《大学物理 II》作业　　No.02 波动

班级 ________ 学号 ________ 姓名 _________ 成绩 _______

一、选择题

1、一平面简谐波表达式为 $y=-0.05\sin\pi(t-2x)$ (SI)，则该波的频率 ν(Hz)、波速 u($\mathrm{m\cdot s^{-1}}$)及波线上各点振动的振幅 A(m)依次为：[C]

(A) $1/2$，$1/2$，-0.05　　(B) $1/2$，1，-0.05

(C) $1/2$，$1/2$，0.05　　(D) 2，2，0.05

解： 平面简谐波表达式可改写为：

$$y=-0.05\sin\pi(t-2x)=0.05\cos(\pi t-2\pi x+\frac{\pi}{2})\quad \text{(SI)}$$

与标准形式的波动方程 $y=A\cos[2\pi\nu(t-\frac{x}{u})+\varphi]$ 比较，可得：

$A=0.05$ (m)，　$\nu=\frac{1}{2}$ (Hz)，　$u=\frac{1}{2}$ ($\mathrm{m\cdot s^{-1}}$)。 故选 C。

2、在下面几种说法中，正确的说法是：[C]

(A) 波源的振动周期与波动的周期在数值上是不同的

(B) 波源振动的速度与波速相同

(C) 在波传播方向上的任一质点振动相位总是比波源的相位滞后

(D) 在波传播方向上的任一点的振动相位总是比波源的相位超前

解： 由于在波传播的过程中，介质中每一个质点都依次重复波源的振动，因此波动的周期在数值上等于波源振动的周期；波源振动的速度与波速完全不同；在波传播的方向上，质点振动的位相依次落后，所以在波传播方向上任一点的振动相位都落后于波源的相位。

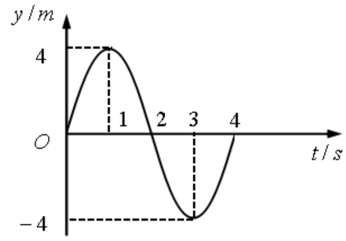
3、一平面简谐波，频率为 100 Hz，波速 360 m/s，在波线上有 A、B 两点，相位差为 $\varphi_A - \varphi_B = \dfrac{\pi}{3}$，则两点的距离为：[　A　]

(A) 0.6 m，且 A 点距波源较近　　(B) 1.2 m，且 A 点距波源较近

(C) 0.6 m，且 B 点距波源较近　　(D) 1.2 m，且 B 点距波源较近

解： $u = \nu\lambda, \lambda = \dfrac{u}{\nu} = 3.6\,\mathrm{m/s}$，$\dfrac{2\pi}{\lambda}x = \dfrac{\pi}{3}$, $x = \dfrac{\lambda}{6} = 0.6\mathrm{m}$。$\varphi_B = \varphi_A - \dfrac{\pi}{3}$，$B$ 点相位落后于 A 点，所以 A 点距离波源更近。

4、一平面简谐波沿 x 轴负方向传播，波速 $u = 10\,\mathrm{m/s}$，$x = \dfrac{\lambda}{4}$ 处的振动曲线如图所示，则该波的波函数为：[　B　]



(A) $y = 4\cos\left[\dfrac{\pi}{2}t + \dfrac{\pi}{20}(x-10) + \dfrac{\pi}{2}\right]$ (SI)

(B) $y = 4\cos\left[\dfrac{\pi}{2}t + \dfrac{\pi}{20}(x-10) - \dfrac{\pi}{2}\right]$ (SI)

(C) $y = 4\cos\left[\dfrac{\pi}{2}t + \dfrac{\pi}{20}(x+10) + \dfrac{\pi}{2}\right]$ (SI)

(D) $y = 4\cos\left[\dfrac{\pi}{2}t + \dfrac{\pi}{20}(x+10) - \dfrac{\pi}{2}\right]$ (SI)

解： 由图可得：$x = \dfrac{\lambda}{4}$ 处的振动方程为 $y = 4\cos\left(\dfrac{\pi}{2}t - \dfrac{\pi}{2}\right)$，$\lambda = uT = 10\times 4 = 40\mathrm{m}$，$x = \dfrac{\lambda}{4} = 10\mathrm{m}$，波沿 x 轴负方向传播，所以波函数为 $y = 4\cos\left[\dfrac{\pi}{2}\left(t + \dfrac{x-10}{10}\right) - \dfrac{\pi}{2}\right] = 4\cos\left[\dfrac{\pi}{2}t + \dfrac{\pi}{20}(x-10) - \dfrac{\pi}{2}\right] = 4\cos\left(\dfrac{\pi}{2}t + \dfrac{\pi}{20}x - \pi\right)$。

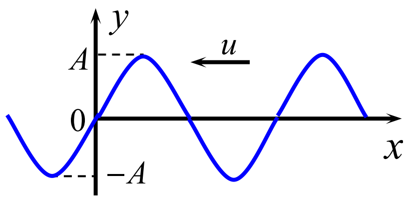
5、一简谐波沿 x 轴负方向传播，角频率为 ω，波速为 u。设 $t = T/4$ 时刻的波形如图所示，则该波的表达式为：[　D　]

(A) $y = A\cos\omega(t - x/u)$

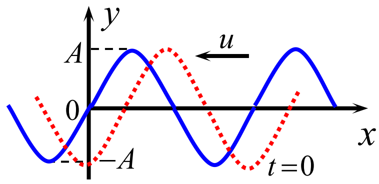
(B) $y = A\cos[\omega(t - x/u) + \frac{\pi}{2}]$

(C) $y = A\cos[\omega(t + x/u)]$

(D) $y = A\cos[\omega(t + x/u) + \pi]$



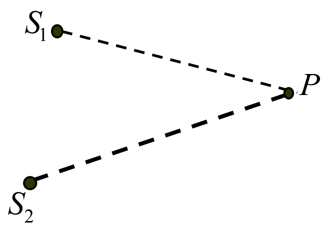
解： 因波沿 x 轴负方向传播，故将 $t = T/4$ 时波形图向右移$\frac{1}{4}\lambda$，可得 $t=0$时波形如图中虚线所示。在0点，$t=0$ 时 y = -A，初相$\varphi = \pi$，



振动方程为$y_0 = A\cos(\omega t + \pi)$。

因波向$-x$方向传播，所以波动方程为： $y = A\cos[\omega(t+\frac{x}{u})+\pi]$ (SI)。

6、如图所示，S_1和S_2为两相干波源，它们的振动方向均垂直于图面，发出波长为λ的简谐波。P 点是两列波相遇区域中的一点，已知$\overline{S_1P} = 2\lambda$，$\overline{S_2P} = 2.2\lambda$，两列波在 P 点发生相消干涉。若 S_1 的振动方程为 $y_1 = A\cos(2\pi t + \frac{1}{2}\pi)$，则$S_2$的振动方程为：[D]



(A) $y_2 = A\cos(2\pi t - \frac{1}{2}\pi)$ (B) $y_2 = A\cos(2\pi t - \pi)$

(C) $y_2 = A\cos(2\pi t + \frac{1}{2}\pi)$ (D) $y_2 = A\cos(2\pi t - 0.1\pi)$

解： S_1 和 S_2 在 P 点发生相消干涉，相位差为：

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = (2k+1)\pi$$

$$\varphi_2 = (2k+1)\pi + \varphi_1 + \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = (2k+1)\pi + \frac{1}{2}\pi + \frac{2\pi}{\lambda}(2.2\lambda - 2\lambda) = 2k\pi + \frac{19}{10}\pi$$

令$k = -1$，则$\varphi_2 = -\frac{1}{10}\pi$。因为 y_1 和 y_2 在 P 点发生相消干涉，$A_2 = A_1 = A$，所以，S_2的振动方程为： $y_2 = A\cos(2\pi t - \frac{1}{10}\pi) = A\cos(2\pi t - 0.1\pi)$。

7、有两列沿相反方向传播的相干波，其波动方程分别为 $y_1 = A\cos 2\pi(\nu t - x/\lambda)$ 和 $y_2 = A\cos 2\pi(\nu t + x/\lambda)$，叠加后形成驻波，其波腹位置的坐标为：[C]

(A) $x = \pm k\lambda$ (B) $x = \pm\frac{1}{2}(2k+1)\lambda$

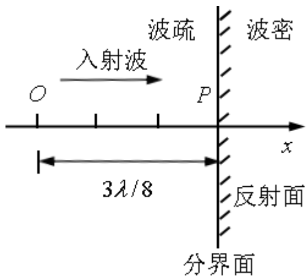
(C) $x = \pm\frac{1}{2}k\lambda$ (D) $x = \pm\frac{1}{4}(2k+1)\lambda$

其中的 $k = 0,\ 1,\ 2,\ 3\cdots$

解：两列波叠加后形成驻波，其方程为 $y = y_1 + y_2 = 2A\cos(2\pi\nu t)\cos(\frac{2\pi}{\lambda}x)$

波腹处有：$\cos(\frac{2\pi}{\lambda}x) = \pm 1$ ，所以 $x = \pm\frac{1}{2}k\lambda$，故选 C。

8、一平面简谐波沿 x 轴正向传播，如图所示，振幅为 A，频率为 ν，波长为 λ，已知 $t=0$ 时，在原点 O 处的质元由平衡位置向 x 轴正方向运动，则反射波的波函数为：[C]



(A) $y = A\cos\left(2\pi\nu t + \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$ (SI)

(B) $y = A\cos\left(2\pi\nu t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \frac{\pi}{2}\right)$ (SI)

(C) $y = A\cos\left(2\pi\nu t + \frac{2\pi}{\lambda}x - \pi\right)$ (SI)

(D) $y = A\cos\left(2\pi\nu t - \frac{2\pi}{\lambda}x - \pi\right)$ (SI)

解：由题意可得：x=0 处质点振动方程为 $y = A\cos\left(2\pi\nu t - \frac{\pi}{2}\right)$，所以入射波函数为 $y_入 = A\cos\left(2\pi\nu t - \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$，代入 P 点坐标可得 P 点处振动方程为：$y_{入P} = A\cos\left(2\pi\nu t - \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{\lambda}\frac{3\lambda}{8}\right) = A\cos\left(2\pi\nu t - \frac{5\pi}{4}\right)$，$P$ 点处有半波损失，

因此反射波在 P 点的振动方程为：

$y_{反P}=A\cos\left(2\pi\nu t-\frac{5\pi}{4}+\pi\right)=A\cos\left(2\pi\nu t-\frac{\pi}{4}\right)$，则反射波的波函数为：

$$y_{反}=A\cos\left[2\pi\nu t-\frac{\pi}{4}-\frac{2\pi\left(\frac{3\lambda}{8}-x\right)}{\lambda}\right]=A\cos\left(2\pi\nu t+\frac{2\pi}{\lambda}x-\pi\right)。$$

9、一平面简谐波在弹性介质中传播，在介质质元从平衡位置运动到最大位移处的过程中：［ D ］

(A) 它的动能转换成势能

(B) 它的势能转换成动能

(C) 它从相邻的一段质元获得能量，其能量逐渐增大

(D) 它把自己的能量传给相邻的一段质元，其能量逐渐减小

解： 由介质元能量特征知：介质元处在平衡位置时，动能和势能都是最大。因而从平衡位置向最大位移运动过程中，能量减少，减少的能量传给相邻的一段介质元。

二、判断题

1、在波传播方向上的任一质点的振动相位总是比波源的相位滞后。

解： 正确。波传播的过程中，介质中的每一质点都依次重复波源的振动，因此介质元的振动状态总是落后于波源的振动。

2、波传播的过程实际上也是运动状态和能量的传播过程。

解： 正确。波动为振动在介质中的传播，传播的是振动的状态和能量。

3、不同频率的波在同一介质中传播时具有相同的波速，而同一频率的波在不同介质中传播时其波长不同。

解： 正确。波速取决于介质的弹性和惯性，由介质本身的性质决定，因此同一介质中，不同频率的波其波速相同；介质不同，波速不同，频率相同，则波长$\lambda = \frac{u}{v}$不同。

4、振动状态在一个周期内传播的距离就是波长，则可以通过测量波线上相邻两个静止质点的距离获得波长。

解： 错误。波长为一个周期内振动状态传播的距离，也可表述为波传播方向上任意两个相邻的振动状态完全相同的两质点间距。每个质点都在各自的平衡位置附近做往复运动，因此“通过测量波线上相邻两个静止质点的距离获得波长”表述错误。

5、驻波上处于波节的点位移始终为零，处于波腹的点位移始终处于最大。

解： 错误。根据驻波的形成与特征，处于波节的点其位移始终为零，两个相邻的波节之间的质点具有各自的振幅，在各自的平衡位置处做往复运动，波腹处质点其振幅最大。

6、一平面简谐波在弹性介质中传播，在介质质元从最大位移处回到平衡位置的过程中，它的势能转换成动能。

解： 错误。在平面简谐波中，介质元的动能和势能同相变化，介质元在最大位移处时，势能与动能都为零，经过平衡位置时，动能势能都有最大值，因此介质元从最大位移处回到平衡位置的过程中，介质元接收前一介质元的能量，机械能增加。

7、两列频率不同的波相遇，因为没有出现稳定的干涉图样，所以没有叠加。

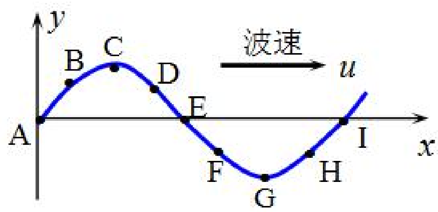
解：错误。两列波在空间相遇，只要是线性波，都遵从叠加原理。但要出现稳定的干涉图样，还需要满足干涉条件（同方向同频率相位差恒定），干涉的本质是相干叠加。

8、驻波波腹处介质元动能、势能均为零。

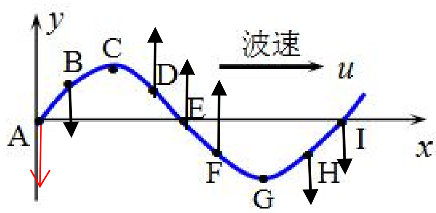
解：错误。根据驻波的能量，弹性势能主要集中于波节附近，动能主要集中于波腹附近，即驻波中的动能势能在波腹和波节附近周期性转换和转移。

三、填空题

1、 设某时刻一横波波形曲线如图所示。在图中用箭头标出 A、B、C、D、E、F、G、H、I 等质点在该时刻的运动方向。



解：



2、 已知一平面简谐波沿 x 轴正向传播，振动周期 $T = 0.5$ s，波长 $\lambda =$ 10 m，振幅 $A = 0.1$ m。当 $t = 0$ 时波源振动的位移恰好为正的最大值。若波源处为原点，则沿波传播方向距离波源为 $\lambda/2$ 处的振动方程为 $\underline{y = 0.1\cos(4\pi t - \pi)\quad \text{(SI)}}$。当 $t = T/2$ 时，$x = \lambda/4$ 处质点的振动速度为 $\underline{-1.26\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}}$

解： 由题意知波动方程为： $y = A\cos[2\pi(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda})] = 0.1\cos[2\pi(2t-0.1x)]$ (SI)，

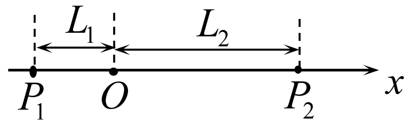
$x=\frac{\lambda}{2}=5\,\text{m}$ 处的质点振动方程为： $y=0.1\cos(4\pi t-\pi)$ (SI)

$x=\frac{\lambda}{4}=2.5\,\text{m}$ 处的振动方程为： $y=0.1\cos(4\pi t-\frac{\pi}{2})=0.1\sin(4\pi t)$

振动速度： $v=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=0.1\times 4\pi\cos(4\pi t)=0.4\pi\cos(4\pi t)$

$t=\frac{T}{2}=0.25\,\text{s}$ 时： $v=0.4\pi\cos(4\pi\times 0.25)=-0.4\pi=-1.26(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$ 。

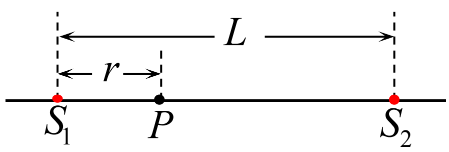
3、 如图所示，一平面简谐波沿 Ox 轴负方向传播，波长为 λ， $L_1=|OP_1|$， $L_2=|OP_2|$，若 P_1 点处质点的振动方程为 $y_1=A\cos(\omega t+\varphi)$，



则 P_2 点处质点的振动方程为： $y_2=A\cos\left[\omega t+\varphi+\frac{2\pi}{\lambda}(L_1+L_2)\right]$ 。

解： 因为波沿 Ox 轴负方向传播，故 P_2 的相位比 P_1 超前 $\frac{2\pi}{\lambda}(L_1+L_2)$， P_2 点的振动方程可表示为 $y_2=A\cos\left[\omega t+\varphi+\frac{2\pi}{\lambda}(L_1+L_2)\right]$ 。

4、 如图所示，S_1 和 S_2 为同相位的两相干波源，相距为 L，P 点距 S_1 为 r； 波源 S_1 在 P 点引起的振动振幅为 A_1， 波源 S_2 在 P 点引起的振动振幅为 A_2， 两波波长都是 λ， 则 P 点的振幅 A＝ $A=\sqrt{A_1^{\ 2}+A_2^{\ 2}+2A_1A_2\cos\left(2\pi\frac{L-2r}{\lambda}\right)}$ 。



解： 两波在 P 点引起振动的相位差：

$$\Delta\varphi=2\pi\frac{r_2-r_1}{\lambda}=2\pi\frac{(L-r)-r}{\lambda}=2\pi\frac{L-2r}{\lambda}$$

P 点振幅：$A=\sqrt{A_1{}^2+A_2{}^2+2A_1A_2\cos\Delta\varphi}=\sqrt{A_1{}^2+A_2{}^2+2A_1A_2\cos\left(2\pi\frac{L-2r}{\lambda}\right)}$。

5、 有一列平面简谐波在截面积为 S 的管中传播，其波的表达为 $y=A\cos(\omega t-\frac{2\pi x}{\lambda})$，管中波的平均能量密度是 w，则通过截面积 S 的平均能流是 $\underline{\frac{\omega\lambda}{2\pi}Sw}$。

解： 由平均能流密度和平均能流的定义，平均能流为：

$$\overline{P}=wu\cdot S_{\perp}=w\cdot\frac{\lambda}{T}\cdot S=w\cdot\lambda\cdot\frac{\omega}{2\pi}\cdot S=\frac{\omega\lambda}{2\pi}S\cdot w$$。

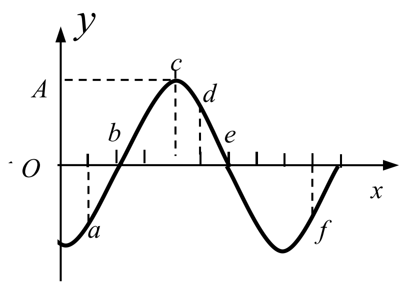
6、 如图所示为某时刻驻波波形曲线，则：

（1）a、f 两点的位相差是 $\underline{\quad 0 \quad}$

（2）a、c 两点的位相差是 $\underline{\quad \pi \quad}$

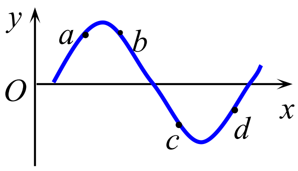
（3）a、d 两点的位相差是 $\underline{\quad \pi \quad}$

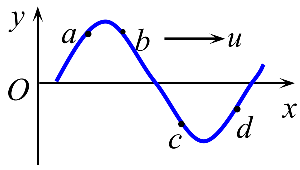
（4）c、d 两点的位相差是 $\underline{\quad 0 \quad}$



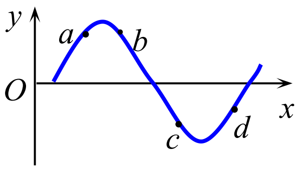
解： 在驻波波节两侧的点，振动相位相反；在驻波两相邻波节之间的点，振动相位相同。b、e 为驻波波节，则：a 与 c 位相差 π；a、d 位相差 π；c、f 位相差 π；d、f 位相差 π；a、f 位相差为 0；c、d 位相差为 0。

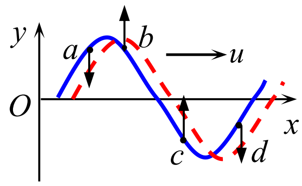
7、 已知一驻波在 t 时刻各点振动到最大位移处，其波形如图(A)所示，一行波在 t 时刻的波形如图(B)所示。试分别在图(A)、(B)上注明所示的 a、b、c、d 四点此时的运动速度的方向(设此波为横波)。

(A) 

(B) 

解： a、b、c、d 四点此时的运动速度的方向如下两图所示：

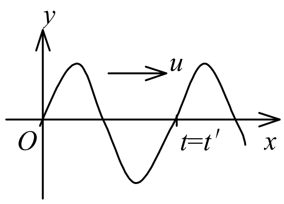
(A) 

(B) 

A图不画四点速度方向，或注明四点速度为零

四、计算题

1、一平面简谐波沿 x 轴正向传播，其振幅为 A，频率为 ν，波速为 u。设 $t=t'$ 时刻的波形曲线如图所示。求：



(1)　$x=0$ 处质点振动方程；

(2)　该波的表达式。

解： (1) 设 $x=0$ 处质点的振动方程为： $y=A\cos(2\pi\nu t+\phi)$

由图可知，$t=t'$ 时： $y=A\cos(2\pi\nu t'+\phi)=0$

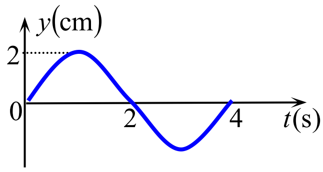
$$\mathrm{d}y/\mathrm{d}t=-2\pi\nu A\sin(2\pi\nu t'+\phi)<0$$

所以： $2\pi\nu t'+\phi=\pi/2$， $\phi=\frac{1}{2}\pi-2\pi\nu t'$

$x=0$ 处的振动方程为： $y=A\cos[2\pi\nu(t-t')+\frac{1}{2}\pi]$

（2）该波的表达式为： $y=A\cos[2\pi\nu(t-t'-x/u)+\frac{1}{2}\pi]$。

2、一列平面简谐波在介质中以波速 u = 6m/s 沿 x 轴负向传播，原点 O 处质元的振动曲线如图所示，求：



(1) 该波的波动方程；

(2) 画出 x＝24 m 处质元的振动曲线；

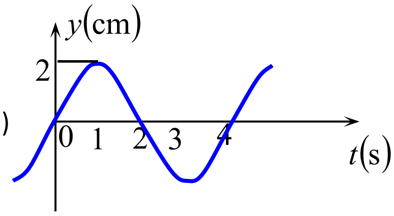
(3) 画出 t＝3 s 时的波形曲线。

解：(1) O 点振动方程为 $y_O = 2\times10^{-2}\cos\left(\frac{2\pi}{4}t-\frac{\pi}{2}\right) = 2\times10^{-2}\cos\left(\frac{\pi}{2}t-\frac{\pi}{2}\right)$

波动方程为：$y = 2\times10^{-2}\cos\left[\frac{\pi}{2}\left(t+\frac{x}{6}\right)-\frac{\pi}{2}\right]$(SI)

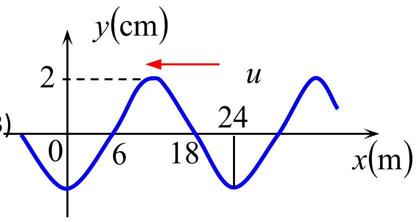
(2) 将 x＝24m 代入上式，得该处振动方程：$y = 2\times10^{-2}\cos\left(\frac{\pi}{2}t+\frac{3}{2}\pi\right)$(SI)

曲线如图(2)所示。



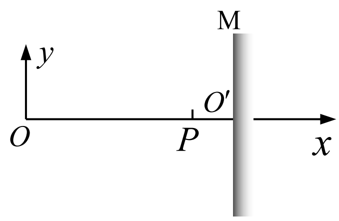
图(2)

(3) 将 t＝3s 代入波动方程，得波形曲线方程 $y = 2\times10^{-2}\cos\left(\frac{\pi x}{12}+\pi\right)$，波形曲线如图(3)所示。



图(3)

3、如图，一圆频率为 ω、振幅为 A 的平面简谐波沿 x 轴正方向传播，设在 $t=0$ 时刻该波在坐标原点 O 处引起的振动使媒质元由平衡位置向 y 轴的正方向运动。M 是垂直于 x 轴的波密媒质反射面。已知 $\overline{OO'}=5\lambda/4$，$\overline{PO'}=\lambda/4$（$\lambda$ 为该波波长)；设反射波不衰减，求：



(1) 入射波与反射波的波动方程；

(2) P 点的振动方程。

解：(1) 由题意知 O 点振动相位为 $-\frac{\pi}{2}$，则 O 点的振动方程为

$y_0 = A\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$,入射波的波动方程为 $y_1 = A\cos(\omega t - \frac{\pi}{2} - 2\pi\frac{x}{\lambda}) \quad (x \le \frac{5}{4}\lambda)$

入射波在反射点 O' 引起的振动方程为：

$y_{o'} = A\cos(\omega t - \frac{\pi}{2} - 2\pi\cdot\frac{5\lambda/4}{\lambda}) = A\cos(\omega t - \pi)$

在 O' 点反射时，因是波密媒质反射面，故有半波损失，反射波波动方程为： $y_2 = A\cos[\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}(\overline{oo'} - x)] = A\cos(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{\pi}{2})$

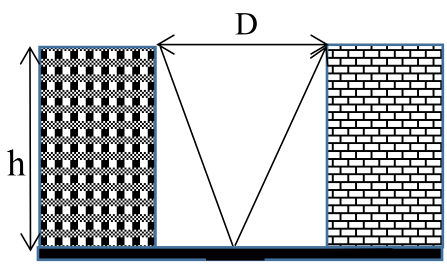
(2) 合成波的波动方程为：

$$y = y_1 + y_2 = A\cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{\pi}{2}) + A\cos(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{\pi}{2})$$
$$= 2A\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

将 P 点坐标 $\overline{OP} = \lambda$ 代入上式，得 P 点振动方程 $y = 2A\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$

五、简答题

移动通信发射台发出的无线电波可能直接传到手机，也可能经地面反射后传到手机，这样在有些地方可能引起相消干涉而使信号减弱。设一手机和发射机分别位于高度都是 h=60 m 的高楼上。如图所示，工作频率为 98 MHz。求：若要不引起相消干涉，两楼间水平地面的宽度 D 应满足什么条件？



解：手机信号减弱的原因是，发射台直接发射的信号与经地面反射信号叠加产生干涉相消的结果。考虑到经地面反射信号有半波损失，干涉相消的条件要满足：

$2\sqrt{h^2 + \frac{D^2}{4}} + \frac{\lambda}{2} - D = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, (k = 1,2......)$ ，则： $D = \frac{2h^2}{k\lambda} - \frac{k\lambda}{2}$

由于 $D=\frac{2h^2}{k\lambda}-\frac{k\lambda}{2}>0$，所以：$k<\frac{2h}{\lambda}=\frac{2h}{c/\nu}$

将 h=60m,$\nu=98\times10^6\,\mathrm{H}z$， $\mathrm{c}=3\times10^8\,\mathrm{m/s}$ 代入得：k<39.2，因此 k 最大取值为 39，最小取值为 1。

又由：$\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}k}=-\frac{2h^2}{k^2\lambda}-\frac{\lambda}{2}<0$，可知 k 增大时，D 将减少。当 k=1 时，

$D=\frac{2h^2}{\lambda}-\frac{\lambda}{2}$，将 h=60m,$\lambda=\frac{c}{\nu}=\frac{3\times10^8}{98\times10^6}=3.06(m)$ 代入可得 $D=2.351\times10^3\,\mathrm{m}$

同理当 k=39 时，$D=\frac{2h^2}{39\lambda}-\frac{39\lambda}{2}=0.662m$

综合以上分析，两楼水平间距在 0.662m~2351m 之间会出现手机干涉相消的情况。反之当两楼间距大于 2351m 或小于 0.662m 时则一定不会引起干涉相消。