微积分在交通管理事务中的应用

谷存昌[1]，王春晓[2]

（1. 河南工业大学理学院，河南　郑州　450052；2. 河南工业大学，河南　郑州　450052）

[摘要]微积分只是在研究交通管理事务中所使用的最一般的工具，如果把其他的一些工具加以引进，比如：数理统计、微分方程、数值计算、最优化理论等，会得到更多更好更精确的结果，为我们的实际管理过程提供强有力的定量理论支撑，这是一项非常有意义的工作。

[关键词]微积分；方程；交通管理

[中图分类号]O1　　[文献标识码]A　　[文章编号]1673－0046(2008)08－0129－02

目前在国内外，利用数学定量分析方法解决交通管理领域方面的问题已成为管理学理论体系中的一个重要组成部分，它使管理学走向了定量化。微积分是整个高等数学的基础，因此，文章重点讨论微积分在交通管理中最基本的一些简单应用，通过具体实例利用微积分给出具体的解决办法，感受从实际问题归纳成数学问题的技巧，得到数学建模构建的训练，充分展现微积分在交通类学科中的实际价值。

一、路口平均速度计算

某公路管理处在城市高速公路出口处，记录了几个星期内平均车辆行驶速度。一个普通工作日中的下午1:00至6:00之间，数据统计如下：

时刻(h)	速度(km/h)	时刻(h)	速度(km/h)	时刻(h)	速度(km/h)	时刻(h)	速度(km/h)
1.0	49.5	2.4	60.2	3.8	70	5.2	77.8
1.2	51.8	2.6	63.1	4.0	71.6	5.4	78.5
1.4	52.9	2.8	62.9	4.2	72.1	5.6	79.2
1.6	55	3.0	65	4.4	73.2	5.8	80.1
1.8	56.2	3.2	66.3	4.6	75.2	6.0	81
2.0	57.4	3.4	67.2	4.8	76.6		
2.0	59.6	3.6	68.9	5.0	76.7		

试将时间和速度拟合成曲线，并计算下午1:00至6:00内的平均车辆行驶速度？

解：为了更准确地拟合时间和速度，我们采用三次曲线拟合。其一般方程为$\overline{Y}_t=a+bt+ct^2+dt^3$，根据最小二乘法求得，曲线中的四个未知常数 $a,\ b,\ c,\ d$ 满足

$$\begin{cases}\sum Y_t=na+b\sum t+c\sum t^2+d\sum t^3\\ \sum tY_t=a\sum t+b\sum t^2+c\sum t^3+d\sum t^4\\ \sum t^2Y_t=a\sum t^2+b\sum t^3+c\sum t^4+d\sum t^5\\ \sum t^3Y_t=a\sum t_3+b\sum t_4+c\sum t_5+d\sum t^6\end{cases}$$ 通过计算

此口在t时刻的平均车辆行驶速度为 $s(t)=2t^3-21t^2+60t+40(km/h)$左右，

那么：平均车辆行驶速度

$$\bar{v}=\frac{1}{6-1}\int_1^6 s(t)dt=\frac{1}{5}\int_1^6(2t^3-21t^2+60t+40)dt$$
$$=\frac{1}{5}(\frac{1}{2}t^4-7t^3+30t^2+40t)\Big|_1^6=78.5(km/h)$$

二、交通管理问题

在交通十字路口，都设置了红绿灯，为了让那些正行驶在交叉路口或离交叉路口太近而无法停下的车辆通过路口，红绿灯转换中间还有亮起一段时间的黄灯。对于一位驶近交叉路口的驾驶员来说，万万不可处于进退两难的境地：要安全停车则离路口太近；要想在红灯亮之前通过路口又显得太远。

那么，黄灯应亮多长时间才最为合理呢？

对于驶近交叉口的驾驶员，在他看到黄色信号后要作出决定：是停车还是通过路口。如果他以法定速度（或低于法定速度）行驶，当决定停车是，他必须有足够的停车距离。当决定通过路口时，他必须有足够的时间使他能够完全通过路口，这包括作出停车决定的反应时间以及通过停车所需的最短距离的驾驶时间。能够很快看到黄灯的驾驶员可以利用刹车距离将车停下。

于是，黄灯状态应持续的时间包括驾驶员的反应时间，他通过交叉路口的时间以及通过刹车距离所需的时间。

如果法定速度为 v_0，交叉路口的宽度为 I，典型的车身长度为 L。考虑到车通过路口实际上指的是车的尾部必须通过路口，因此，通过路口的时间为$\frac{I+L}{v_0}$。

现在我们来计算刹车距离。设 W 为汽车重量，μ 为摩擦系数，显然，地面对汽车的摩擦力为 μW，其方向与运动方向相反。汽车在停车过程中，行驶的距离 x 与时间 t 可由下面的微分方程$\frac{W}{g}\cdot\frac{d^2x}{dt^2}=-\mu W$求得，其中 g 为重力加速度。

我们给出上述方程的初始条件为$x\Big|_{t=0}=0,\frac{dx}{dt}\Big|_{t=0}=0$。于是，刹车距离就是直到速度 $v=0$ 是汽车驶过的距离。

首先，求解二阶微分方程，从0到 t 积分，再利用初始条件，我们得$\frac{dx}{dt}=-\mu gt+v_0$，又在 $x|_{t=0}=0$ 的条件下对其从0到 t 积分得：$x=-\frac{1}{2}\mu gt^2+v_0t$，令$\frac{dx}{dt}=-\mu gt+v_0=0$，得到刹车所用的时间为$t_0=\frac{v_0}{\mu g}$，从而得到 $x(t_0)=\frac{v_0^2}{2\mu g}$，所以，黄灯状态的时间为 $A=\frac{x(t_0)+I+L}{v_0}+T$，其中 T 是驾驶员的反应时间。于是$A=\frac{v_0}{2\mu g}+\frac{I+L}{v_0}+T$。

假设 $T=1$ 秒，$L=15$ 英尺，$I=30$ 英尺。另外，我们选取具有代表性的 $\mu_0=0.2$。当 $v_0=30,40,50$ 英里/

触发器在 sql server 中的应用

吉文龙

(晋城职业技术学院,山西 晋城 048000)

[摘要]触发器是一种保证数据完整性的方法,它是一种特殊的存储过程。本文简述了 SQL Server2005 中的3种触发器对象:After,DDL 和 Instead of 触发器的概念、工作原理,并给出了应用实例。

[关键词]SQL Server 2005;After 触发器;DDL 触发器;Instead of 触发器

[中图分类号]TP3 [文献标识码]A [文章编号]1673-0046(2008)08-0130-02

触发器是一种特殊类型的存储过程,它响应数据库环境下的某个请求。但它不同于一般的存储过程。触发器主要是通过事件进行触发而被执行的,而存储过程可以通过存储过程名而被直接调用。当对某一表进行诸如 update、insert、delete 这些操作时,SQL Server 就会自动执行触发器所定义的 SQL 语句,从而确保对数据的处理必须符合由这些 SQL 语句所定义的规则。

SQL Sever 2005 包含3个触发器对象:After,数据定义语言(DDL)和 Instead of。After 触发器是存储程序,它发生于数据操作语句作用之后,例如删除语句等。DDL 是 SQL Server 2005 的新触发器,允许响应数据库引擎中对象定义水平事件(例如:drop table 语句)。Instead of 触发器是对象,在数据库引擎中可以取代数据操作语句而执行。

一、After 触发器

SQL Server 创建的默认的触发器为 After 触发器,AFTER 触发器只能在表上定义,要求只有执行某一操作(Insert、Update、Delete)之后,触发器才被触发。可以为针对表的同一操作定义多个触发器。对于 After 触发器,可以定义哪一个触发器被最先触发,哪一个被最后触发,通常使用系统过程 sp-settriggerorder 来完成此任务。After 触发器通常用于监视发生在数据库表格里的数据变化。

二、DDL 触发器

在 sql server 2000 中,只能为针对表发出的 DML 语句(Insert、Update 和 Delete)定义 After 触发器。而 SQL Server 2005 可以就整个服务器或数据库的某个范围为 DDL 事件定义触发器。

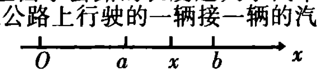
小时时,黄灯时间如表2所示:

$v_0(mile/h)$	A	经验法
30	5.46s	3s
40	6.35s	4s
50	7.34s	5s

我们注意到,经验法的结果一律比我们预测的黄灯状态短些。这使人想起,许多交叉路口红绿灯的设计可能使车辆在绿灯转为红灯时正处于交叉路口。

三、交通堵塞问题

我们考虑一段公路上行驶的若干个汽车的流动问题。显然,这个问题很难看作是公路上距离的连续问题,但由于公路的长度远大于汽车间的距离,因此,我们把公路上行驶的一辆接一辆的汽车看作是连续流。



选公路为 x 轴(如图),$u(x,t)$表示 t 时刻流场在 x 点的速度,流量 $q(x,t)$表示单位时间内通过 x 点处的汽车数,$\rho(x,t)$表示时刻在处的汽车密度。显然,我们有 $q(x,t)=u(x,t)\cdot\rho(x,t)$。

假定在给定公路段$[a,b]$中没有任何岔路,且不发生汽车掉队、超车等情况,设 t 时刻在给定路段$[a,b]$内车数为 $N(t)$,则从车辆守恒的角度出发,我们有 $N(t+\Delta t)-N(t)=q(a,t)\Delta t-q(b,t)\Delta t$,令$\Delta t\to 0$ 得$\frac{dN}{dt}=q(a,t)-q(b,t)$,又由 $N(t)$及 $\rho(x,t)$的含义,有 $N(t)=\int_a^b\rho(x,t)dx$,那么$\int_a^b\frac{\partial\rho}{\partial\rho}dx=q(a,t)-q(b,t)$,

在上式中利用积分中值定理,并令 $b\to a$,易得 $-\frac{\partial\rho}{\partial\rho}=\frac{\partial q}{\partial x}$

我们再注意到这样的一个事实:车辆密度越小,车速越大,车辆密度越大,车速越小。当车辆密度越来越大时,汽车速度将接近零。若密度达到最大值 ρm,则速度为零。我们假设车速只是密度 ρ 的函数,即 $u=u(\rho)$。一般来说,$u(\rho)$为 ρ 的单调减少函数。此时,流量为 $q=u(\rho)\cdot\rho$,那么方程 $-\frac{\partial\rho}{\partial\rho}=\frac{\partial q}{\partial x}$化为$\frac{\partial\rho}{\partial t}+q'(\rho)\cdot\frac{\partial q}{\partial x}$,初始条件为 $\rho(x,0)=\varphi(x)$,其中 $\varphi(x)$为已知函数。此方程构成了交通流的数学模型。

[基金项目:河南省教育科学“十一五”规划 2007 年课题(2007-JKGHAZ-019)]

参考文献:

[1]钱小军.数量方法[M].北京:高等教育出版社,1999:248-249.

[2]李心灿.高等数学应用 205 例[M].北京:高等教育出版社,1997:166.

[3]沈继红,施久玉等.数学建模[M].哈尔滨:哈尔滨工程大学出版社,1997:72-78.

[4]同济大学数学教研室.高等数学[M].北京:高等教育出版社,1996:342-343.