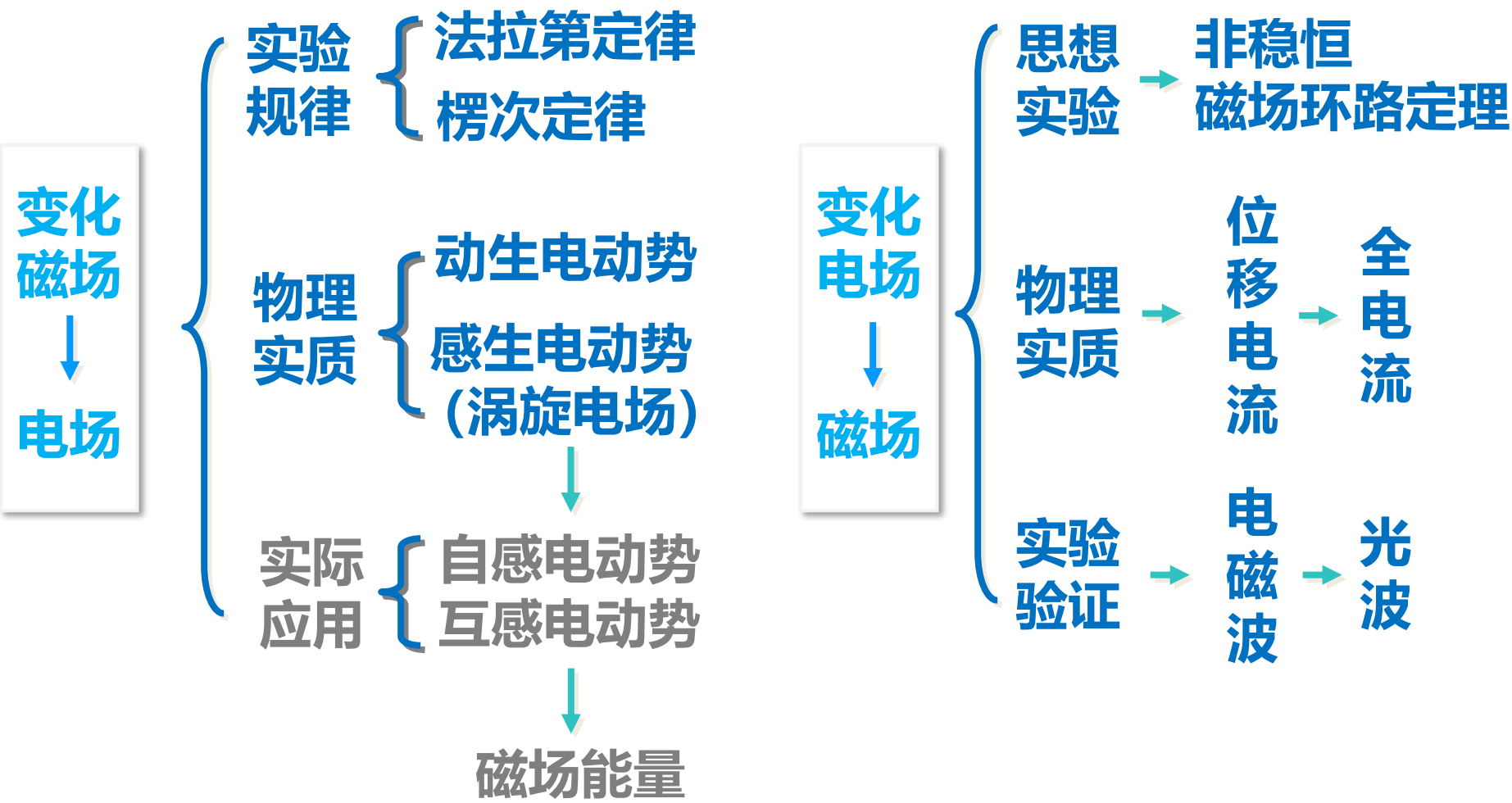


电磁感应



--- Faraday的前期实验

- 1824年，将强磁铁放在线圈中，线圈附近的小磁针不偏转。
- 1825年，将导体回路放在另一通有强电流的回路附近，没有在导体回路中测到电流。
- 1828年，设计了专门的装置，使回路与磁铁处于不同的位置，仍未见回路中产生电流。

- **1831年，Faraday发现电磁感应现象**

将线圈的开关闭合时，小磁针发生偏转，振动并最终停在原来的位置上；再将线圈的开关断开时，小磁针同样发生偏转，振动并最终停在原来的位置上，只是偏转的方向相反。

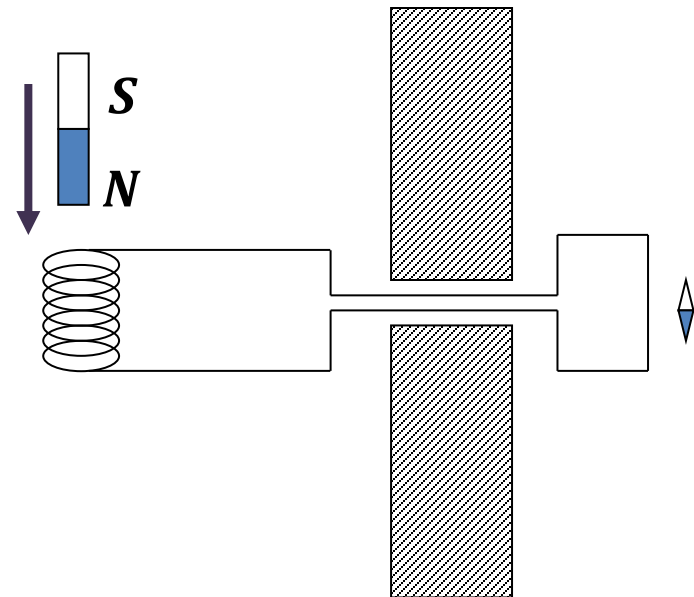
同年Faraday又做了多个实验，确定了电磁感应是一种在变化和运动过程中才出现的暂态效应。

---1834年，Lenz提出了感应电流方向的判据，即楞次定律。

---1845年，Neumann给出电磁感应定律的定量表达式：

$$\varepsilon = -\frac{d\Psi_m}{dt} = -N\frac{d\Phi_m}{dt} = -N \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

- Ampere进行了类似实验，同样无结果。
 - 1822年Ampere和他的助手Auguste de la Rive已经在实验上发现一个电流可以感应出另一个电流，**但Ampere忽视了这一重大发现。**
- 1823年，Colladon实验
 - 将磁铁插入螺线管中或从其中拔出，观察是否会在螺线管线圈中产生电流。
 - **失败：没有助手。**



● “间接” 电磁感应现象

在从1820年开始的漫长探索期间，电磁感应现象实际上已多次被观察到，只是表现形式比较间接。

---1822年，Arago和Humboldt在测量地磁时发现磁针附近的金属物体对磁针的振动有阻尼作用---**电磁阻尼**现象。

---1824年，Arago圆盘实验---**电磁驱动**。

旋转的铜盘可以带动悬掉于其上方的磁针转动，但有所滞后；反之以磁铁代替磁针，转动磁铁也会带动铜盘转动，二者的旋转也是异步的。

---1829年，Henry在研究用不同长度的导线缠绕的电磁铁的提举力时，发现当通电流的线圈与电源断开时，在断开处会产生强烈电火花---**自感现象**。

---1832年，Henry读到Faraday电磁感应的论文摘要后重新开始研究，同年发表有关自感的论文。

法拉第的主要成就

(Michael Faraday 1791-1867)

■ 制作了历史上第一台电动机

法拉第在奥斯特实验的启发下设计制作了一种“电磁旋转器”，让载有电流的导线在一个马蹄形磁铁的磁场中转动---科学史上**最早的一台电动机**

■ 制成第一台圆盘发电机

在发现电磁感应现象以后，法拉第设计了**圆盘发电机**，实验把一个铜盘放在一个大的马蹄形磁铁的两极中间，铜盘的轴和边缘各引出一根导线，同电流计相连，构成闭合回路。当铜盘旋转的时候，电流计指示出回路中有电流产生。这就是**发电机的雏形**。

■ 发现了电磁感应现象，在实验基础上总结出法拉第电磁感应定律

- 1831年11月24日，法拉第向英国伦敦皇家学会报告了“磁生电”的实验结果，并称所观察的现象为“电磁感应”。
- 1851年在《论磁力线》一书中正式提出电磁感应定律：“形成电流的力和所切割的磁力线根数成正比”。

法拉第的主要成就

(Michael Faraday 1791-1867)

■ 提出了电场和磁场的概念

法拉第坚信电磁作用是一种**近距作用**，提出了**场的概念**和**力线的图像**。

法拉第提出电场和磁场是由力的线和力的管子组成的，**力线**具有物理实在的性质，是**场的表象**。

1852年，法拉第用铁粉显示出磁棒周围磁力线的形状。描述场的力线、力管虽是一种定性理论，但却为建立电磁学的数学理论提供了物理依据。

法拉第认为**电场**、**磁场**起着传递**电力和磁力的媒介**作用。

在当时，场观念是物理学中一个全新的观念，一个开创性见解，是对超距作用的挑战。

法拉第电磁感应定律

- 导体在恒定磁场中运动产生的电磁感应现象和变化的磁场在固定不动的回路中所产生的电磁感应现象是两种物理性质不同的现象，引起感应电动势的**非静电起源的作用完全不同**。前者起源于 $\vec{v} \times \vec{B}$ ，后者起源于 $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ 产生的 \vec{E}_k ，但两种现象都**服从统一的法拉第电磁感应定律**。

- 导体在变化磁场中运动时，变化磁场产生的**感应电场**和**磁场对运动电荷的洛伦兹力**都是产生感应电动势的**非静电起源的作用**：

$$\varepsilon = \oint_L (\vec{E}_k + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

电动势也可通过法拉第电磁感应定律用磁通量变化率表示：

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi_m}{dt} = \left[\left(\frac{d\Phi_m}{dt} \right)_{v=0} + \left(\frac{d\Phi_m}{dt} \right)_{B=\text{恒量}} \right]$$

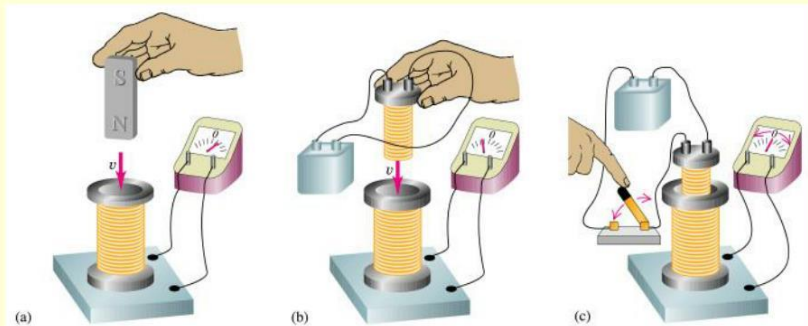
法拉第电磁感应定律

- 法拉第电磁感应定律概括了物理实质不同的现象。
感应电场产生的感生电动势并不需要与真实的导体相联系；
动生电动势虽不要求导体构成回路，但在磁场中运动的必须是真实的导体。

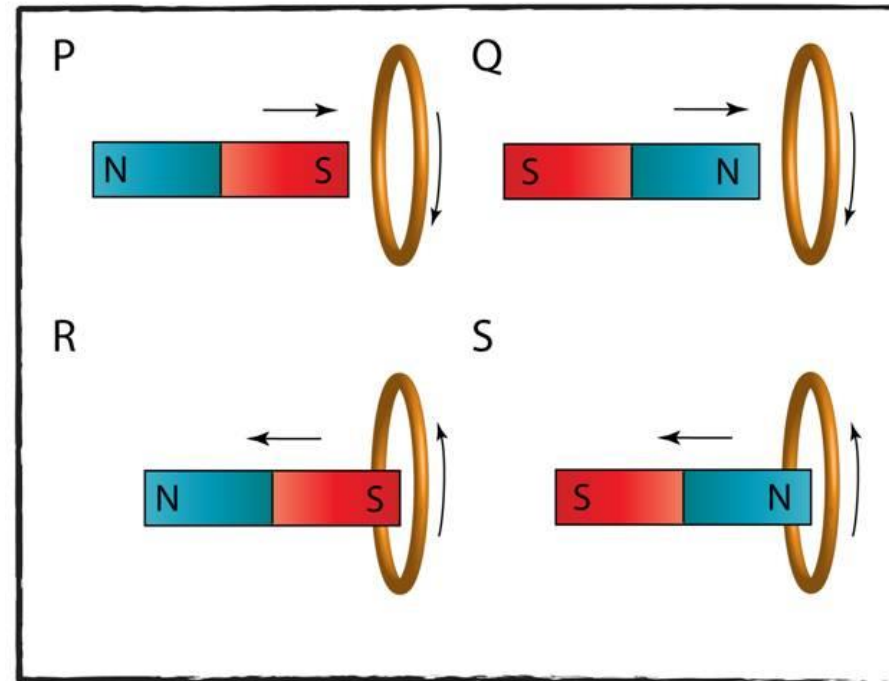
理解法拉第电磁感应定律时，应使磁感通量及其变化的含义确定化。

$$\Phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int B \cos \theta dS \quad \left\{ \begin{array}{l} B \text{ 变} \quad \text{感生电动势} \\ \theta \text{ 变} \quad \text{导体转动} \\ S \text{ 变} \quad \text{导体平动} \end{array} \right\} \text{动生电动势}$$

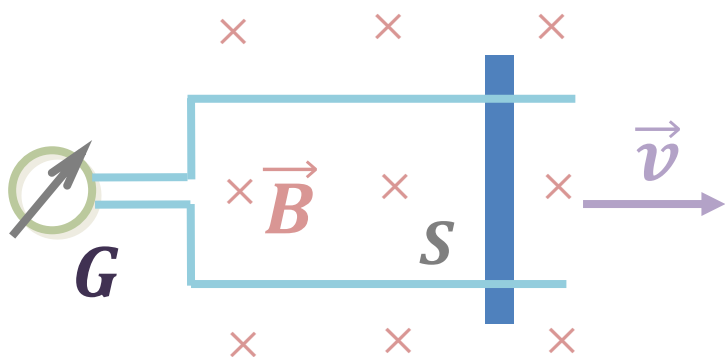
Electromagnetic Induction



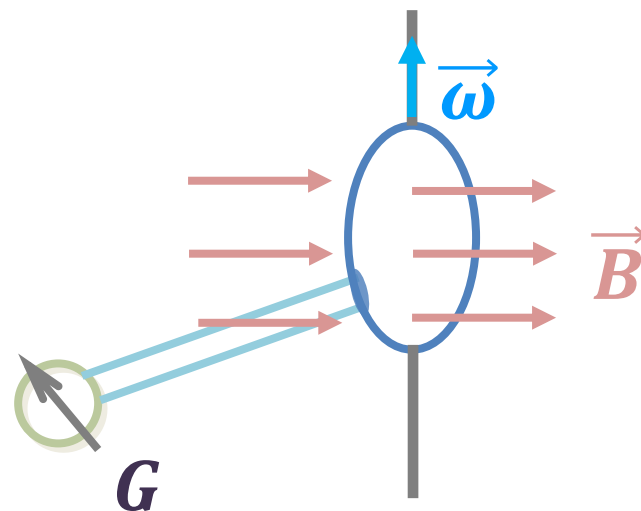
- emf is induced in a conductor placed in a magnetic field whenever there is a change in magnetic field.



- 感应电流与N-S的磁性、速度有关
- 与有无磁介质、速度、电源极性有关
- 与有无磁介质、开关速度、电源极性有关



- 感生电流与 \vec{B} 的大小、方向，与截面积 S 变化大小有关。



- 感生电流与 \vec{B} 的大小、方向，与线圈转动角速度 $\vec{\omega}$ 大小方向有关。

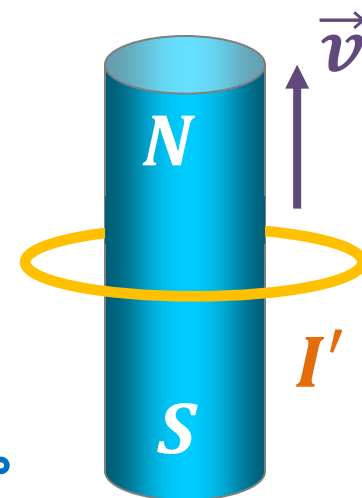
- ◆ 洛伦兹力的作用并不是提供能量，而是传递能量。
- ◆ 未形成回路的导体在磁场中运动，有动生电动势但没有感应（动生）电流。
- ◆ 导线切割磁感线时才产生动生电动势。

电流的磁效应 → 电生磁 → 磁的电效应？

变化的电流、变化的磁场
运动的稳恒电流、运动的磁铁
磁场中运动的导体

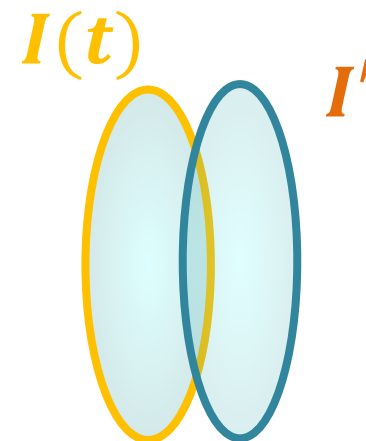
法拉第实验：

- ◆ 磁铁与线圈有相对运动，线圈中产生电流。
- ◆ 一线圈电流变化，在附近其它线圈中产生电流。



电磁感应实验的结论

当穿过一个闭合导体回路所限定的面积的磁通量发生变化时，回路中就出现感应电流。



$$\Phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int B \cos \theta dS$$

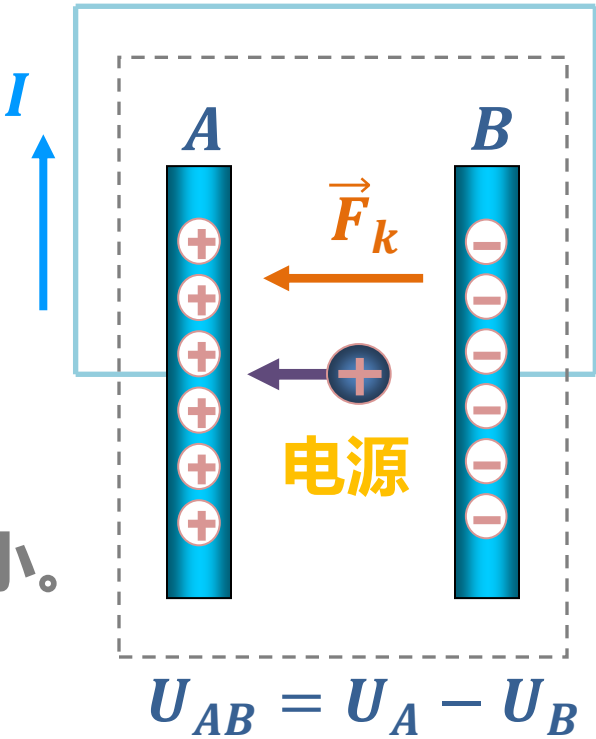
B 、 S 、 θ 变 → Φ_m 变 → 产生电磁感应

□ 电动势

--- 将单位正电荷从电源负极推向电源正极的过程中，非静电力所作的功。

$$\varepsilon = \frac{A_k}{q} \longleftrightarrow \varepsilon = \frac{dA_k}{dq}$$

- 表征了电源非静电力做功本领的大小。
- 反映电源将其它形式的能量转化为电能本领的大小。



非静电场强 $\vec{E}_k = \vec{F}_k / q$

$$A_k = \int_B^A \vec{F}_k \cdot d\vec{l} = q \int_B^A \vec{E}_k \cdot d\vec{l} \longrightarrow \varepsilon = \int_B^A \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

对闭合电路 $\varepsilon = \oint \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$

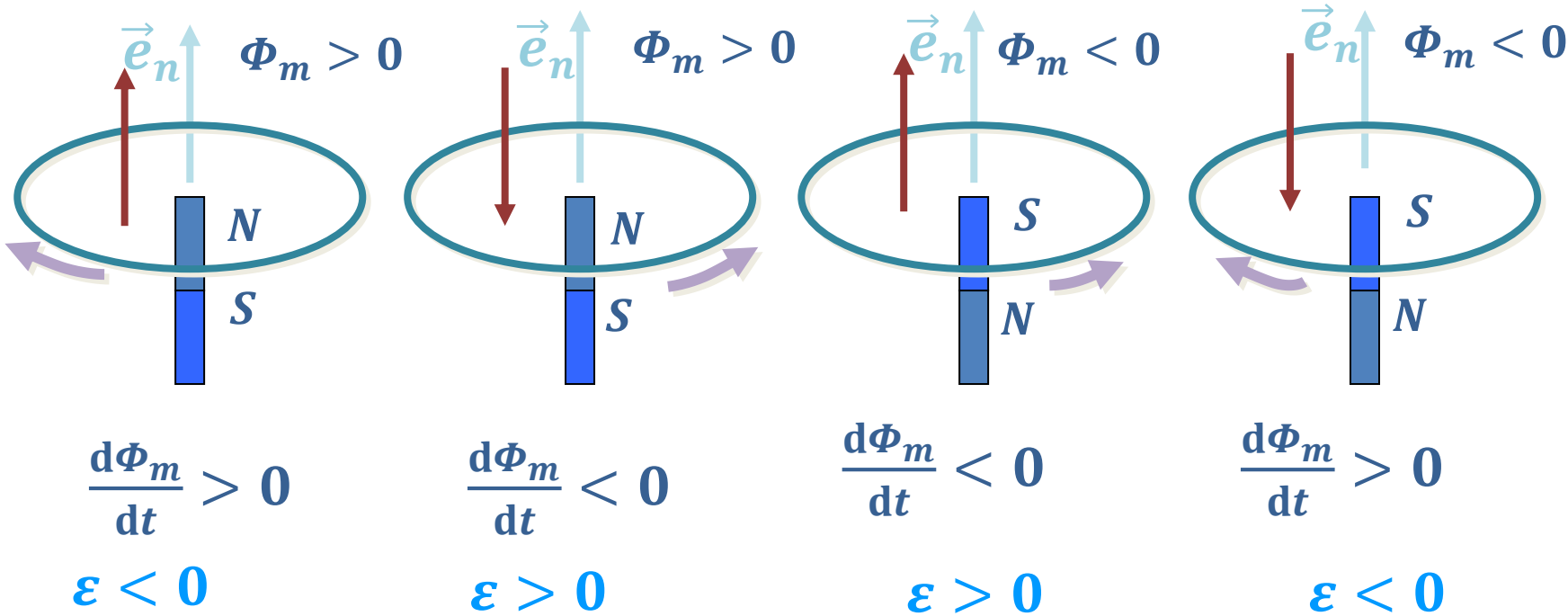
□ 法拉第电磁感应定律

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi_m}{dt}$$

当穿过闭合回路的磁通量发生变化时，感应电动势的大小与通过导体回路的磁通量的变化率成正比。

负号表示感应电流的效果总是反抗引起感应电流的原因。

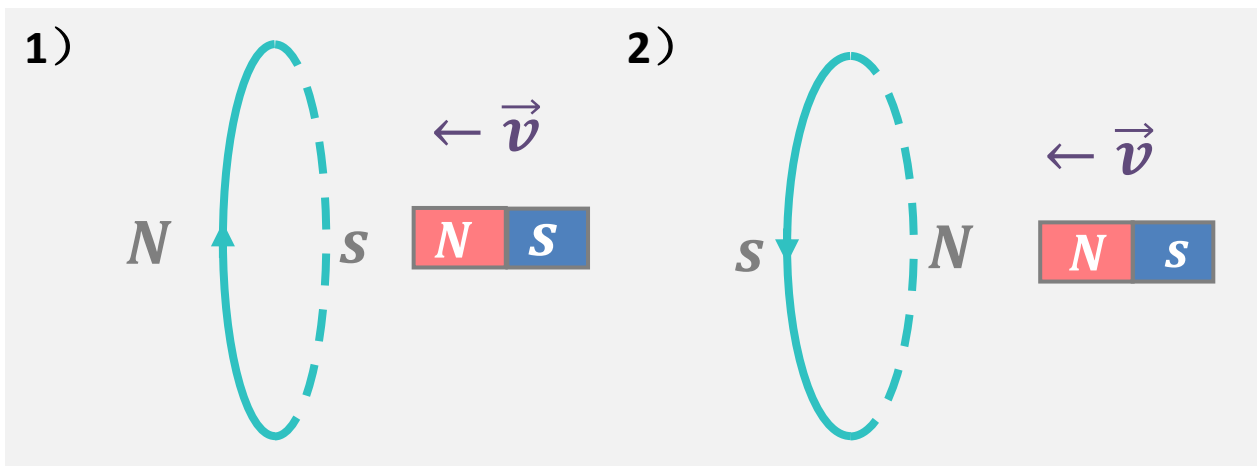
---楞次定律 反映 ε 指向与磁通量变化之间的关系。



□ 法拉第电磁感应定律

◆ 楞次定律的本质是什么？

$$\varepsilon = -N \frac{d\Phi_m}{dt}$$



- 线圈中感应电流磁场与磁铁互相吸引，磁铁加速运动和感应电流能量从何而来？
- 违反能量守恒定律，故不能成立。

- 线圈中感应电流磁场与磁铁互相排斥，磁铁减速运动，其动能转变为感应电流能量。
- 不违反能量守恒定律。

楞次定律的本质是能量守恒。

□ 法拉第电磁感应定律

$$\varepsilon = -N \frac{d\Phi_m}{dt}$$

◆ 若回路是 N 匝密绕线圈

$$\varepsilon = -N \frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d(N\Phi_m)}{dt} = -\frac{d\Psi_m}{dt}$$

$$\Psi_m = N\Phi_m$$

---磁通链数（全磁通）

◆ 若闭合回路中电阻为 R

感应电流 $I_i = \frac{\varepsilon}{R} = -\frac{d\Phi_m}{Rdt} = \frac{dq_i}{dt}$

感应电荷 $q_i = \int_{t_1}^{t_2} I_i dt = \int_{\Phi_{m1}}^{\Phi_{m2}} -\frac{1}{R} d\Phi_m = (\Phi_{m1} - \Phi_{m2})/R$

$$= \Delta\Phi_m/R$$

□ 法拉第电磁感应定律

$$\varepsilon = -N \frac{d\Phi_m}{dt}$$

选定 回路绕行方向，

- 磁通量与回路绕行方向呈右手螺旋关系时为正，反之为负。
- 感应电动势指向与回路绕行方向一致时为正，反之为负。

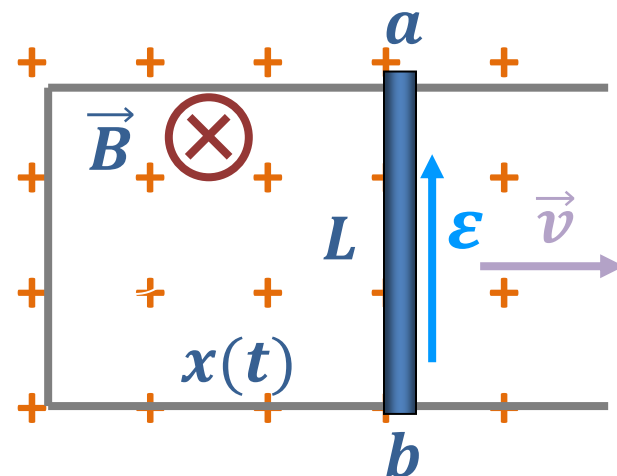
匀强磁场中，导线可在导轨上滑动，
求回路中感应电动势。

解：在 t 时刻 $\Phi_m(t) = BLx(t)$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{BLdx}{dt} = -BLv$$

若 $B = B(t) = B_0 t$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -(B_0 Lx + B_0 tLv)$$



两个同心圆环，已知 $r_1 \ll r_2$ ，大线圈中通有电流 I ，当小圆环绕直径以 ω 转动时，求小圆环中的感应电动势。

解：大圆环在圆心处产生的磁场

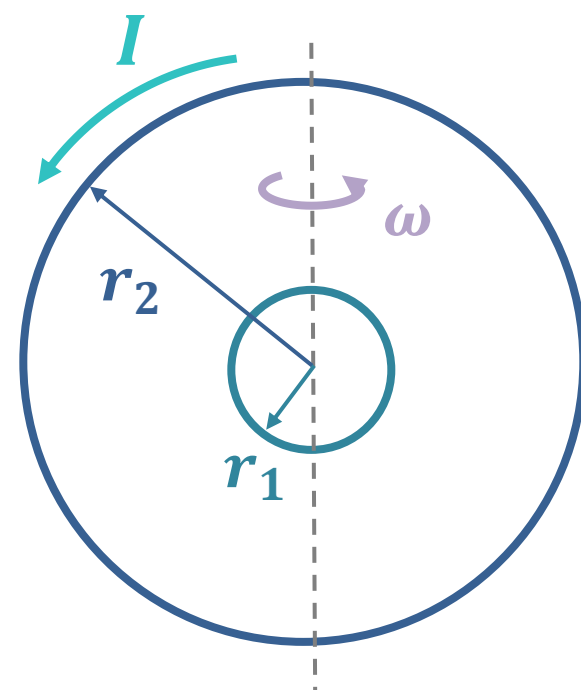
$$B = \frac{\mu_0 I}{2r_2}$$

通过小线圈的磁通量

$$\begin{aligned}\Phi_m &= \vec{B} \cdot \vec{S} = \frac{\mu_0 I}{2r_2} \pi r_1^2 \cos \theta \\ &= \frac{\mu_0 I}{2r_2} \pi r_1^2 \cos \omega t\end{aligned}$$

感应电动势

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = \frac{\mu_0 I \pi r_1^2 \omega}{2r_2} \sin \omega t$$

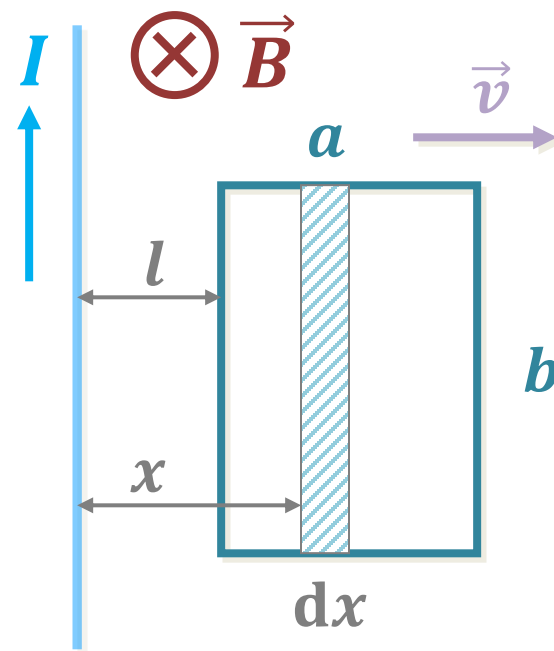


在无限长直载流导线的磁场中，有一运动的导体线框，导体线框与载流导线共面，求线框中的感应电动势。

解：通过面积元的磁通量

$$d\Phi_m = B dS = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} b dx$$

$$\begin{aligned}\Phi_m &= \int d\Phi_m = \int_l^{l+a} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} b dx \\ &= \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln\left(\frac{l+a}{l}\right)\end{aligned}$$



(方向顺时针方向)

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{\mu_0 I b}{2\pi} \left[\frac{dl/dt}{l+a} - \frac{dl/dt}{l} \right] = \frac{\mu_0 I a b v}{2\pi l(l+a)}$$

感应电动势

- 相对于实验室参照系，若磁场不变，而导体回路运动引起穿过回路的磁通量变化而产生感应电动势。
(切割磁场线) --- 动生电动势
- 相对于实验室参照系，若导体回路静止，磁场随时间变化引起穿过回路的磁通量变化而产生感应电动势。
--- 感生电动势
- 磁场分布随时间变化，同时导体回路运动，则感应电动势既包含动电动势又包含感生电动势。

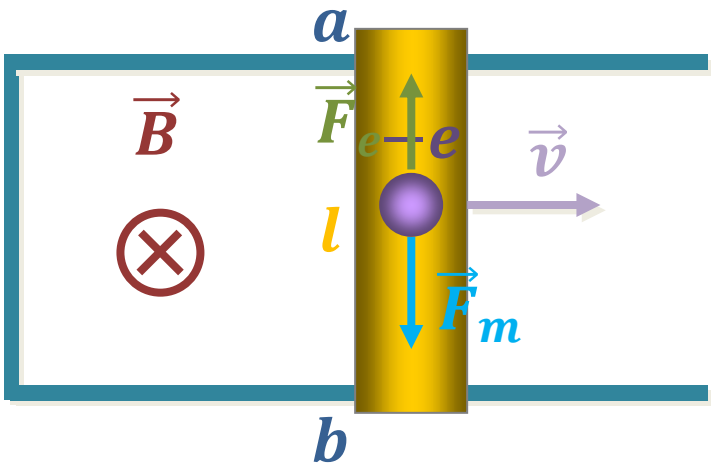
动生电动势

磁场不变，导体运动引起穿过回路的磁通量变化所产生的感应电动势。

产生 $\epsilon_{\text{动}}$ 的非静电力 ---洛伦兹力

$$\epsilon_{\text{动}} = \left| \frac{d\Phi_m}{dt} \right| = Blv$$

单位时间内导线切割的磁场线数



$$\vec{F}_m = q \vec{v} \times \vec{B} \quad \text{--- 非静电力 } \vec{F}_k$$

$$\vec{F}_e = q \vec{E} \quad \text{--- 静电力 } \vec{F}_e$$

平衡时 $F_m = F_e$

$$qvB = qE = q \frac{\Delta U}{l}$$

$ab \sim$ 电源，反抗 \vec{F}_e 做功，将 $+q$ 由负极搬运到正极，维持 ΔU 的非静电力---洛伦兹力。

➡ $\Delta U = Blv$

动生电动势

磁场不变，导体运动引起穿过回路的磁通量变化所产生的感应电动势。

● 非静电场

$$\vec{E}_k = \frac{\vec{F}_k}{q} = \vec{v} \times \vec{B}$$

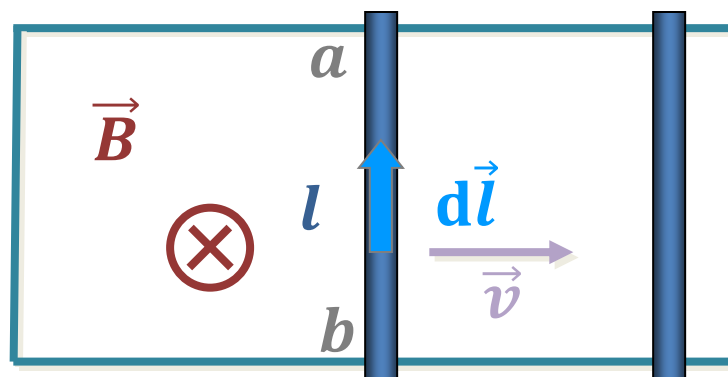
◆ 动生电动势只存在于运动导体内。

● 动生电动势

$$\varepsilon_{\text{动}} = \int_{-}^{+} \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = \int_{-}^{+} (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

$$\varepsilon_{\text{动}} = \oint (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\text{动}} &= \int_{-}^{+} (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \\ &= \int_b^a vB \, dl = vBl \end{aligned}$$



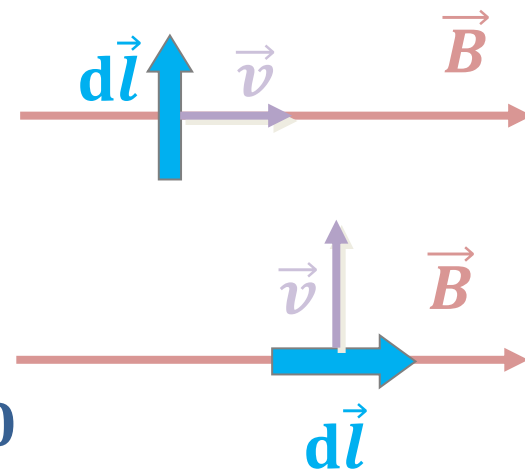
◆ 磁场中的运动导线成为电源，非静电力是洛伦兹力。

动生电动势

磁场不变，导体运动引起穿过回路的磁通量变化所产生的感应电动势。

● 注意矢量之间的关系

$$\varepsilon_{\text{动}} = 0 \quad \begin{cases} \vec{v} \times \vec{B} = 0 \\ \vec{v} \times \vec{B} \neq 0 \quad (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = 0 \end{cases}$$



● 对于运动导线回路，电动势存在于整个回路

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\text{动}} &= \oint (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = - \oint \vec{B} \cdot (\vec{v} \times d\vec{l}) \\ &= - \oint \vec{B} \cdot (\vec{v} \Delta t \times d\vec{l}) / \Delta t \\ &= - \oint \vec{B} \cdot d\vec{S}' / \Delta t = -\Delta\Phi / \Delta t \quad (\text{法拉第电磁感应定律}) \end{aligned}$$

● 感应电动势的功率

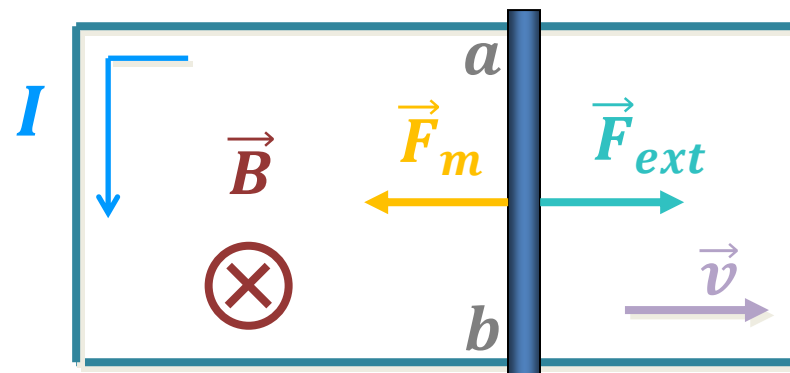
设电路中感应电流为 I

$$P = I\varepsilon_i = IBlv$$

导线受安培力 $F_m = IBl$

导线匀速运动 $\vec{F}_{ext} = -\vec{F}_m$

$$P_{ext} = F_{ext}v = IBlv = P$$



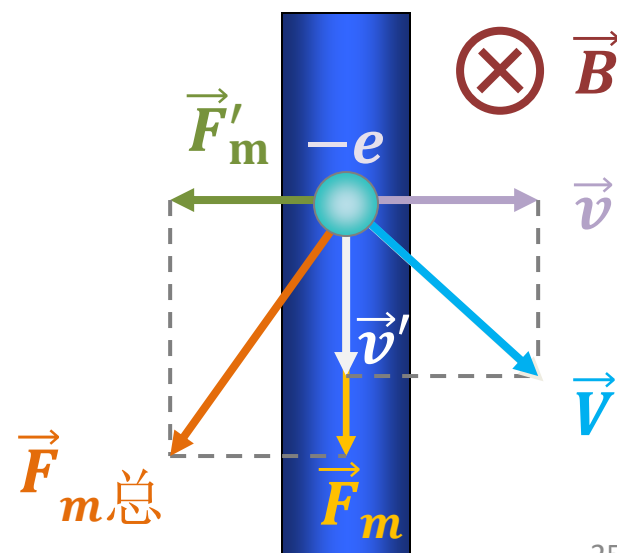
电路中感应电动势提供的电能是由外力做功所消耗的机械能转换而来。

● 感应电动势做功，洛伦兹力不做功？

$$\begin{aligned}\vec{F}_{m\text{总}} \cdot \vec{V} &= (\vec{F}_m + \vec{F}'_m) \cdot (\vec{v} + \vec{v}') \\ &= \vec{F}_m \cdot \vec{v}' + \vec{F}'_m \cdot \vec{v} \\ &= -evBv' + ev'Bv = 0\end{aligned}$$

洛伦兹力做功为零。

洛伦兹力起能量转换作用，充当非静电力的只是它的分力。



计算动生电动势的基本方法

□ 由电动势定义求

$$\varepsilon_{\text{动}} = \oint_L \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = \oint_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

$$\varepsilon_{\text{动}} = \int_{\text{经内电路}}^+ (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

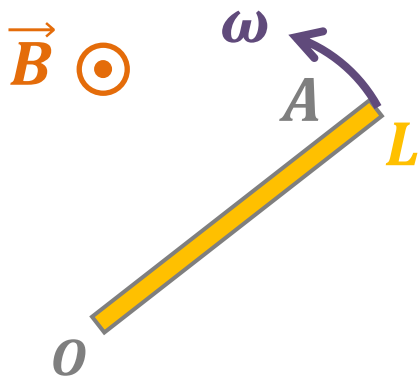
□ 由法拉第定律求

$$\varepsilon = -\frac{d\Psi_m}{dt} = -N \frac{d\Phi_m}{dt}$$

- 磁场不变，
导体运动引起
- 非静电力：
洛伦兹力
 $\vec{F}_k = q\vec{v} \times \vec{B}$
- 非静电场强：
 $\vec{E}_k = \vec{v} \times \vec{B}$

- 如果回路不闭合，需加辅助线使其闭合。
 ε 大小和方向可分别确定。

长 L 的铜棒 OA ，绕其固定端 O 在均匀磁场 \vec{B} 中，以 ω 逆时针转动，铜棒与 \vec{B} 垂直，求 $\varepsilon_{\text{动}}$ 。



解：在导线上取线元 $d\vec{l}$
其上产生的动生电动势为

$$d\varepsilon = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

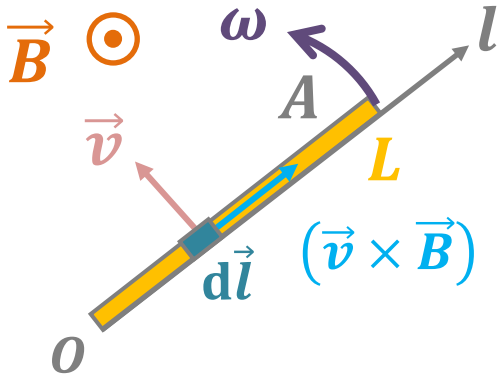
$(\vec{v} \times \vec{B})$ 与 $d\vec{l}$ 同向 $\Rightarrow = vBdl$

$v = \omega l \Rightarrow = B\omega ldl$

整个导体上产生的动生电动势为

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \int d\varepsilon \\ &= \int_0^L B\omega ldl = \frac{1}{2}BL^2\omega \end{aligned}$$

电动势由 O 指向 A

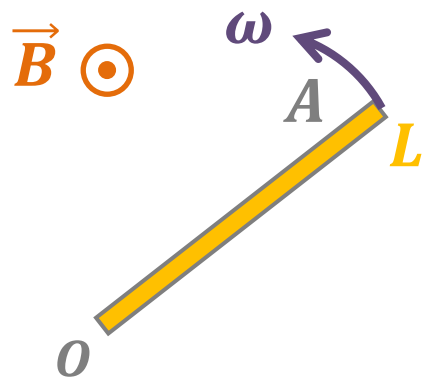


A : + 极
 O : - 极

长 L 的铜棒 OA ，绕其固定端 O 在均匀磁场 \vec{B} 中，以 ω 逆时针转动，铜棒与 \vec{B} 垂直，求 $\varepsilon_{\text{动}}$ 。

解：连接 AC

构成扇形闭合回路 $AOCA$



$$\Phi_m = B S_{AOCA}$$

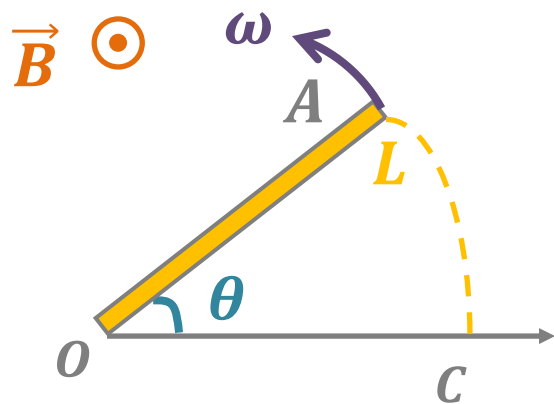
$$= B \frac{1}{2} L^2 \theta$$

$$\varepsilon = \frac{d\Phi_m}{dt}$$

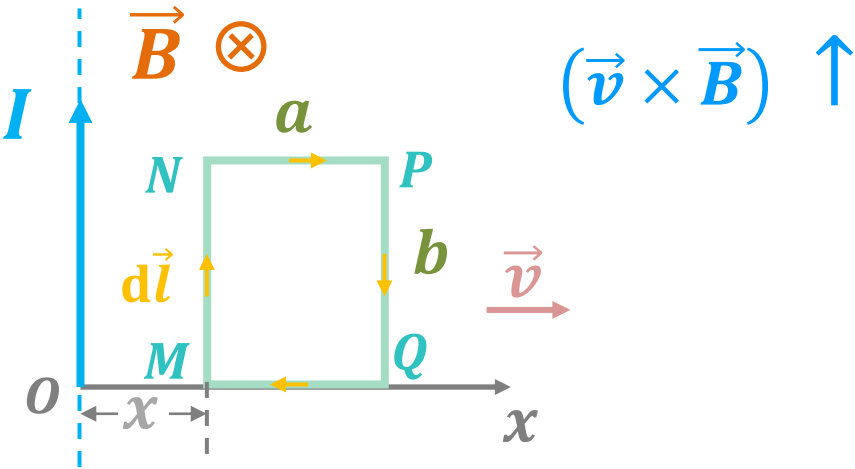
$$= \frac{1}{2} B L^2 \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2} B L^2 \omega$$

由楞次定律确定：

A ：+ 极
 O ：- 极



矩形线圈 $MNPQ$ 与通有电流 I 的长直导线共面并以速度 \vec{v} 沿垂直于电流的方向运动，求 $\varepsilon_{\text{动}}$ （作为 AB 边到长直导线距离 x 的函数）。



解：长直电流产生的磁场的磁感应强度为

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} \quad \text{方向 } \otimes$$

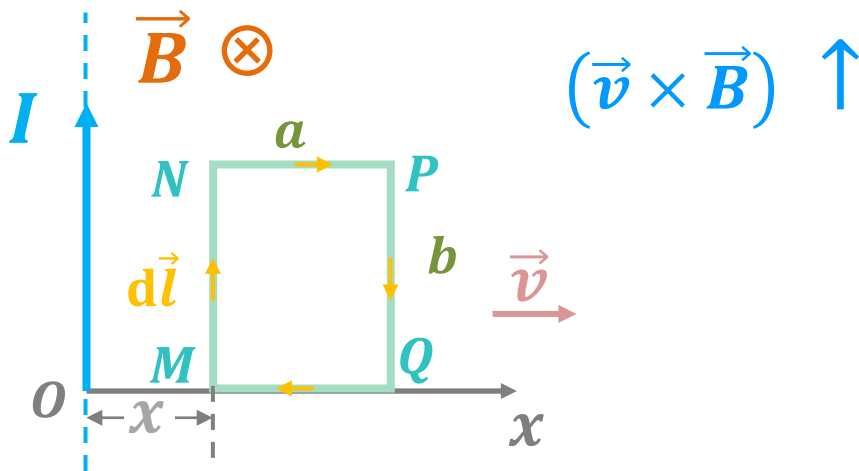
在导线上取线元 $d\vec{l}$
其上产生的动生电动势为

$$\begin{aligned} d\varepsilon &= (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \\ &= vBdl \cos \theta \\ &= \frac{\mu_0 Iv}{2\pi x} dl \cos \theta \end{aligned}$$

整个导体上产生的动生电动势为

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \int d\varepsilon = \oint_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \\ &= \int_M^N (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} + \int_N^P (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} + \int_P^Q (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} + \int_Q^M (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \\ &= \int_M^N vBdl \cos 0^\circ + \int_N^P vBdl \cos 90^\circ + \int_P^Q vBdl \cos 180^\circ + \int_Q^M vBdl \cos 90^\circ \end{aligned}$$

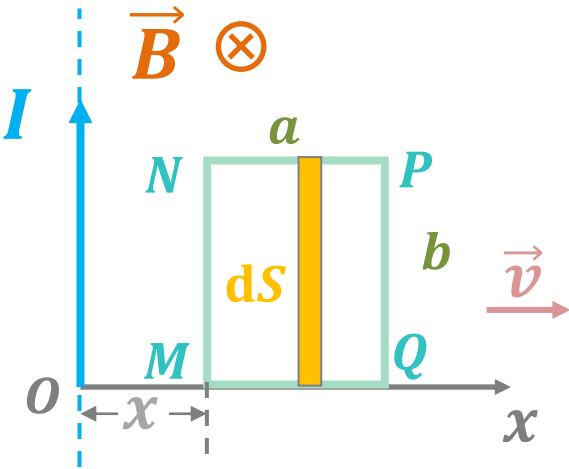
矩形线圈 $MNPQ$ 与通有电流 I 的长直导线共面并以速度 \vec{v} 沿垂直于电流的方向运动，求 $\varepsilon_{\text{动}}$ （作为 AB 边到长直导线距离 x 的函数）。



整个导体上产生的动生电动势为

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \frac{\mu_0 I v}{2\pi x} \int_0^b dl \cos 0^\circ + 0 + \frac{\mu_0 I v}{2\pi(x+a)} \int_0^b dl \cos 180^\circ + 0 \\ &= \frac{\mu_0 I v}{2\pi} \left(\frac{b}{x} - \frac{b}{x+a} \right) = \frac{\mu_0 I v a b}{2\pi x(x+a)} \quad \text{顺时针指向}\end{aligned}$$

矩形线圈 $MNPQ$ 与通有电流 I 的长直导线共面并以速度 \vec{v} 沿垂直于电流的方向运动，求 $\varepsilon_{\text{动}}$ （作为 AB 边到长直导线距离 x 的函数）。



解：长直电流产生的磁场的磁感应强度为

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$
 方向 \otimes

在矩形线圈上取面积元 dS
通过 dS 的磁通量为

$$\begin{aligned} d\Phi_m &= \vec{B} \cdot d\vec{S} \\ &= B b dx = \frac{\mu_0 I b}{2\pi x} dx \end{aligned}$$

通过矩形线框包围面积的磁通量为

$$\Phi_m = \int d\Phi_m = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \int_x^{x+a} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln \frac{x+a}{x}$$

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi_m}{dt} = - \frac{d\Phi_m}{dx} \left(\frac{dx}{dt} \right) = \frac{\mu_0 I v a b}{2\pi x(x+a)}$$
 顺时针指向

载有电流 I 的长直导线附近，放一导体半圆环 MeN 与长直导线共面，且端点 M 、 N 的连线与长直导线垂直半圆环的半径为 b ，环心 O 与导线相距 a ，设半圆环以速度 \vec{v} “平行于导线平移，求半圆环内感应电动势的大小和指向以及 MN 两端的电压 $U_M - U_N$ 。

解：长直电流产生的磁场的磁感应强度为 $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$ 方向 \otimes

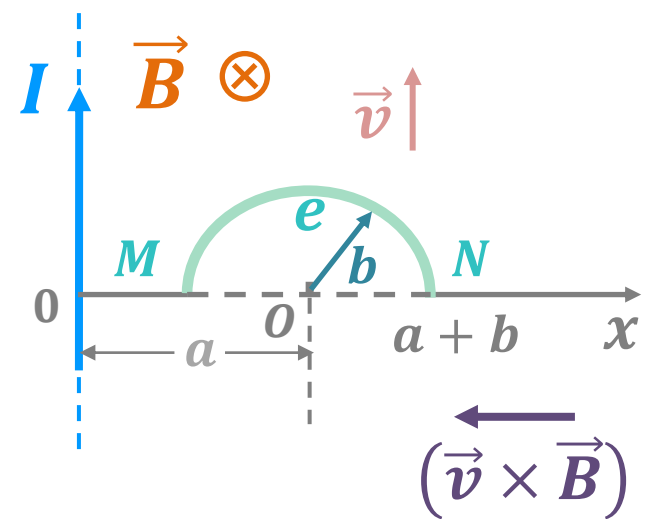
连接 M 、 N 构成闭合回路，穿过回路所围面积的 Φ_m 不变。

感应电动势 $\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = \varepsilon_{MeN} + \varepsilon_{NM} = 0$

$\Rightarrow \varepsilon_{MeN} = -\varepsilon_{NM} = \varepsilon_{MN}$

$$\varepsilon_{MN} = \int_M^N (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = \int_{a-b}^{a+b} v \frac{\mu_0 I}{2\pi x} dx \cos \pi = -\frac{\mu_0 I v}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a-b}$$

半圆环中动生电动势 ε_{MeN} 大小 指向由 N 到 M



已知： I 、 a 、 b 、 \vec{v}
求： $\varepsilon_{\text{动}}$ 、 $U_M - U_N$

$$U_M - U_N = \frac{\mu_0 I v}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a-b}$$

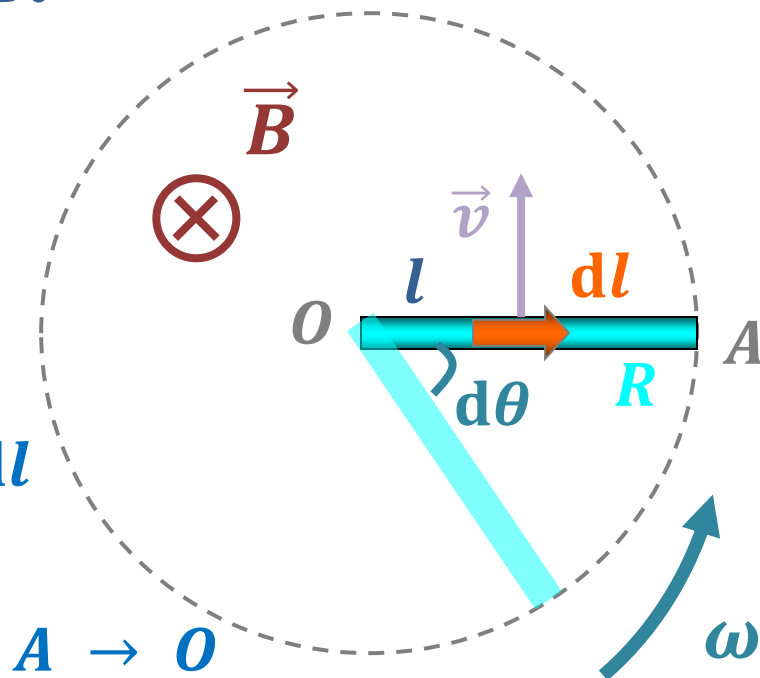


在匀强磁场 B 中，长 R 的铜棒绕其一端 O 在垂直于 B 的平面内转动，角速度为 ω ，求棒上的电动势。

解： 方法一（动生电动势）：

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\text{动}} &= \int_0^R (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \\ &= - \int_0^R v B dl = - \int_0^R l \omega B dl \\ &= - \frac{BR^2}{2} \omega\end{aligned}$$

方向 $A \rightarrow O$



方法二（法拉第电磁感应定律）：

在 dt 时间内导体棒切割磁场线 $|d\Phi_m| = \frac{1}{2} R^2 d\theta B$

$$\varepsilon_{\text{动}} = \left| \frac{d\Phi_m}{dt} \right| = \frac{1}{2} BR^2 \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2} BR^2 \omega$$

方向由楞次定律确定

在半径为 R 的圆形截面区域内有匀强磁场 B ，一直导线垂直于磁场方向以速度 v 扫过磁场区。当导线距区域中心轴垂直距离为 r 时的动生电动势。

解：方法一：动生电动势

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \int_a^b (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = \int_a^b vB dl \\ &= vB(ab) = 2vB\sqrt{R^2 - r^2}\end{aligned}$$

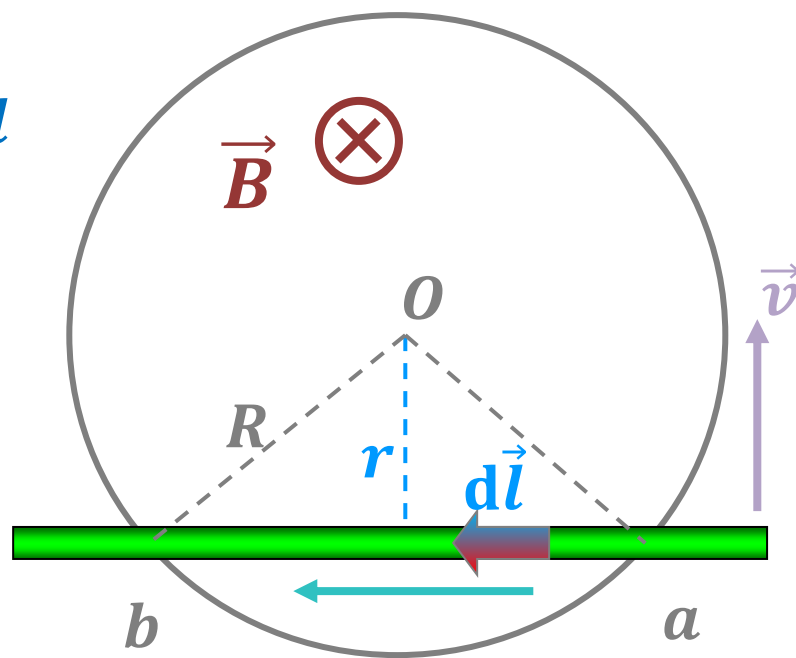
方法二：法拉第电磁感应定律

在 dt 时间内导体棒切割磁场线

$$|d\Phi_m| = \left| 2\sqrt{R^2 - r^2} dr B \right|$$

$$\varepsilon = \left| \frac{d\Phi_m}{dt} \right| = \left| 2B\sqrt{R^2 - r^2} \frac{dr}{dt} \right| = 2Bv\sqrt{R^2 - r^2}$$

方向由楞次定律确定



感生电动势

实验证明：当磁场变化时，静止导体中也出现感应电动势。

仍是洛伦兹力充当非静电力？

1855年，麦克斯韦提出：

无论有无导体或导体回路，变化的磁场都将在其周围空间产生具有闭合电场线的电场，并称此为**感生电场**或**涡旋电场**。

◆ 电场力充当非静电力

导线 ab $\epsilon_{\text{感}} = \int_a^b \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l}$ $\vec{E}_{\text{感}}$ 是感生电场

闭合导体回路 $\epsilon_{\text{感}} = \oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l}$

法拉第电磁感应定律 $\epsilon_{\text{感}} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$

感生电动势

导体回路不动，由于磁场变化引起穿过回路的磁通量变化，产生的感应电动势。

存在一种不同于静电场的新类型的电场（感生电场、涡旋电场）。它来源于磁场的变化，并提供产生感生电动势的非静电力。

□ 非静电力：涡旋电场力（感生电场力）

电荷受力： $\vec{F} = \underbrace{q\vec{E}_{\text{静}}}_{\text{静电力}} + \underbrace{q\vec{E}_{\text{感}} + q\vec{v} \times \vec{B}}_{\text{非静电力}}$

静电力
感生电场力
洛伦兹力

非静电力： $\vec{F}_k = \vec{F}_{\text{感}} = q\vec{E}_{\text{感}}$

非静电场强： $\vec{E}_k = \vec{E}_{\text{感}}$

感生电动势

导体回路不动，由于磁场变化引起穿过回路的磁通量变化，产生的感应电动势。

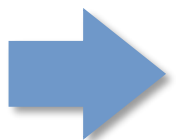
由电动势定义：

$$\Phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$$\varepsilon_{\text{感}} = \oint_L \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = \oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} \quad \vec{B}(\vec{r}, t)$$

由法拉第定律：

$$\varepsilon_{\text{感}} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$



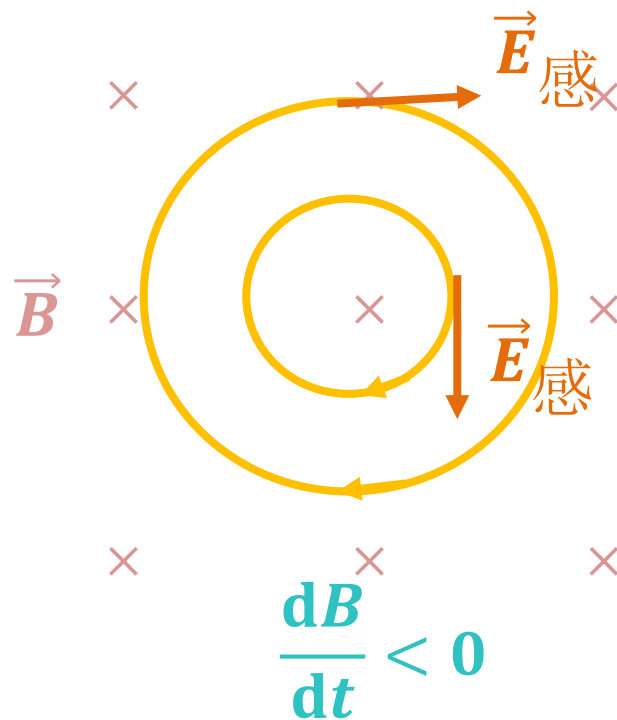
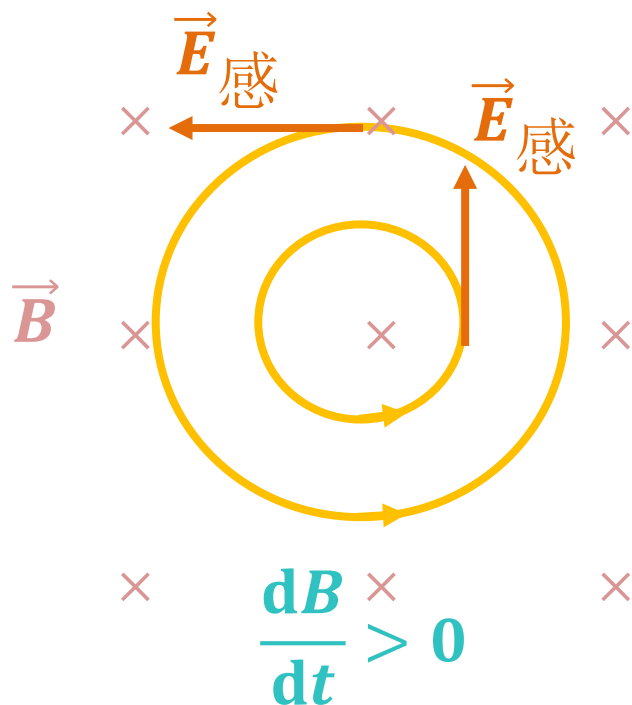
$$\oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

---感生电场的环路定理

◆ 感生电场是非保守场（无势场、涡旋场）。

感生电场

● 感生电场线闭合成环



$$\oint_s \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{S} = 0$$

--- 感生电场的高斯定理

◆ 感生电场是无源场。

$$\oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} \neq 0$$

--- 感生电场的环路定理

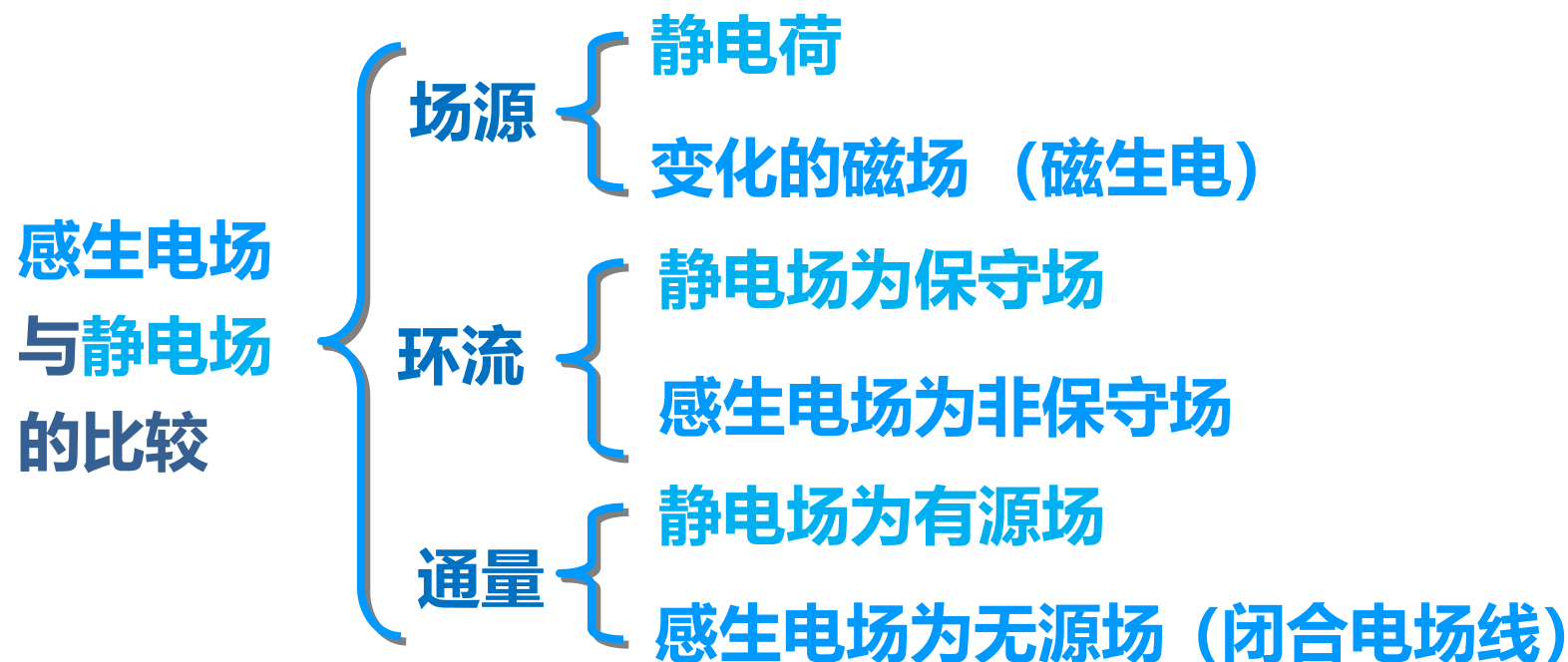
◆ 感生电场是非保守场（无势场、涡旋场）。

感生电场

- 感生电场与变化磁场之间的关系

$$\oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

- 感生电场是无源有旋场

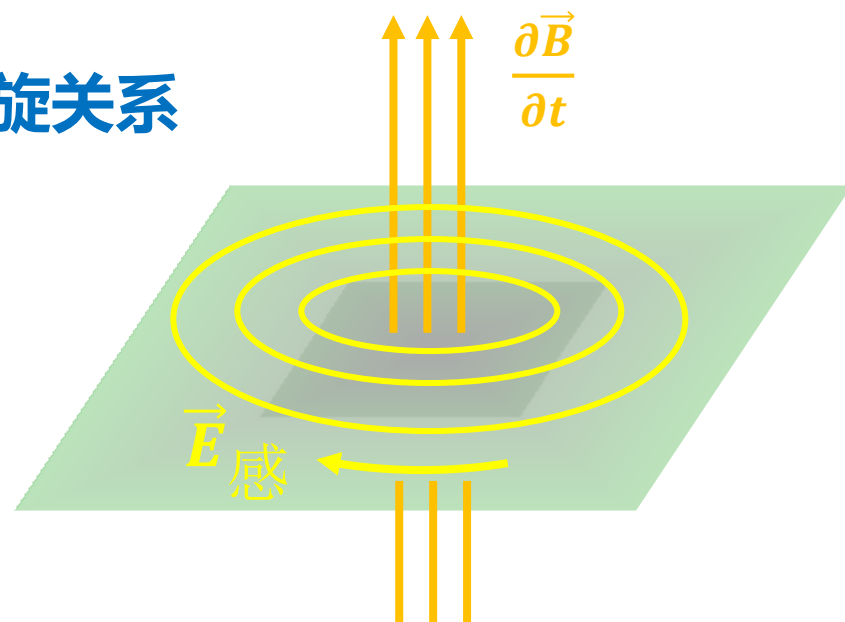


感生电场

- 感生电场与磁场的变化率成左螺旋关系

空间存在变化磁场 $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

空间存在感生电场 $\vec{E}_{\text{感}}$



- 当问题中既有动生、又有感生电动势，则总感应电动势为

$$\varepsilon = \int_a^b (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} + \int_a^b \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} \quad (\text{导体不闭合})$$

$$\varepsilon = \oint_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} + \oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} \quad (\text{导体闭合})$$

已知半径 R 的长直螺线管中电流随时间线性变化，
使管内磁感应强度随时间增大：

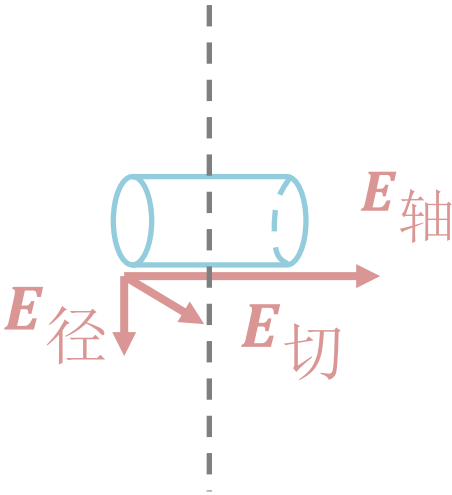
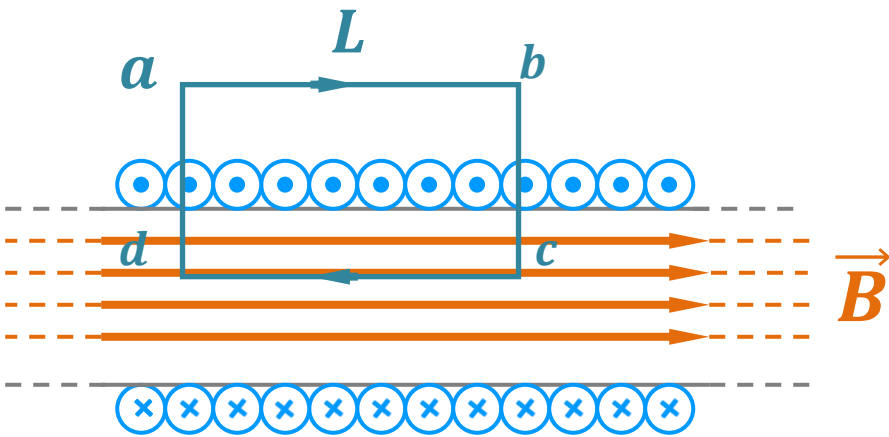
求感生电场分布。

$$\frac{dB}{dt} = \text{恒量} > 0$$

◆ 对称性分析

$$\vec{E}_{\text{感径}} = 0$$

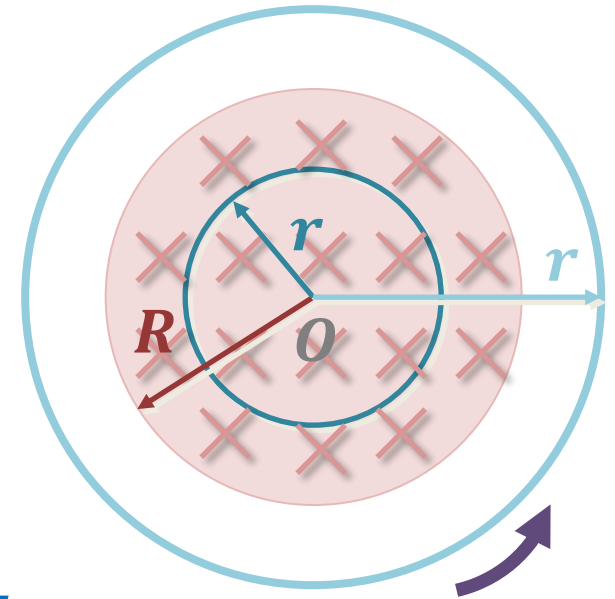
$$\vec{E}_{\text{感轴}} = 0$$



$\vec{E}_{\text{感}}$ 只有以螺线管轴线为中心的
圆周切向分量

$$\varepsilon = - \int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = - \int_s \frac{dB}{dt} dS \cos \pi = \int_s \frac{dB}{dt} dS$$

- 轴对称分布的变化磁场产生的感应电场
 设一个半径为 R 的长直载流螺线管，
 内部磁场强度为 \vec{B} ，若 $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ 为大于零的恒
 量。求管内外的感应电场。



◆ 感生电场线是在垂直于轴线平面内，以轴线为中心的一系列同心圆。

$$\begin{aligned}
 r < R \quad \varepsilon &= \oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = E_{\text{感}} \oint_L dl \\
 &= E_{\text{感}} 2\pi r = -\frac{\partial B}{\partial t} \pi r^2 \cos \pi \\
 &= \frac{\partial B}{\partial t} \pi r^2 \quad \Rightarrow \quad E_{\text{感}} = \frac{r}{2} \frac{\partial B}{\partial t}
 \end{aligned}$$

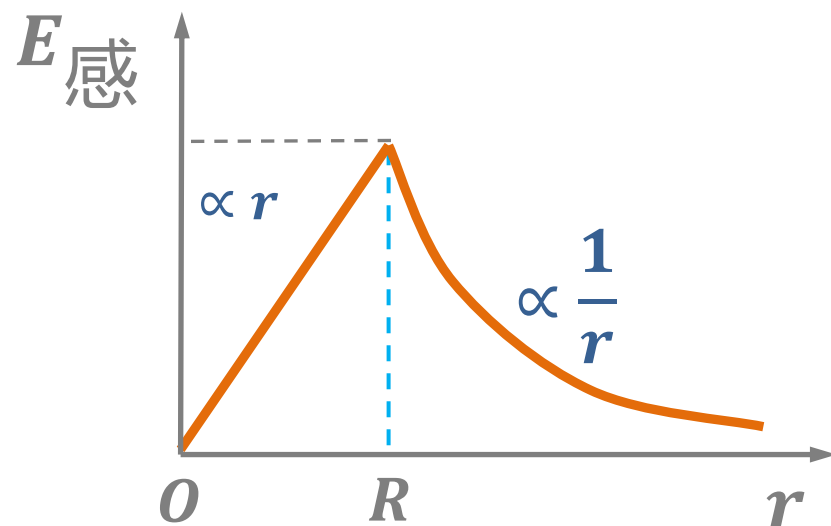
$$\begin{aligned}
 r > R \quad \varepsilon &= \oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = E_{\text{感}} 2\pi r = -\int_s \frac{dB}{dt} dS \cos \pi = \int_s \frac{dB}{dt} dS \\
 &= -\frac{\partial B}{\partial t} \pi R^2 \cos \pi \quad \Rightarrow \quad E_{\text{感}} = \frac{R^2}{2r} \frac{\partial B}{\partial t}
 \end{aligned}$$

已知半径 R 的长直螺线管中电流随时间线性变化，
使管内磁感应强度随时间增大：

求感生电场分布。

$$\frac{dB}{dt} = \text{恒量} > 0$$

$$E_{\text{感}} = \begin{cases} \frac{r}{2} \frac{dB}{dt} & (r \leq R) \\ \frac{R^2}{2r} \frac{dB}{dt} & (r \geq R) \end{cases}$$



感生电场分布曲线

◆只要有变化磁场，
整个空间就存在感生电场。

$$r > R \quad B \equiv 0 \quad \frac{dB}{dt} = 0 \quad \vec{E}_{\text{感}} \neq 0$$

变化的磁场会产生电场，且无论有无导体，电场都会在空中产生（有旋电场）；
此外，没有导体，相当于回路电阻无穷大，感应电动势依然存在。

涡电流及电磁阻尼

涡电流：当大块导体放在随时间变化着的磁场中，由于导体内部处处可以构成回路，任意回路所包围面积的磁通量都在变化，因此在这块导体中会出现涡旋状的感应电流，称为涡电流，简称涡流。

□ 涡电流的热效应：感应加热

涡电流在金属块内流动时，释放出大量的焦耳热。

- 高频感应炉
- 电磁炉

□ 避免涡电流的热效应

变压器铁芯用多片相互绝缘的硅钢片叠合而成，使导体横截面减小，涡电流也较小。

电动机的转子和定子都是用片状的软磁性材料叠合制成。

涡电流及电磁阻尼

□ 涡电流的机械效应：电磁阻尼和电磁驱动

电磁阻尼：当闭合导体与磁极发生相对运动时，两者之间会产生电磁阻力，阻碍相对运动。

应用：

电学测量仪表中的阻尼器；
电气机车中的电磁制动器。

电磁驱动：如果磁场相对于导体运动，在导体中会产生感应电流，导体因此受到安培力的作用运动起来。

应用：交流感应电动机

涡电流及电磁阻尼

□ 趋肤效应

在高频电路中电流变化率非常大，高频电流在导线中产生的磁场在导线的中心区域感应出最大的电动势，由此引起的感应电流总是与原电流方向相反，使中心部分的电流被抵消，迫使电流只限于靠近导线外表面处。

□ 涡电流的电磁效应：金属探测器

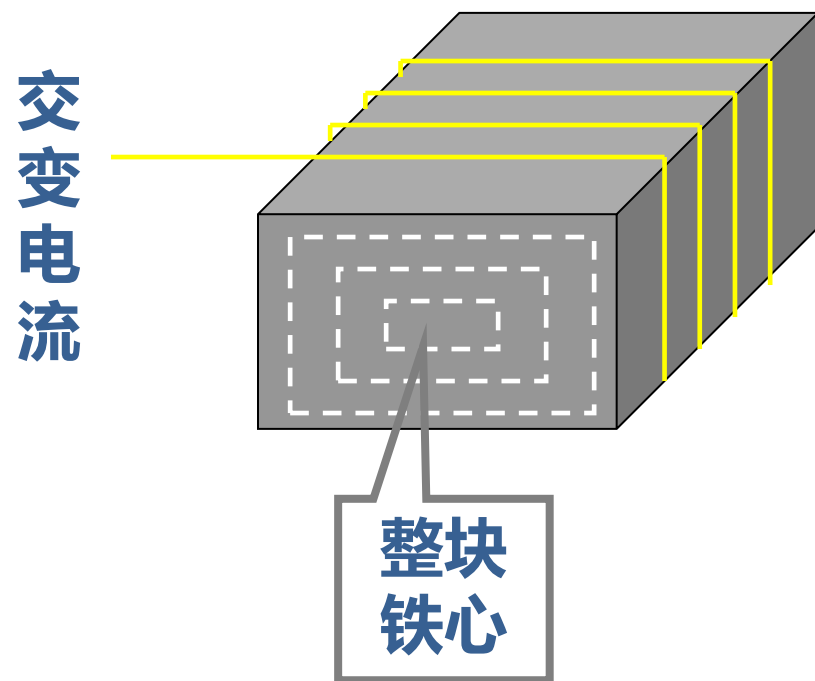
交变电流通过线圈时能产生交变的磁场。这个磁场能在金属物体内部引起涡电流。涡电流又会产生磁场，倒过来影响原来的磁场，引发探测器发出报警声。

- 机场安检门

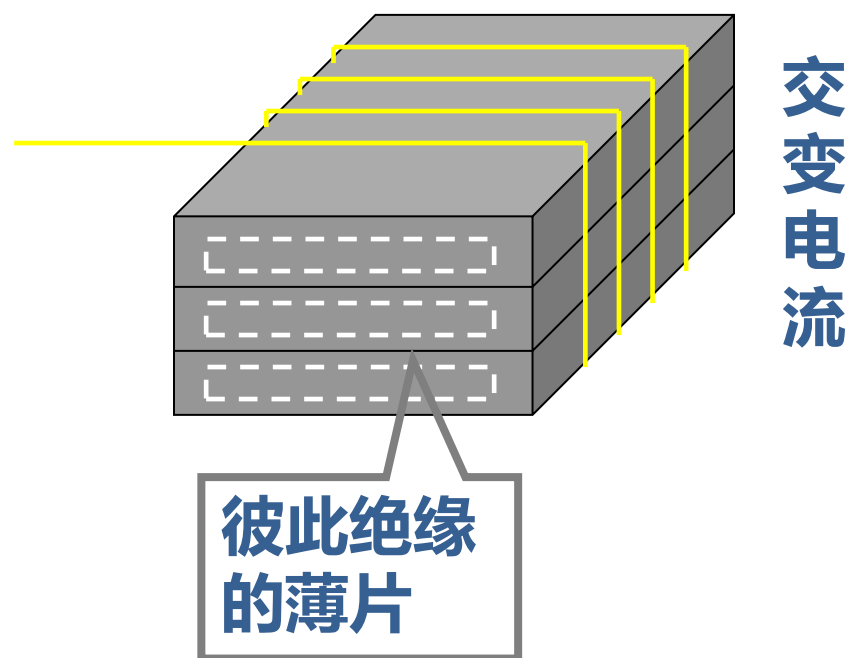
- 探雷器

■ 涡流

由于变化磁场激起感生电场，则在导体内产生感应电流。这些感应电流的流线呈闭合的涡旋状，故称涡电流（涡流）。



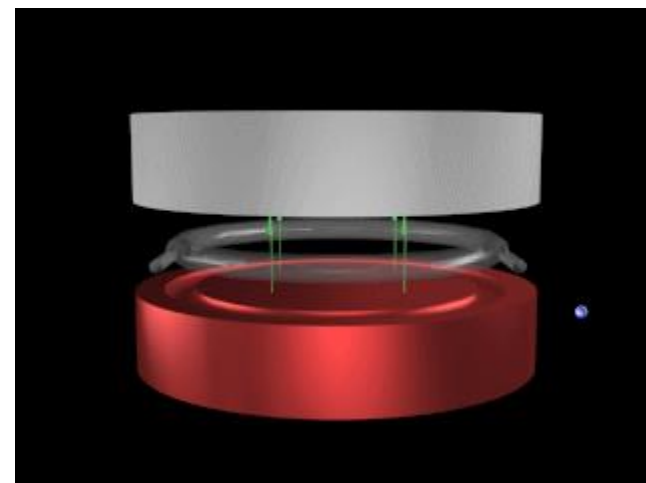
- 高频感应加热原理
- 电磁阻尼



- 减小电流截面，减少涡流损耗

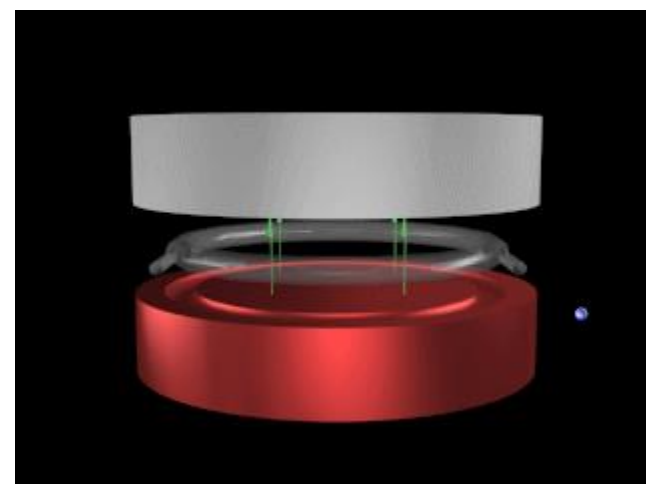
电子感应加速器 (betatron)

在电磁铁的两极之间安置一个环形真空室，当用交变电流励磁电磁铁时，在环形室内就会感生出很强的、同心环状的有旋电场。用电子枪将电子注入环形室，电子在有旋电场的作用下被加速，并在洛伦兹力的作用下，沿圆形轨道运动。



应用：核物理、工业探伤及医学等领域

- 1940年，第1台电子感应加速器将电子加速到2.3MeV；
- 1942年，20MeV电子感应加速器；
- 1945年，100MeV电子感应加速器，能使电子速度加速到0.999986c。



■ 电子感应加速器

医疗，工业探伤，中低能粒子物理实验...

电子进入真空室受到两种力的作用

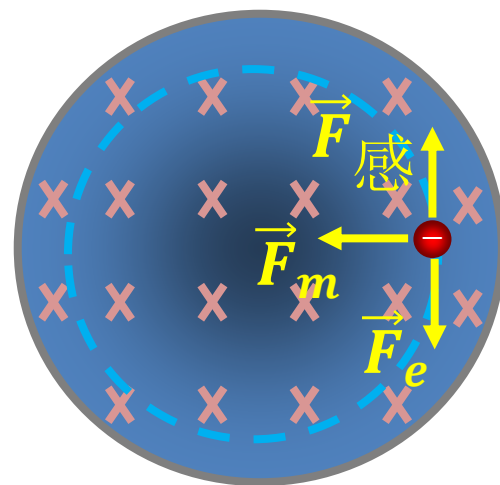
有旋电场力（加速电子）
洛伦兹力（向心力）

} 电子加速圆周运动

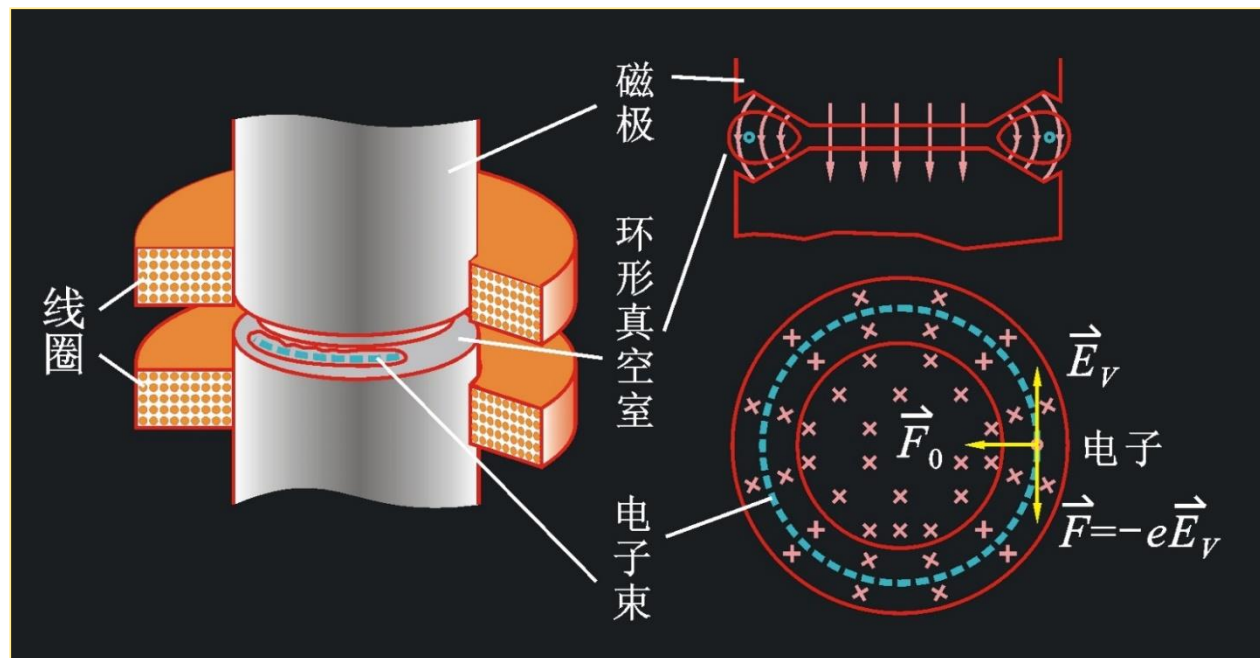
洛伦兹力 $evB_R = m \frac{v^2}{R}$

有旋电场力 $eE_{\text{感}} = \frac{d(mv)}{dt}$

有旋电场 $E_{\text{感}} = \frac{1}{2\pi R} \left| \frac{d\Phi_m}{dt} \right|$



电子感应加速器



令 $\Phi_m = \pi R^2 \bar{B}$ \bar{B} 是面积 S 内的平均磁感应强度

得 $\frac{dB_R}{dt} = \frac{1}{2} \frac{d\bar{B}}{dt}$ \longrightarrow $B_R = \frac{1}{2} \bar{B}$

--- 电子维持在不变的圆形轨道上加速时，
磁场必须满足的条件。

计算感生电动势的基本方法

□ 由电动势定义求

$\vec{E}_{\text{感}}$
已知
或
易
求

$$\varepsilon_{\text{感}} = \oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l}$$

$$\varepsilon_{\text{感}} = \int_{-}^{+} \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l}$$

经内电路

- 磁场变化, 导体不动
- 非静电力: 感生电场
- 非静电场强: 感生场强

□ 由法拉第定律求

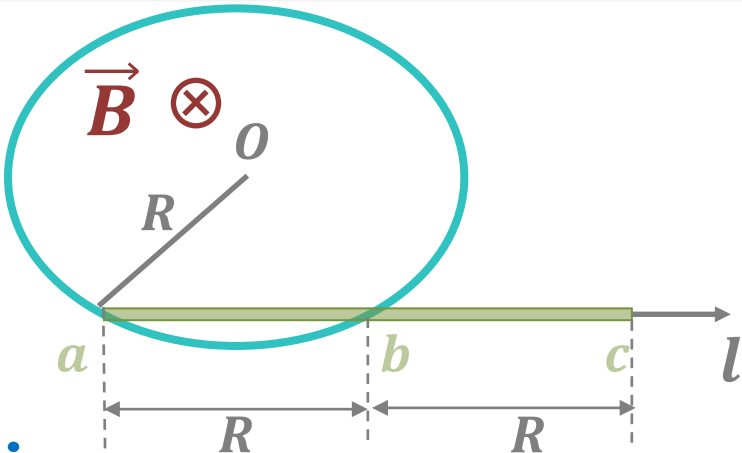
$$\varepsilon = -\frac{d\Psi_m}{dt} = -N \frac{d\Phi_m}{dt} = -N \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

- 如果回路不闭合, 需加辅助线使其闭合。
 ε 大小和方向可分别确定。

在半径为 R 的长直螺线管截面内放置长 $2R$ 的金属棒， $ab = bc = R$

$$\frac{dB}{dt} = \text{常量} > 0$$

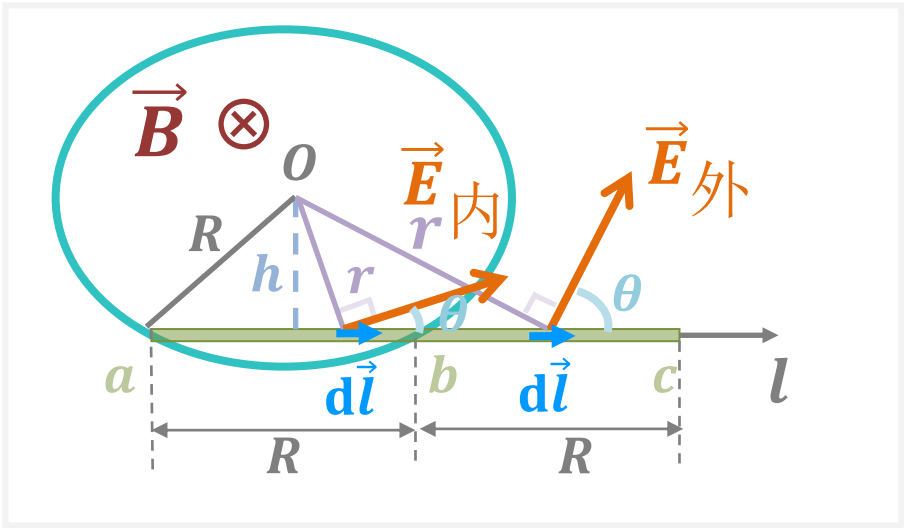
求金属棒中的 $\varepsilon_{\text{感}}$ 。



解一：

感应电场分布

$$E_{\text{感}} = \begin{cases} \frac{r}{2} \frac{dB}{dt} & (r \leq R) \\ \frac{R^2}{2r} \frac{dB}{dt} & (r \geq R) \end{cases}$$

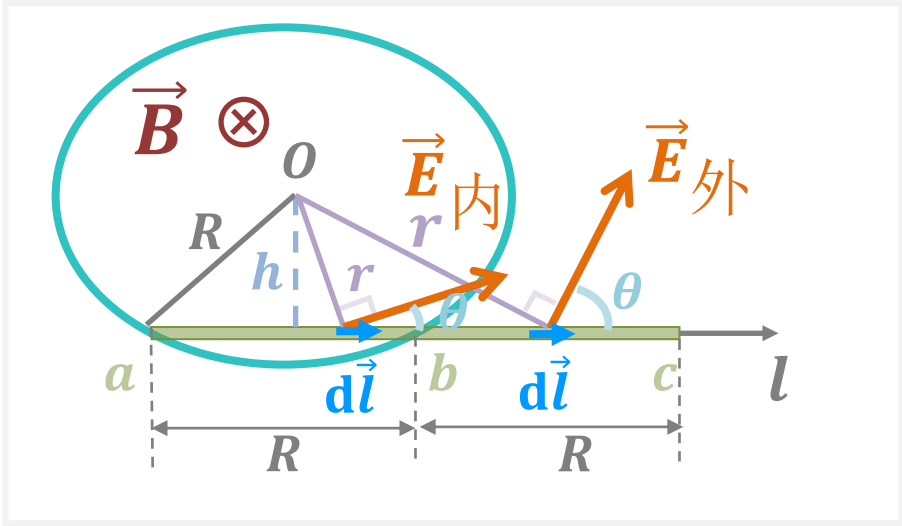
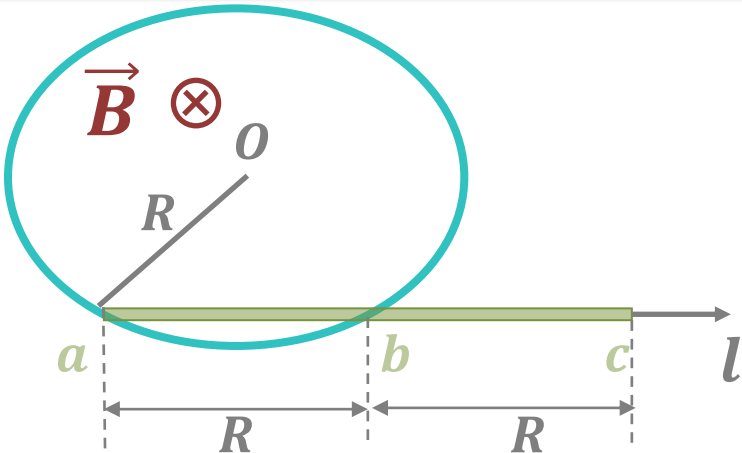


$$\begin{aligned} \varepsilon_{\text{感}} &= \varepsilon_{ab} + \varepsilon_{bc} = \int_a^b \vec{E}_{\text{内}} \cdot d\vec{l} + \int_b^c \vec{E}_{\text{外}} \cdot d\vec{l} \\ &= \int_a^b \frac{r}{2} \frac{dB}{dt} dl \cos \theta + \int_b^c \frac{R^2}{2r} \frac{dB}{dt} dl \cos \theta \end{aligned}$$

在半径为 R 的长直螺线管截面内放置长 $2R$ 的金属棒， $ab = bc = R$

$$\frac{dB}{dt} = \text{常量} > 0$$

求金属棒中的 $\epsilon_{\text{感}}$ 。



$$r^2 = h^2 + \left(-\frac{R}{2}\right)^2$$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} R$$

$$\cos \theta = \frac{h}{r}$$

$$\epsilon_{\text{感}} = \int_0^R \frac{h}{2} \frac{dB}{dt} dl \cos \theta + \int_R^{2R} \frac{R^2 h}{2} \frac{dB}{dt} \frac{dl}{h^2 + \left(-\frac{R}{2}\right)^2}$$

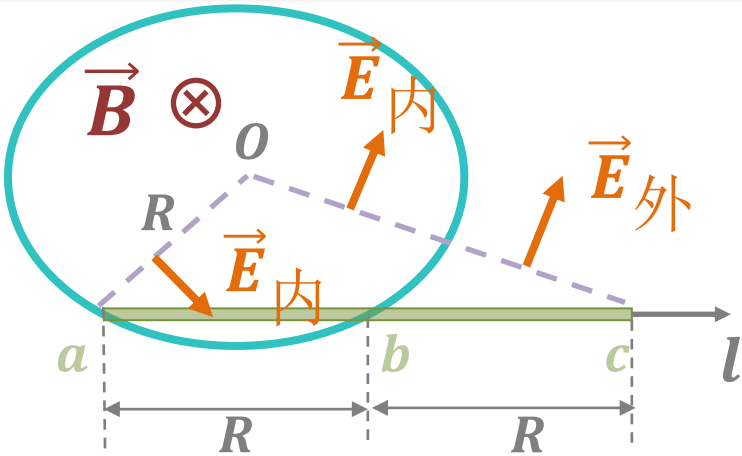
$$= \frac{\sqrt{3}}{4} R^2 \frac{dB}{dt} + \frac{\pi R^2}{12} \frac{dB}{dt} = \frac{3\sqrt{3} + \pi}{12} R^2 \frac{dB}{dt}$$

c : + 极
 a : - 极

在半径为 R 的长直螺线管截面内放置长 $2R$ 的金属棒， $ab = bc = R$

$$\frac{dB}{dt} = \text{常量} > 0$$

求金属棒中的 $\varepsilon_{\text{感}}$ 。



解二：

连接 Oa 、 Oc
形成闭合回路

$\because \vec{E}_{\text{感}} \perp \text{半径} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_{Oa} = \varepsilon_{Oc} = 0$

$$\varepsilon_{Oac} = \varepsilon_{Oa} + \varepsilon_{ac} + \varepsilon_{Oc} = \varepsilon_{ac}$$

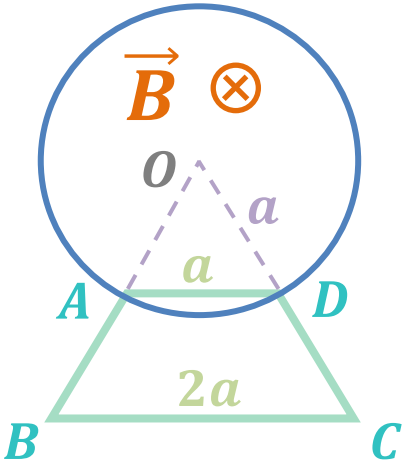
通过 ΔOac 的磁通：

$$\Phi_m = \int_s \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \left(S_{\Delta Oab} + S_{\text{扇}} \right) = B \left(\frac{3\sqrt{3}+\pi}{12} R^2 \right)$$

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi_m}{dt} = - \frac{3\sqrt{3}+\pi}{12} R^2 \frac{dB}{dt}$$

c ：+ 极
 a ：- 极

半径为 a 的细长螺线管内有 $\frac{dB}{dt} > 0$ 的均匀磁场，一直导线弯成等腰梯形（上、下底边长分别为 a 、 $2a$ ）闭合回路。求其各边产生的 $\varepsilon_{\text{感}}$ 和回路中的 $\varepsilon_{\text{总}}$ 。



● 梯形回路 $ABCD$

$\varepsilon_{\text{总}} = \varepsilon_{AB} + \varepsilon_{BC} + \varepsilon_{CD} + \varepsilon_{DA}$

$\vec{E}_{\text{感}} \perp \text{径向} = \frac{\pi a^2}{6} \frac{dB}{dt} - \frac{\sqrt{3} a^2}{4} \frac{dB}{dt} = \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) a^2 \frac{dB}{dt}$

$\varepsilon_{OA} = \varepsilon_{OD} = \varepsilon_{AB} = \varepsilon_{CD} = 0$ 沿逆时针方向

● 取三角形回路 ΔOAD

$\Phi_m = B \cdot S_{\Delta OAD} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 B$

$\varepsilon_{AD} = \varepsilon_{\Delta OAD} = \frac{d\Phi_m}{dt}$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \frac{dB}{dt}$ 方向 $A \rightarrow D$

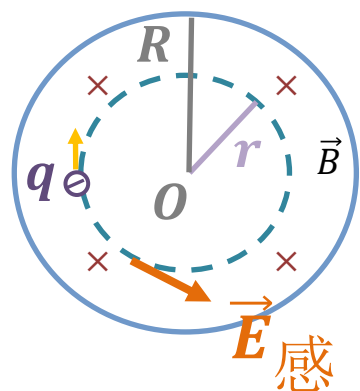
● 取三角形回路 ΔOBC

$\Phi_m = B \cdot S_{\text{扇} OAD} = \frac{\pi}{6} a^2 B$

$\varepsilon_{BC} = \varepsilon_{\Delta OBC} = \frac{d\Phi_m}{dt}$

$= \frac{\pi}{6} a^2 \frac{dB}{dt}$ 方向 $B \rightarrow C$

设电子加速器的磁场是局限在半径为 R 的圆柱体区域内的均匀磁场，一电子沿半径为 $r = 1.0\text{m}$ 的同心轨道作圆周运动 ($r < R$)，若它每转一周动能增加 700eV ，试计算该轨道内的 $\frac{d\Phi_m}{dt}$ 及该轨道上各点的 $\vec{E}_{\text{感}}$ 。



解：(1) 由动能定理

$$A = -e \oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = -e\varepsilon = \Delta E_k$$

$$\Rightarrow \varepsilon = -\frac{\Delta E_k}{e}$$

$$A = q \oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = q\varepsilon$$

由法拉第电磁感应定律

$$\Rightarrow \frac{d\Phi_m}{dt} = -\varepsilon = -\frac{\Delta E_k}{e} = \frac{700\text{eV}}{e} = 700(\text{V})$$

(2) 对称性分析

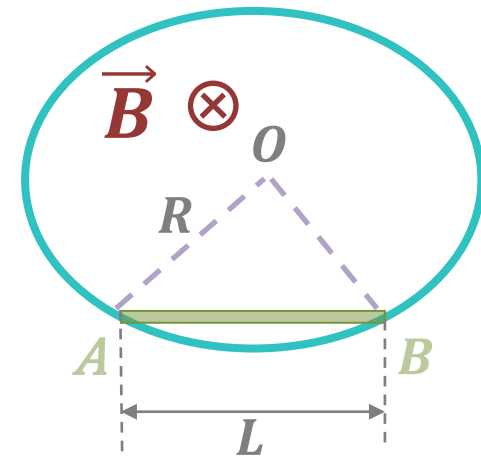
电子轨道上 $\vec{E}_{\text{感}}$ 的大小相等，
指向与电子速度相反，

由电动势定义： $\oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = E_{\text{感}} 2\pi r = \varepsilon$

$$\Rightarrow E_{\text{感}} = \frac{\varepsilon}{2\pi r}$$

$$= \frac{700}{2 \times 3.14 \times 1} \approx 111(\text{V} \cdot \text{m}^{-1})$$

半径为 R 的无限长圆柱空间内的均匀磁场变化率 $\frac{dB}{dt}$ 为正常数，方向垂直纸面向里，在垂直磁场方向放置一根长为 L 的金属棒 AB 。求 AB 棒上的感应电动势的大小和方向。



解：连接 OA 、 OB ，考虑 ΔOAB 回路中产生的感应电动势即为 AB 棒上的感应电动势。

(因为 OA 、 OB 与涡旋电场垂直， OA 和 OB 上无感应电动势)。

ΔOAB 的面积为

$$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} L \sqrt{R^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2}$$

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{2} L \sqrt{R^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2} B$$

由法拉第电磁感应定律：

$$\varepsilon_{\text{感}} = -N \frac{d\Phi}{dt} \rightarrow$$

$$\varepsilon_{\text{感}} = -\frac{1}{2} L \sqrt{R^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2} \cdot \frac{dB}{dt}$$

$$\varepsilon_{\text{感}} = \frac{dB}{dt} \frac{L}{2} \sqrt{R^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2}$$

方向由 A 指向 B ，即 B 电势高

导体运动 + 磁场变化



动生电动势 + 感生电动势

非静电力: 洛伦兹力 + 感生电场力

$$\vec{F}_k = q\vec{v} \times \vec{B} + q\vec{E}_{\text{感}}$$

$$\vec{E}_k = \vec{v} \times \vec{B} + \vec{E}_{\text{感}}$$

$$\varepsilon = ?$$

$$\Phi_m = ?$$

$$d\Phi_m = ?$$

$$dS = ?$$

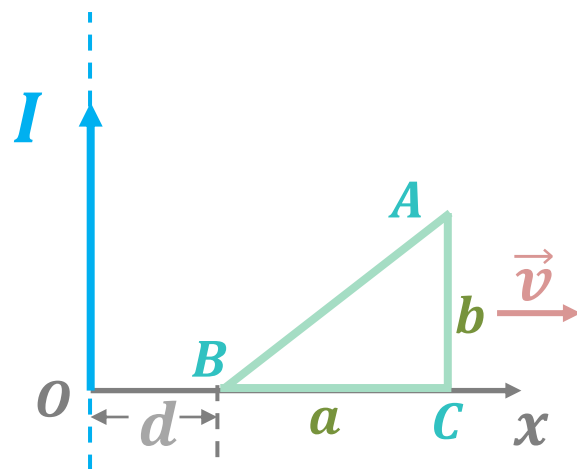
$$\vec{B} = ?$$

□ 由法拉第电磁感应定律求解

$$\varepsilon = -\frac{d\Psi_m}{dt} = -N\frac{d\Phi_m}{dt} = -N\frac{d}{dt}\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

- 如果回路不闭合, 需加辅助线使其闭合。
 ε 大小和方向可分别确定。

无限长直导线通以电流 I 。有一与之共面的直角三角形线圈 ABC ，已知 AC 边长为 b ，且与长直导线平行， BC 边长为 a 。若线圈以垂直导线方向的速度 \vec{v} 向右平移，当 B 点与长直导线的距离为 d 时，求线圈 ABC 内的感应电动势大小和感应电动势的指向。



解：建立如图所示的坐标系，

$$AB \text{ 边的方程为 } y = \frac{b}{a}x - \frac{b}{a}r$$

式中 r 是 t 时刻 B 点与长直导线的距离。

三角形内的磁通量为：

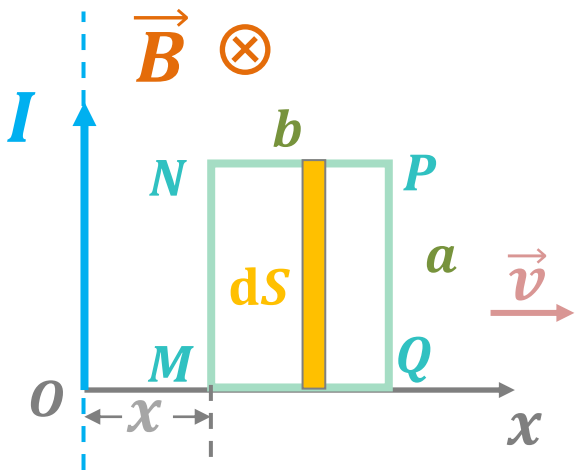
$$\Phi = \int_r^{a+r} B y dx = \int_r^{a+r} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} \left(\frac{b}{a}x - \frac{b}{a}r \right) dx = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(b - \frac{b}{a}r \ln \frac{a+r}{r} \right)$$

$$\text{感应电动势为: } \varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\mu_0 b I}{2\pi a} \left(\ln \frac{a+r}{r} - \frac{a}{r+a} \right) \cdot \frac{dr}{dt}$$

$$\text{当 } r = d \text{ 时: } \varepsilon = \frac{\mu_0 b I}{2\pi a} \left(\ln \frac{a+d}{d} - \frac{a}{d+a} \right) v$$

方向为顺时针
(ACBA)

边长分别为 a 、 b 的矩形回路与通有电流 $I_0 \cos \omega t$ 的无限长直导线共面，且矩形的一边与直导线平行。当矩形回路以速度 \vec{v} 垂直离开导线时，求任意时刻回路中的感应电动势。



$dS = a dx$

解：长直电流产生的磁场的磁感应强度为

$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$ 方向 \otimes

在矩形线圈上取面积元 dS
通过 dS 的磁通量为

$$d\Phi_m = \vec{B} \cdot d\vec{S}$$
$$= B b dx = \frac{\mu_0 I a}{2\pi x} dx$$

通过矩形线框包围面积的磁通量为

$$\Phi_m = \int d\Phi_m = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \int_x^{x+b} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln \frac{x+b}{x} = \frac{\mu_0 a}{2\pi} I_0 \cos \omega t \ln \frac{x+b}{x}$$

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi_m}{dt} = \frac{\mu_0 I_0 a}{2\pi} \left[\underbrace{\omega \sin \omega t \cdot \ln \frac{x+b}{x}}_{\varepsilon_{\text{感}}} + \underbrace{\cos \omega t \cdot \frac{b}{(x+b)x} \frac{dx}{dt}}_{\varepsilon_{\text{动}}} \right]$$

电磁感应 { 动生电动势
感生电动势 (涡旋电场) { 自感电动势 — 磁场能量
互感电动势

变化的电流 → 变化磁场 → 感生电动势

直接联系

法拉第电磁感应定律 $\varepsilon = -N \frac{d\Phi_m}{dt}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{\text{动}} = \oint_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \\ \varepsilon_{\text{感}} = \oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = - \int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} L = \frac{\psi_m}{I} \quad \varepsilon_L = -L \frac{dI}{dt} \\ M = \frac{\psi_{21}}{I_1} = \frac{\psi_{12}}{I_2} \\ \varepsilon_{21} = -M \frac{dI_1}{dt} \quad \varepsilon_{12} = -M \frac{dI_2}{dt} \end{array} \right.$$

法拉第电磁感应定律

$$\varepsilon = -N \frac{d\Phi_m}{dt}$$

$$\Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

◆ 动生电动势

$$\vec{S} = \vec{S}(t) \rightarrow \varepsilon$$

◆ 感生电动势

$$\vec{B} = \vec{B}(t) \rightarrow \varepsilon$$





电动势:

$$\varepsilon = \oint_L \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

非静电力

	静电场 $\vec{E}_{\text{静}}$	感生电场 $\vec{E}_{\text{感}}$
起源	由静止电荷激发	由变化的磁场激发
场线形状	电场线为非闭合曲线	电场线为闭合曲线
性质	有源: $\oint_s \vec{E}_{\text{静}} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{s\text{内}} q_0$	无源: $\oint_s \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{S} = 0$
	保守: $\oint_L \vec{E}_{\text{静}} \cdot d\vec{l} = 0$	非保守 (涡旋): $\oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = - \int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$
特点	不能脱离源电荷存在	可以脱离“源”在空间传播
相互联系	$\vec{F}_{\text{静}} = q\vec{E}_{\text{静}}$ $\vec{F}_{\text{感}} = q\vec{E}_{\text{感}}$	$\vec{F}_{\text{感}}$ 作为产生 $\epsilon_{\text{感}}$ 的非静电力, 可以引起导体中电荷堆积, 从而建立起静电场。

- 焦耳热是电流的一种热效应，闭合导线在磁场中运动会产生感应电动势，因而会产生感应电流。
- 闭合导体回路的磁通量要发生变化，才会产生感应电流。
- 通以线性增加电流的长直螺旋管，在螺旋管外磁场为零，但感生电场不为零。
- 感生电场是非静电场、非保守场，不能用电势来描述感生电场。所以沿着“感生电场的电场线，电势总是降低”这种说法不成立。
- 感应电流的磁场总是阻碍原磁场的变化，因此当原磁场减少时，感应电流的磁场与原磁场相同。
- 根据楞次定律，感应电流的磁场总是力图阻碍原磁场的变化。

- 一个闭合导线在恒定但不均匀的磁场中做匀速运动，因为闭合导线没有连接电源，所以导线上不会产生焦耳热效应。
- 只要闭合导体回路的磁通量不为零，就会产生感应电流。
- 磁场为零的地方，感生电场可以不为零。
- 沿着感生电场的电场线，电势总是降低。
- 感应电流产生的磁场总是与原磁场反向。
- 穿过固定线圈的磁场，强度大小不变但方向突然变为相反方向，则线圈中感应电流产生的磁场方向和原外磁场方向一致。