

# 《大学物理 BI》作业 No. 11 变化中的磁场和电场

班级 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 成绩 \_\_\_\_\_

## \*\*\*\*\*本章教学要求\*\*\*\*\*

- 1、掌握与理解法拉第电磁感应定律，特别是公式中负号的意义，会用它正确判定感应电动势的方向；
- 2、理解动生电动势和感生电动势的概念，掌握动生电动势和感生电动势的计算方法。
- 3、理解位移电流的物理意义，并能计算简单情况下的位移电流；
- 4、掌握麦克斯韦方程组的积分形式，并理解方程组中各方程式的物理意义。

### 一、选择题(6 小题, 每题 4 分, 共 24 分)

1. 将形状完全相同的铜环和木环静止放置, 并使通过两环面的磁通量随时间的变化率相等, 则不计自感时 [ ]  
A. 铜环中有感应电动势, 木环中无感应电动势;  
B. 铜环中感应电动势大, 木环中感应电动势小;  
C. 铜环中感应电动势小, 木环中感应电动势大;  
D. 两环中感应电动势相等。

答案: D

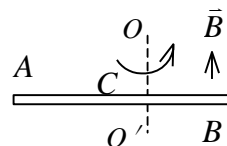
答案解析: 由电磁感应, 两环面的磁通量随电流的变化率相等, 则感应电动势相等。

2. 一块铜板放在磁感应强度正在减小的磁场中时, 铜板中出现涡流 (感应电流) 将 [ ]  
A. 加速铜板中磁场的增加      B. 减缓铜板中磁场的增加  
C. 对磁场不起作用      D. 使铜板中磁场反向

答案: A

答案解析: 根据楞次定律, 感应电流的磁场总是力图阻碍原磁场的变化。

3. 如图所示, 导体棒  $AB$  在均匀磁场  $B$  中绕通过  $C$  点的垂直于棒长且沿磁场方向的轴  $OO'$  转动 (角速度  $\omega$  与  $\vec{B}$  同方向),  $BC$  的长度为棒长的  $\frac{1}{3}$ , 则 [ ]  
A.  $A$  点比  $B$  点电势高;    B.  $A$  点与  $B$  点电势相等;  
C.  $A$  点比  $B$  点电势低;    D. 有稳恒电流从  $A$  点流向  $B$  点。



答案: A

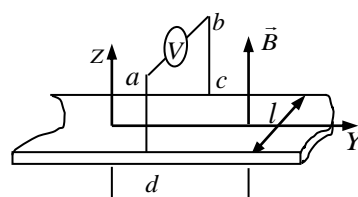
答案解析: 设棒长为  $L$ , 因为  $U_B - U_C = \int (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = \frac{\omega B}{2} \left(\frac{L}{3}\right)^2$ ,

$$U_A - U_C = \int (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = \frac{\omega B}{2} \left(\frac{2L}{3}\right)^2,$$

所以  $U_A - U_B = (U_A - U_C) - (U_B - U_C) > 0$ , 故  $A$  点电势高。

没有形成闭合回路, 不会有稳恒电流从  $A$  点流向  $B$  点。故 D 错。

4. 一无限长直导体薄板宽度为  $l$ ，板面与  $Z$  轴垂直，板的长度方向沿  $Y$  轴，板的两侧与一个伏特计相接，如图。整个系统放在磁感应强度为  $\vec{B}$  的均匀磁场中， $\vec{B}$  的方向沿  $Z$  轴正方向，如果伏特计与导体平板均以速度  $\vec{v}$  向  $Y$  轴正方向移动，则伏特计指示的电压值为 [ ]

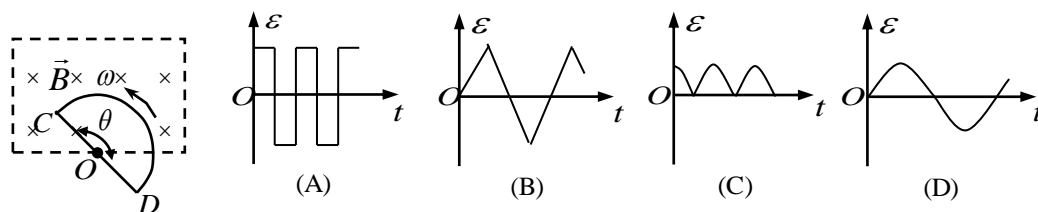


- A.  $2vBl$                       B.  $\frac{1}{2}vBl$   
C.  $vBl$                          D. 0

**答案：D**

**答案解析：**在伏特计与导体平板运动过程中， $\varepsilon_{ab} = \varepsilon_{dc}$ ，整个回路  $\sum \varepsilon = 0$ ， $i = 0$ ，所以伏特计指示  $V = 0$ 。

5. 如图，矩形区域为均匀稳恒磁场，半圆形闭合导线回路在纸面内绕轴  $O$  作逆时针方向匀角速度转动， $O$  点是圆心且恰好落在磁场的边缘上，半圆形闭合导线完全在磁场外时开始计时。图 A---D 的  $\varepsilon - t$  函数图像中哪一条属于半圆形导线回路中产生的感应电动势？[ ]



**答案：A**

**答案解析：** $\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt}$ ， $\Phi = \frac{B}{2}R^2\theta$ 。所以， $\varepsilon = \frac{B}{2}R^2\frac{d\theta}{dt} = \frac{B}{2}R^2\omega$ 。由该式可知， $\varepsilon$  大小恒定，只是在  $\Phi$  增加或减少时指向不同。

6. 反映电磁场基本规律的麦克斯韦方程组的积分形式为：

$$\begin{aligned} (1) \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} &= \int_V \rho dV & (2) \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} &= 0 \\ (3) \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{l} &= - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} & (4) \oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} &= \int_S \left( \vec{j}_0 + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S} \end{aligned}$$

请判断下面哪一个说法是正确的 [ ]

- A. 方程 (1) 表明变化的磁场一定伴有电场；  
B. 方程 (2) 表明磁感应线是无头无尾的；  
C. 方程 (3) 表明变化的电场一定伴有磁场；  
D. 方程 (4) 表明电荷总伴有电场。

**答案：B**

**答案解析：**参考本章教材关于麦克斯韦方程组内容的说明。

## 二、判断题（6 小题，每题 3 分，共 18 分）

1. 固定线圈的磁场，强度突然变小，则线圈中感应电流产生的磁场方向和原外磁场方向一致。[ ]

**答案：T**

**答案解析：**根据楞次定律，感应电流的磁场总是力图阻碍原磁场的变化。

2. 磁场为零的地方，感生电场也为零。[ ]

**答案：F**

**答案解析：**如通以线性增加电流的长直螺旋管，在螺旋管外磁场为零，但感生电场不为零。

3. 位移电流可以产生热效应。[ ]

**答案：F**

**答案解析：**位移电流只表示电场的变化率，与传导电流不同，它不产生热效应、化学效应等。

4. 一个没有连接电源的闭合导线在恒定且均匀的磁场中做匀速运动，导线上不会产生焦耳热效应。[ ]

**答案：T**

**答案解析：**焦耳热是电流的一种热效应，闭合导线在均匀磁场中匀速运动不会产生感应电动势，因而也不会产生感应电流。

5. 法拉第电磁感应定律 $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$ ，负号表示 $\varepsilon$ 与 $\Phi$ 方向相反。[ ]

**答案：F**

**答案解析：**负号表示感应电动势的指向与磁通量变化之间的关系，即选定回路的绕行方向，并规定感应电动势指向与回路绕行方向一致时为正，反之为负。磁通量与回路绕行方向呈右手螺旋关系时为正，反之为负。

6. 在有磁场变化着的空间内，如果没有导体存在，则该空间有感应电场但无感应电动势。[ ]

**答案：F**

**答案解析：**法拉第电磁感应定律告诉我们，变化的磁场会产生电场，且无论有无导体，感应电动势都存在。

### 三、填空题（6 小题，共 18 分）

1. 在磁感强度为 $\vec{B}$ 的磁场中，以速率 $v$ 垂直切割磁力线运动的一长度为 $L$ 的金属杆，相当于\_\_\_\_\_，它的电动势 $\varepsilon =$ \_\_\_\_\_，产生此电动势的非静电力是\_\_\_\_\_。

**答案：一个电源； $vBL$ ；洛伦兹力**

2. 将条形磁铁插入与冲击电流计串联的金属环中，有 $q = 2.5 \times 10^{-5} \text{ C}$ 的电荷通过电流计，若连接电流计的电路总电阻  $R = 30\Omega$ ，则穿过环的磁通的变化 $\Delta\Phi =$ \_\_\_\_\_。

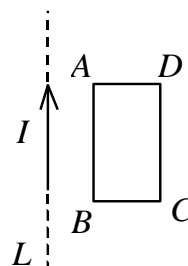
**答案： $7.5 \times 10^{-4}(\text{Wb})$**

**答案解析：** $|q| = \frac{\Delta\Phi}{R}$ ，所以 $\Delta\Phi = qR = 2.5 \times 10^{-5} \text{ C} \times 30\Omega = 7.5 \times 10^{-4}(\text{Wb})$

3. 如图所示, 在一长直导线 $L$ 中通有电流 $I$ ,  $ABCD$ 为一矩形线圈, 它与 $L$ 皆在纸面内, 且 $AB$ 边与 $L$ 平行。

(1) 矩形线圈在纸面内向右移动时, 线圈中感应电动势方向为\_\_\_\_\_。

(2) 矩形线圈绕 $AD$ 边旋转, 当 $BC$ 边已离开纸面正向外运动时, 线圈中感应电动势的方向为\_\_\_\_\_。



**答案:**  $ADCBA$ 绕向;  $ADCBA$ 绕向

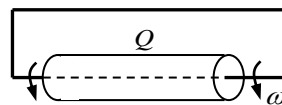
**答案解析:** (1) 因为回路 $ADCBA$ 中, 垂直纸面向里的磁通减少, 感应电动势为顺时针方向。

(2) 因为回路 $ADCBA$ 中, 垂直纸面向里的磁通减少, 感应电动势为顺时针方向。

4. 如图所示, 电量 $Q$ 均匀分布在一半径为 $R$ 、长为 $L$  ( $L \gg R$ ) 的绝缘长圆筒上。一单匝矩形线圈的一个边与圆筒的轴线重合。

若筒以角速度 $\omega = \omega_0 \left(1 - \frac{t}{t_0}\right)$ 线性减速旋转, 则线圈中的

感应电流为\_\_\_\_\_。



**答案:** 0

**答案解析:** 圆筒内磁感应强度平行于单匝线圈平面, 则

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0, \quad \varepsilon_i = \frac{d\Phi}{dt} = 0, \quad I = \frac{\varepsilon_i}{R} = 0$$

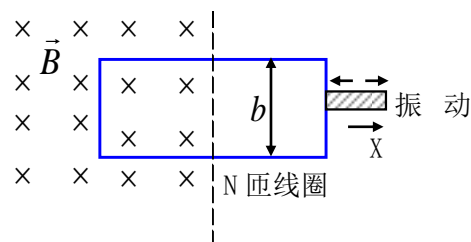
5. 磁换能器常用来检测微小的振动。如图, 在振动杆的一端固接一个 $N$ 匝的矩形线圈, 线圈的一部分在匀强磁场 $\vec{B}$ 中, 设杆的微小振动规律为:  $x = A \cos \omega t$ 。则线圈

随杆振动时, 线圈中的感应电动势为\_\_\_\_\_。

**答案:**  $NBbA\omega \sin \omega t$

**答案解析:** 由法拉第电磁感应定律, 可得线圈中感应电动势

$$\text{为: } \varepsilon = -N \frac{d\Phi}{dt} = -NBb \frac{dx}{dt} = NBbA\omega \sin \omega t$$



6. 桌子上水平放置一个半径 $r = 10\text{cm}$ 的金属圆环, 其电阻 $R = 1\Omega$ 。若地球磁场磁感强度的竖直分量为 $5 \times 10^{-5}\text{T}$ 。那么将环面翻转一次, 沿环流过任一横截面的电荷 $q =$ \_\_\_\_\_。

**答案:**  $3.14 \times 10^{-6}(\text{C})$

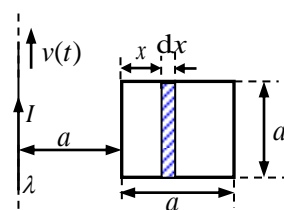
**答案解析:** 将环面翻转一次, 穿过金属圆环的磁通量改变为 $\Delta\Phi_m = 2B\pi r^2$ , 故将环面翻转一次, 沿环流过任一横截面的感应电荷为

$$q = \frac{\Delta\Phi_m}{R} = \frac{2B\pi r^2}{R} = \frac{2 \times 5 \times 10^{-5} \times 3.14 \times 0.1^2}{1} = 3.14 \times 10^{-6}(\text{C})$$

#### 四、计算题 (3 小题)

1. (10 分) 如图所示, 一电荷线密度为 $\lambda$ 的长直带电线 (与一正方形线圈共面并与其一对边平行), 以变速率 $v = v(t)$ 沿着其长度方向运动, 正方形线圈中的总电阻为 $R$ , 求 $t$ 时刻正方形线圈中感应电流 $i(t)$ 的大小 (不计线圈自身的自感)。

**解:** 长直带电线运动相当于 $I = \lambda v(t)$ 的长直电流, 在正方形线圈内的磁通量为:



$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_0^a \frac{\mu_0 I}{2\pi(a+x)} dx = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln 2 \quad (3 \text{ 分})$$

由法拉第电磁感应定律有:  $t$ 时刻正方形线圈中感应电动势大小为

$$|\varepsilon_i| = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = \left| \frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln 2 \cdot \frac{dI}{dt} \right| = \ln 2 \frac{\mu_0 \lambda a}{2\pi} \left| \frac{dv(t)}{dt} \right| \quad (3 \text{ 分})$$

$$\text{感应电流的大小为 } |i(t)| = \frac{|\varepsilon_i|}{R} = \frac{\mu_0 \lambda a}{2\pi R} \ln 2 \left| \frac{dv(t)}{dt} \right| \quad (4 \text{ 分})$$

2. (15 分) 在图示的电路中, 导线  $AC$  在固定导线上向右匀速平移, 速度  $v = 2 \text{ m/s}$ 。设  $\overline{AC} = 5 \text{ cm}$ , 均匀磁场随时间的变化率  $\frac{dB}{dt} = -0.1 \text{ T/s}$ , 某一时刻  $B = 0.5 \text{ T}$ ,  $x = 10 \text{ cm}$ , 以该点为计时起点  $t = 0$ 。求

- (1) 此时动生电动势的大小;
- (2) 总感应电动势的大小;
- (3) 随着  $AC$  的运动, 动生电动势大小如何变化?

**解:** (1) 设以  $B = 0.5 \text{ T}$  的时刻为计时起点  $t = 0$ , 则

均匀磁场随时间的变化规律为  $B = 0.5 - 0.1t \text{ (T)}$

导线  $AC$  运动时包围的面积  $S$  随时间的变化规律为

$$S = 0.05(0.1 + 2t) \text{ (m}^2\text{)} \quad (2 \text{ 分})$$

则任意时刻导线  $AC$  运动的动生电动势大小为

$$\varepsilon_{\text{动生}} = \int_C^A (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = vB\overline{AC}$$

$$= 2 \times (0.5 - 0.1t) \times 0.05 = 0.05 - 0.01t \text{ (V)} = 50 - 10t \text{ (mV)} \quad (3 \text{ 分})$$

$t = 0$  时刻,  $AC$  运动的动生电动势的大小为

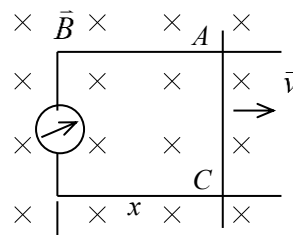
$$\varepsilon_{\text{动生}} = 50 - 10 \times 0 = 50 \text{ (mV)} \quad (2 \text{ 分})$$

- (2) 总感应电动势大小为

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d(BS)}{dt} = \frac{d}{dt} [(0.5 - 0.1t) \times 0.05 \times (0.1 + 2t)] \\ &= 0.0495 - 0.02t \text{ (V)} = 49.5 - 20t \text{ (mV)} \end{aligned} \quad (3 \text{ 分})$$

$t = 0$  时刻, 总感应电动势的大小为  $\varepsilon = 49.5 - 20 \times 0 = 49.5 \text{ (mV)}$  (3 分)

- (3) 由  $\varepsilon_{\text{动生}} = 50 - 10t \text{ (mV)}$  知, 动生电动势随着  $AC$  运动而减小。 (2 分)



3. (15 分) 一内外半径分别为  $R_1$ 、 $R_2$  的均匀带电平面圆环, 电荷面密度为  $\sigma$ , 其中心有一半径为  $r$  的导体小环 ( $R_1 \gg r$ ), 二者同心共面如图。设带电圆环以角速度  $\omega = \omega(t)$  绕垂直于环面的中心轴旋转, 导体小环中的感应电流  $i$  等于多少? 方向如何 (已知小环的电阻为  $R'$ ) ?

**解:** 带电平面圆环的旋转相当于圆环中通有电流  $I$ 。在  $R_1$  与  $R_2$  之间取半径为  $R$ 、宽度为  $dR$  的环带, 环带内有电流

$$dI = \sigma R \omega(t) dR \quad (2 \text{ 分})$$

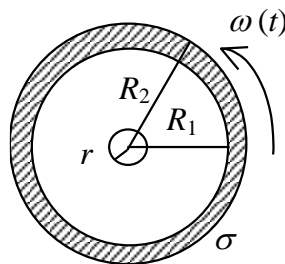
$dI$  在圆心  $O$  点处产生的磁场

$$dB = \frac{\mu_0 dI}{2R} = \frac{1}{2} \mu_0 \sigma \omega(t) dR \quad (2 \text{ 分})$$

由于整个带电环面旋转, 在中心产生的磁感应强度的大小为

$$B = \frac{1}{2} \mu_0 \sigma \omega(t) (R_2 - R_1) \quad (2 \text{ 分})$$

选逆时针方向为小环回路的正方向, 则小环中



$$\Phi \approx \frac{1}{2} \mu_0 \sigma \omega(t) (R_2 - R_1) \pi r^2 \quad (2 \text{ 分})$$

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\mu_0}{2} \pi r^2 (R_2 - R_1) \sigma \frac{d\omega(t)}{dt} \quad (2 \text{ 分})$$

$$i = \frac{\varepsilon_i}{R'} = -\frac{\mu_0 \pi r^2 (R_2 - R_1) \sigma}{2R'} \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} \quad (2 \text{ 分})$$

方向：当  $\frac{d\omega(t)}{dt} > 0$  时， $i$  与选定的正方向相反。 (2 分)

当  $\frac{d\omega(t)}{dt} < 0$  时， $i$  与选定的正方向相同。 (1 分)