Special relativity

狭义相对论基本原理

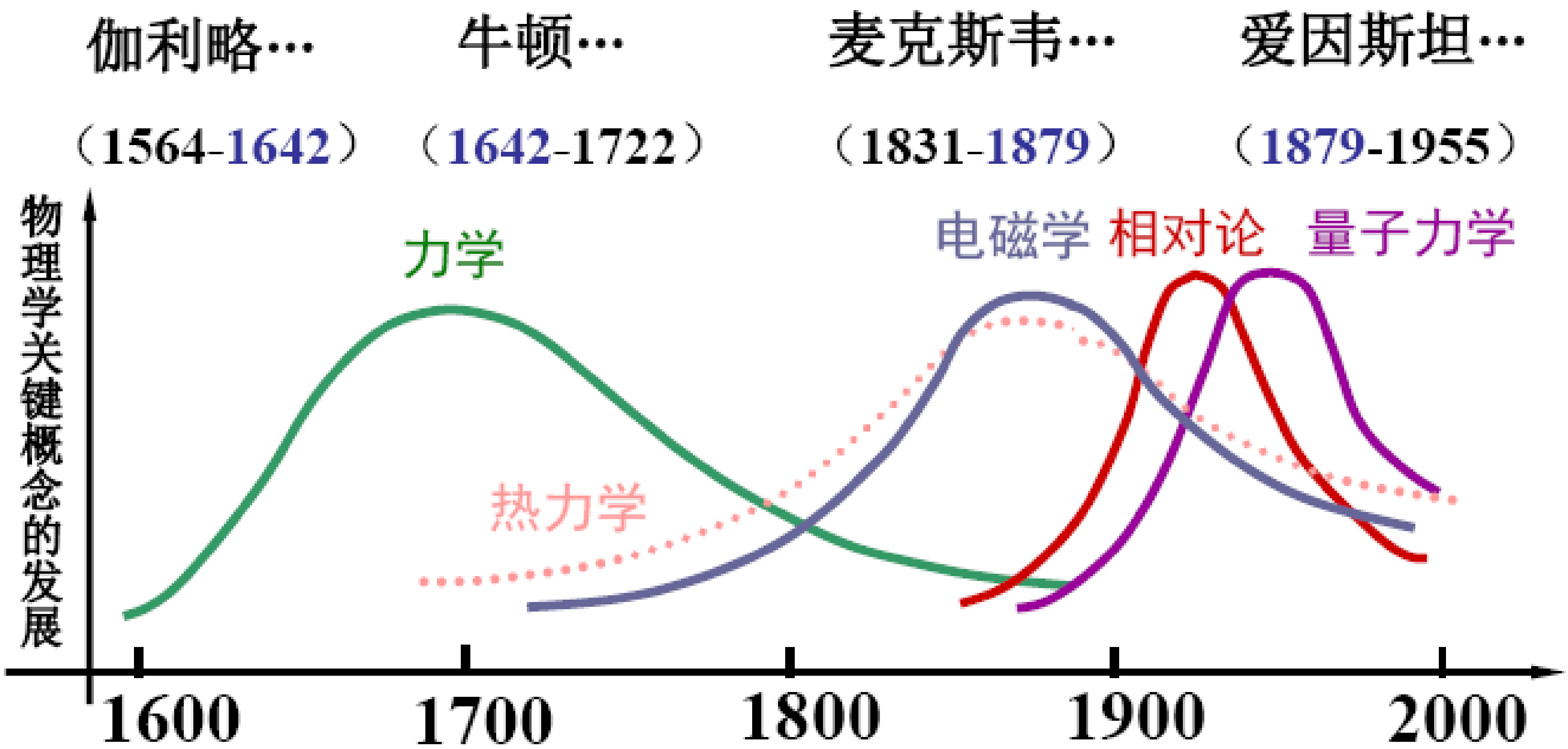
- ◆狭义相对性原理
- ◆光速不变原理

狭义相对论时空观

- ◆同时性的相对性
- ◆时间延缓、动钟变慢
  原时与非原时
- ◆长度收缩、动尺缩短
  原长与非原长

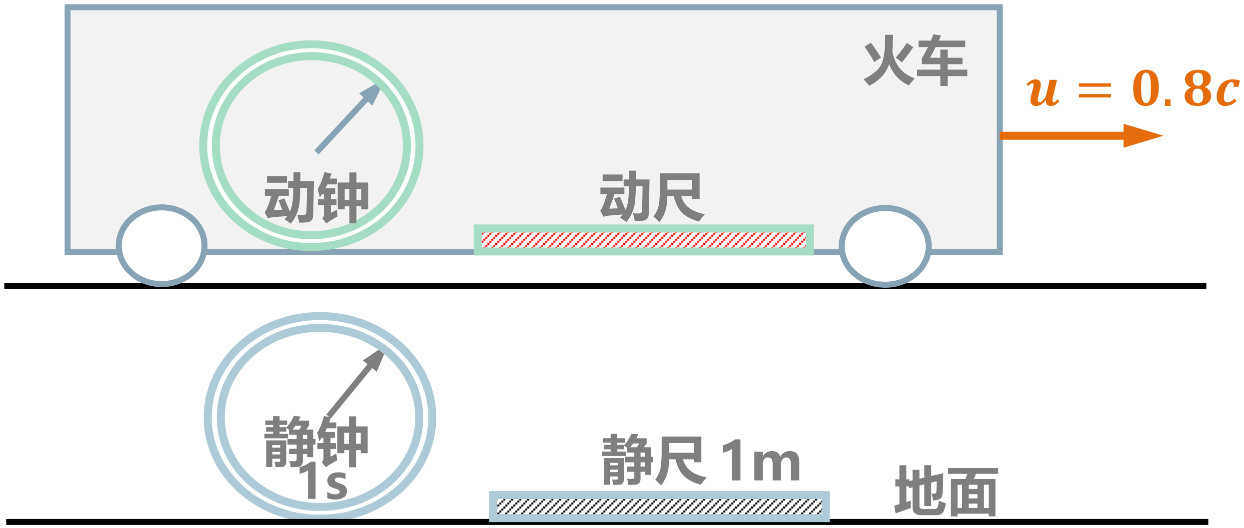
相对论动力学基础

- ◆质速关系
- ◆质能关系



1900年初，英国物理学家开尔文勋爵在物理学报告会上做了新年祝词。在回顾19世纪物理学的成就时，他说整个物理学大厦已经落成，所剩的只是一些修饰工作；在展望20世纪物理学前景时，他说美丽而晴朗的物理学天空中还有**两朵小小的、令人不安的乌云。**

- **黑体辐射的紫外灾难**
- **Michelson-Morley 实验的零结果**



设有一列火车在地面上作匀速直线运动，有两个结构完全相同的钟和两把完全相同的尺。
在同一参考系中，这两个钟走得一样快，这两把尺的长度严格相等。

现把其中的一个钟和一把尺放在火车上（动钟、动尺），
另一个钟和另一把尺留在地面（静钟、静尺），两把尺沿火车运动方向放置。

问：动钟和静钟哪个走得快？动尺和静尺哪个短？
牛顿力学：动钟和静钟一样快，动尺和静尺一样长。
相对论：动钟比静钟慢(1.67s)， 动尺比静尺短(0.6m)
---时间、长度的量度与参考系的关系问题

爱因斯坦（Albert Einstein，1879-1955)

◆ 爱因斯坦奇迹年——1905年

- 《关于光的产生和转变的一个启发性观点》：光量子学说、解释了光电效应的实验、微观粒子的波粒二象性。（1921年诺贝尔物理学奖）
- 《分子大小的新测定法》、《根据分子运动论研究静止液体中悬浮微粒的运动》：测定分子大小、布朗运动，解决半个多世纪来争论不休的原子是否存在的问题，统计力学的创始人之一。
- 《论动体的电动力学》：完整提出狭义相对论理论，开创了物理学的新纪元。
- 《物体惯性和能量的关系》：提出了质能关系，为原子核能的释放和利用奠定了理论基础。

惯性系--- 狭义相对论：揭示时间、空间与运动的关系

惯性系和非惯性系--- 广义相对论：揭示时间、空间与引力的关系

爱因斯坦（Albert Einstein，1879-1955)

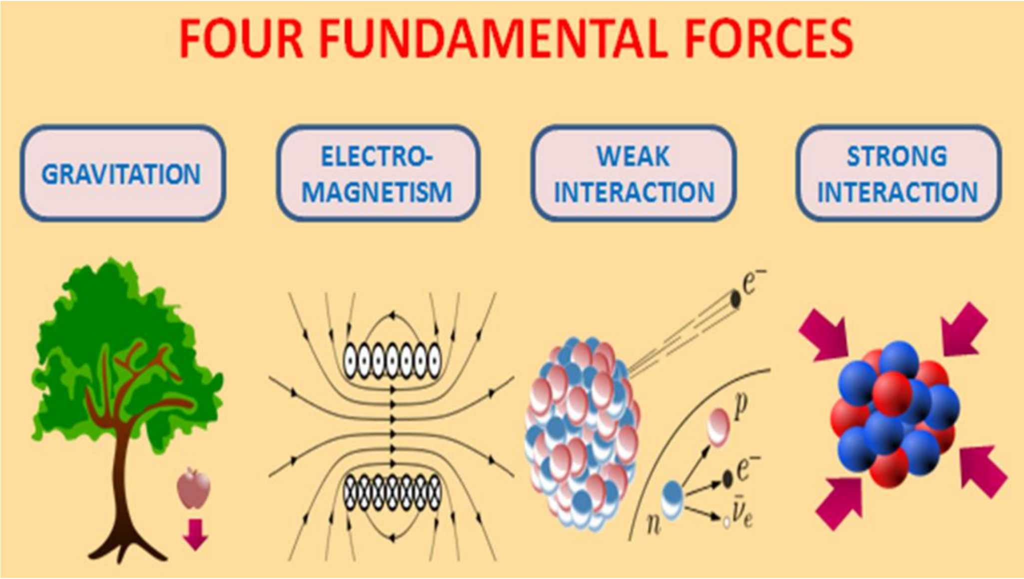
- 1915年，《广义相对论基础》揭示了空间、时间、物质、运动的统一性。（提出了大质量物体的存在可引起时空连续场的弯曲，为黑洞、大爆炸等新的宇宙论提供了理论依据）100年后探测到引力波。
- 1916年，《关于辐射的量子理论》，提出了原子受激辐射理论，是后来激光技术的理论基础。40年后激光才被发明。
- 1917年，开创了现代宇宙学，提出了宇宙有限无界的宇宙模型，后来发展成为宇宙膨胀理论和大爆炸理论，深刻地改变了传统的宇宙观。
- 1924年，预言物质在绝对零度时的一种新状态：玻色---爱因斯坦凝聚。70年后才实现。

惯性系--- 狭义相对论：揭示时间、空间与运动的关系

惯性系和非惯性系--- 广义相对论：揭示时间、空间与引力的关系

爱因斯坦（Albert Einstein，1879-1955）

在他生命的最后三十年，爱因斯坦几乎把他全部的科学创造精力都用于统一场论的探索，但始终没有成功。不过他的工作为物理学家们指明了方向：建立包含四种作用力的超统一理论。目前学术界公认的最有希望的候选者是超弦理论与超膜理论。



惯性系--- 狭义相对论：揭示时间、空间与运动的关系

惯性系和非惯性系--- 广义相对论：揭示时间、空间与引力的关系

力学规律在所有的惯性系中数学形式不变
----力学相对性原理。

- 体现对称性思想---对于描述力学规律而言，一切惯性系彼此等价。
- 在一个惯性系中所做的任何力学实验，都不能判断该惯性系相对于其它惯性系的运动。

相对论就是关于相对性的理论。

任何一个回答有关相对运动中观察者的问题的物理理论，就是一个相对性理论。最早的相对性理论是伽利略通过分析理想实验“萨维阿奇大船”提出来的。

任何相对论性理论都要提出的标准问题是，如何将一个参考系中得到的测量结果与另一参考系中得到的测量结果进行比较?

伽利略、牛顿根据他们对时间、空间的认识，建立了各惯性系之间的时空变换关系，即伽利略变换。

坐标变换： $\vec{r}' = \vec{r} - \vec{u}t$

速度变换： $\vec{v}' = \vec{v} - \vec{u}$

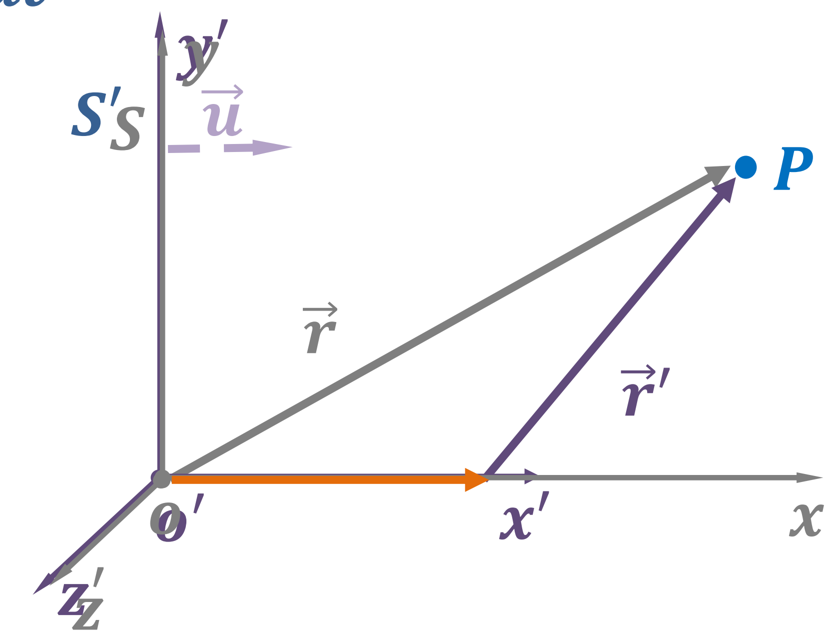
S系和S'系坐标轴相互平行，
S'系相对于S系沿$+x$方向以速率u运动时，
当O和O'重合时，令$t = t' = 0$

正变换

$$\begin{cases} x' = x - ut \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$

逆变换

$$\begin{cases} x = x' + ut \\ y = y' \\ z = z' \\ t = t' \end{cases}$$



正变换

$$\begin{cases} v'_x = v_x - u \\ v'_y = v_y \\ v'_z = v_z \end{cases}$$

逆变换

$$\begin{cases} v_x = v'_x + u \\ v_y = v'_y \\ v_z = v'_z \end{cases}$$

加速度变换

$$\left.\begin{aligned} a_x &= a'_x \\ a_y &= a'_y \\ a_z &= a'_z \end{aligned}\right\} \vec{a} = \vec{a}' \xrightarrow[m = m']{\text{先验条件}} \begin{aligned} \vec{F} &= m\vec{a} \\ &= m'\vec{a}' = \vec{F}' \end{aligned}$$

质点受力只与质点相对位置有关。
牛顿定律对任何惯性系都具有相同的形式。
t'只是一个辅助的数学量

- 牛顿第二定律及由其导出的一切经典力学定律在不同惯性系中数学形式相同。
- 经典力学规律具有伽利略变换不变性，伽利略变换是经典力学的对称操作。
- 不同惯性系中的观察者所观测到的具体力学现象可以不同，但所观测到的力学规律相同。
- 经典力学定律是自洽的。
- 伽利略变换中已经隐含了时空观念。

伽利略变换中默认了
$t = t'$ 或 $\Delta t = \Delta t'$

牛顿的绝对时空观：事件经历的**时间**，物体的**长度**、**质量**等与物体运动无关（与参照系无关），具有绝对的意义。

绝对时空观

- ◆ 时间、空间彼此独立，而且与物质、运动无关。
- ◆ 时间间隔、空间距离的测量与参考系的选择无关。

□ 经典力学定律具有伽利略变换的不变性

□ 相对性原理的普遍性（对称性）
□ 伽利略变换（经典力学）
□ 电磁学定律

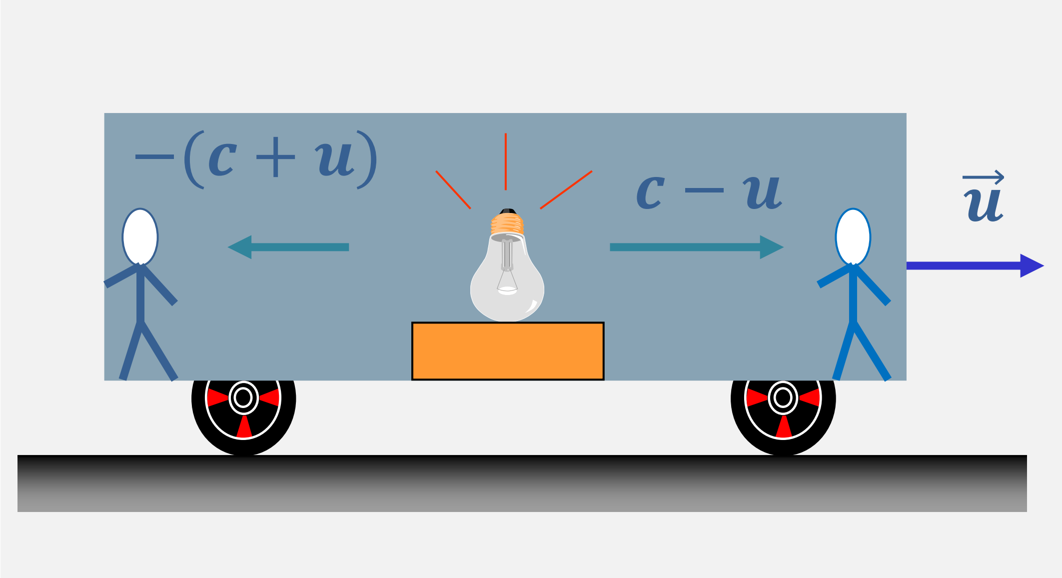
三者无法协调

与高速运动（光的传播）的实验结果不符

真空中的光速 c

由经典电磁理论 $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} \approx 3\times10^8\ \mathrm{m/s}$

由伽利略变换知，速度与参考系选择有关。



$\vec{v}_{光对车} = \vec{v}_{光对地} + \vec{v}_{地对车}$

彼此矛盾！

当时认为电磁波 (光波) 是在以太 (Ether)（绝对参照系）中传播，光速也是光相对于以太的速度。因此在不同的运动参照系中应该能观测到不同的光速。

矛盾如何解决？需要实验来验证！

1887年，迈克尔孙-莫雷实验的零结果证实：光速不变！

伽利略变换不是经典电磁定律的对称操作

带电粒子受力

$$\vec{F} = \underbrace{q\vec{E}}_{\text{电场力}} + \underbrace{q\vec{v} \times \vec{B}}_{\text{洛仑兹力}}$$

洛仑兹力：$F = qvB\sin\theta$

垂直于$\vec{B}$、$\vec{v}$ 决定的平面

因速度$\vec{v}$与参考系有关，所以经伽利略变换后洛仑兹力将发生变化，经典电磁定律（麦克斯韦方程）不具有伽利略变换的不变性。

推广：一切与速度有关的力都不具有伽利略变换的不变性。

伽利略变换不适于光的运动，牛顿相对性原理不适于电磁理论。

狭义相对性原理 + 光速不变 → 狭义相对论

绝对时空观 → 相对时空观

伽利略变换 → 洛伦兹变换

低速 → 高速

狭义相对论的两条基本原理

① 狭义相对性原理

物理定律在所有的惯性系中都有相同数学形式。

- 是对力学相对性原理的推广
- 基于对自然规律对称性的深刻理解和坚定信仰：
  所有的惯性系对物理规律等价。

② 光速不变原理：

在所有惯性系中，真空中的光速恒为c，与光源或观察者的运动无关。

$$c = 3 \times 10^{8}\mathrm{m/s}$$

- 是对实验事实的直接表达
- 光速c是自然界物体运动或信息及能量传递的极限
- 揭示出真空的对称性质：

对于光的传播而言，真空各向同性，所有惯性系彼此等价。

1905年， Einstein两个基本原理出发，导出了符合这两个基本原理的一组新的时空坐标变换，建立了狭义相对论。

超光速的现象：

(1) 粒子在媒质中的传播速度可能超过媒质中的光速。在这种情况下会发生辐射，称为**切仑科夫效应**。

(2) 第三观察者观察两个物体的相对速度可以超过光速。

(3) 媒质中的相速度在某些频段可以超过真空中的光速。相速度是指连续的正弦波在媒质中传播一段距离后的相位滞后所对应的"传播速度"。

Einstein认为，相对性是自然界的根本规律，这也是狭义相对论的实质，是对牛顿相对性原理的发展。
爱因斯坦将相对性原理推广到电磁领域，得到了光速不变原理，否定了"以太参照系"，同样也否定了伽利略变换。光速不变原理被大量实验结果证实。

事件：在任意参照系中有确定的时空坐标 (x, y, z, t)，在不同参照系中其时空坐标不同。

时空坐标的测量：事件在观测者所在参照系中的位置坐标及固定在此位置处的钟的读数。

一参照系中的不同位置上都放置了彼此同步的时钟。

事件时间坐标的测量实际上是**同地同时性问题**。

这列火车2点钟到达这里，相当于火车到站台上的钟敲2点这两个动作在站台内同时发生。

同地同时性不会因观测者所在参照系的不同而改变。

时间： 用以表征物质存在的持续性，物质运动、变化的阶段性和顺序性。

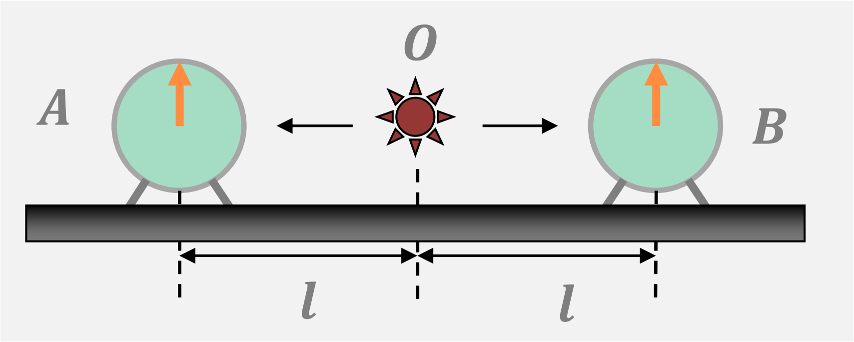
时间的测量： “钟”任何周期性过程均可用来计量时间。

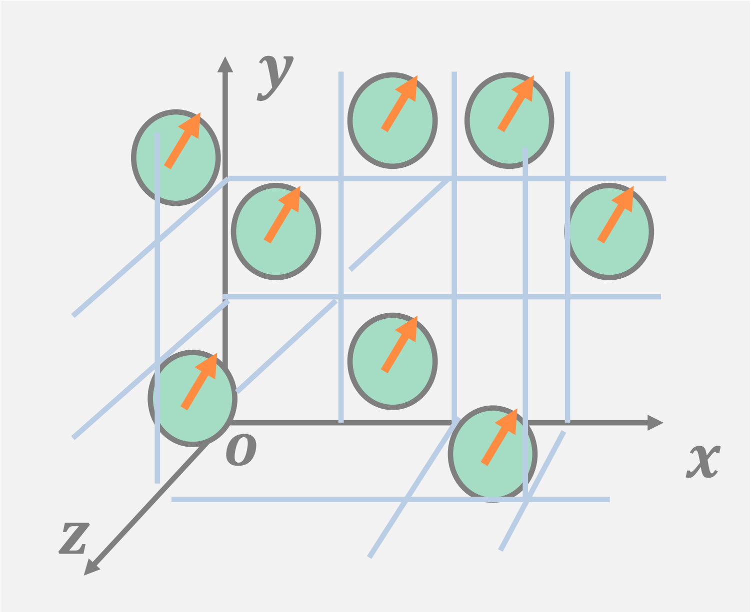
例如：行星的自转或公转；单摆；晶体振动；分子、原子能级跃迁辐射…

国际单位： **“秒”** 与铯133原子基态两个超精细能级之间跃迁相对应的辐射周期的9,192,631,700倍（精确度$10^{-12}\sim10^{-13}$）

在惯性系中的不同地点建立统一的时间坐标：

校钟操作



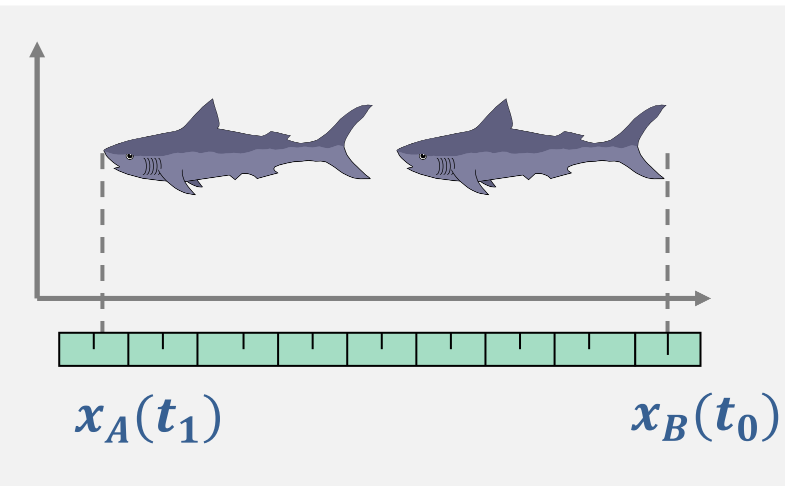


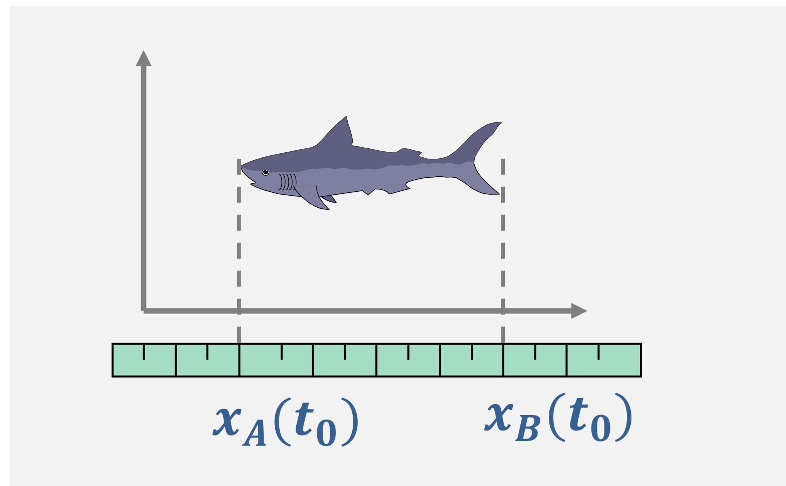
空间： 用以表征物质及其运动的广延性

空间测量： 刚性尺, 米 (SI制)

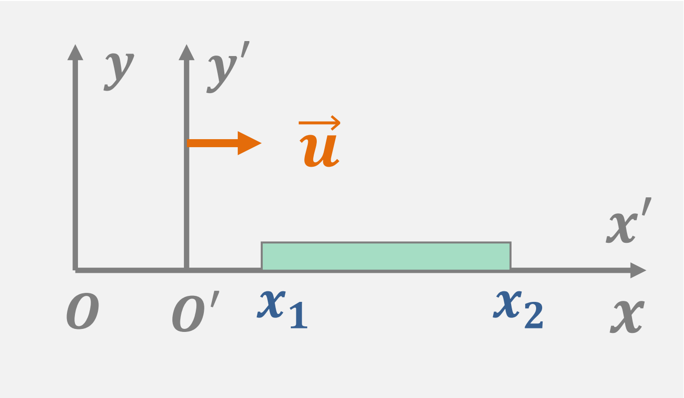
米: 光在真空中(299792458)-1秒的时间间隔内传播的距离。

长度 = 在与长度方向平行的坐标轴上，物体两端坐标值之差





注意：当物体运动时，两端坐标必须同时记录。



尺子相对于S系静止

由伽利略变换

$$x_1 = x_1' + ut_1'$$
$$x_2 = x_2' + ut_2'$$

直尺长度 $\Delta x = x_2 - x_1$

$$= x_2' - x_1' + u(t_2' - t_1')$$

$$\because t_1' = t_2'$$

$$\therefore x_2 - x_1 = x_2' - x_1'$$

绝对时空观：时间、空间彼此独立，而且与物质、运动无关

- ◆ **尺的长度与其运动状态无关；**
- ◆ **空间测量与惯性系的选择无关。**

	S 系	S' 系
事件A、B	$A(x_1,t_1)$ $B(x_2,t_2)$	$A(x'_1,t'_1)$ $B(x'_2,t'_2)$

S系中两事件：在 S系中观察，A、B两事件同时发生，但不在同一地点发生：

$$x_1 \neq x_2,\ \Delta t = t_2 - t_1 = 0$$

S'系中观测，A、B 两事件是否同时发生?

在S系中不同位置发生的A、B两事件同时发生，在S'系中并不同时发生。

$$\Delta t' = t'_2 - t'_1 \neq 0$$

A、B两事件在S'系中同一地点发生

$$\Delta t' = t'_2 - t'_1,\quad x'_2 = x'_2$$

S系中观测，A、B两事件发生的时间间隔？

洛伦兹坐标变换

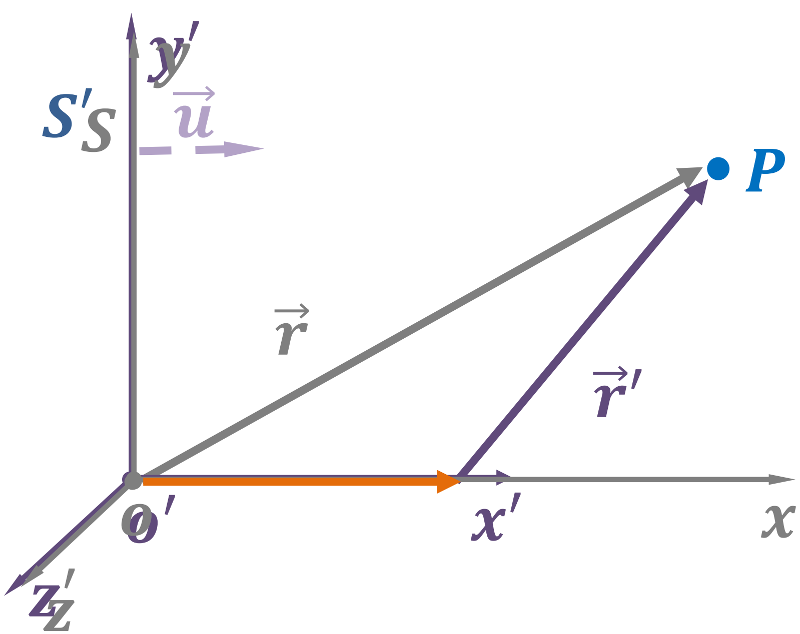
1899年，1904年

事件P

S系：$P(x, y, z, t)$
S'系：$P(x', y', z', t')$

寻找

对同一客观事件P，两个惯性系中相应的坐标值之间的关系。

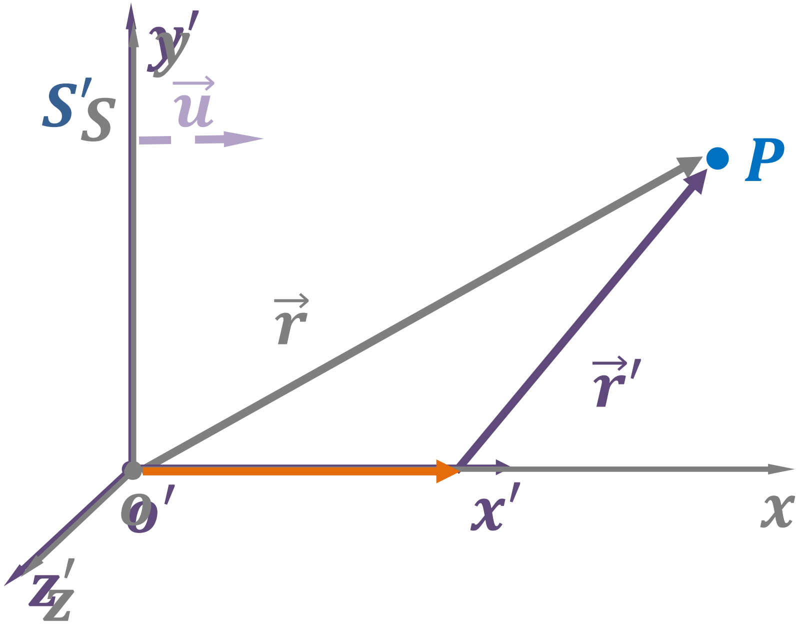


当$t = t' = 0$时，

由O（O'）发出光信号，

光信号到达P：

S系：$P(x, y, z, t)$
S'系：$P(x', y', z', t')$



在S系，S'系中，
真空中光速均为c

$$r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}=ct$$
$$r'=\sqrt{x'^2+y'^2+z'^2}=ct'$$

$$x^2+y^2+z^2-c^2t^2=0$$
$$x'^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2=0$$

$$x'^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2=x^2+y^2+z^2-c^2t^2=0$$

S系，S'系只在x方向有相对运动，

$$y=y'$$
$$z=z'$$
$$x'^2-c^2t'^2=x^2-c^2t^2$$

伽利略变换

$$x'=x-ut$$
$$t'=t$$

设x坐标变换满足线性关系：

$$x' = k(x - ut)$$
$$x = k'(x' + ut')$$

$$\xrightarrow{\text{两式互代消去}x\text{或}x'}$$

$$t = k'\left[t' + \frac{x'}{u}\left(1 - \frac{1}{kk'}\right)\right]$$
$$t' = k\left[t - \frac{x}{u}\left(1 - \frac{1}{kk'}\right)\right]$$

$$x'^2 - c^2t'^2 = x^2 - c^2t^2$$

$$\Rightarrow (c^2k^2 - k^2u^2 - c^2)t^2 + \left[2uk^2 - \frac{2c^2k^2}{u}\left(1 - \frac{1}{kk'}\right)\right]xt + \left[1 - k^2 + \frac{c^2k^2}{u^2}\left(1 - \frac{1}{kk'}\right)^2\right]x^2 \equiv 0$$

$$\Rightarrow k = k' = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

◆ 新变换表示为：

$$x' = \gamma(x - ut)$$
$$x = \gamma'(x' + ut')$$

γ、γ' ---待定参量

伽利略变换

$$x' = x - ut$$
$$t' = t$$

根据爱因斯坦相对性原理 $\gamma' = \gamma$

新变换可简单地写成：

$$x' = \gamma(x - ut)$$
$$x = \gamma(x' + ut')$$

参数γ可用光速不变原理确定

设想当原点O和O'重合时，由$O(O')$点发出一个闪光。在S、S'系中，闪光到达地点的$x(x')$轴坐标：

$$x' = ct'$$
$$x = ct$$

$$ct' = \gamma(c - u)t$$
$$ct = \gamma(c + u)t'$$

可得：$\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$

γ为什么只取正值?

为使γ有意义，u不能达到光速，即实际物体不能达到光速。

$$x' = \gamma(x - ut)$$

$$x = \gamma(x' + ut')$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

推导时间 t'与t之间的变换关系：

$$x = \gamma(x' + ut') \quad \Longrightarrow \quad t' = \frac{1}{u}\left(\frac{x}{\gamma} - x'\right)$$

把 $x' = \gamma(x - ut)$代入，得

$$t' = \frac{1}{u}\left[\frac{x}{\gamma} - \gamma(x - ut)\right]$$

$$= \frac{\gamma}{u}\left[\left(\frac{1}{\gamma^2} - 1\right)x + ut\right]$$

把 $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$ 代入，得

$$t' = \gamma\left(t - \frac{u}{c^2}x\right)$$

正变换

$$x' = \frac{x-ut}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t-\frac{u}{c^2}x}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

逆变换 $u \to -u$

$$x = \frac{x'+ut'}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = \frac{t'+\frac{u}{c^2}x'}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

洛仑兹坐标变换

正变换

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \dfrac{t-\frac{u}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \end{cases}$$

逆变换

$$\begin{cases} x = \dfrac{x'+ut'}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \dfrac{t'+\frac{u}{c^2}x'}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \end{cases}$$

$u \ll c$

伽利略坐标正变换

$$\begin{cases} x' = x - ut \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$

伽利略坐标逆变换

$$\begin{cases} x = x' + ut \\ y = y' \\ z = z' \\ t = t' \end{cases}$$

洛伦兹时空坐标变换

正变换

$$x' = \gamma(x - ut)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{u}{c^2}x\right)$$

逆变换

$$x = \gamma(x' + ut')$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t = \gamma\left(t' + \frac{u}{c^2}x'\right)$$

相对论因子

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

空间坐标变换式中含时间坐标；

时间坐标变换式中含空间坐标；

- 时空是密切相关不可分割的整体。
- 时间和空间并非绝对，而与物质的运动密切相关。

x、t 和 x'、t'中均有速度因子$\sqrt{1-u^2/c^2}$

- 无论是正变换或逆变换中的u，均指S'系相对于S系的运动速度。
- c 为极限速度，$u > c$ 变换式无意义。
- u接近c，伽利略坐标变换不成立。$u \ll c$，转为伽利略坐标变换。

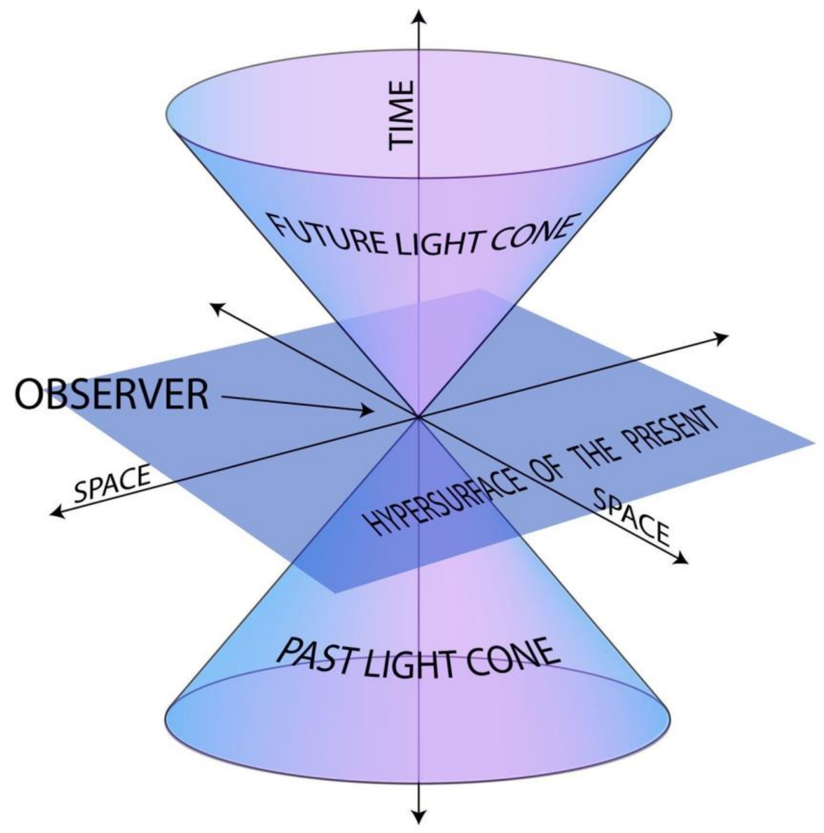
闵可夫斯基（Minkowski）时空

四维“直角”坐标系

时空坐标：(x, y, z, t)

四维间隔：$S^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 + (ict)^2$

- 在相对论中，时间空间的测量不能分离，事件间的时间间隔和空间距离被统一到四维**闵可夫斯基时空**中的“**四维间隔**”。
- **洛仑兹变换**能保证**四维间隔的平方**在不同**惯性系**中保持**不变**。
- 四维间隔的平方可**小于**、**等于**和**大于零**，这对应了事件间的不同时空属性。



S系观测者观测到在$x = 100\text{km}$ 处 $t = 5 \times 10^{-4}\text{s}$ 时的闪光。若S'系相对于S系以$0.8c$向$-x$方向运动，求在S'系中的观测者测得这一闪光的时空坐标。

正变换

$$x' = \gamma(x - ut)$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{u}{c^2}x\right)$$

逆变换

$$x = \gamma(x' + ut')$$

$$t = \gamma\left(t' + \frac{u}{c^2}x'\right)$$

解：事件P　　S系：$P(x, y, z, t)$

S'系：$P(x', y', z', t')$

$x = 100\text{km}$，　$t = 5 \times 10^{-4}\text{s}$，　$u = -0.8c$

相对论因子　$\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \dfrac{5}{3}$

由洛伦兹坐标变换的正变换

$$x' = \gamma(x - ut)$$

$$= \frac{5}{3}\left[100 - \left(-0.8 \times 3 \times 10^5 \times 5 \times 10^{-4}\right)\right] = 367\ \text{km}$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{u}{c^2}x\right)$$

$$= \frac{5}{3}\left[5 \times 10^{-4} - \frac{-0.8\times3\times10^5}{\left(3\times10^5\right)^2}\right] = 12.8 \times 10^{-4}\text{s}$$

原长为L'的飞船以速度u相对于地面做匀速直线运动。有个小球从飞船的尾部运动到头部，宇航员测得小球的速度恒为v'，求：(1) 宇航员测得小球运动所需时间；
(2) 地面观测者测得小球运动所需时间。

解：以地面为S系，飞船为S'系。 S'系相对S系沿x轴正方向以速度u运动。

	S系	S'系
事件1：小球开始运动	(x_1, t_1)	(x_1', t_1')
事件2：小球结束运动	(x_2, t_2)	(x_2', t_2')

已知： $\Delta x' = x_2' - x_1' = L'$

(1) $\Delta t' = t_2' - t_1'$

$$= \frac{x_2' - x_1'}{v'}$$

$$= \frac{L'}{v'}$$

(2) 由洛伦兹坐标变换的逆变换，

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{\Delta t' + \frac{u}{c^2}\Delta x'}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

$$= \frac{\frac{L'}{v'} + \frac{u}{c^2}L'}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

一宇宙飞船相对地面以$0.8c$的速度飞行，飞船上的观察者测得飞船的长度为100m。一光脉冲从船尾传到船头，求地面上的观察者测量，光脉冲“从船尾发出”和“到达船头”这两个事件的空间间隔是多少?

正变换

$$x' = \gamma(x - ut)$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{u}{c^2}x\right)$$

逆变换

$$x = \gamma(x' + ut')$$

$$t = \gamma\left(t' + \frac{u}{c^2}x'\right)$$

解：只涉及时空变换的问题称为运动学问题，一般按以下步骤求解：

（1）设定参考系

飞船：S'系； 地面：S系

S'相对S以$u = 0.8c$作匀速直线运动

（2）定义事件及其时空坐标

事件1：光脉冲从船尾发出。

在S系、S'系中时空坐标记为(x_1, t_1)、(x_1', t_1')

事件2：光脉冲到达船头。

在S系、S'系中时空坐标记为(x_2, t_2)、(x_2', t_2')。

一宇宙飞船相对地面以0.8c的速度飞行，飞船上的观察者测得飞船的长度为100m 。一光脉冲从船尾传到船头，求地面上的观察者测量，光脉冲“从船尾发出”和“到达船头”这两个事件的空间间隔是多少?

正变换

$$x' = \gamma(x - ut)$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{u}{c^2}x\right)$$

解：只涉及时空变换的问题称为运动学问题，一般按以下步骤求解：

逆变换

$$x = \gamma(x' + ut')$$

$$t = \gamma\left(t' + \frac{u}{c^2}x'\right)$$

(3）洛伦兹变换，求两事件在S系中的空间间隔。

已知： $x_2' - x_1' = 100\text{m}$，

$$t_2' - t_1' = (x_2' - x_1')/c$$

$$x_2 - x_1 = \frac{(x_2'-x_1')+u(t_2'-t_1')}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

$$= \frac{100+0.8\times100}{\sqrt{1-0.8^2}}\text{m}$$

$$= 300\ \text{m}$$

速度变换

S系：$\vec{v}\,(x, y, z, t)$

S'系：$\vec{v}'(x', y', z', t')$

根据速度定义得：$v_x = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$　　$v'_x = \dfrac{\mathrm{d}x'}{\mathrm{d}t'}$

$$x' = \gamma(x - ut) \Rightarrow \mathrm{d}x' = \gamma(\mathrm{d}x - u\mathrm{d}t)$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{u}{c^2}x\right) \Rightarrow \mathrm{d}t' = \gamma\left(\mathrm{d}t - \frac{u}{c^2}\mathrm{d}x\right)$$

$$\Rightarrow v'_x = \frac{\mathrm{d}x'}{\mathrm{d}t'} = \frac{\mathrm{d}x - u\mathrm{d}t}{\mathrm{d}t - \frac{u}{c^2}\mathrm{d}x}$$

$$= \frac{v_x - u}{1 - uv_x/c^2}$$

同理可得 v'_y、v'_z

正变换

$$v'_x = \frac{v_x - u}{1 - uv_x/c^2}$$

$$v'_y = \frac{v_y}{\gamma(1 - uv_x/c^2)}$$

$$v'_z = \frac{v_z}{\gamma(1 - uv_x/c^2)}$$

逆变换

$$v_x = \frac{v'_x + u}{1 + uv'_x/c^2}$$

$$v_y = \frac{v'_y}{\gamma(1 + uv'_x/c^2)}$$

$$v_z = \frac{v'_z}{\gamma(1 + uv'_x/c^2)}$$

洛仑兹变换的意义

◆ 洛仑兹变换是不同惯性系中时空变换的普遍公式

$$\left.\begin{aligned} x' &= \gamma(x-ut) \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \gamma\left(t-\frac{u}{c^2}x\right) \end{aligned}\right\} \qquad \begin{aligned} x' &= x-ut \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t \end{aligned}$$

$u << c$，

$\frac{u}{c} \to 0$，$\gamma \to 1$

洛仑兹变换 ⟶ 伽利略变换，满足对应原理

◆ 与光速不变原理、真空中光速为极限速率的实验事实相协调。

$$v_x' = \frac{v_x-u}{1-uv_x/c^2}$$

当$v_x = c$ 时，$v_x' = \frac{v_x-u}{1-\frac{uv_x}{c^2}} = \frac{c-u}{1-\frac{u}{c}} = c$

◆ 给出了对物理定律的约束条件：相对论的对称性，

即物理定律在洛仑兹变换下的不变性。

◆ 建立了新的时空观。

有一静止的电子枪向相反方向发射甲、乙两个电子。实验室测得甲电子的速率为$0.6c$, 乙电子速率为$0.7c$，求一个电子相对于另一个电子的速率。

解：设实验室为S系，

甲电子为S'系

在 S系中，乙电子的速率为 $v_x = 0.7c$

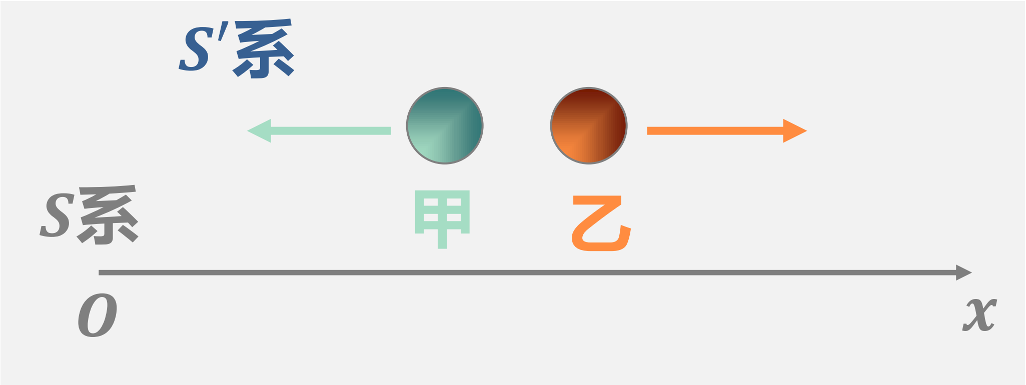
S'系相对于S系运动 $u = -0.6c$

由洛仑兹速度变换公式

$$v_x' = \frac{v_x - u}{1 - uv_x/c^2}$$

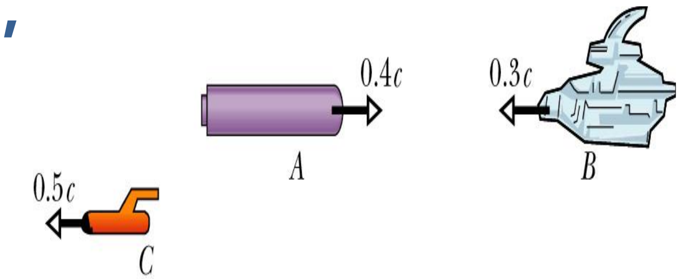
$$= \frac{0.7c-(-0.6c)}{1-0.7c(-0.6c)/c^2}$$

$$= \frac{1.3c}{1.42} \approx 0.92c < c$$



甲、乙两物体以相同的速率$0.9c$相向运动，则乙对甲的速率为$1.8c$。

图中，飞船A向飞船B发射一个激光脉冲，此时一艘侦查飞船C正向远处飞去，各飞船的飞行速率如图所示，都是从同一参照系测量所得。由此可知，各飞船测量激光脉冲的速率值不相等。



有一速度为u的宇宙飞船沿x轴正方向飞行，飞船头尾各有一个脉冲光源发出光波。处于船尾的观察者测得船头光源发出的光脉冲的传播速度大小为____c____；处于船头的观察者测得船尾光源发出的光脉冲的传播速度大小为____c____。

北京和上海直线相距1000km，在某一时刻从两地同时各开出一列火车。现有一艘飞船沿从北京到上海的方向从高空掠过，速率恒为9km/s。求宇航员测得的两列火车开出时刻的间隔，哪一列先开出?

解：以地面为S系，坐标原点在北京，以北京到上海的方向为x轴正方向，飞船为S'系。

	S系	S'系
事件1：北京开出火车	(x_1, t_1)	(x_1', t_1')
事件2：上海开出火车	(x_2, t_2)	(x_2', t_2')

已知：$u = 9\mathrm{km/s}$

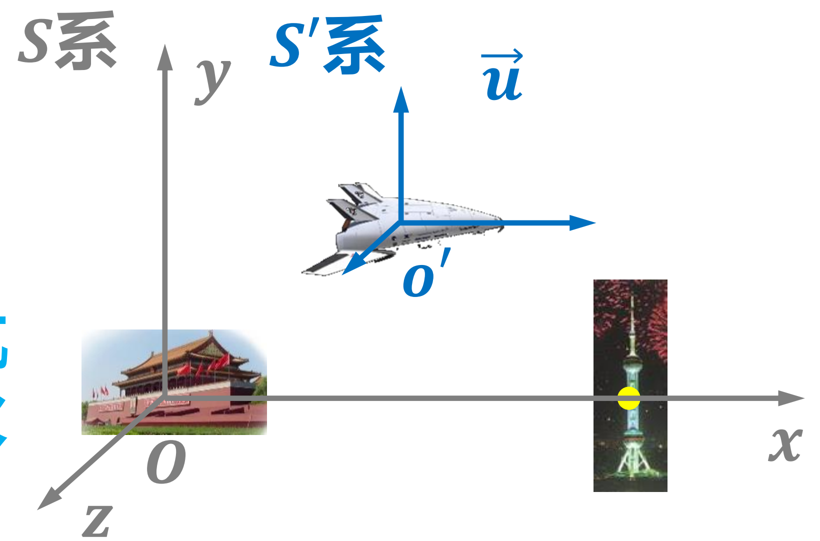
$$\Delta t = t_2 - t_1 = 0$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 10^6\ \mathrm{m}$$

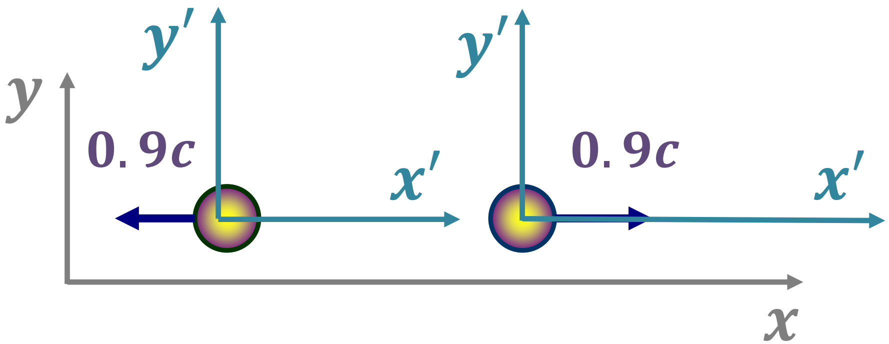
由洛仑兹坐标变换，

$$\Delta t' = \frac{\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \approx -10^{-7}\mathrm{s}$$

负号表示：宇航员发现上海的火车先开出。



地面上测量，两飞船都以$0.9c$的速度向相反方向飞行。求一飞船相对于另一飞船的速度多大? 问一飞船上观察者测量另一飞船上的米尺的长度为多少?



$$u = 0.9c - \cancel{(-0.9c)} = 1.8c$$

在地面上建立S系，在向右运动的飞船上建立S'系，利用洛伦兹速度正变换:

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{v}{c^2}u_x}$$

$$= \frac{(-0.9c) - 0.9c}{1 - \frac{0.9c}{c^2}(-0.9c)} = -0.994c$$

在地面上建立S系，在向左运动的飞船上建立S'系，利用洛伦兹速度正变换:

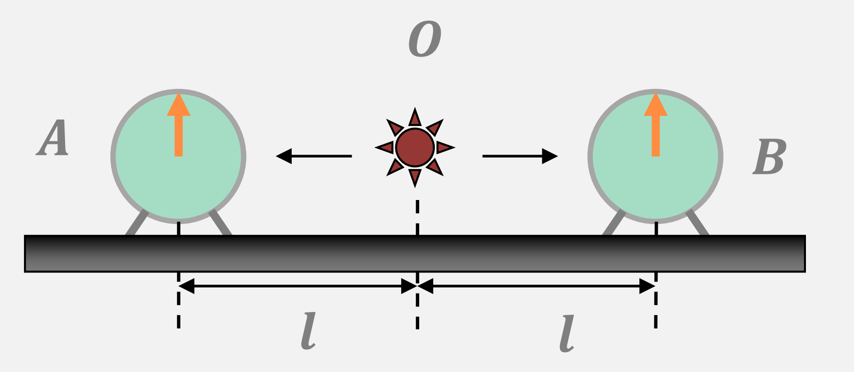
$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{v}{c^2}u_x}$$

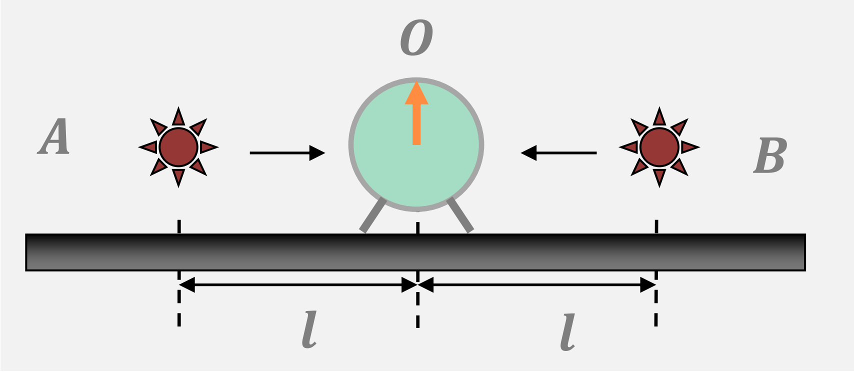
$$= \frac{0.9c - (-0.9c)}{1 - \frac{-0.9c}{c^2}0.9c} = 0.994c$$

$$L' = \frac{L}{\gamma} = \sqrt{1 - \frac{{u'_x}^2}{c^2}}L = \sqrt{1 - 0.994^2} \times 1 = 0.11\ (\mathrm{m})$$

不同惯性系中观察者时空观念的关联		
事件	S 系 $\mathrm{I}\,(x_1, t_1)$ $\mathrm{II}\,(x_2, t_2)$	S' 系 $\mathrm{I}(x_1', t_1')$ $\mathrm{II}(x_2', t_2')$
变换	$x = \gamma(x' + ut')$ $t = \gamma\left(t' + \dfrac{u}{c^2}x'\right)$	$x' = \gamma(x - ut)$ $t' = \gamma\left(t - \dfrac{u}{c^2}x\right)$
事件空间间隔	$\Delta x = \gamma(\Delta x' + u\Delta t')$	$\Delta x' = \gamma(\Delta x - u\Delta t)$
事件时间间隔	$\Delta t = \gamma\left(\Delta t' + \dfrac{u}{c^2}\Delta x'\right)$	$\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \dfrac{u}{c^2}\Delta x\right)$
$\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \geq 1$		

在同一惯性系中的“同时”概念



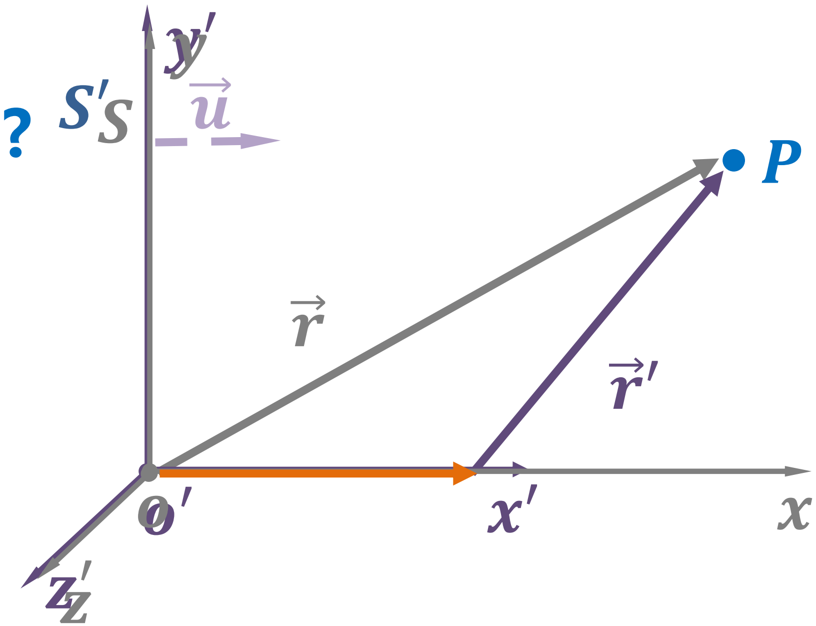


由**校钟**操作在同一惯性系中建立起统一的时间坐标，并定义“**同时**”概念。

“同时”的相对性

---检验不同惯性系中的“同时”概念是否一致。

在某一惯性系中的同时事件，在另一相对其运动的惯性系中是否是同时的?



	事件1	事件2
S 系	x_1，t_1	x_2，t_2
S'系	x_1'，t_1'	x_2'，t_2'

由洛仑兹变换：

$$t_1' = \gamma\left(t_1 - \frac{u}{c^2}x_1\right), \quad t_2' = \gamma\left(t_2 - \frac{u}{c^2}x_2\right)$$

$$\Delta t' = t_2' - t_1' = \gamma\left[(t_2 - t_1) - \frac{u}{c^2}(x_2 - x_1)\right]$$

$$= \gamma\left(\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x\right)$$

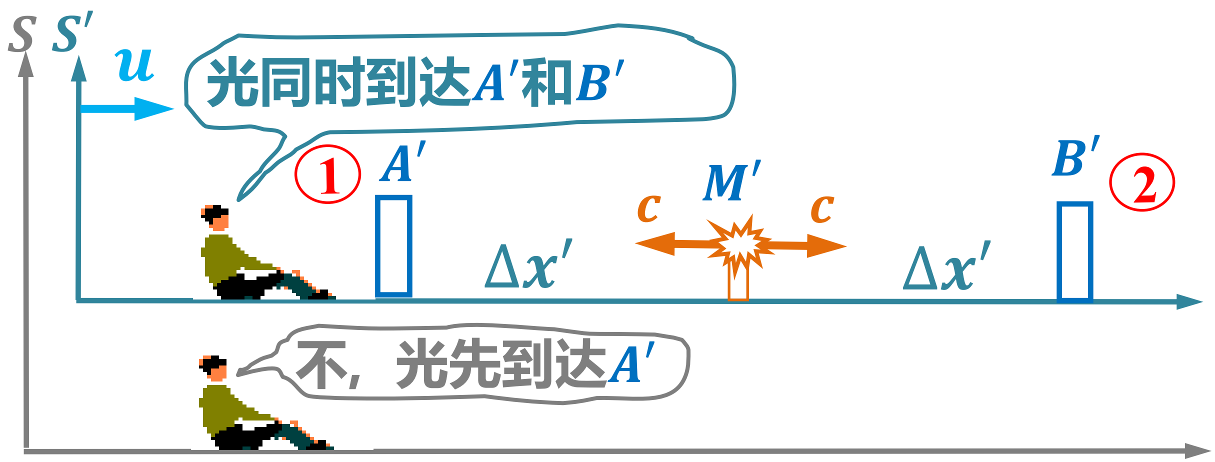
$\Delta t = 0$

$\Delta t' = 0$ ？

如果两个事件在某一惯性系中同时发生，那么在任何其他作相对运动的惯性系中观测，这两个事件还能同时发生吗?

或者问：同时性是绝对的，还是相对的?

例：光速不变→
同时性是相对的



同时性的相对性是相对论中关键性、革命性的思想。

洛伦兹首先导出洛伦兹变换，相对性原理也是由**庞加莱**首先提出的，但是他们都没有认识同时性是相对的。

他们都走近了相对论，却没能创立相对论。只有26岁的爱因斯坦敢于质疑人们关于时间的原始观念，坚持同时性是相对的，才完成了这一历史的重任。

---参考杨振宁教授的讲演：“爱因斯坦：机遇与眼光”

S系同时发生的两事件 $\Delta t = 0$

$$\Delta t' = -\gamma \frac{u}{c^2} \Delta x$$

$$\begin{aligned}\Delta t' &= t_2' - t_1' \\ &= \gamma\left[(t_2 - t_1) - \frac{u}{c^2}(x_2 - x_1)\right] \\ &= \gamma\left(\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x\right)\end{aligned}$$

s'系
- 若 $\Delta x = 0$，则 $\Delta t' = 0$，两事件同时发生。
- 若 $\Delta x \neq 0$，则 $\Delta t' \neq 0$，两事件不同时发生。

同时性概念是因参考系而异的，在一个惯性系中认为同时发生的两个事件，在另一惯性系中看来，不一定同时发生。**同时性具有相对性。**

一个惯性系中的同时、同地事件，在其它惯性系中必为同时事件；
一个惯性系中的同时、异地事件，在其它惯性系中必为不同时事件。

- 同时性的相对性只发生在相对运动方向上。
- 同时性的相对性还有一种说法是：时钟不同步。
  一个惯性系中已经校准（同步）的时钟在另一个参考系看来是没有校准（不同步）的。
  在相对运动前方的钟走的快，后方的钟走的慢。

$$
\begin{aligned}
\Delta t' &= t_2' - t_1' \\
&= \gamma\left[(t_2 - t_1) - \frac{u}{c^2}(x_2 - x_1)\right] \\
&= \gamma\left(\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x\right)
\end{aligned}
$$

当$u << c$时：

$$
\begin{aligned}
\Delta t &= t_2 - t_1 \\
&= \gamma\left[\frac{u}{c^2}(x_2' - x_1')\right] \\
&\approx 0
\end{aligned}
$$

---牛顿力学认为同时性是“绝对”的

在两个惯性系相对运动的方向上发生的两个事件，若在一个惯性系中这两个事件同时发生，则在另一惯性系中观测，总是处于前一个惯性系运动后方的事件先发生。

- 在某一惯性系中同时发生的两事件，在另一与之有相对运动的惯性系中观察，可能不同时发生。
- 同时性的相对性是光速不变原理的直接结果。
- “同时性” 只有在同一惯性系中或事件发生在空间同一处才能进行比较，空间上远离的事件在不同参照系中没有统一的同时性。

两个事件发生的时序与因果律关系

S系：事件1、事件2

S'系：$\Delta t' = t_2' - t_1'$ 由洛仑兹变换 $\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x\right)$

S系：若事件1先发生 $\Delta t = t_2 - t_1 > 0$

$\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x > 0$，则 $\Delta t' > 0$	事件1先发生
$\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x = 0$，则 $\Delta t' = 0$	同时发生
$\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x < 0$，则 $\Delta t' < 0$	事件2先发生

◆ 在 s' 系中观测，事件1和事件2发生的时序有可能颠倒。

时序与因果律的关系

S系：事件1先发生 $\Delta t = t_2 - t_1 > 0$

时序不变：

$$\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x\right) > 0$$

$$\Delta t > \frac{u}{c^2}\Delta x$$

$$v_s = \frac{\Delta x}{\Delta t} < \frac{c^2}{u}$$

有可能由信号关联

时序不变：

$$\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x\right) \le 0$$

$$\Delta t \le \frac{u}{c^2}\Delta x$$

$$v_s = \frac{\Delta x}{\Delta t} \ge \frac{c^2}{u} > c$$

不可能由信号关联

有因果关联的事件之间的信号速率 $v_s = \frac{\Delta x}{\Delta t} \le c < \frac{c^2}{u}$

- **有因果关联或可能有因果关联的事件时序不变，**
- **无因果关联的事件才可能发生时序变化。**

狭义相对论不违背因果律。

同时性是相对的→对两个相对运动的惯性系来说，沿相对运动方向发生的两个事件之间的时间间隔不同

---时间的量度是相对的

在一个惯性系中观测，在另一个作匀速直线运动的惯性系中同地发生的两个事件的时间间隔变大。

原时（固有时、本征时间）：

在某一惯性系中同一地点发生的两个事件的时间间隔。

在其他任何运动惯性系观测，这两个事件的时间间隔：

$$\Delta t = \frac{\Delta\tau}{\sqrt{1-u^2/c^2}} \quad \rightarrow \quad \Delta t > \Delta\tau \text{（原时）}$$

“原时最短”---对时间延缓的另一种说法

“原时最短”：可以同地发生的两个事件的时间间隔，在它们同地发生的惯性系中最短。

同一地点先后发生的两个事件的时间间隔叫原时，又叫固有时间、本征时间，由固定的一个时钟测得。$\Delta t'$是原时。Δt是S系中不同地点的同步时钟测得，叫运动时。

$$\begin{aligned}\Delta t' &= t_2' - t_1' \\ &= \gamma\left[(t_2 - t_1) - \frac{u}{c^2}(x_2 - x_1)\right] \\ &= \gamma\left(\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta t &= t_2 - t_1 \\ &= \gamma\left[(t_2' - t_1') + \frac{u}{c^2}(x_2' - x_1')\right] \\ &= \gamma\left(\Delta t' + \frac{u}{c^2}\Delta x'\right)\end{aligned}$$

$\Delta t > \Delta t'$意味着S'系的一只钟（测固有时）比S系的多只钟 (同步，测运动时) 测得的时间间隔小，似乎走得慢点，这个效应称为时间延缓。

在涉及某个参考系中两个同地发生的事件的问题中，一般应先确定哪个是原时。

设有静止的许多已经校准的同步钟（静钟），它们的指针走一个格所用时间都为1s。如果让其中的一个钟以$u = 0.8c$的速度相对静止观察者运动，那么在静止观察者看来这个运动的钟（动钟）的指针走一个格用多少时间?

解： 事件1：钟的秒针刚开始转一个格
事件2：秒针转完一个格
在相对钟静止的参考系中，事件1、2同地发生，时间间隔1s 为原时。

静止观察者观测，时间间隔：

$$\Delta t = 1s/\sqrt{1-0.8^2} = 1.67s$$

在静止观察者看来，动钟的指针转一个格所用的时间，比本参考系中静钟指针转一个格所用的时间要长0.67s。

在涉及某个参考系中两个同地发生的事件的问题中，一般应先确定哪个是原时。

设有静止的许多已经校准的同步钟（静钟），它们的指针走一个格所用时间都为1s。如果让其中的一个钟以$u = 0.8c$的速度相对静止观察者运动，那么在静止观察者看来这个运动的钟（动钟）的指针走一个格用多少时间?

在静止观察者看来，动钟的指针转一个格所用的时间，比本参考系中静钟指针转一个格所用的时间要长$0.67s$。

或者说：“动钟比静钟走得慢”

这纯属时空的性质，而不是钟的结构发生了变化。动钟和静钟的结构完全相同，放在一起时它们走得一样快。

在一个惯性系中观测，在另一个运动惯性系中同一地点发生的任何过程（包括物理、化学和生命过程）的节奏要变慢。

$$\Delta t' = \gamma\Delta t \qquad \Delta t = \gamma\Delta t'$$

- 时间延缓是一种**相对效应**：S'系中的观察者发现静止于S系中相对于自己运动的任一只钟比自己参照系中的一系列同步的钟走得慢。
- 牛顿的绝对时间概念实际上是相对论时间概念在参照系的相对速度很小时的近似。

$$u << c,\ \frac{u}{c} \to 0,\ \gamma \to 1,\ \Delta t' = \Delta t$$

- S'系中，发生在**同一地点**的两事件的时间间隔为**固有时或原时**，**是运动物体时间进程的客观量度**。而在S系中测得的此两事件的时间间隔总大于固有时。所以说运动的时钟变慢。
- 其实钟是一样的的标准钟，走得一样快。运动时钟变慢只是S'系中一只静止的钟在随 S'系相对于S系运动时，与经过的S系中的时钟不停地进行比较，比较的结果是S系中的时钟的读数比自己超前了。

实验验证：μ子衰变

宇宙射线和大气相互作用时能产生π介子衰变，在大气上层放出μ子。这些μ子的速度约为$0.998c$，如果在实验室中测得静止μ子的寿命为$2.2\times10^{-6}\mathrm{s}$，试问，在8000m高空由$\pi$介子衰变放出的$\mu$子能否飞到地面？

按照相对论理论，地面参考系测得μ子的寿命应为

$$\Delta t=\gamma\Delta t'=\gamma\tau$$

在地面参考系看来，μ子的飞行距离为

$$L=u\Delta t=u\gamma\tau$$

$$=\frac{0.998\times3\times10^{8}\times2.2\times10^{-6}}{\sqrt{1-0.998^{2}}}=10420\mathrm{m}>8000\mathrm{m}$$

显然，μ子可以飞到地面。

测量结果：到达地面的μ子流为$500\mathrm{m}^{-2}\cdot\mathrm{s}^{-1}$

验证了相对论时间膨胀效应。

实验验证：μ子衰变

宇宙射线和大气相互作用时能产生π介子衰变，在大气上层放出μ子。这些μ子的速度约为$0.998c$，如果在实验室中测得静止μ子的寿命为$2.2\times10^{-6}\mathrm{s}$，试问，在8000m高空由$\pi$介子衰变放出的$\mu$子能否飞到地面?

按照经典理论，μ子飞行的距离为

$$L=u\tau$$

$$=0.998\times3\times10^{8}\times2.2\times10^{-6}=658.7\mathrm{m}$$

显然，μ子不能飞到地面。

静止的π介子衰变的平均寿命是$2.5\times10^{-8}\mathrm{s}$。当它以速率$u=0.99c$ 相对于实验室运动时，在衰变前能通过多长距离?

解：寿命$2.5\times10^{-8}\mathrm{s}$是介子参照系中衰变过程的原时，
其在实验室参照系中的对应时间间隔应为

$$\Delta t=\gamma\Delta t'=\frac{\Delta t'}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

$$=\frac{2.5\times10^{-8}}{\sqrt{1-0.99^2}}=1.8\times10^{-7}\ (\mathrm{s})$$

通过的距离为 $L=u\Delta t$

$$=0.99\times3\times10^{8}\times1.8\times10^{-7}=53\ (\mathrm{m})$$

与实验结果 52m 符合很好。

时间延缓效应的实验验证

一飞船以$9\times10^3\,\mathrm{m/s}$的速率相对于地面（假定为惯性系）匀速飞行。飞船上的钟走了 5s，问地面上经历了多少秒?

解：地面为S系，船为S'系。 $\Delta t' = 5\mathrm{s}$ 是固有时

$$\Delta t = \gamma\Delta t' = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

$$= \frac{5}{\sqrt{1-\left(9\times10^3\right)^2/\left(3\times10^8\right)^2}}$$

$$\approx 5.000000002\ (\mathrm{s})$$

固有长度为 5m 的飞船以 $9\times10^3\,\mathrm{m/s}$的速率相对于地面匀速飞行时，从地面上测量，它的长度是多少?

解：地面为S系，船为S'系。 $l' = 5\mathrm{m}$ 是固有长度

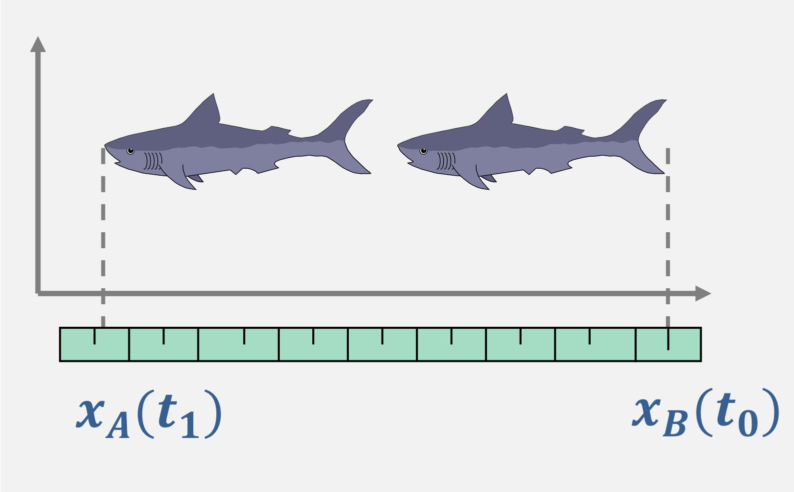
$$l = \gamma^{-1}l' = \sqrt{1-u^2/c^2}\,l'$$

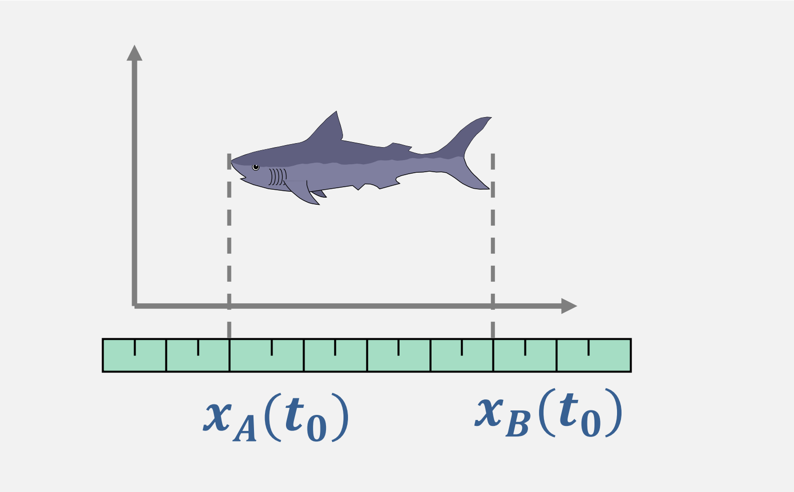
$$= 5\sqrt{1-(9\times10^3)^2/(3\times10^8)^2}$$

$$\approx 4.999999998\ (\mathrm{m})$$

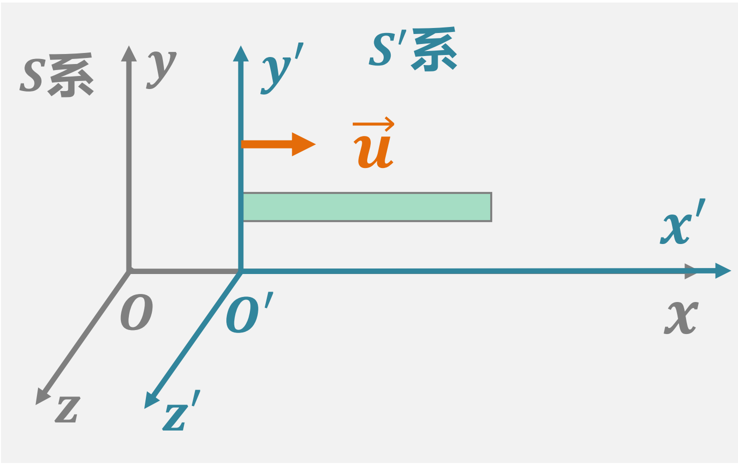
长度的测量：

长度 = 在与长度方向平行的坐标轴上，物体两端坐标值之差。
当物体**静止**时，两坐标**不一定同时**记录；
当物体**运动**时，两坐标**必须同时**记录。





$$\Delta x' = \gamma(\Delta x - u\Delta t)$$



设尺相对于S'系静止

测量其两端坐标：

	事件1	事件2
S 系	x_1，t_1	x_2，t_2
S'系	x'_1，t'_1	x'_2，t'_2

在相对于物体静止的参考系中测量的长度

---原长（固有长度、本征长度）

$$L_0 = x'_2 - x'_1$$

两端坐标一定要同时测量。

在相对于物体运动的参考系中测量的长度

---非原长（观测长度）

$$L = x_2 - x_1$$

两端坐标不一定同时测量。

静系：$\Delta t'$ 不一定为零
$\Delta x'$ 为原长

动系：Δt 一定为零
Δx为非原长

尺相对于S'系静止

$$\Delta x' = \gamma(\Delta x - u\Delta t)$$

原长　观测长度（非原长）　0

$$\Delta x = \gamma^{-1}\Delta x' < \Delta x'$$

非原长　原长

尺相对于S系静止

$$\Delta x = \gamma(\Delta x' - u\Delta t')$$

原长　观测长度（非原长）　0

$$\Delta x' = \gamma^{-1}\Delta x < \Delta x$$

非原长　原长

- 空间间隔的测量是相对的，物体的长度与惯性系的选择有关。
- 在一切长度测量中**原长最长**。
- 在其它惯性系中测量相对其运动的尺，总得到比原长小的结果---**动尺缩短**。

$$L = \gamma^{-1} L_0 = \sqrt{1 - u^2/c^2}\, L_0 < L_0$$

非原长　　原长

长度收缩公式适用条件：
能**同时测量**动尺（空间间隔）两端的坐标。
否则，只能用空间间隔变换式进行变换。

- 尺缩效应只在相对运动方向上发生；
- 尺缩效应是高速运动物体的测量形象，不是视觉形象。

原长：相对于尺静止的参考系测得的长度。
非原长：相对于尺运动的参考系测得的长度。

测量静止物体长度（S'系）：

测出物体两端坐标，差值 $\Delta x'$ 就是物体的长度（静长）

---对测量的先后次序没有要求，可以不同时测量物体两端坐标，t_1'可以不等于t_2'。

测量运动物体长度（S系）：

---只有同时测定两端坐标，$t_1 = t_2$，差值Δx才是物体长度（测长）

把测量物体两端坐标，定义为两个事件：

$$\Delta x' = \frac{\Delta x - u(t_2 - t_1)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \frac{\Delta x}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \rightarrow \underset{(\text{测长})}{\Delta x} < \underset{(\text{静长})}{\Delta x'}$$

---长度收缩效应（尺缩效应）

长度收缩效应---在惯性系中观测，运动物体在其运动方向上的长度要缩短。

测量物体两端坐标这两个事件→推广到任意两个可以同时发生的事件

测长： 在某一惯性系中同时发生的两个事件的空间间隔，记为Δl（测长）。

由同时性的相对性可知，在其他任何沿测长方向作相对运动的惯性系中，这两个事件一定不能同时发生，空间间隔记为$\Delta l'$。

洛伦兹变换：$\Delta l = \Delta l' \sqrt{1 - u^2/c^2}$ $\rightarrow \Delta l$（测长）$< \Delta l'$

“测长最短”---对长度收缩的更普遍说法

$$\Delta l = \Delta l' \sqrt{1 - u^2 / c^2} \quad \rightarrow \Delta l\ (\text{测长}) < \Delta l'$$

“测长最短”：可以同时发生的两个事件的空间间隔，在它们同时发生的惯性系中最短。

在涉及某个参考系中两个同时发生的事件的问题中，一般应先确定哪个是测长。

- **长度收缩与同时性的相对性有关，是不同惯性系之间进行时间测量的结果。**
- **长度收缩只发生在物体运动的方向上，在垂直方向上不收缩。 ---纵向收缩，横向不收缩。**
- **长度收缩纯属时空性质，与在热胀冷缩现象中所发生的实际的收缩和膨胀是完全不同的。**

“同时”的相对性、时空量度的相对性

事件	S 系 $\mathrm{I}\,(x_1, t_1)$ $\mathrm{II}\,(x_2, t_2)$	S' 系 $\mathrm{I}(x_1', t_1')$ $\mathrm{II}(x_2', t_2')$
变换	$x = \gamma(x' + ut')$ $t = \gamma\left(t' + \frac{u}{c^2}x'\right)$	$x' = \gamma(x - ut)$ $t' = \gamma\left(t - \frac{u}{c^2}x\right)$

洛伦兹时空间隔变换

$$\Delta x' = \gamma(\Delta x - u\Delta t)$$
$$\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x\right)$$

$$\Delta x = \gamma(\Delta x' + u\Delta t')$$
$$\Delta t = \gamma\left(\Delta t' + \frac{u}{c^2}\Delta x'\right)$$

一个惯性系中的同时、同地事件，在其它惯性系中必为同时事件；
一个惯性系中的同时、异地事件，在其它惯性系中必为不同时事件。

洛伦兹时空间隔变换

$$\Delta x' = \gamma(\Delta x - u\Delta t)$$
$$\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x\right)$$

$$\Delta x = \gamma(\Delta x' + u\Delta t')$$
$$\Delta t = \gamma\left(\Delta t' + \frac{u}{c^2}\Delta x'\right)$$

“原时”和“非原时”可以涵盖所有的时间间隔测量，
“原长”和“非原长”不能涵盖所有的空间间隔测量。
时间间隔、空间间隔的测量是相对的，与惯性系的选择有关。

- 在一切时间测量中，**原时最短**。
  从相对事件发生地运动的参考系中测量出的时间总比原时长 **（时间膨胀）**。
- 每个参考系中的观测者都会认为相对自己运动的钟比自己的钟走得慢 **（动钟变慢）**。

$$\Delta t' = \gamma\Delta t = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-u^2/c^2}} > \Delta t$$

- 在一切长度测量中**原长最长**；
- 在其它惯性系中测量相对其运动的尺，总得到比原长小的结果---**动尺缩短**。

$$L = \gamma^{-1}L_0 = \sqrt{1-u^2/c^2}\,L_0 < L_0$$

一固有长度为100m的火箭以速度$v=0.8c$相对于以地面飞行，发现一流星从火箭的头部飞向尾部，掠过火箭的时间在火箭上测得为10^{-6}秒 。试问地上的观察者测量时

(1) 流星掠过火箭的时间是多少?

(2) 该时间内流星飞过的距离是多少?

(3) 流星运动的速度和方向如何?

解：设火箭为S'系，地面为S系，并以火箭的运动方向为x轴的正方向。令流星到达火箭首、尾端的事件分别为事件1和事件2，依照题意，已知条件为

$$v=0.8c,\quad \Delta x'=x_2'-x_1'=-100\ \mathrm{m},\quad \Delta t'=1.0\times10^{-6}\mathrm{s}$$

$$\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}=5/3$$

(1) 由时间间隔变换公式 $\Delta t=\gamma\left(\Delta t'+\frac{v}{c^2}\Delta x'\right)$

得地上测得流星掠过火箭的时间

$$\Delta t=\frac{5}{3}\left(10^{-6}-\frac{0.8c}{c^2}\times100\right)=1.2\times10^{-6}\ (\mathrm{s})$$

解：设火箭为S'系，地面为S系，并以火箭的运动方向为x轴的正方向。令流星到达火箭首、尾端的事件分别为事件1和事件2，依照题意，已知条件为

$$v = 0.8c, \quad \Delta x' = x_2' - x_1' = -100\ \mathrm{m}, \quad \Delta t' = 1.0 \times 10^{-6}\mathrm{s}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = 5/3$$

(2) 由空间间隔变换公式 $\Delta x = \gamma(\Delta x' + v\Delta t')$
得地上测得该时间内流星飞过的距离

$$\Delta x = \frac{5}{3}\left(-100 + 0.8c \times 10^{-6}\right) = 2.2 \times 10^2\ (\mathrm{m})$$

(3) 流星飞过的距离和时间，是同一S系中的测量值，故飞行速度为

$$u = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2.2\times10^2}{1.2\times10^{-6}} = 1.8 \times 10^8 (\mathrm{m/s})$$

$u > 0$ 表示在S系中观察流星的方向与火箭的运动同向。
由于 $u < v$ ，实际上是火箭在追赶流星，造成流星由火箭头部飞向尾端。