- 法拉第电磁感应定律
- 动生电动势
- 感生电动势
- 涡旋电场
- 位移电流
- 麦克斯韦方程组的积分形式

法拉第电磁感应定律

感应电动势的计算

磁场能量

麦克斯韦的两条假设

涡旋电场

位移电流

经典电磁理论的基本方程

电现象

磁现象

电流的磁效应

电磁感应

麦克斯韦方程

磁场是电场的相对论效应

电磁感应

变化磁场 ↓ 电场

- 实验规律
  - 法拉第定律
  - 楞次定律
- 物理实质
  - 动生电动势
  - 感生电动势（涡旋电场）
- 实际应用
  - 自感电动势
  - 互感电动势

磁场能量

变化电场 ↓ 磁场

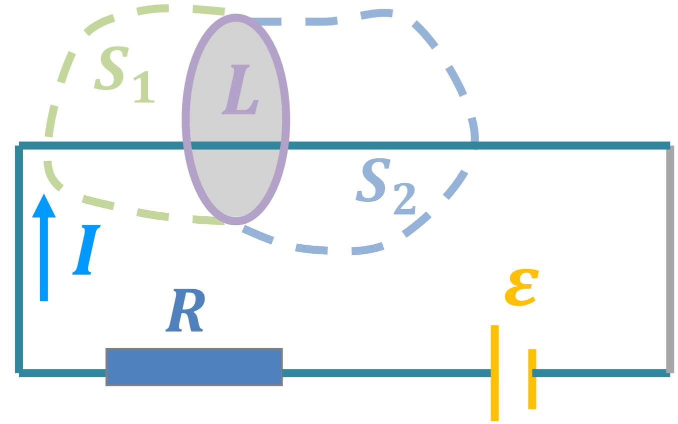
- 思想实验 → 非稳恒磁场环路定理
- 物理实质 → 位移电流 → 全电流
- 实验验证 → 电磁波 → 光波

变化磁场 → 产生感生电场　　变化电场 ? → 产生磁场

◆ 稳恒电流的安培环路定理

$$\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \sum_{L内} I_c = \int_s \vec{j}\cdot d\vec{S}$$

穿过以闭合回路L为边界的任意曲面的传导电流



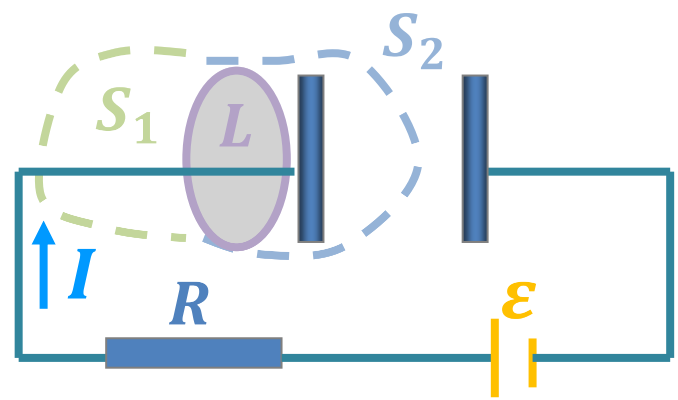
◆ 非稳恒电流情况

举例：电容器充放电

对S_1面　$\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = I$

对S_2面　$\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$

矛盾

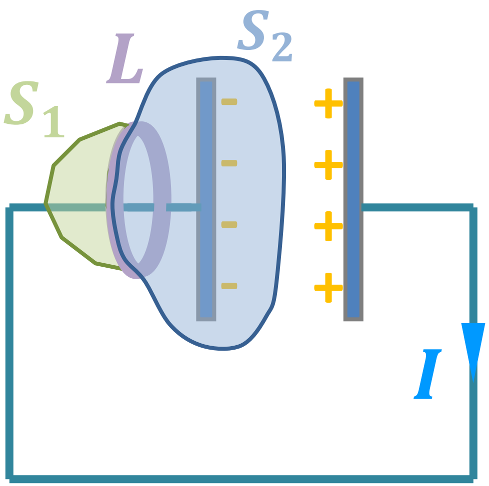


$$\oint_{S_1+S_2} \vec{j}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = -I \neq 0$$

（I 流入 S_1，不流出 S_2）

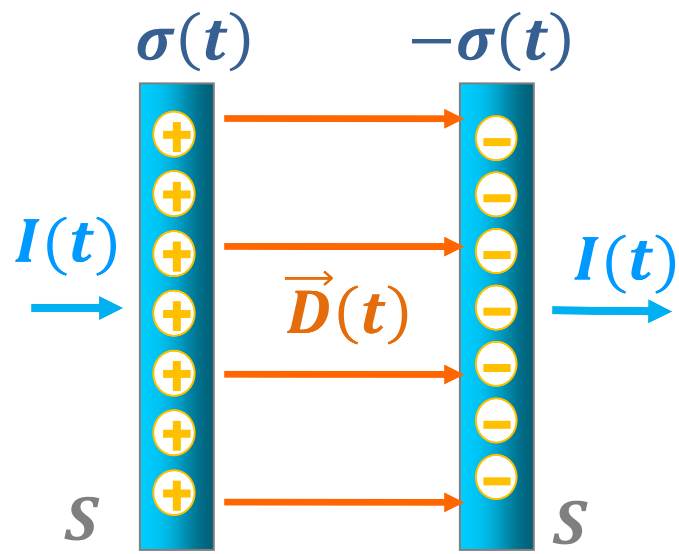
● 出现矛盾的原因：非稳恒情况下传导电流不连续。

◆ 非稳恒电流情况



举例：电容器充放电

非稳恒电路中，在传导电流中断处必发生电荷分布的变化。

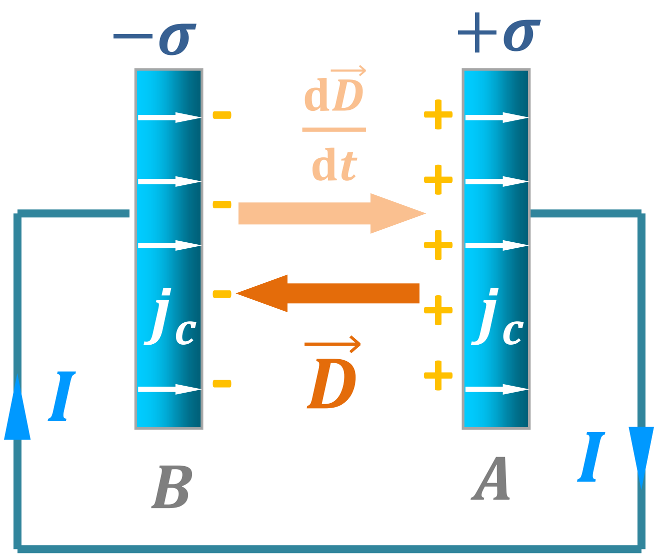


- 电荷守恒定律

$$\oint_S \vec{j}\cdot d\vec{S} = -\frac{dq}{dt}$$

- 高斯定理

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = q$$



极板上电荷量的时间变化率等于传导电流

$$I = \frac{dq}{dt}$$

电位移通量

$$\Phi_D = DS = \Phi_D(t)$$

$$\boxed{D = \sigma}$$

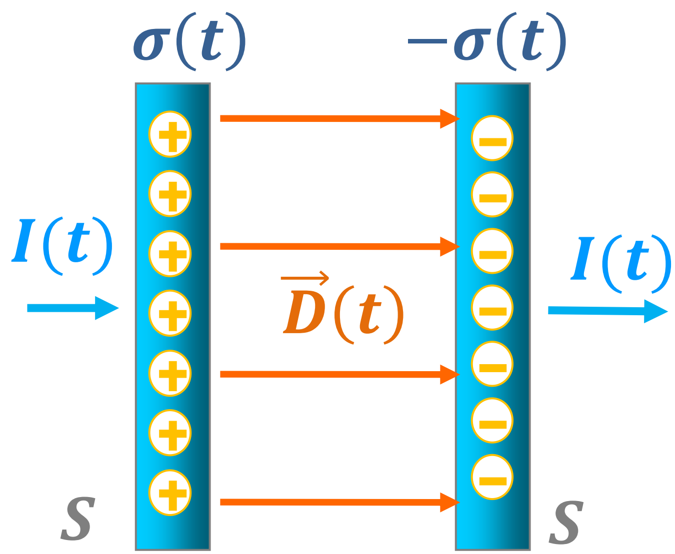
$$\Phi_D(t) = \sigma(t)S = q(t)$$

◆ 非稳恒情况

举例：电容器充放电

电荷分布的变化必引起电场的变化

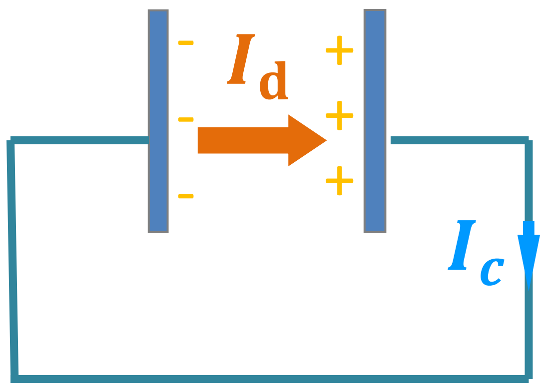
传导电流与极板间变化电场之间的关系	
传导电流	板间电场
$I=\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}(\sigma S)}{\mathrm{d}t}=S\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t}$	$E=\sigma/\varepsilon$
	$D=\varepsilon E=\sigma$
$j=\frac{I}{S}=\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t}$	$\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t}$



$$I=\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}\Phi_D}{\mathrm{d}t}=I_\mathrm{d}$$

--- I_d **位移电流**

(电场变化等效为一种电流)



位移电流（displacement current）

$$I_{\mathrm{d}}=\frac{\mathrm{d}\Phi_D}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S\vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\int_S\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\int_S\vec{j}_{\mathrm{d}}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

位移电流密度

通过电场中某一截面的**位移电流**等于通过该截面**电位移通量对时间的变化率**。

$$\vec{j}_{\mathrm{d}}=\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

电场中某一点**位移电流密度**等于该点**电位移矢量对时间的变化率**。

- 电荷守恒定律

$$\oint_S\vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=-\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$$

- 高斯定理

$$\oint_S\vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=q$$

$$\Rightarrow\oint_S\left(\vec{j}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right)\cdot\mathrm{d}\vec{S}=0$$

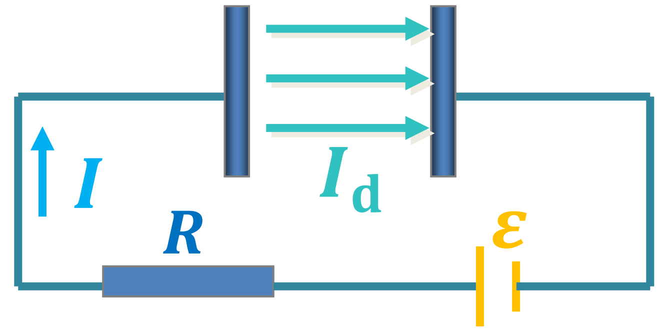
传导电流　　位移电流

$$\int_{S_1}\vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S}+\int_{S_2}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=0$$

---全电流连续性方程

1861年，麦克斯韦提出全电流的概念

$$I_{全} = I_{传导} + I_{位移}$$



- 位移电流与传导电流连接起来恰好构成连续的闭合电流。

在普遍情形下，全电流在空间连续不中断，构成闭合回路。

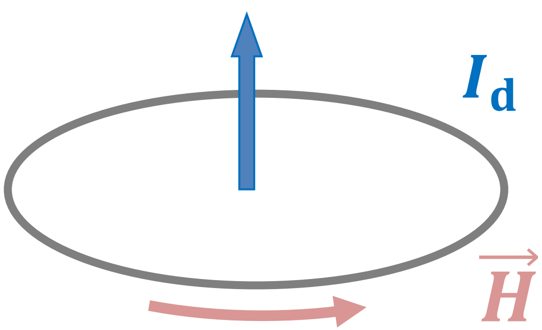
$$\oint_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$$ ---全电流连续性方程

$$\oint_L \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \sum_{L内} I_{全} = \sum_{L内} \left(I_{传导} + I_{位移} \right) = \int_S \vec{j} \cdot \mathrm{d}\vec{S} + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\Rightarrow \oint_L \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$ ---全电流安培环路定理

位移电流、传导电流的比较

	传导电流 I_0	位移电流 I_d
起源	载流子 的宏观定向运动	变化电场和极化电荷 的微观运动
特点	只在导体中存在 并产生焦耳热	在导体、电介质、真空中均存在 无焦耳热
共同点	按相同规律激发磁场 位移电流具有磁效应 ---与传导电流相同	

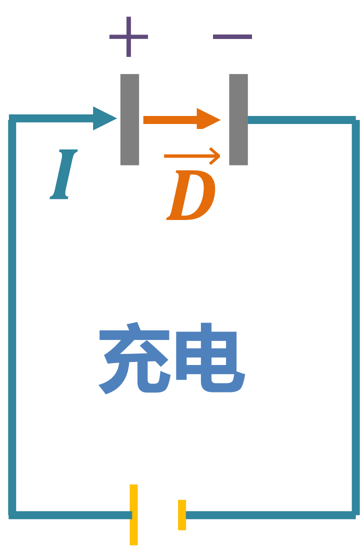


$$I_\mathrm{d} = \frac{\mathrm{d}\Phi_D}{\mathrm{d}t}$$

若传导电流为零

$$\oint_L \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

位移电流的实质是变化的电场激发磁场。

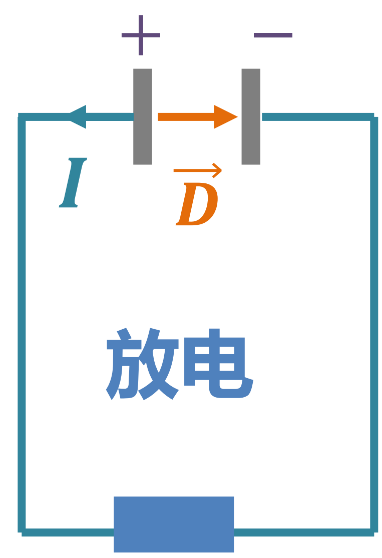


$\sigma\uparrow \quad D\uparrow$

$\frac{\mathrm{d}\vec{D}}{\mathrm{d}t} > 0$

与$\vec{D}$同向

与$\vec{j}$ 同向



$\sigma\downarrow \quad D\downarrow$

$\frac{\mathrm{d}\vec{D}}{\mathrm{d}t} < 0$

与$\vec{D}$反向

与$\vec{j}$ 同向

- **物理意义** $\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$

$$\vec{j}_\mathrm{d} = \frac{\mathrm{d}\vec{D}}{\mathrm{d}t} = \varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial\vec{P}}{\partial t}$$

空间电场变化

电介质分子中电荷微观运动

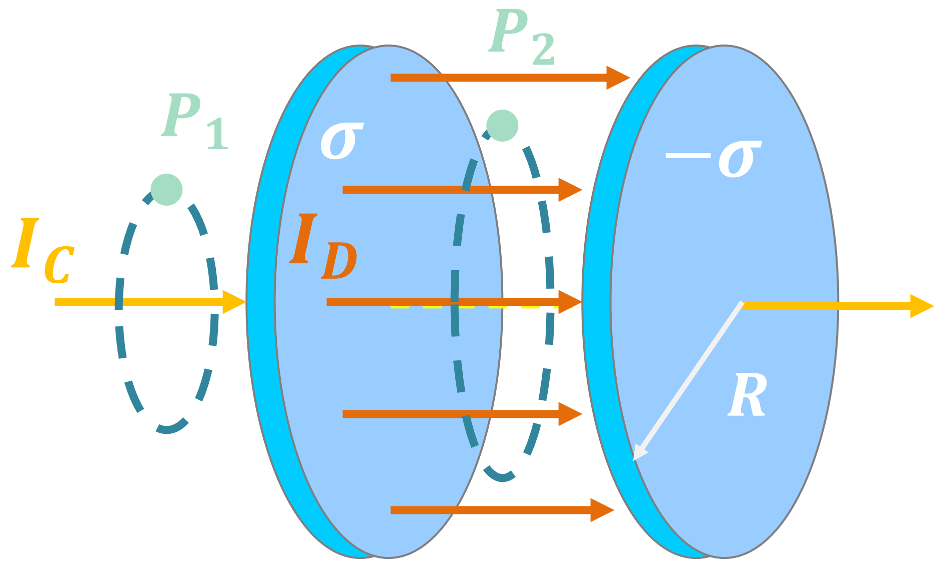
真空中：

$$\frac{\partial\vec{P}}{\partial t} = 0$$

$$\vec{j}_\mathrm{d} = \varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$

---揭示变化电场与电流的等效关系。

设平行板电容器极板为圆板，半径为R，两极板间距为d，用缓变电流 I_C对电容器充电，求P_1、P_2点处的磁感应强度。



解：任一时刻极板间的电场

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}=\frac{D}{\varepsilon_0}$$

极板间任一点的位移电流

$$j_D=\frac{\partial D}{\partial t}=\frac{\partial \sigma}{\partial t}=\frac{I_C}{\pi R^2}$$

由全电流安培环路定理

$$\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=I_C+\int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\begin{cases} P_1 \quad H_1 2\pi r_1 = I_C \Rightarrow B_1=\dfrac{\mu_0 I_C}{2\pi r_1} \\ P_2 \quad H_2 2\pi r_2 = \pi r_2^2 j_D \\ \qquad B_2=\dfrac{\mu_0 I_C}{2\pi R^2} r_2 \end{cases}$$

麦克斯韦（1831-1879)

英国物理学家．经典电磁理论的奠基人，气体动理论创始人之一。他提出了有旋场和位移电流的概念，建立了经典电磁理论，并预言了以光速传播的电磁波的存在。在气体动理论方面，他还提出了气体分子按速率分布的统计规律。

1865 年麦克斯韦在总结前人工作的基础上, 提出完整的电磁场理论, 他的主要贡献是提出了“涡旋电场”和“位移电流”两个假设, 从而预言了电磁波的存在, 并计算出电磁波的速度(即光速) 。

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$ （真空中 ）

1887年，赫兹的实验证实了他的预言, 麦克斯韦理论奠定了经典动力学的基础，为无线电技术和现代电子通讯技术发展开辟了广阔前景。

麦克斯韦(1831-1879)，英国物理学家

- 1855年《论法拉第的力线》：利用流体力学的数学工具来定量描述电场和磁场，并开始建立电磁场方程。
- 1862年《论物理的力线》：**感生电场**和**位移电流**。
- 1864年《电磁场的动力学理论》：提出了**电磁场的普遍方程组**。
- 1873年《电磁通论》：建立起完整的电磁学理论。其意义可与牛顿的《自然哲学的数学原理》相比美。

- **1873年《电磁通论》：建立起完整的电磁学理论。其意义可与牛顿的《自然哲学的数学原理》相比美。**

● 电场的高斯定理

$$\oint_S \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \oint_S (\vec{D}_1 + \vec{D}_2) \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum q_i \ +0$$

$$\oint_S \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum q_i = \int_V \rho \mathrm{d}V$$

静电场是有源场、感应电场是涡旋场。

● 磁场的高斯定理

$$\oint_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \oint_S (\vec{B}_1 + \vec{B}_2) \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0 + 0$$
$$= 0$$

$$\oint_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$$

传导电流、位移电流产生的磁场都是无源场。

● 电场的环路定理 --- 法拉第电磁感应定律

$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = \oint_L (\vec{E}_1+\vec{E}_2)\cdot d\vec{l} = 0 - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

静电场是保守场，变化磁场可以激发涡旋电场。

● 全电流安培环路定理

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \oint_L (\vec{H}_1+\vec{H}_2)\cdot d\vec{l} = \sum I_i + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j}+\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)\cdot d\vec{S}$$

传导电流和变化电场可以激发涡旋磁场。

麦克斯韦方程组的积分形式

		高斯定理	环路定理
磁场		$\oint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$	$\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)\cdot \mathrm{d}\vec{S}$
电场	静电场	$\oint_S \vec{D}^{(1)}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum_{s内} q_0 = \int_V \rho \mathrm{d}V$	$\oint_L \vec{E}^{(1)}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$
	感生电场	$\oint_S \vec{D}^{(2)}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$	$\oint_L \vec{E}^{(2)}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$
	一般电场	$\vec{D} = \vec{D}^{(1)} + \vec{D}^{(2)}$ $\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_V \rho \mathrm{d}V$	$\vec{E} = \vec{E}^{(1)} + \vec{E}^{(2)}$ $\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$

麦克斯韦方程组

积分形式	微分形式
$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \int_V \rho dV = \sum_{s内} q_0$	$\nabla\cdot\vec{D} = \rho$
$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$	$\nabla\cdot\vec{B} = 0$
$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$	$\nabla\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$
$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_S\left(\vec{j}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{S}\right)$	$\nabla\times\vec{H} = \vec{j}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$

- 变化的磁场是涡旋电场的涡旋中心。
- 变化的电场也是磁场的涡旋中心。

麦克斯韦假设：1）涡旋电场 $\vec{E}_k$ 2）位移电流 $\vec{j}_d = \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$

麦克斯韦方程组		
积分形式	**实验基础**	**意义**
$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \int_V \rho dV = \sum_{s内} q_0$	库仑定律 感生电场假设	电场性质
$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$	未发现磁单极	磁场性质
$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$	法拉第电磁 感应定律	变化磁场 产生电场
$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{S}\right)$	安培定律 位移电流假设	变化电场 产生磁场

各向同性的线性介质： $\vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}$　$\vec{j} = \gamma\vec{E}$　$\vec{B} = \mu_0\mu_r\vec{H}$

□ 麦克斯韦方程组的意义

- 麦克斯韦方程组是对电磁场宏观规律的全面总结，建立了电磁场的数学形式，其中高斯定理方程描述了电磁场性质，而环路定律方程揭示了电场与磁场的关系，电场和磁场统一为电磁场理论。
- 麦克斯韦方程组预言了电磁波的存在，电磁场可以在电荷、电流源之外的空间互相激发，从而可以脱离电荷、电流向外传播。(自由空间$\rho = 0$，$\vec{j} = 0$)

$$\oint_S \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0 \qquad \oint_L \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\oint_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0 \qquad \oint_L \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

- 麦克斯韦方程组预言了光的电磁本性，由方程组可以解出电磁波在真空的传播速度为光速。

- **思考：如果存在磁单极，麦克斯韦方程如何修正？**

引入磁荷 ρ_m、磁流 $\vec{j}_m$

由对称性：

$$\left\{\begin{aligned}
&\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_V \rho_e \mathrm{d}V \\
&\oint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_V \mu_0\rho_m \mathrm{d}V \\
&\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}\right) \\
&\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \left(\mu_0\vec{j}_m + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right)\cdot \mathrm{d}\vec{S}
\end{aligned}\right.$$

□ 电磁理论建立的意义

- 使原来孤立的电学、磁学和光学三者统一， 是继牛顿之后物理学上的有一次大综合，是物理学发展史上的一个里程碑。
- 抛弃了超距作用观，提出并发展了近距作用观。
- 以场量为基本变量，建立了经典场论，是现代规范场理论的先导。
- 电磁波的预言和发现，为人类开辟了无线电电子学的新纪元。
- 为狭义相对论的建立提供了基础。