und einen danach (II) eingeteilt und getrennt ausgewertet. Zur Bestimmung der Pendelschwingungsdauer wurde bei dieser Meßreihe die Wirbelstrombremse in eine entfernte Position gebracht und der betreffende Pendelkörper durch einen Stoß

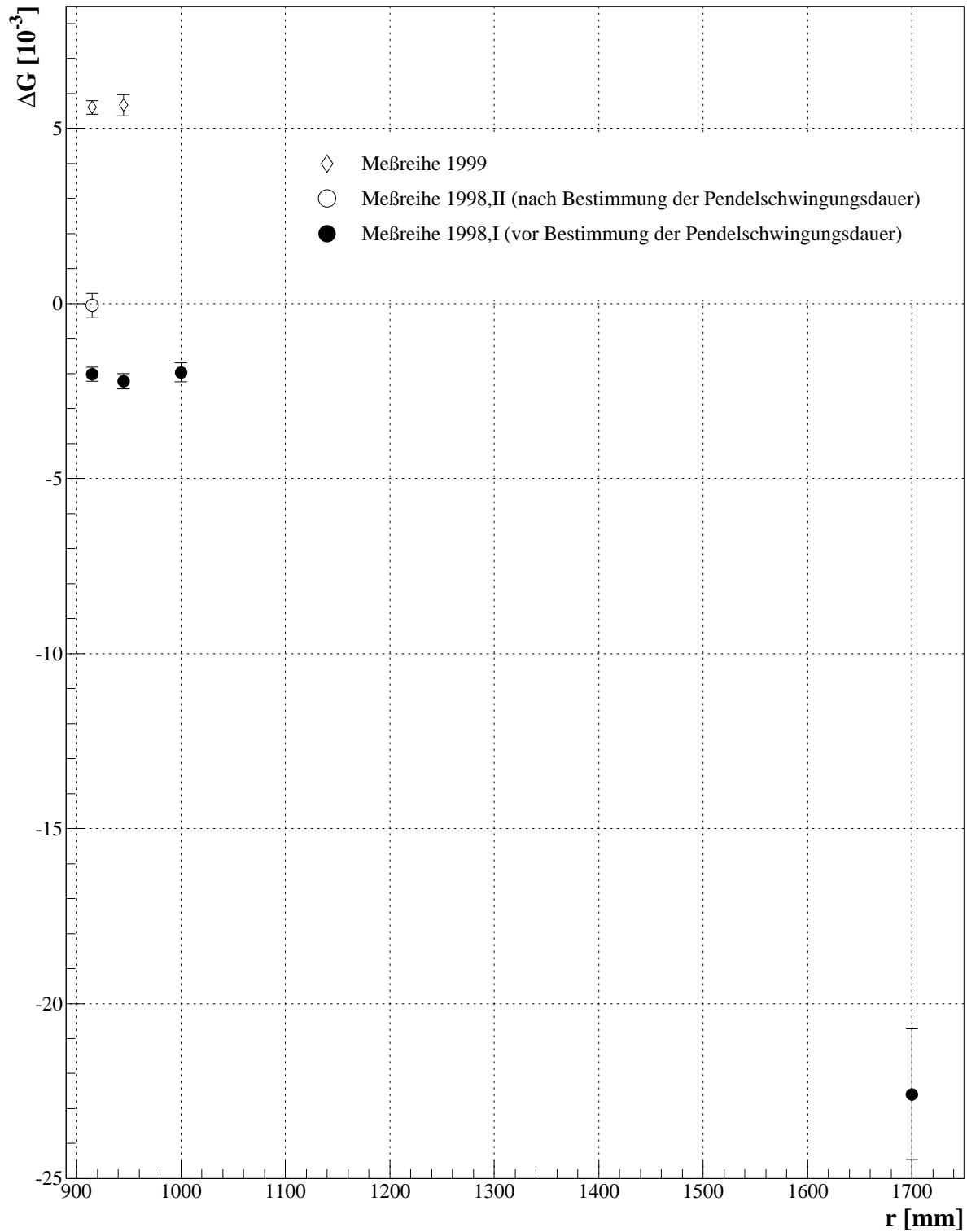


Abbildung 6.1: Ergebnisse der Gravitationsmessungen 1998 und 1999. Aufgetragen ist die relative Abweichung  $\Delta G_{rel} = \frac{\Delta f_{exp} - \Delta f_{ref}}{\Delta f_{ref}}$  der gemessenen Werte  $G$  vom Literaturwert in Abhängigkeit von der Position der Feldmassen. Die eingezeichneten Fehlerbalken geben die statistischen Fehler wieder.

mit dem *Choke Junction* zum Schwingen gebracht. Aufgrund der gelösten Klebeverbindung zwischen dem Resonatorspiegel eines Pendelkörpers und seiner Halterung konnte dadurch der Spiegel weiter in der Halterung verschoben werden, womit diese Trennung der Daten sinnvoll ist. Außerdem mußten nach dieser Bestimmung die *Choke Junctions* neu positioniert werden, was bei allen bisher durchgeführten Meßreihen über eine visuelle Kontrolle der Amplitude des Resonanzmodes am Oszillographen erfolgt ist.

Die drei Datensätze unterscheiden sich jeweils um mehrere  $10^{-3}$ , bei einer angestrebten Genauigkeit von  $10^{-4}$ . Der erste Datensatz, bei dem vier verschiedene Feldmassen-Positionen angefahren wurden, zeigt bei den vorderen drei Positionen ein konsistentes Verhalten. Die Werte bei Position  $r = 1700$  mm unterscheiden sich aber von den vorderen bei  $r \approx 950$  mm um etwa  $20 \cdot 10^{-3}$ ; die Entfernungsabhängigkeit der Gravitationskonstanten ist somit etwa zehnmal so stark ausgeprägt wie vor dem Umbau, bei umgekehrtem Vorzeichen. Offensichtlich ist die Qualität der Daten schlechter als vor dem Umbau. Die nicht korrekte Positionierung eines Resonatorspiegels in der Halterung in der Meßreihe 1998 kann weder diese Entfernungsabhängigkeit noch den Unterschied der drei Datensätze untereinander erklären. Eine Berücksichtigung der inkorrekten Spiegelpositionierung führt sogar zu einer Verringerung der erhaltenen Werte; der Unterschied zwischen den Meßreihen 1998 und 1999 ist somit noch größer als in Abbildung 6.1 dargestellt. Die Ursache für dieses Verhalten der Daten soll im Folgenden diskutiert werden.

In Abbildung 6.2 sind beispielhaft die Verteilungen der Einzelwerte der Meßreihe 1998,I für die vier angefahrenen Positionen der Feldmassen dargestellt. Alle Verteilungen zeigen ein gaußförmiges Verhalten, bei  $r = 1700$  mm sind jedoch zwei Maxima auszumachen. Es stellt sich heraus, daß dies ein Temperatureffekt ist.

In Abbildung 6.3 ist die Temperaturabhängigkeit der gemessenen Gravitationskonstanten bei verschiedenen Datensätzen und Feldmassen-Positionen dargestellt. Die Werte der Einzelmessungen sind dabei gegen die Temperatur des Kryostatdeckels aufgetragen; aufgrund des ähnlichen Temperaturverlaufes ergeben sich bei Betrachtung der Temperaturen der Zerodurplatte oder der beiden Feldmassen ähnliche Korrelationen. Bei den oberen beiden Graphiken handelt es sich um Daten der Meßreihe 1998,I. Die obere Graphik zeigt die Daten, die bei  $r = 915$  mm genommen wurden; die Daten bei  $r = 945$  mm und bei  $r = 1000$  mm zeigen ein ähnliches Verhalten. Bei einem Temperaturhub von etwa  $3,5$  °C ergibt sich  $\partial_T(\Delta f) = (-0,5 \pm 0,1)$  Hz/K beziehungsweise  $\partial_T(\Delta G) = (-0,4 \pm 0,2) \cdot 10^{-3}$ /K. Dies ist der gleiche Wert, der bei den Gravitationsmessungen 1995 gemessen worden ist, aber bei umgekehrtem Vorzeichen (Vgl. Abbildung 5.8). Die damalige Ursache, die temperaturbedingte Änderung des Feldmassenabstandes, kann nach dem Umbau ausgeschlossen werden. An dieser Stelle muß ausdrücklich betont werden, daß durch die übliche temperaturbedingte Resonanzfrequenzdrift keine Temperaturabhängigkeit der Gravitationskonstanten induziert werden kann. Das Vorhandensein einer gemessenen Temperaturabhängigkeit bedeutet einen unerkannten systematischen Fehler. Die Daten bei  $r = 1700$  mm, die in der mittleren Graphik dargestellt sind, ergeben  $\partial_T(\Delta f) = (-0,6 \pm 0,1)$  Hz/K und  $\partial_T(\Delta G) = (-5,3 \pm 0,2) \cdot 10^{-3}$ /K. In der unteren Graphik sind die Daten der Meßreihe 1998,II bei  $r = 945$  mm dargestellt. Sie ergeben  $\partial_T(\Delta f) = (-3,1 \pm 0,3)$  Hz/K und  $\partial_T(\Delta G) = (-2,5 \pm 0,2) \cdot 10^{-3}$ /K. Die Temperaturabhängigkeit von  $\Delta f$  ist also bei unterschiedlichen Datensätzen verschieden, innerhalb eines Datensatzes jedoch unabhängig von der angefahrenen Feldmassen-Position. Eine Erklärung dafür wird im Folgenden gegeben. Die Temperaturabhängigkeit von  $\Delta G$

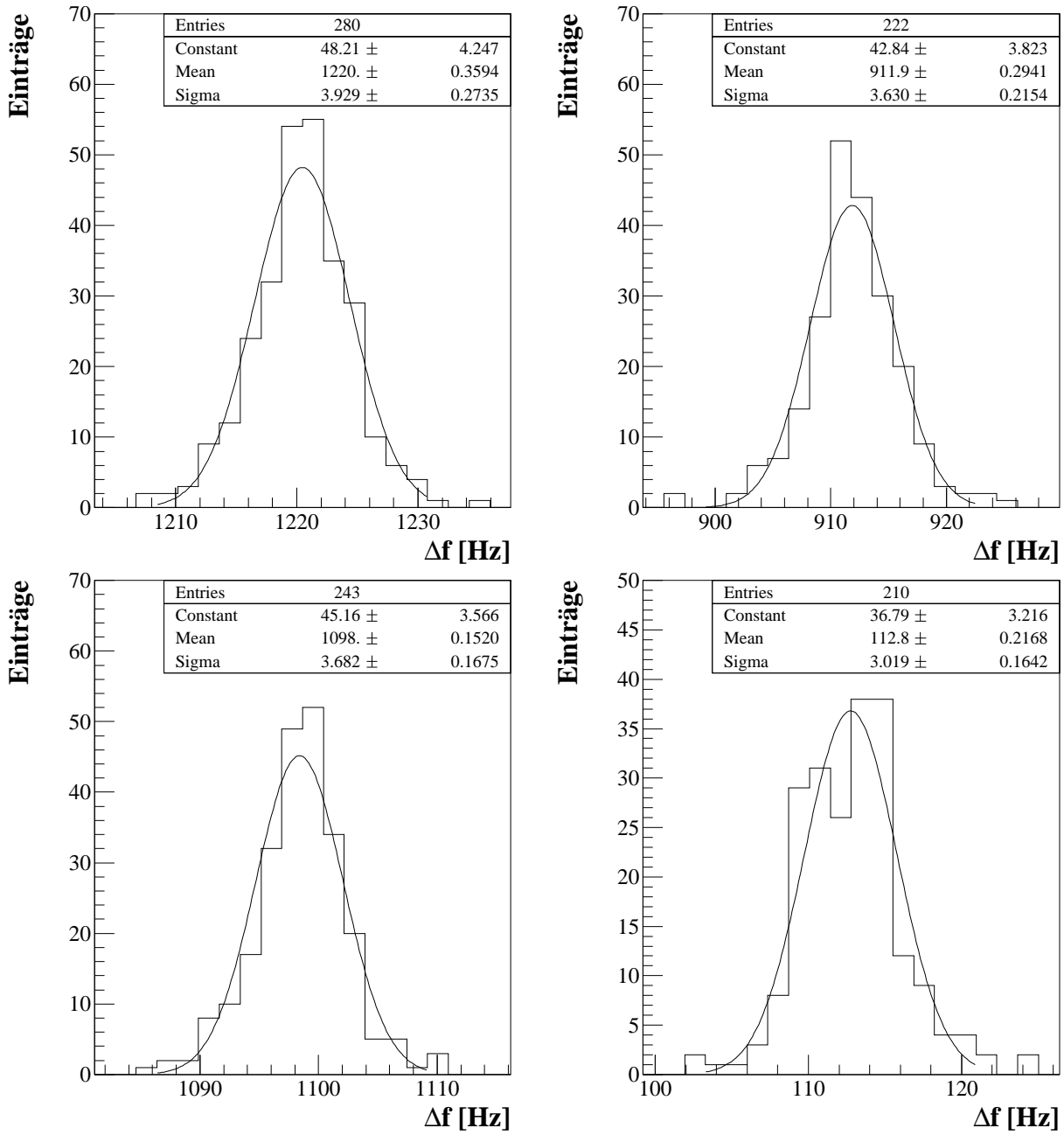


Abbildung 6.2: Verteilungen der Einzelwerte der Gravitationsmessung 1998,I bei den vier angefahrenen Feldmassenpositionen. Es sind die Werte der bei jedem Fahrzyklus gemessenen Resonanzfrequenzänderungen  $\Delta f_{exp}$  aufgetragen; die Gravitationsdaten  $\Delta G$  aus Abbildung 6.1 ergeben sich gemäß  $\Delta G_{rel} = \frac{\Delta f_{exp} - \Delta f_{ref}}{\Delta f_{ref}}$  mit folgenden Werten für  $\Delta f_{ref}$ :  $\Delta f_{ref}(915 \text{ mm}) = 1223,6 \text{ Hz}$ ,  $\Delta f_{ref}(945 \text{ mm}) = 1101,5 \text{ Hz}$ ,  $\Delta f_{ref}(1000 \text{ mm}) = 914,2 \text{ Hz}$  und  $\Delta f_{ref}(1700 \text{ mm}) = 115,4 \text{ Hz}$ .

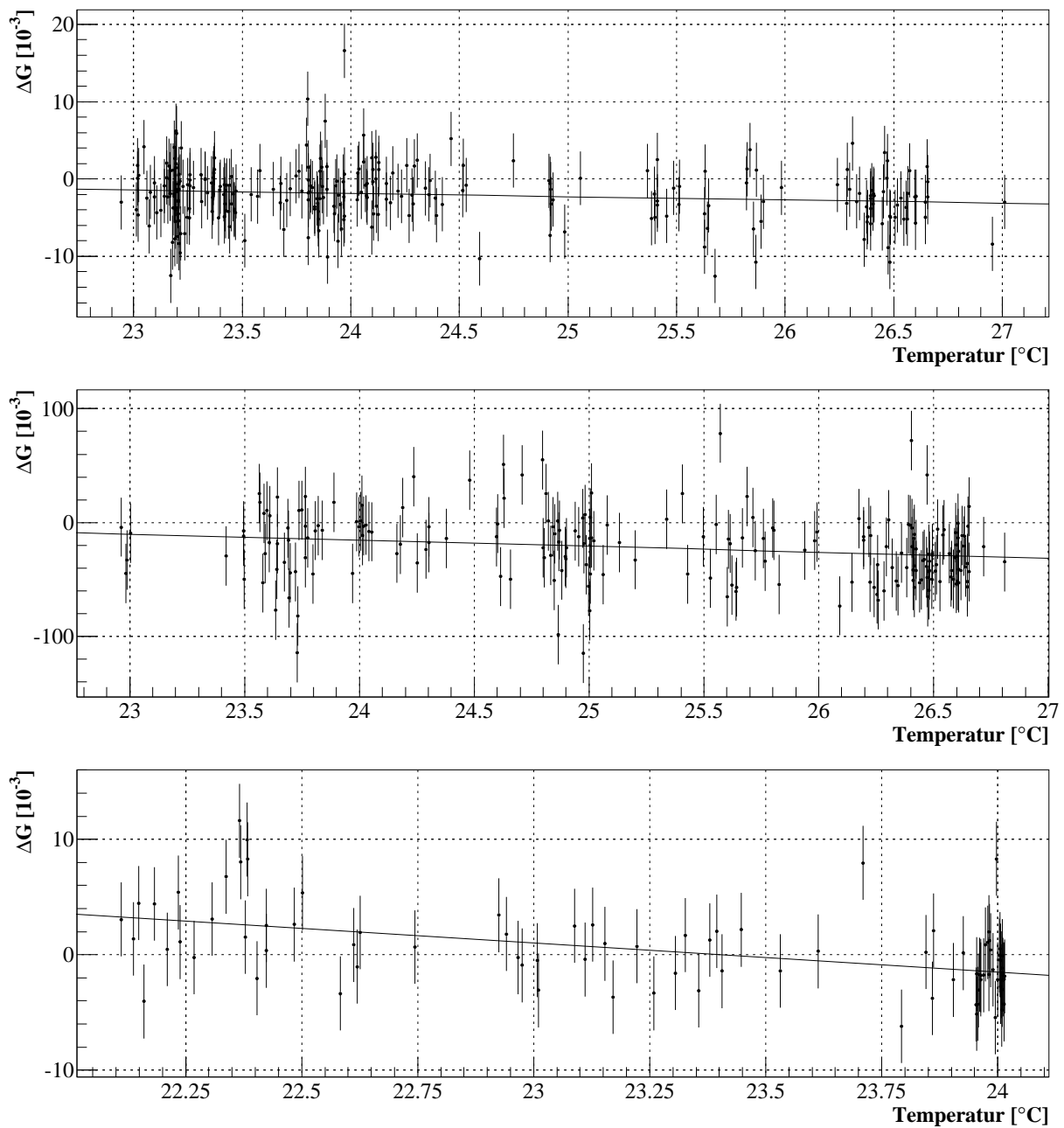


Abbildung 6.3: Temperaturabhängigkeit der Gravitationswerte. Dargestellt sind die Einzelwerte von  $\Delta G$  in Abhängigkeit von der Temperatur des Kryostatdeckels. Bei den oberen beiden Graphiken handelt es sich um Daten der Meßreihe 1998,I und bei der unteren um Daten der Meßreihe 1998,II. Oben:  $r=915$  mm, Mitte:  $r=1700$  mm, unten:  $r=915$  mm. Zusätzlich eingezeichnet ist jeweils die berechnete Anpassungsgerade. Die Werte der Geradensteigungen  $\partial_T(\Delta G)$  betragen (von oben nach unten):  $(-0,4 \pm 0,2) \cdot 10^{-3}/\text{K}$ ,  $(-5.3 \pm 0,2) \cdot 10^{-3}/\text{K}$  und  $(-2.5 \pm 0,2) \cdot 10^{-3}/\text{K}$ .

ist auch bei unterschiedlichen Entfernungen und gleichem Datensatz verschieden. Dies liegt daran, daß  $\Delta G$  nach Gleichung 6.1 im Gegensatz zu  $\Delta f$  eine relative Größe ist; wegen  $\Delta f_{ref}(915 \text{ mm}) \approx 1223,6 \text{ Hz}$  und  $\Delta f_{ref}(1700 \text{ mm}) \approx 115,4 \text{ Hz}$  gilt

$$\frac{\partial_T[\Delta G(r = 1700 \text{ mm})]}{\partial_T[\Delta G(r = 915 \text{ mm})]} \approx 10,6$$

sofern  $\partial_T[\Delta f(r = 1700 \text{ mm})] \approx \partial_T[\Delta f(r = 915 \text{ mm})]$ .

Die Temperaturabhängigkeit der gemessenen Werte der Gravitationskonstanten sowie die Abweichungen der Werte der einzelnen Datensätze kann durch die in Kapitel 5.2 beschriebene Abhängigkeit  $\partial_d(f)$  der Resonanzfrequenz  $f$  vom Abstand  $d$  des *Choke Junctions* zum Resonatorspiegel erklärt werden. Im Folgenden wird dies auch der *Choke Junction*-Effekt genannt werden.

Die im Zuge des allgemeinen Umbaus des experimentellen Aufbaus durchgeführte Veränderung der Einkopplung der Mikrowellen in den Resonator führte bei den bisher durchgeführten Meßreihen nicht zu der erwarteten Verbesserung des Einkoppelverhaltens mit entsprechend verringerten Werten  $\partial_d(f)$ , sondern im Gegenteil zu einer dramatischen Verschlechterung mit Werten für  $\partial_d(f)$ , die bis zu einem Faktor 70 größer sind als vor dem Umbau. Abbildung 5.12 auf Seite 88 zeigt das Verhalten von  $\partial_d(f)$  bei den Meßreihen nach dem Umbau. Dieses Verhalten führt zu einem systematischen Fehler in der Bestimmung von  $G$ , da das Meßsignal, die Änderung  $\Delta f$  der Resonanzfrequenz, nicht nur durch eine Änderung  $\Delta b$  des Pendelabstandes, sondern zusätzlich durch eine Änderung  $\Delta d$  des Abstandes des *Choke Junctions* zum Resonatorspiegel erzeugt wird:

$$\Delta f = \Delta f(\Delta b) + \partial_d(f)_{Pendel1} \cdot \Delta d_{Pendel1} + \partial_d(f)_{Pendel2} \cdot \Delta d_{Pendel2}. \quad (6.2)$$

Dabei ist die Änderung  $\Delta d$  des Abstandes zurückzuführen auf die Änderung des Pendelabstandes aufgrund des zu messenden Gravitationseffektes und zusätzlich auf eine nicht auszuschließende Neigung des Kryostaten beim Verfahren der Feldmassen:

$$\Delta d = \frac{1}{2}\Delta b + \Delta d_{Neigung}, \quad \text{mit} \quad \Delta d_{Neigung, Pendel1} = -\Delta d_{Neigung, Pendel2}. \quad (6.3)$$

Abbildung 5.12 zeigt, daß  $\partial_d(f)$  nicht konstant ist, sondern deutlich abhängig von  $d$ :  $\partial_d^2(f) \neq 0$ . Dies führt zu dem, daß bei unterschiedlichen Datensätzen, in denen die *Choke Junctions* anders positioniert sind,  $\partial_d(f)$  unterschiedliche Werte annimmt und somit der Meßfehler und letztlich der Meßwert unterschiedlich ausfällt. Je nach Positionierung können sämtliche Werte im Intervall  $[-100;100] \text{ Hz}/\mu\text{m}$  auftreten. Die drei Meßreihen nach dem Umbau zeigen bei  $r=915 \text{ mm}$  relative Abweichungen bis  $5,5 \cdot 10^{-3}$  vom Literaturwert beziehungsweise Abweichungen  $\delta(\Delta f) = \Delta f_{exp} - \Delta f_{ref}$  von bis zu 6,7 Hz. Unter der Annahme, daß diese Abweichung durch Gleichung 6.2 beschrieben werden kann und beide Pendel zu gleichen Effekten führen, ergibt sich aus  $|\partial_d(f)| \leq 100 \text{ Hz}/\mu\text{m} \rightsquigarrow \Delta d \geq 34 \text{ nm}$ . Aus Gleichung 6.3 läßt sich dann mit  $\Delta b(r=915 \text{ mm}) \approx 13 \text{ nm}$  die Änderung des Abstandes aufgrund der Turmneigung zu  $\Delta d_{Neigung}(r=915 \text{ mm}) \geq 28 \text{ nm}$  abschätzen. Diese Turmneigung wurde dazu konsistent bisher auf kleiner als 50 nm abgeschätzt und führt bei Abwesenheit des *Choke Junction*-Effektes — wie es bei künftigen Meßreihen zu erwarten ist — zu einem relativen Fehler in  $G$  von etwa  $10^{-4}$  (nach [33]). Die Unterschiede zwischen den drei bisher nach dem

Umbau durchgeführten Datensätzen können somit durch den *Choke Junction*-Effekt erklärt werden. Es kann davon ausgegangen werden, daß der *Choke Junction*-Effekt bei künftigen Messungen minimiert werden kann und dann eine deutlich bessere Reproduzierbarkeit zwischen verschiedenen Datensätzen erzielt wird.

Bei  $r=1700$  mm ist die auftretende Turmneigung kleiner als bei  $r=915$  mm, außerdem gilt  $\Delta b(r=1700 \text{ mm}) \approx 1,2 \text{ nm}$ . Unter der Annahme, daß die beobachtete relative Abweichung des Gravitationswertes vom Literaturwert von  $-23 \cdot 10^{-3}$  bei  $r=1700$  mm durch Gleichung 6.2 hinreichend beschrieben wird, ergibt sich:  $\Delta d_{\text{Neigung}}(r=1700 \text{ mm}) \geq 12 \text{ nm}$ . Ein solcher Wert läßt sich zum gegenwärtigen Zeitpunkt nicht ausschließen und führt bei Abwesenheit des *Choke Junction*-Effektes zu einem relativen Fehler von etwa  $(2-3) \cdot 10^{-4}$  bei  $r=1700$  mm.

Zum anderen bedeutet  $\partial_d^2(f) \neq 0$  auch eine Temperaturabhängigkeit des Meßfehlers und somit des Meßwertes, denn der Abstand  $d$  des einkoppelnden *Choke Junctions* zum Resonatorspiegel ist eine Variable der Temperatur des Kryostatdeckels:  $\partial_T(d) \neq 0 \rightsquigarrow \partial_T[\partial_d(f)] \neq 0$ . Dies liegt daran, daß der Hohlleiter, über den die Mikrowellen transportiert werden, innerhalb des Kryostaten an zwei Punkten fixiert ist: am Kryostatdeckel bei der Durchführung des Hohlleiters durch diesen, und in der Nähe des *Choke Junctions* durch die Verbindung zu den Schrittmotoren, mit denen die Position der *Choke Junctions* verstellt wird. Ändert sich die Position der oberen Fixierung durch Temperatúrausdehnung des Kryostatdeckels, so ändert sich auch der Abstand  $d$ . Die gemessene Temperaturabhängigkeit der Gravitationskonstanten  $\partial_T(\Delta G)$  beziehungsweise  $\partial_T(\Delta f)$  kann durch  $\partial_T[\partial_d(f)] \neq 0$  erklärt werden. Zu den unterschiedlichen Werten der Temperaturabhängigkeit bei unterschiedlichen Datensätzen kommt es wiederum durch den unterschiedlichen Abstand  $d$  und den dadurch auftretenden unterschiedlichen Werten  $\partial_d^2(f)$  und entsprechend  $\partial_T[\partial_d(f)]$ . Bei künftigen Messungen mit minimiertem *Choke Junction*-Effekt sollte eine Temperaturabhängigkeit der Gravitationskonstanten nicht meßbar sein. Die Größe der temperaturbedingten Änderung des Einkoppelspaltes  $\partial_T(d)$  kann aus den Werten der Temperaturabhängigkeit leider nicht abgeschätzt werden, da aus Abbildung 5.12 aufgrund zu geringerer Auflösung  $\partial_d^2(f)$  nicht ermittelt werden kann.

Die einzelnen Gravitationsdaten beziehungsweise  $\Delta f$ -Werte können um die jeweils gemessene Temperaturabhängigkeit korrigiert werden. Abbildung 6.4 zeigt die Verteilungen der Einzelmessungen aus Abbildung 6.2 nach einer Temperaturkorrektur auf  $23^\circ\text{C}$ . Alle Verteilungen weisen nach der Temperaturkorrektur eine schmalere Halbwertsbreite auf. In Abbildung 6.5 werden die Ergebnisse der Meßreihe 1998 (I und II) nach der Temperaturkorrektur dargestellt. Im Vergleich zu den unkorrigierten Daten aus Abbildung 6.1 ist ein konsistenteres Verhalten zu erkennen.

Aufgrund der in diesen Datensätzen auftretenden unerwartet hohen Werte von  $\partial_d(f)$  und dem daraus resultierenden systematischen Fehler kann somit aus den bisher nach dem Umbau genommenen Daten die Gravitationskonstante  $G$  nur mit einer enttäuschenden Genauigkeit von etwa  $7 \cdot 10^{-3}$ , also 7000 ppm, bestimmt werden. Dies entspricht der statistischen Genauigkeit des vor 200 Jahren von Cavendish veröffentlichten Wertes von  $G$ . Innerhalb dieser Genauigkeit kann keiner der veröffentlichten Werte aus Abbildung 1.1 ausgeschlossen werden.

Da aber nun die Ursache dieses — durch den Umbau erst in dieser Größenordnung entstandenen — systematischen Fehlers bekannt ist, ist eine optimistische Aussicht auf die folgenden Meßreihen angebracht. Es ist zu erwarten, daß die Werte von  $\partial_d(f)$  durch geeignete Maßnahmen deutlich unter die Werte gesenkt werden können, die vor dem Umbau gemessen worden sind, so daß der entsprechende systematische Fehler unter  $1 \cdot 10^{-5}$  gehalten werden

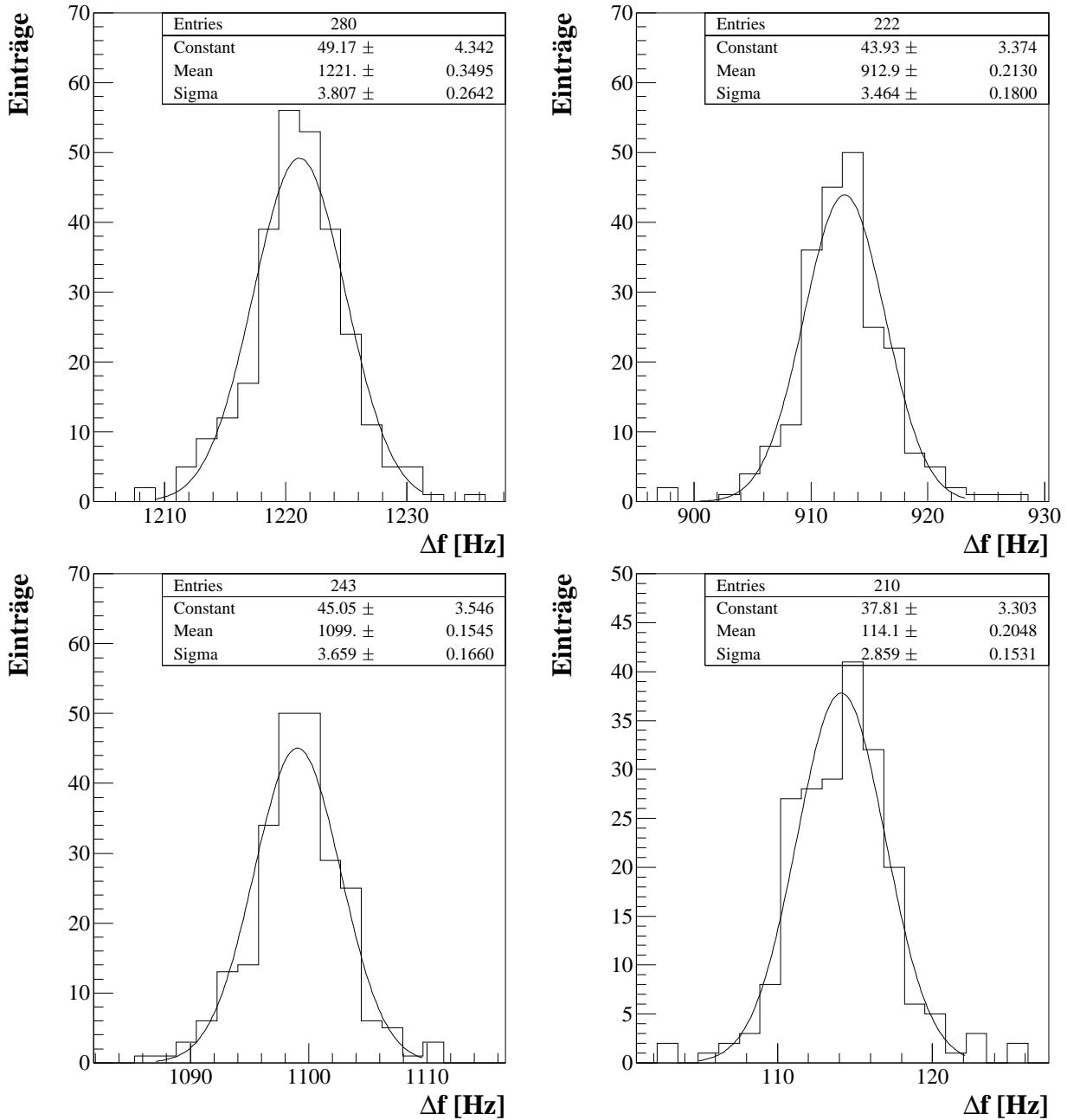


Abbildung 6.4: Verteilungen der temperaturkorrigierten Einzelwerte der Gravitationsmessung 1998, I. Diese Abbildung entspricht Abbildung 6.2, die Einzelwerte sind jedoch auf die gemessenen Temperaturabhängigkeiten bei einer Referenztemperatur von 23 °C korrigiert. Alle Verteilungen weisen dadurch eine schmalere Halbwertsbreite auf.



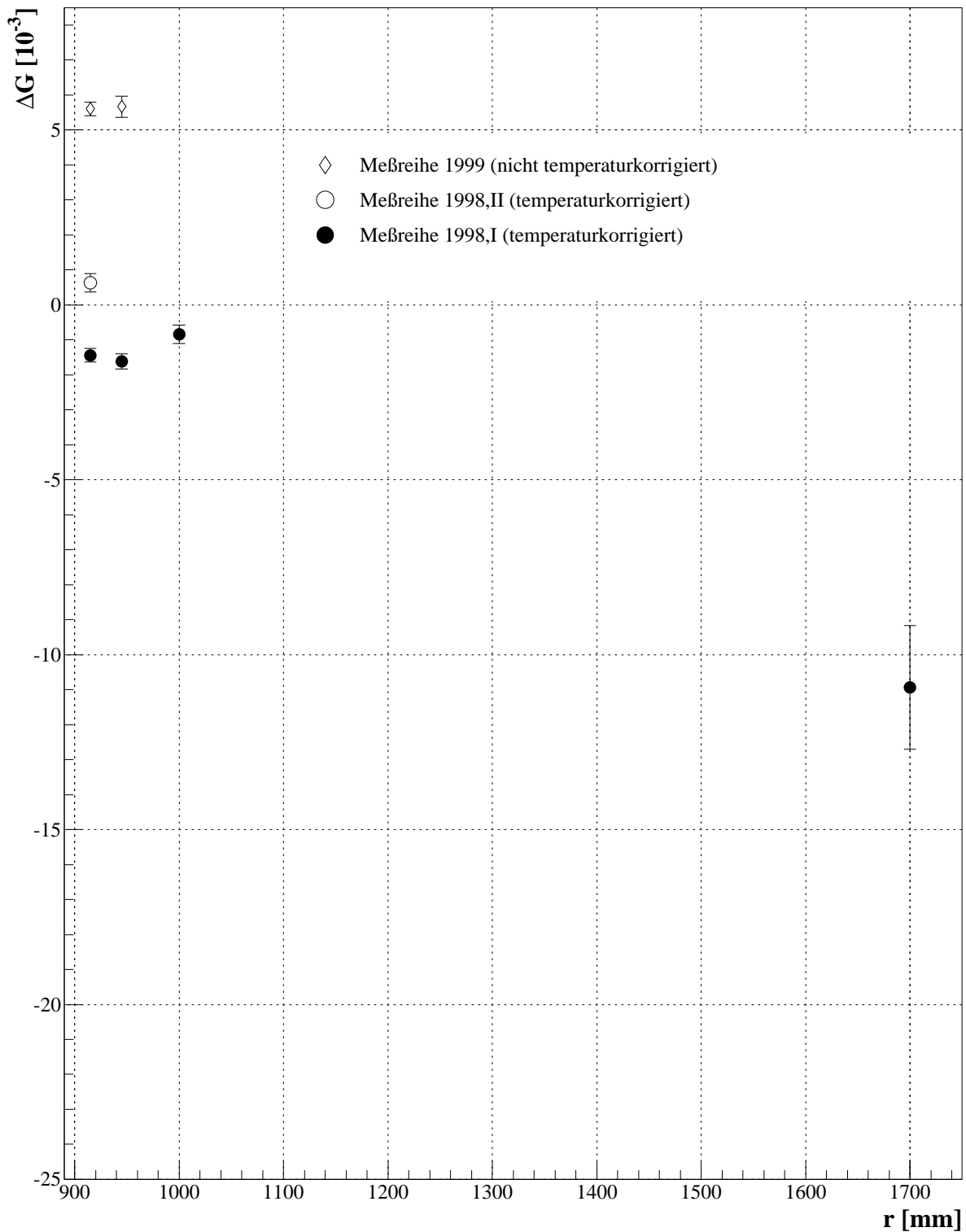


Abbildung 6.5: Temperaturkorrigierte Ergebnisse der Gravitationsmessungen 1998 und 1999. Diese Abbildung entspricht Abbildung 6.1, die Daten der Meßreihe 1998 (I und II) sind jedoch auf die gemessenen Temperaturabhängigkeiten bei einer Referenztemperatur von  $23^\circ\text{C}$  korrigiert. Die Daten der Meßreihe 1999 wurden nicht temperaturkorrigiert, da aufgrund der hohen Temperaturkonstanz bei dieser Meßreihe die Temperaturabhängigkeit nicht ausreichend genau bestimmt werden kann.

kann. Das Experiment hat nach dem im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Umbau das Potential, die Gravitationskonstante mit einer relativen Genauigkeit von besser als  $1 \cdot 10^{-4}$  zu bestimmen. Die kommenden Meßreihen versprechen sehr interessant zu werden.

# Kapitel 7

## Zusammenfassung und Ausblick

Die Gravitationskonstante  $G$  ist eine der am wenigsten genau bekannten Fundamentalkonstanten. Der 1986 von der CODATA als Literaturwert empfohlene Wert hat eine angegebene Genauigkeit von 128 ppm. In den Jahren nach 1986 veröffentlichte Ergebnisse verschiedener Gruppen, deren Genauigkeit jeweils mit etwa 100 ppm angegeben wurde, unterscheiden sich um bis zu 7400 ppm. Dies legt den Schluß nah, daß in sämtlichen Experimenten noch unverstandene systematische Fehler verborgen liegen. Die Gravitationskonstante ist somit im Moment nur mit einer höheren Unsicherheit als 128 ppm bekannt.

Auch in Wuppertal wird seit 1987 an der Bestimmung der Gravitationskonstanten gearbeitet. Das Wuppertaler Experiment bedient sich dabei eines grundlegend anderen Prinzips als alle anderen Experimente. Der Abstand zweier als Fadenpendel aufgehängter Resonatorspiegel wird durch die gravitative Wechselwirkung mit ein oder zwei Feldmassen variiert. Aus der mit hoher Auflösung meßbaren Änderung der Resonanzfrequenz kann die Gravitationskonstante bestimmt werden. Die Schwerpunktsabstände zwischen Feldmasse und Resonator liegen dabei mit 0,7 m bis 2,2 m in einem selten untersuchten Bereich. Da  $G$  in verschiedenen Schwerpunktsabständen bestimmt werden kann, bietet sich die Möglichkeit, die Entfernungsabhängigkeit der Gravitationskraft zu überprüfen, sowie systematische Fehlerquellen zu entdecken.

1995 wurde ein Ergebnis mit einer angegebenen systematischen Genauigkeit von 120 ppm veröffentlicht. Kurz darauf gab es jedoch Hinweise, die einen deutlich höheren Fehler vermuten ließen. Die in der vorliegenden Schrift behandelte Arbeit setzte an dieser Stelle ein mit einer gründlichen Fehleranalyse des Experimentes. In einer eingehenden Analyse der damals vorliegenden Daten, zu deren Durchführung eine verbesserte Analysemethode entwickelt wurde, und begleitender systematischer Untersuchungen konnten die wichtigsten Fehlerquellen identifiziert werden. Zur Minimierung der erkannten systematischen Fehler, die hauptsächlich auf metrologische Unzulänglichkeiten zurückzuführen waren, wurden neue Meßgeräte konstruiert und in das Experiment eingebracht. Um eine reibungslose Durchführung der Messungen mit hoher Statistik und eine weitgehend automatische Datenanalyse ermöglichen zu können, wurden die gesamte Datennahme sowie die Analyseprogramme erneuert.

Der Umbau des Experimentes ist nun abgeschlossen; in den zwei seitdem durchgeführten Meßreihen konnten die Hard- und Softwarekomponenten soweit optimiert werden, daß eine stabile Datennahme möglich ist. Die bisher genommenen Daten zeigen, daß die Taktung der Resonanzfrequenzdaten im Gegensatz zur alten Datennahme präzise ist und somit nun

Zeitreihenanalysen durchgeführt werden können. Weiterhin konnten keine plötzlichen Resonanzfrequenzsprünge beobachtet werden, die in den alten Datensätzen in unregelmäßigen Abständen auftraten und zu Meßfehlern führen konnten. Bei den durchgeführten Meßreihen zur Bestimmung der Gravitationskonstanten mußte jedoch festgestellt werden, daß der Meßfehler der Meßreihen nach dem Umbau deutlich größer ist als der vor dem Umbau. Die Fehlerquelle konnte aber mittlerweile identifiziert werden und sollte bei künftigen Messungen keine Rolle spielen.

In Tabelle 7.1 sind alle maßgeblichen systematischen Fehler aufgeführt. Es werden jeweils Fehler angegeben für die Messungen 1994/1995, 1998/1999, sowie die zu erwartenden Fehler bei künftigen Messungen. Bei den Messungen der Jahre 1994/1995 wird jeweils der damals abgeschätzte, sowie der nach heutigem Wissen damals vorliegende systematische Fehler angegeben. Festzustellen ist, daß der 1992 in [32] angegebene Meßfehler bei Verwendung nur einer Feldmasse von 1000 ppm auf etwa 4500 ppm angehoben werden muß. Ursache dafür ist vor allem eine damals überschätzte Genauigkeit der Abstandsbestimmung zwischen der Feldmasse und den im Vakuumtank angebrachten Resonatorpendeln. Auch der 1995 in [33] angegebene Meßfehler bei Verwendung zweier Feldmassen von 120 ppm muß auf mindestens 850 ppm angehoben werden. Maßgeblich hierbei ist eine damals überschätzte Genauigkeit der Abstandsbestimmung beider Feldmassen.

Bei den bisher nach dem Umbau durchgeführten Messungen muß ein Meßfehler von etwa 7000 ppm angegeben werden. Die Ursache hierfür liegt an einem einzigen systematischen Fehler, der durch eine eher kleinere Änderung am Aufbau etwa um den Faktor 30 erhöht worden ist. Es handelt sich dabei um die Einkopplung der Mikrowellen in den Resonator, wie in Abschnitt 6.1 beschrieben. Es ist zu erwarten, diesen Fehler bei künftigen Messungen auf unter 10 ppm reduzieren zu können. Die nächstwichtigen Fehlerquellen sind dann die Geometrie der Feldmassen und Auswirkungen einer eventuellen longitudinalen Dichteänderung der Feldmassen, die gleichfalls durch geeignete Messungen auf unter 10 ppm gesenkt werden können. Der dann verbleibende größte systematische Fehler ist auf die Neigung des Turmes, an dem der Kryostat aufgehängt ist, beim Verfahren der Feldmassen zurückzuführen. Der angegebene Fehler ist eine Abschätzung, und kann durch entsprechende systematische Untersuchungen möglicherweise weiter gesenkt werden. Insgesamt erscheint bei künftigen Messungen ein systematischer Fehler von 110 ppm realistisch; falls die Neigung des Turmes nachweislich zu einem geringeren Fehler führt, als bisher abgeschätzt, ist sogar ein kleinerer Gesamtfehler möglich. Ein Ergebnis mit einer solchen Genauigkeit ist auch heute noch im internationalen Vergleich konkurrenzfähig und somit ein wichtiger Beitrag zur Bestimmung der Gravitationskonstanten. Erst durch die im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführten Verbesserungen hat das Wuppertaler Experiment nun das Potential, die Gravitationskonstante  $G$  mit einer Genauigkeit von etwa 100 ppm zu bestimmen.

Meßgröße	Fehler 94/95 [33]		Fehler 94/95		Fehler 98/99		zu erwarten	
	Absolut	$\sigma$ (G) [ppm]	Absolut	$\sigma$ (G) [ppm]	Absolut	$\sigma$ (G) [ppm]	Absolut	$\sigma$ (G) [ppm]
<b>SP-Abstand der FM</b> FM-Geometrie Longit. Dichteänd. der FM Messung mit opt. Bank Best. des verf. Weges		<b>36</b> 36 (+18)	<b>400 <math>\mu</math>m</b> 70 $\mu$ m < 150 $\mu$ m > 200 $\mu$ m 300 $\mu$ m	<b>800</b> 140 <300 >400 600	<b>167 <math>\mu</math>m</b> 70 $\mu$ m < 150 $\mu$ m 20 $\mu$ m 6 $\mu$ m	<b>334</b> 140 <300 40 12	<b>10 <math>\mu</math>m</b> 5 $\mu$ m < 5 $\mu$ m 5 $\mu$ m 6 $\mu$ m	<b>20</b> 10 <10 10 12
	25 $\mu$ m / 300mm	17						
		<b>28</b> 28 5						<b>28</b> 28 5
<b>SP-Abstand b der Pendel</b> Pendel-Geometrie Messung über Spektrum								
<b>Abstand Pendel - FM</b> bei zwei Feldmassen <i>bei einer Feldmasse</i>			<b>8 <math>\mu</math>m</b> <b>8 <math>\mu</math>m</b>	<b>10</b> <b>4000</b>	<b>1mm</b>	<b>10</b>	<b>1mm</b>	<b>10</b>
<b>Gewicht der Feldmassen</b>		<b>9</b>	<b>5g</b>	<b>52</b>	<b>&lt;30g</b>	<b>52</b>	<b>5g</b>	<b>9</b>
<b>Pendeleigenfrequenzen <math>\omega_0</math></b>		<b>8</b>	<b>8 <math>\mu</math>Hz</b>	<b>8</b>		<b>8</b>		<b>8</b>
<b>Magn. Kräfte zwischen Bremse und Pendelkörper</b>		<b>&lt;10</b>		<b>?</b>	<b>?</b>	<b>?</b>		<b>&lt;10</b>
<b>Pendelseilkorrektur</b>		<b>10</b>	<b>?</b>	<b>?</b>	<b>?</b>	<b>?</b>		<b>10</b>
<b>Umrechnungsfaktor <math>\beta</math></b>	<b>6nm/kHz</b>	<b>5</b>		<b>5</b>		<b>5</b>		<b>5</b>
<b>Numerische Integration <math>\beta</math></b>		<b>&lt;1</b>		<b>&lt;1</b>		<b>&lt;1</b>		<b>&lt;1</b>
<b>Messung von <math>\Delta f</math></b> bei zwei Feldmassen <i>bei einer Feldmasse</i> $\partial_d(\Delta f)$ (Choke Junctions) bei zwei Feldmassen <i>bei einer Feldmasse</i> Turmneigung bei zwei Feldmassen <i>bei einer Feldmasse</i>		<b>100</b> <b>150</b>		<b>280</b> <b>2000</b>		<b>7000</b>		<b>&lt;100</b>
<b>gesamt (2 FM)</b> <b>gesamt (1 FM)</b>		<b>100</b> <b>150</b>	<b>0,2Hz</b> <b>2Hz</b>	<b>100</b> <b>1500</b>	<b>?</b>	<b>?</b>		<b>&lt;100</b>
<b>gesamt (2 FM)</b> <b>gesamt (1 FM)</b>		<b>120</b> <b>174</b>		<b>&gt;850</b> <b>4500</b>		<b>7000</b>		<b>110</b>

Tabelle 7.1: Die maßgeblichen Quellen systematischer Fehler bei der Bestimmung von  $G$ .



# Literaturverzeichnis

- [1] S. I. Newton. *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*. London (1686) [1](#)
- [2] S. I. Newton. *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*. ed. J.P. Wolfers, Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft (1963) [1](#)
- [3] H. Cavendish. Phil. Trans. R. Soc. London **88**, 469 (1798) [1](#)
- [4] E.R. Cohen, B.N. Taylor. Rev. Mod. Phys. **59**, 1121 (1987) [1](#), [1](#)
- [5] G. G. Luther, W. R. Towler. *Redetermination of the Newtonian Gravitational Constant*. Phys. Rev. Lett. **48**(3), 121 (1982) [1](#), [1](#)
- [6] B.E. Clotfelter. Am. J. Phys. **55**(3), 210 (1987) [1](#)
- [7] C.V. Boys. Phil. Trans. R. Soc. London **186**(A), 1 (1895) [1](#)
- [8] F. Richarz, O. Krigar-Menzel. Abh. K. Akad. Wiss. Berlin, 1 (1898) [1](#)
- [9] P.R. Heyl, P. Chrzanowski. J. Res. Natl. Bur. Standards **29**, 1 (1942) [1](#)
- [10] C. Pontikis. C. R. Acad. Sci. **274**, 437 (1972) [1](#)
- [11] M.U. Sagitov, V.K. Milyukov, Y.A. Monakhov, V.S. Nazarenko, K.G. Tadzhidinov. Dokl. Akad. Nauk SSSR **245**, 567 (1979) [1](#)
- [12] O.V. Karagioz, A.H. Silin, V.P. Izmaylov. Izv. Acad. Sci. USSR, Phys. Solid Earth **17**, 66 (1981) [1](#)
- [13] G.G. Luther. *Proceedings of the Third Marcel Grossmann Meeting on General Relativity*, H. Ning (Editor). Science and North Holland: Beijing and Amsterdam, 827 (1983) [1](#)
- [14] H. Walesch, H. Meyer, H. Piel, J. Schurr. *The gravitational force at mass separations from 0.6 m to 2.1 m and the precise measurement of G* O. Fackler and J. Trinh Van, editors, Proceedings of the XXIXth Rencontre de Moriond (1994) [1](#), [2](#)
- [15] H. Walesch, H. Meyer, H. Piel, J. Schurr. IEEE Trans. Instrum. Meas. **44**, 491 (1995) [1](#), [2](#)
- [16] M.P. Fitzgerald, T.R. Armstrong. *Newton's Gravitational Constant with Uncertainty Less Than 100 ppm*. IEEE Trans. Instrum. Meas. **44**(2), 494 (1995) [1](#)
- [17] W. Michaelis, H. Haars, R. Augustin. Metrologia **32**, 267 (1995/1996) [1](#)

- [18] O.V. Karagioz, V.P. Izmaylov. *Measurement Techniques* **39**, 979 (1996) 1
- [19] C.H. Bagley, G.G. Luther. *Phys. Rev. Lett.* **78**(16), 3047 (1997) 1, 1
- [20] J.P. Schwarz, D.S. Robertson, T.M. Niebauer, J.E. Faller. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, eingereicht (1995) 1
- [21] F. Nolting, J. Schurr, W. Kündig. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, eingereicht (1998) 1
- [22] F. Nolting. *Determination of the Gravitational Constant by Means of a Beam Balance*. Dissertation, Universität Zürich. 1
- [23] Kazuaki Kuroda. *Does the Time-of-Swing Method Give a Correct Value of the Newtonian Gravitational Constant?* *Phys. Rev. Lett.*, **75**, 2796, (1995) 1
- [24] M.K. Bantel. Ph.D. Thesis, University of California (1998) 1
- [25] S. Matsumura, N. Kanda, T. Tomaru, H. Ishizuka, K. Kuroda. *Phys. Lett. A* **244**, 4 (1998) 1
- [26] J. Schurr. *Ein Fabry-Pérot-Mikrowellenresonator als Gravitationswaage*. Diplomarbeit, Universität Wuppertal, Externer Bericht **WU D 88-11** (1988) 1.1
- [27] E. Fishbach, D. Sudarsky, A. Szafer, C. Talmadge, S.H. Aronson. *Reanalysis of the Eötvös Experiment* *Phys. Rev. Lett.* **56**, 3 (1986) 1.1
- [28] E. Fishbach, D. Sudarsky, A. Szafer, C. Talmadge, S.H. Aronson. *Longrange-Forces and the Eötvös Experiment* *Ann. of Phys.* **182**, 1 (1988) 1.1
- [29] H. Walesch. *Aufbau einer Apparatur zur Messung der Gravitationskraft im Entfernungsbereich 0,5-2 m mit einem normalleitenden Fabry-Pérot-Mikrowellenresonator* Master's thesis, Universität Wuppertal, Externer Bericht **WU D 91-25** (1991) 1.1, 1.1
- [30] O. Holzmann, B. Lang, H. Schütt. *Newton's constant of gravitation and verified numerical quadrature*. *Reliable Computing*, Vol. 2, issue 3, pp. 229-239, 1996 4.3.1
- [31] H. Schütt. *Präzise Bestimmung der Newtonschen Gravitationskonstanten mit einem Fabry-Pérot-Pendelgravimeter*. Diplomarbeit, Universität Wuppertal, Externer Bericht **WU D 95-45** (1995) 2, 1.3, 2, 5, 4, 5, 2.5, 3.3, 4.1.1, 4.2, 5.15
- [32] J. Schurr. *Eine neue Methode zum Test des Newtonschen Gravitationsgesetzes – erste Ergebnisse von zwei Laborexperimenten*. Dissertation, Universität Wuppertal, Externer Bericht **WUB-DIS 92-8** (1992) 1.1, 1.1, 1.1, 2.2, 2.3.1, 2.3.2, 3.1.2, 11, 3.25, 3.4.1, 3.4.1, 3.26, 7
- [33] H. Walesch. *Test des Newtonschen Gravitationsgesetzes und die präzise Bestimmung von G*. Dissertation, Universität Wuppertal, Externer Bericht **WUB-DIS 95-4** (1995) 1, 1.2, 2, 2, 1.3, 2, 2, 2, 3, 4, 5, 2.3.1, 3.2, 3.12, 3.2, 17, 3.20, 3.4.1, 3.4.1, 3.4.1, 3.4.1, 3.28, 31, 4.3.1, 6.1, 7, 7



- [34] A. L. Cullen, P. Nagenthiram, A. D. Williams. *A variational approach to the theory of the open resonator*. Proc. R. Soc. Lond. **329**(A), 153 (1972) 2.3.1
- [35] A. L. Cullen, F. R. S, P.-K. Yu. *Complex source-point theory of the electromagnetic open resonator*. Proc. R. Soc. Lond. **366**(A), 155 (1979) 2.3.1
- [36] K.-M. Luk, P.-K. Yu. *Complex-source-point theory of Gaussian beams and resonators*. IEEE Proceedings 132, 105 (1985) 2.3.1, 2.3.1
- [37] B. Langensiepen. *Bestimmung der Newtonschen Gravitationskonstanten mit einer Fabry-Pérot-Gravitationswaage*. Master's thesis, Universität Wuppertal, Externer Bericht **WU-D 92-25** (1992) 3.2, 3.11
- [38] G. Mueller. *Supraleitende Niobresonatoren im Millimeterwellenlängenbereich*. Dissertation, Universität Wuppertal, Externer Bericht **WUB-DIS 83-1** (1983)
- [39] N. Klein. *Supraleitende Mikrowellenresonatoren für Anwendungen in physikalischen Grundlagenexperimenten*. Dissertation, Universität Wuppertal, Externer Bericht **WUB-DIS 89-3** (1989) 1.1
- [40] G. Ragan. *Microwave Transmission Circuits*. McGraw-Hill Company, Inc., New York (1948) 3.1.2, 5.2
- [41] Deutsche Star GmbH. *Linearmodule*. Katalog RD 82 400/02.95 (1995) 3.17
- [42] Deutsche Star GmbH. *Das STAR-Programm*. Katalog RD 82 004/05.95 (1995) 3.18
- [43] Dr. Johannes Heidenhain GmbH. *NC-Längenmeßsysteme*. Katalog Juni 1996 (1996) 3.15, 3.16, 3.24
- [44] A.H. Stroud, D. Secrest. *Gaussian quadrature formulas*. Metrologia bf 31, 301 (1966) 4.3.1



# Danksagung

Herrn Prof. Dr. H. Meyer danke ich für die Themenstellung und die Betreuung dieser Arbeit.

Ohne Herrn Prof. Dr. H. Piel wäre dieses Experiment nicht verwirklicht worden. Ihm gebührt mein besonderer Dank.

Ich bedanke mich bei allen Mitgliedern der Lehrstühle von Prof. Meyer sowie Prof. Piel, insbesondere H. Bojahr, H. Hohl, J. Petry, K.H. Becker, Dr. B. Funk, S. Hartmann, U. Kleinvoß, Dr. N. Magnussen, H. Möller, Dr. W. Rhode, F. Schröder, H. Schütt, Dr. S. Westerhoff und R. Weyer.

M. Grewe vom Lehrstuhl EV der Universität Dortmund gab wichtige Anregungen bei der Konstruktion der Positionsmeßgeräte. Für viele fruchtbare Diskussionen möchte ich mich auch bei A. Lüdeke, M. Pötzsch und T. Wenk bedanken.

Ese documento en parte fué escrito en Colombia. Quiero agradecer a todos los que me han ayudado hacer eso posible, especialmente a las personas siguientes: Saray Villa Acosta y toda la familia, Elisabet, Gabriel, Ivan y Pedro Luis.

Dr. F. Nolting danke ich für angenehme internationale Konferenzen.

Ohne der Unterstützung meiner Mutter wäre mein Studium nicht möglich gewesen und letztlich auch nicht diese Dissertation. Ihr gilt daher mein besonderer Dank.

Diese Arbeit wurde von der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) gefördert unter den Geschäftszeichen ME 1577/1-4 und Pi 118/4-3.

