

VIII. *Eine neue Methode zur Bestimmung der
Gravitationsconstante;
von Arthur König und Franz Richarz.*

(Aus den Sitzungsber. der kgl. preuss. Acad. d. Wiss. zu Berlin, Sitzung vom 18. Dec. 1884, mit einigen Erweiterungen abgedruckt).

Bei den älteren Versuchen zur Bestimmung der Gravitationsconstante, resp. der mittleren Erddichte wurden das Pendel oder die Drehwage als Messinstrumente benutzt. Die durch die Nähe eines Berges verursachte Ablenkung des Pendels von der Lothlinie lässt sich zwar mit grosser Sicherheit bestimmen, aber die Masse des Berges und insbesondere die Massenvertheilung in seinem Inneren entzieht sich genauerer Berechnung. An derselben Fehlerquelle leiden auch die Beobachtungen über den Unterschied in der Länge eines Secundenpendels auf der Erdoberfläche und auf der Sohle eines Bergwerkes. Man kennt wohl die Massenvertheilung und Dichte der von den Schächten gerade durchbohrten Schichten, weiss aber nicht sicher, wie weit sich diese in ungeänderter Dicke seitwärts fortsetzen. Die mit der Drehwage angestellten Versuche hatten alle den Uebelstand, dass eine wirkliche Ruhelage des Pendels niemals zu bestimmen war.

Gänzlich frei von allen diesen Uebelständen ist die von Hrn. J. H. Poynting¹⁾ und v. Jolly²⁾ zuerst vorgeschlagene und ausgeführte Anwendung der Wage zur Bestimmung der Gravitationsconstante.

Hr. Poynting bestimmte mit einer feinen Wage die Gewichtsvermehrung einer Masse, indem er unter die Schale, auf welcher sich dieselbe befand, von der Seite her eine 145 kg schwere Metallkugel heranfuhr. Die durch seine Versuchsanordnungen bedingten Correctionen und die geringe Grösse der anziehenden Masse verursachten eine grosse Unsicherheit seiner Bestimmung.

1) J. H. Poynting, Proc. of the Roy. Soc. of London. 28. p. 2. 1879.

2) Ph. v. Jolly, Abh. d. k. bair. Acad. d. Wiss, II. Cl. 13. Abth. 2. p. 155. 1880 u. 14. Abth. 2. 1881 u. Wied. Ann. 15. p. 331. 1881.

v. Jolly äquilibrte eine und dieselbe Masse einmal durch Aufsetzen von Gewichtstücken auf eine in gleicher Höhe befindliche Wagschale, ein anderes mal durch Aufsetzen von Gewichtstücken auf eine 21 m tiefer befindliche, mit jener oberen durch einen Draht verbundenen Wagschale. Die Differenz ergab die Abnahme der Schwere mit der Höhe. Er baute dann unterhalb der unteren Schale eine 5775 kg schwere Bleikugel auf und bestimmte wiederum die entsprechende Differenz. Die Zunahme derselben ergab die Attraction der Bleikugel auf die Gewichte in der unteren Schale, da bis zur oberen Schale, wie der Versuch ergab, die Bleikugel keine messbare Wirkung ausübte. Die wesentlichsten Fehlerquellen sind die durch die Höhe des Beobachtungsraumes unvermeidlichen Temperaturdifferenzen, sowie die durch Luftströmungen an dem 21 m langen Drahte verursachte Reibung. Trotzdem zeigen v. Jolly's Zahlen eine bessere Uebereinstimmung als diejenigen von Hrn. Poynting.

Gänzlich unabhängig voneinander sind wir beide auf eine Methode gekommen, bei welcher die vierfache Attraction der benutzten Bleimasse zur Messung durch die Wage gelangt und überdies Temperaturdifferenzen und Luftströmungen fast völlig vermieden werden können.

In der Mitte der horizontalen Oberfläche eines parallelepipedischen Bleiklotzes ist eine Wage so aufgestellt, dass ihre Schalen möglichst nahe über der Oberfläche schweben. Unter jeder Schale ist der Bleiklotz vertical durchbohrt, und vermöge zweier durch diese Löcher führenden Stangen sind an den oberen Schalen zwei andere Schalen so angehängt, dass sie sich dicht unterhalb des Klotzes befinden.

Eine Masse m auf der Schale rechts oben wird durch Gewichtstücke m_u in der Schale links unten ins Gleichgewicht gebracht. Dieselbe Masse m wird dann auf die Schale rechts unten gesetzt und mit Gewichtstücken m_o auf der Schale links oben äquilibrte. Nehmen wir zur Vereinfachung der nachfolgenden schematischen Berechnung an, der absolute Werth der verticalen Componente der beschleunigenden Kräfte, welche der Klotz am Orte der oberen und unteren Schalen ausübt, sei derselbe; er werde mit k be-

zeichnet. Nennen wir g_o , resp. g_u den Werth der Schwere am Orte der oberen, resp. der unteren Schalen, so gelten für die beiden Wägungen die Gleichungen:

$$m(g_o + k) = m_u(g_u - k),$$

$$m(g_u - k) = m_o(g_o + k).$$

Daraus folgt:

$$\delta_m = m_u - m_o = m \frac{(g_o + k)^2 - (g_u - k)^2}{(g_o + k)(g_u - k)}.$$

Setzen wir nun $g_u = g_o + \gamma$, so wird, wenn man beachtet, dass k und γ gegen g_o sehr klein sind:

$$\delta_m = \frac{2m}{g_o}(2k - \gamma).$$

Die Grösse γ ist zu bestimmen durch Wägungen, welche an derselben Wage in gleicher Weise vor Aufbau des Bleiklotzes ausgeführt sind. Dass es unzulässig ist, γ aus dem bekannten Abstand der Wagschalen und dem Erdradius zu berechnen, ist von v. Jolly experimentell nachgewiesen worden.

Es ist für zwei solche Wägungen, wenn wir unter m dieselbe Masse wie oben verstehen, und m_u' , resp. m_o' den obigen Werthen m_u , resp. m_o entsprechen:

$$mg_o = m_u'g_u, \quad mg_u = m_o'g_o,$$

daraus folgt:

$$\delta_m' = m_o' - m_u' = m \frac{g_u^2 - g_o^2}{g_u g_o}.$$

Setzen wir nun wieder:

$$g_u = g_o + \gamma,$$

so wird:

$$\delta_m' = \frac{2\gamma}{g_o} m.$$

Also:

$$\gamma = \frac{\delta_m' g_o}{2m}.$$

Führen wir diesen Werth in den Ausdruck für δ_m ein, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} \delta_m &= \frac{2m}{g_o} \left(2k - \frac{\delta_m' g_o}{2m} \right) \\ &= \frac{4mk}{g_o} - \delta_m'. \end{aligned}$$

$$\text{Demnach ist: } k = \frac{g_o}{4m} (\delta_m + \delta_m').$$

Wir erhalten also k aus den zu messenden Grössen g_0 , m , δ_m und δ_m' , wobei für die Beurtheilung der Genauigkeit darauf hingewiesen werde, dass bei demjenigen Verhältniss von Grundfläche und Höhe des parallelepipedischen Bleiklotzes, welches bei gegebener Masse derselben k zum Maximum macht¹⁾. δ_m und δ_m' beide positiv sind.

Ist nun V das Potential des Bleiklotzes, G die Gravitationsconstante, z die verticale Coordinate, so ist:

$$k = G \frac{\partial V}{\partial z},$$

Der Differentialquotient $\partial V / \partial z$ lässt sich aus den bekannten Dimensionen des Parallelepipeds und dem Orte der Schalen berechnen; unsere Beobachtungen ergeben also die Gravitationsconstante G und damit auch die mittlere Dichtigkeit der Erde.

Es sind von uns bereits die einleitenden Schritte zur experimentellen Ausführung dieser Methode geschehen. Das kgl. preussische Kriegsministerium hat uns eine der erdgedeckten Kasematten in der Citadelle von Spandau als Arbeitslocal bereitwilligst zur Verfügung gestellt und ausserdem die dortige Geschützgiesserei angewiesen, uns das gewünschte Bleiquantum von ca. 100 000 kg zur unentgeltlichen Benutzung zu überlassen.

Wir gedenken, den parallelepipedischen Klotz mit einer quadratischen Grundfläche von 2,1 m Seitenlänge und in einer Höhe von 2,0 m aus ungefähr 3000 einzelnen Stücken aufzubauen. Aus dem Gesamtgewicht und den Dimensionen wird dann die mittlere Dichte des Klotzes berechnet, um somit den durch die vorhandenen unvermeidlichen Fugen entstehenden Fehler möglichst zu eliminiren. Nach Beendigung der ersten Versuchsreihe wollen wir den Klotz aufs neue unter möglichster Vertauschung der einzelnen Stücke nochmals aufbauen und die Wägungen wiederholen, sodass sich dann auch der durch etwaige Hohlräume innerhalb einzelner Gussstücke entstandene Fehler ausgleicht.

¹⁾ Vgl. eine Mittheilung von Hrn. Lampe in den Verhandl. der Phys. Ges. in Berlin 1884. Nr. 14.

Da die von uns benutzte Bleimasse in dieser Form etwa die doppelte Anziehung der von v. Jolly angewendeten Kugel ausübt, so können wir also unter sonst gleichen Umständen die Bestimmung der Grösse k mit der achtfachen Sicherheit ausführen.

Ueberdies sind wir bei dem bedeutend kleineren Abstand der oberen von den unteren Wagschalen (ungefähr 2,2 m) in der Lage, die Vertauschung der Gewichtstücke innerhalb eines geschlossenen Kastens durch eine automatische Vorrichtung auszuführen, wodurch Temperaturunterschiede und Luftströmungen fast völlig vermieden werden. Die Anfertigung einer derartig construirten Wage ist in der mechanischen Werkstatt des Hrn. P. Stückrath hieselbst bereits begonnen worden. Da die Wage nur bei einer bestimmten Belastung stabiles Gleichgewicht zu haben braucht, so kann ihre Empfindlichkeit beträchtlich grösser gemacht werden als bei sonstigen Wagen. Es ist daher sicher zu erwarten, dass es Hrn. Stückrath gelingen wird, die Empfindlichkeit der v. Jolly'schen Wage erheblich zu übertreffen.

Neuerdings hat Hr. J. Wilsing¹⁾ eine verbesserte Anwendung des Pendels zur Bestimmung der Gravitationsconstante angegeben, wobei die Anziehung von kleineren der Grösse und Lage nach genau bekannten Massen benutzt wird. Wir geben der Hoffnung Ausdruck, dass unsere beiden auf so verschiedenen Methoden beruhenden Bestimmungen zu demselben Werth für die gesuchte Constante führen mögen.

Berlin, Physik. Inst. im Februar 1885.

1) J. Wilsing, Sitzungsber. d. Berl. Acad. 1885. p. 13.