

通用汽车公司前总裁查尔斯·威尔逊（Charles Wilson）有一则轶事。他曾经说过一句话“对通用汽车有益的事情就是对美国有益的事情（What's good for General Motors is good for America）”。实际上，这句话被错误地引用了。1953 年威尔逊被艾森豪威尔总统任命为国防部长。真实的故事发生在美国参议院军事委员会为他举行的就职听证会上。根据维基百科：

“在听证期间，当被问到作为国防部长他会不会作出有损于通用汽车公司的决定时，他作了肯定的回答。但是他又加了一句话，说他想象不出会出现这种情况，‘因为长期以来，我认为对国家有益的事情就是对通用汽车有益的事情，反之亦然。’”

当然我们关心的并不是这些轶闻趣事，重要的是通用汽车公司在交通流理论的历史上扮演了非常重要的角色。在 20 世纪 50 年代，通用汽车公司资助了一批科学家，他们在公司的研究室里作了开创性的工作，从而奠定了交通流理论的基础。最著名的就是 General Motors 模型（以下简称 GM 模型）。

14.1 GM 模型的发展

GM 模型 [1] [2] 假设驾驶员对车辆的操纵控制不仅受诸如自车和前车运动状态这样的外部影响，而且也受驾驶员内部如反应灵敏度的影响。因此，这样的一种关系可以表达为：

响应 = f (驾驶员反应灵敏度, 外部刺激)

如图 14-1 所示, 在建模时, GM 研究者们将响应选择为驾驶员所采用的加速度, 当然, 减速度是带负号的加速度; 由于驾驶员的滞后, 加速度在一个反应时间之后才得以实施, 即 $\ddot{x}_i(t + \tau_i)$ 。研究者们对于刺激和灵敏度的认识经历了一个渐进过程, 由此导出了一系列模型。

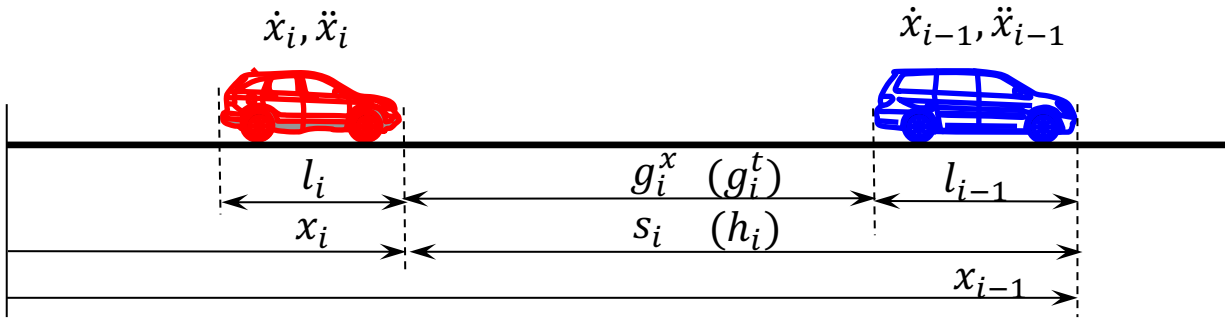


图 14-1 车辆跟驰的情形

14.1.1 第一代模型 (GM1)

最初, GM 研究者们注意到驾驶员对于前后两车的速度差 $\dot{x}_{i-1}(t) - \dot{x}_i(t)$ 会作出反应。如果将驾驶员的敏感度看作是一个系数, 那么驾驶员操纵控制就可以表达为:

$$\ddot{x}_i(t + \tau_i) = \alpha [\dot{x}_{i-1}(t) - \dot{x}_i(t)]$$

这就是 GM 第一代模型, 它能够有效地解释一些跟驰现象。例如, 当自车接近前车时, 假定自车速度 $\dot{x}_i(t)$ 为 120 km/h, 前车速度 $\dot{x}_{i-1}(t)$ 为 100 km/h, 且系数 α 是取正值, 那么驾驶员将要会减速, 因为相对速度为负 ($\ddot{x}_i(t + \tau_i) < 0$)。如果反过来, $\dot{x}_i(t)$ 为 100 km/h, 前车速度 $\dot{x}_{i-1}(t)$ 为 120 km/h, 则自车落后于前车, 并且相对速度为正, 驾驶员就会加速。这些情形都和模型的预测吻合。然而, 这个模型无法区分跟车距离大和小的情形。例如, 对于下述的情形, 模型会做出相同预测:

- 情形一： $\dot{x}_i(t)=120 \text{ km/h}$, $\dot{x}_{i-1}(t)=100 \text{ km/h}$, $s_i(t)=50 \text{ m}$
- 情形二： $\dot{x}_i(t)=120 \text{ km/h}$, $\dot{x}_{i-1}(t)=100 \text{ km/h}$, $s_i(t)=5000 \text{ m}$

上述两种情形的速度差都是 -20 km/h ，但直觉告诉我们，在情形一中驾驶员应该采用更大的减速度，因为如果驾驶员刹车不够用力的话，立刻就又撞车的危险。而在情形二中，虽然速度差还是 -20 km/h ，但两辆车离得很远，前车对自车几乎不会有任何影响。

14.1.2 第二代模型（GM2）

考虑到 GM1 中车距对于模型的影响，研究者们尝试在不同的车距下选用不同的灵敏度，这样就得到了第二代模型：

$$\ddot{x}_i(t + \tau_i) = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} [\dot{x}_{i-1}(t) - \dot{x}_i(t)]$$

实测数据显示，系数 α 的取值在 $(0.17, 0.74)$ 之间。在 GM2 中，当两车接近时， α_1 取大值，而当两车相距很远时， α_2 取小值。

14.1.3 第三代模型（GM3）

虽然有了上述改变，GM2 对于车距的处理仍然不完善，这是因为我们需要根据跟车距离的变化来不断地校准灵敏系数，这样太麻烦了。由此，研究者们得到启发，也许应该把车头间距从系数中分离出来，成为模型中的一个独立变量。这就导致了第三代模型的出现：

$$\ddot{x}_i(t + \tau_i) = \alpha \frac{[\dot{x}_{i-1}(t) - \dot{x}_i(t)]}{[x_{i-1}(t) - x_i(t)]}$$

刚解决了车距问题，另一个问题又出现了。具体来说，模型对于下述情形还是缺乏辨别能力：

- 情形一：在城市中心，自车离前车 100m ，并且 $\dot{x}_i(t)=30 \text{ km/h}$, $\dot{x}_{i-1}(t)=10 \text{ km/h}$ 。

- 情形二：在高速路上，自车离前车 100m，并且 $\dot{x}_i(t)=130$ km/h， $\dot{x}_{i-1}(t)=110$ km/h。

显然，在第二种情况下，驾驶员的响应应该很强烈，这是因为在这么短的跟车距离和这么快的速度下，稍有差池，就会大难临头。而在城市中心的情形中，驾驶员却不会有那么大的压力，因为车速低，跟车距离也不算短，有什么情况，驾驶员一踩刹车就行了。但是，GM3 模型却预测驾驶员在这两种情形下响应是相同的。

14.1.4 GM4

由于 GM3 模型无法分辨高速和低速跟驰情形，这就启发了研究者们进一步挖掘敏感系数中尚未解释的因素。很有意思的是，通过量纲分析，研究者们发现在 GM1 和 GM2 中敏感系数的单位和频率是一样的（即 1/s），在 GM3 中它和速度的单位一样（即 m/s）。既然是这样，何妨把速度从敏感系数中提出来，让剩余的敏感系数成为一个新的、无量纲的系数？这样，研究者们就得到了第四代模型：

$$\ddot{x}_i(t + \tau_i) = \alpha \frac{\dot{x}_i(t + \tau_i)[\dot{x}_{i-1}(t) - \dot{x}_i(t)]}{[x_{i-1}(t) - x_i(t)]}$$

此处，自车速度项 $\dot{x}_i(t + \tau_i)$ 被赋予了一个反应滞后，这是为了后续讨论中方便积分。式中的系数 α 现在成了一个无量纲的常数。

细心的读者也许已经发现，GM4 看上去很像牛顿的万有引力模型。该模型说，两物体间的引力 G 与两物体的质量 M 之积成正比，而与它们之间距离 r_{ij} 的平方成反比。写成数学模型就是：

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

对比两个模型，我们发现 GM4 模型中的速度 α 相当于万有引力模型中引力常数 G ，GM4 模型中的速度 \dot{x} 类似于万有引力模型中的质量 m ，GM4 模型中的车头间距 $(x_{i-1} - x_i)$ 类似于万有引力模型中的距离 r ，只是前者是车头间距的反比，后者是距离平方的反比。

14.1.5 GM5

上述各模型可以用一个一般化的方程式来表达，即在 **GM4** 中引进两个指数，一个用于自车的速度，另一个用于车头间距：

$$\ddot{x}_i(t+\tau_i) = \alpha \frac{[\dot{x}_i(t+\tau_i)]^m}{[x_{i-1}(t) - x_i(t)]^l} [\dot{x}_{i-1}(t) - \dot{x}_i(t)]$$

这就是第五代模型 **GM5**。它的优点是当我们给这两个指数赋予适当的值时，**GM5** 可以还原成前面几个模型中的任何一个。例如，当 $m = 0$ 和 $l = 1$ 时，我们得到了 **GM3**；当 $m = 1$ 和 $l = 1$ 时，我们得到了 **GM4**。另外，在稍后的讨论中我们可以看到，**GM5** 能够起到“桥梁”的作用，帮助我们方便地将微观模型和宏观模型紧密的联系起来。

14.2 微观基准分析

下面的代码是 **GM4** 模型计算机程序的一个片段。我们以 **GM4** 为例是因为它是 **GM** 模型家族中最具体、成熟的一个。在模拟的第 j 步，各车辆的位移、速度、加速度更新如下：

```
FOR i = 1:I
    v(j,i) = MAX[0, v(j-1,i) + a(j,i) * dt];
    d_v = v(j-1,i) - v(j,i);
    x(j,i) = x(j-1,i) + v(j,i) * dt;
    d_x(j,i) = x(j,i-1) - x(j,i);
    delay = ceil(tau_i / dt);
    a(j+delay,i) = alpha * v(j,i)*d_v(j,i) / d_x(j,i);
END
```

在这里：

x, v, a ：分别是位移、速度、加速度

i ：模拟的车号 $i \in \{1, 2, \dots, I\}$

j ：模拟的时序 $j \in \{1, 2, \dots, J\}$

τ_i : i 号驾驶员的反应时间

Δt : 模拟的时间步长

微观基准分析是按照 12.3.1 中所描述的情形展开的。分析结果如图 14-2 所示，具体内容如下：

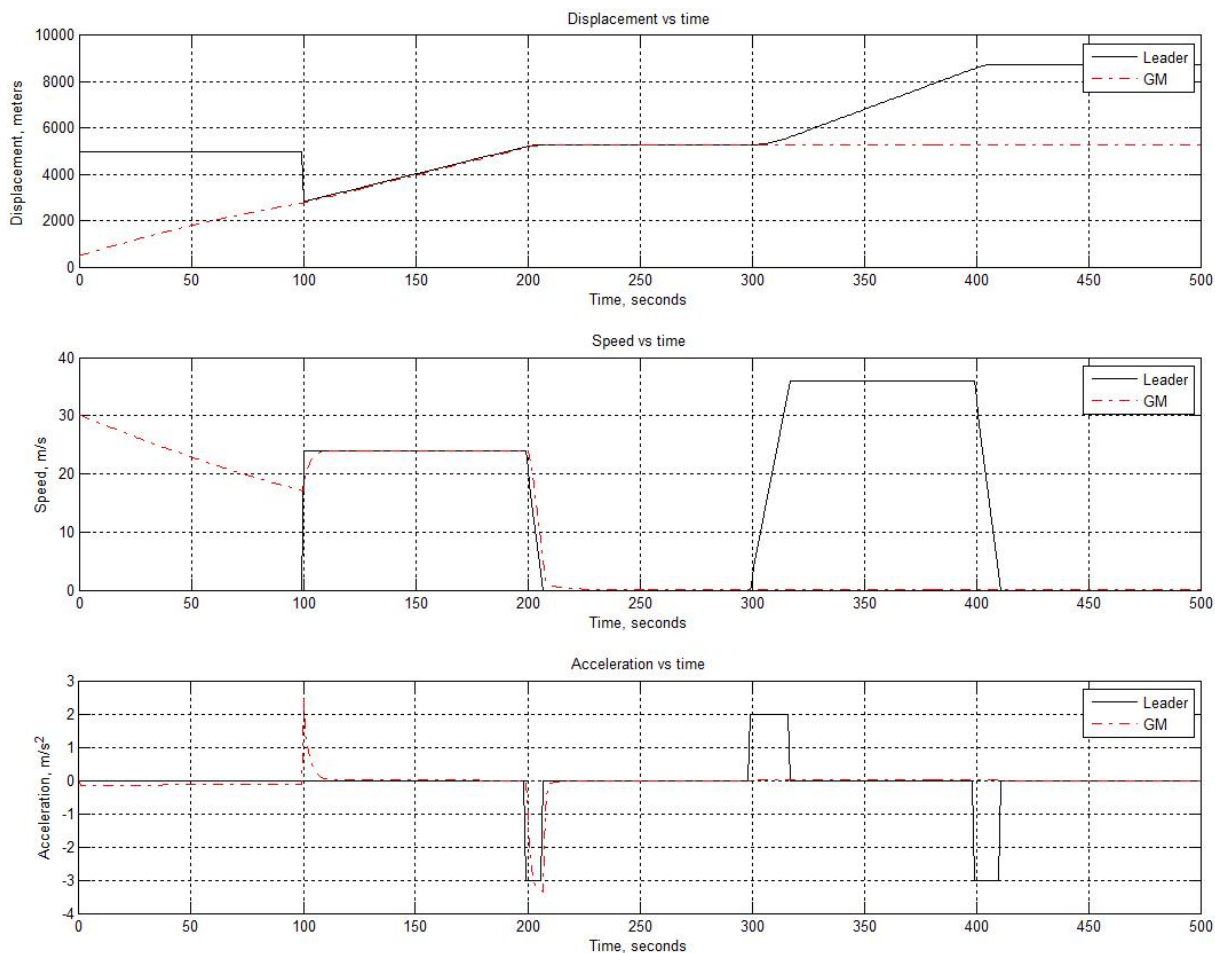


图 14-2 GM4 模型的微观基准分析结果

- 启动：这个模型无法使我们所要研究的车辆从静止启动。因此，必须添加一个外部条件来赋予 i 号车一个初始速度 $\dot{x}_i(0)$ 。而且这个初始速度 $\dot{x}_i(0)$ 必须设置为理想速度 v_i ，否则，该车将无法自己达到这个速度，见图中 $t > 0s$ 所示。

- 加速：不像在现实生活中，当前车很远而且自车车速低于理想速度 v_i 时，自车会加速行驶。然而，这个模型预测驾驶员 i 将会采取减速操作，即便是前车 $i-1$ 还在几公里之外，见图中 $0 < t < 100s$ 所示。
- 自由流：这个模型预测车辆 i 将无法自己达到自由流动的状态，除非添加一个外部条件来强制它到达这个状态。只要前面有较慢的前车，按照模型的预测，车辆 i 将会持续减速直到跟前车的速度相同，见图中 $0 < t < 100s$ 所示。
- 被抢道：当第三辆车在自车前 40m 处以 24m/s 的速度从旁道突然插入，从而成为新的前车时，这个模型预测车辆 i 会有一个突然的加速。然而，在现实生活中驾驶员可能会减速，见图中 $t = 100s$ 左右所示。
- 跟驰：这个模型能够使自车适应前车的速度，并且以一个合理的距离跟随前车行驶，见图中 $100 < t < 200s$ 所示。
- 停车起步：这个模型预测车辆 i 一定会和前车相撞，同时保持一定的速度，不管这个速度有多低。当前车恢复行驶时，自车会陷入困境而无法自拔，原因是自车的速度极小，模型无法让它有效地提速，见图 $200 < t < 300s$ 所示。
- 随行：现在车辆 i 被困住了，除非添加一个外部条件来强制它运行，见图 $300 < t < 400s$ 所示。然而，一旦车辆 i 重新开始运行，它将会被超速的前车吸引，并最终也跟着超速运行。这个过程我们没有在图中画出来。
- 靠近：从 $t > 300s$ 开始，模拟结果就失去意义了。
- 停车：从 $t > 300s$ 开始，模拟结果就失去意义了。

上述基准分析是基于

表 14-1 中的参数。参数取值不同，结果也不尽相同。

表 14-1 GM4 模型微观基准分析所用的参数

参数	取值	参数	取值
τ_i	1.0 s	α	0.8

$x_i(0)$	467 m	$\dot{x}_i(0)$	30 m/s
$\ddot{x}_i(0)$	0 m/s ²		

14.3 微观-宏观之间的桥梁

在第十三章中我们提到过，微观模型和宏观模型之间的关系非常重要，因为起着联系微观世界和宏观世界之间的桥梁作用。本节我们就来专门讨论这个问题。我们以 GM5 模型为起点展开讨论，因为该模型能很好地将交通流理论发展早期的微观跟驰模型和宏观平衡态模型统一起来。为了讨论方便，我们将 GM5 表示如下：

$$\ddot{x}_i(t + \tau_i) = \alpha \frac{[\dot{x}_i(t + \tau_i)]^m}{[x_{i-1}(t) - x_i(t)]^l} [\dot{x}_{i-1}(t) - \dot{x}_i(t)]$$

另外，早期平衡态模型也在中表 14-2 列出：

表 14-2 早期的单域模型

作者	模型	参数
Greenshields [1]	$v = v_f(1 - \frac{k}{k_j})$	v_f, k_j
Greenberg [2]	$v = v_m \ln\left(\frac{k}{k_j}\right)$	v_m, k_j
Underwood [3]	$v = v_f e^{-\frac{k}{k_m}}$	v_f, k_m
Drake [4]	$v = v_f e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{k}{k_m}\right)^2}$	v_f, k_m
Drew [5]	$v = v_f \left[1 - \left(\frac{k}{k_j}\right)^{n+\frac{1}{2}}\right]$	v_f, k_j, n
Pipes-Munjal [6] [7]	$v = v_f \left[1 - \left(\frac{k}{k_j}\right)^n\right]$	v_f, k_j, n

在这里， v_f 是自由流速， k_j 是堵塞密度， v_m 是最佳速度， k_m 是最佳密度， n 是指数。

Greenberg 模型

如果我们取 $m = 0, l = 1$ ，那么 GM5 模型就成为 GM3:

$$\ddot{x}_i(t + \tau_i) = \alpha \frac{[\dot{x}_{i-1}(t) - \dot{x}_i(t)]}{[x_{i-1}(t) - x_i(t)]}$$

我们可以证明，通过积分，这个微观的跟驰模型可以转换为 Greenberg 模型，例如下面这个修正版 Greenberg 模型：

$$\begin{cases} q = v_f k & \text{当 } 0 \leq k < k_c \\ q = v_m \ln \frac{k_j}{k} k & \text{当 } k_c \leq k \leq k_j \end{cases}$$

修正的目的就是避免像原版的 Greenberg 模型那样出现无穷大的自由流速。我们知道，在交通流从无到有的一个小范围内，车辆之间有足够的空间允许驾驶员保持各自的理想速度行驶。那么在宏观上，自由流速可以从密度为零一直保持到一个临界密度 k_c 。随着车流密度进一步增加，车流速度开始逐渐降低。这个趋势一直延续下去，直到密度达到堵塞密度 k_j ，此时流速降为 0。上述速-密关系在图 14-3 中以虚线显示，它对应的流-密关系以实线显示。

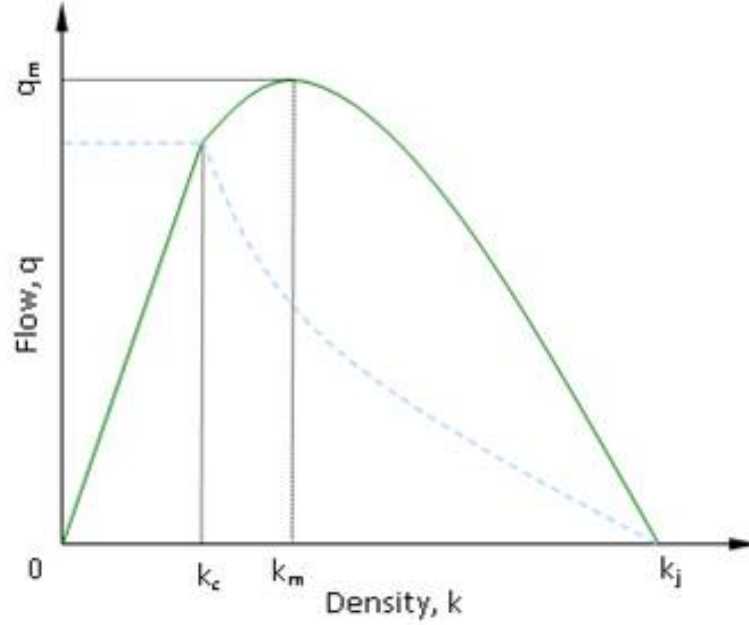


图 14-3 修正版 Greenberg 模型示意图

上述 Greenberg 模型和 GM3 模型之间的关系表明，我们有可能通过积分法（关于微观到宏观的变换方法，参见第 13 章 13.1.2 节）将 GM5 和早期的平衡态模型联系起来。GM5 中速度和车头间距的指数取不同值，就可能得到不同的平衡态模型。下面给出几个这样的例子。

Greenshields 模型

如果在 GM5 中取 $l = 2, m = 0$ ，我们得到：

$$\ddot{x}_i(t + \tau_i) = \alpha \frac{[\dot{x}_{i-1}(t) - \dot{x}_i(t)]}{[x_{i-1}(t) - x_i(t)]^2}$$

其中的变量我们在之前都已经定义了。可以证明，这个微观模型可以转换成 Greenshields 模型：

$$v = v_f - \frac{v_f}{k_j} k$$

Underwood 模型

如果在 GM5 中取 $l=2, m=1$ ，我们得到：

$$\ddot{x}_i(t+\tau_i) = \alpha \frac{\dot{x}_i(t+\tau_i)[\dot{x}_{i-1}(t) - \dot{x}_i(t)]}{[x_{i-1}(t) - x_i(t)]^2}$$

可以证明这个微观模型可以转换成 Underwood 模型：

$$v = v_f e^{-k/k_m}$$

Drake (Northwestern)模型

如果在 GM5 中取 $l=3, m=1$ ，我们得到：

$$\ddot{x}_i(t+\tau_i) = \alpha \frac{\dot{x}_i(t+\tau_i)[\dot{x}_{i-1}(t) - \dot{x}_i(t)]}{[x_{i-1}(t) - x_i(t)]^3}$$

可以证明这个微观模型可以转换成 Drake 模型：

$$v = v_f e^{-\frac{1}{2}(\frac{k}{k_m})^2}$$

Pipes-Munjaj 模型

如果在 GM5 中取 $l=n+1, m=0$ ，我们得到：

$$\ddot{x}_i(t+\tau_i) = \alpha \frac{\dot{x}_i(t+\tau_i)[\dot{x}_{i-1}(t) - \dot{x}_i(t)]}{[x_{i-1}(t) - x_i(t)]^{n+1}}$$

可以证明这个微观模型可以转换为 Pipes-Munjaj 模型：

$$v = v_f [1 - (\frac{k}{k_j})^n]$$

Drew 模型

因为除了指数不同之外，Drew 模型和 Pipes-Munjal 模型是一样的，我们只需要将后者方程中的 n 换成 $n + \frac{1}{2}$ 就可以得到 Drew 模型。因此，对于 GM5 模型我们取

$l = n + \frac{1}{2}$ 和 $m = 0$ 就可以使之转换为 Drew 模型。

小结

综上所述，我们可以用一个图表来描述 GM5 和这些微观、宏观模型之间的关系。如图 14-4 所示，横轴表示 GM5 的速度指数 m ，纵轴表示 GM5 的车头间距指数 l 。宏观模型用红色的字体标识，微观模型用蓝色的字体。图中的小圆圈表示这些微观、宏观模型所对应的 GM5 模型中 m 和 l 的组合。

请注意，Pipes 和 Forbes 模型其实是 GM1 模型的一种特殊情况：

$$\ddot{x}_i(t + \tau_i) = \alpha[\dot{x}_{i-1}(t) - \dot{x}_i(t)]$$

对等式两边同时进行积分，得到：

$$\dot{x}_i(t + \tau_i) = \alpha[x_{i-1}(t) - x_i(t)] + C = \alpha s_i(t) + C$$

如果我们取 $\alpha = \frac{l_i}{4.47}$, $C = l_{i-1}$ ，得到 Pipes 模型，而当 $\alpha = \tau_i$, $C = l_i$ ，则得到 Forbes 模型。

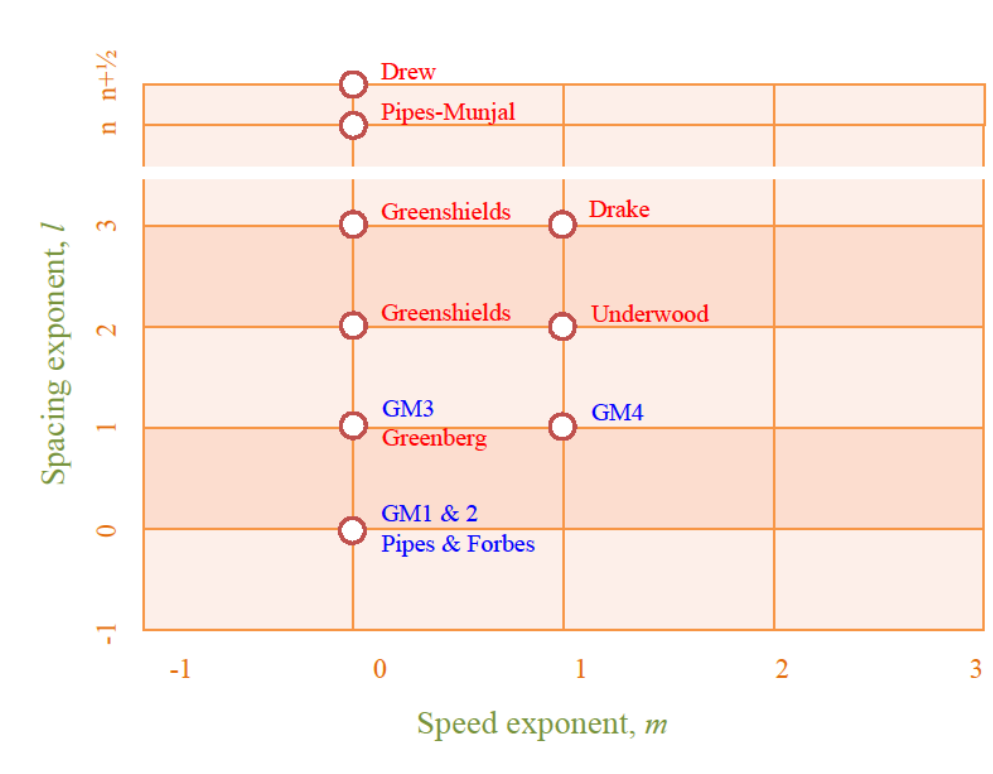


图 14-4 基于 GM5 的微观-宏观桥梁

14.4 宏观基准分析

宏观基准分析按照 12.3.2 节所描述的情形展开。GM 诸模型所对应的平衡态模型都显示在图 14-5 中，图中的背景是实测数据。可以看出，这些平衡态模型的准确度各异，但没有一个模型能达到在密度全程范围内都具有可接受的精度。例如，Greenshields 模型除了在自由流情况下（即低密度时）结果和实测数据基本相符，在其余密度范围内模型预测的结果都远超过实测值；Greenberg 模型的问题是在自由流条件下，模型无法合理地拟合实测数据；也许 Underwood 模型是这些模型中相对来说较好的一个，但它在低密度时低估速度，而在中高密度时高估速度，并且最佳速度（即到达通行能力时的速度）偏低；Drake (Northwestern) 模型的缺点在于它的流-密关系在高密度范围内是凹函数（因为 LWR 模型需要对流-密关系求导，从而要求流-密关系全程为凸函数）；Drew 和 Pipes-Munjial 模型本质上是一样的，图中故意使它们有些的差异，为的是便于分辨。它们的缺点和 Greenshields 模型是一样的，只是相对来说误差的程度轻一些。

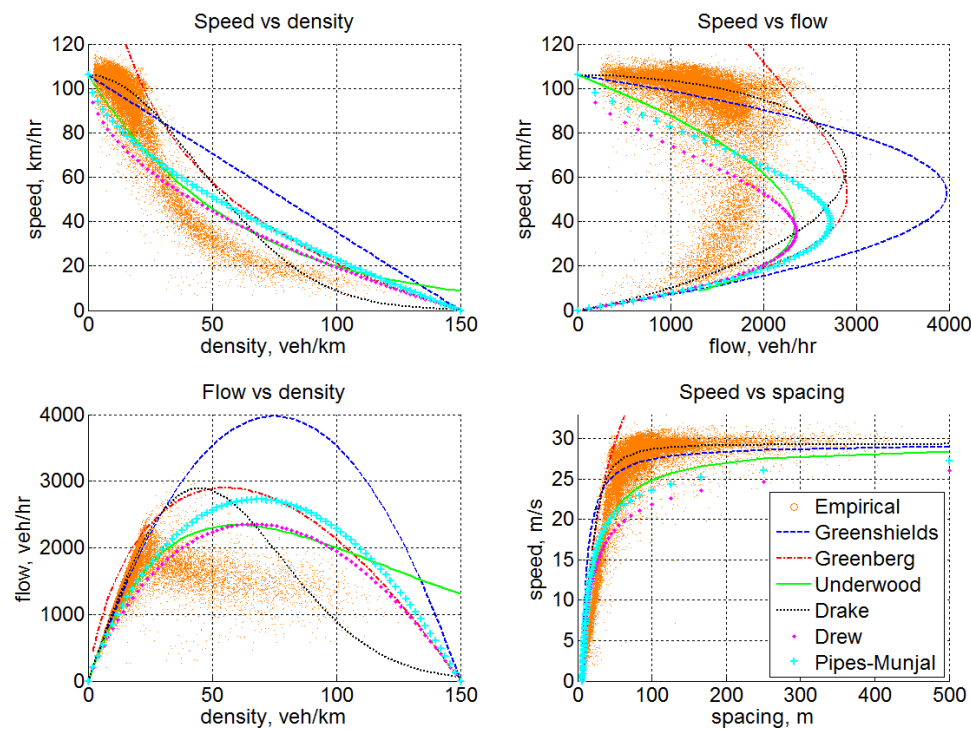


图 14-5 GM 诸模型所对应的平衡态模型

上述基准分析基于

表 14-1 中的参数。参数取值不同，结果也不尽相同。

表 14-3 宏观基准分析基中 GM 诸模型所对应的平衡态模型的参数

模型	参数 1	参数 2	参数 3
Greenshields	v_f	k_j	-
	106 km/h	150 veh/km	-
Greenberg	v_m	k_j	-
	62.6 km/h	150 veh/km	-
Underwood	v_f	k_m	-

	106 km/h	60 veh/km	-
Deake (NW)	v_f	k_m	-
	106 km/h	45 veh/km	-
Drew	v_f	k_j	n
	106 km/h	150 veh/km	0
Pipes-Munjal	v_f	k_j	n
	106 km/h	150 veh/km	0.6

14.5 GM 模型的缺点

作为交通流领域早期的一项开创性的工作，GM 诸模型衍生和启发了后续一代又一代人的研究，从而在很大程度上形成了今天的交通流理论体系。从这个观点上看，GM 诸模型的重要性不言而喻。但同时 GM 诸模型又存在一些严重的缺陷，下面我们以 GM4 模型为例来讨论这些缺陷：

A. 全球跟驰

一方面，GM4 模型用具有数学优雅性，因为它只用一个方程就涵盖了所有的情形。然而从另一方面来说，这种单域的属性就决定了它所描述的跟驰行为是全球性的，例如，只要存在一前一后的关系，即便是一辆在北京另一辆车在广州，两者相距几千公里，这个模型仍预测它们存在跟驰关系。这显然不符合实际，因为北京车的行驶状况不会对同一时刻广州车的运行产生任何影响。

当然，有的读者会说任何一个单一域模型都具有全球跟驰的特性。这个说法不错，但是请注意那些单一域模型大多数是建立在车头间距的指数关系上的，即车辆控制 $\dot{x}(t)$ 或 $\ddot{x}(t) = f(e^{-s_{ij}(t)})$ 。当车头间距 s_{ij} 增大时，它对车辆控制的影响呈指数关系递减，尤其是当 s_{ij} 增大到一定程度之后， s_{ij} 对车辆控制的影响可以忽略不及。这和 GM 模型中车辆控制随 s_{ij} 增大呈反比关系递减有着本质的区别。

B. 后车的运动是因为前车的吸引

如果将 GM4 模型和牛顿的万有引力以及库伦定律相比较，我们会发现它们在形式上是很相似。牛顿的万有引力可以表达为：

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

在这里， F 是两个物体之间的引力， G 是引力常数， m_1 是第一个物体的质量， m_2 是第二个物体的质量， r 是两个物体之间的距离。库伦定律可以表达为：

$$F = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

在这里， F 是两个带电粒子之间的静电力，异性电荷相互吸引，同性电荷相互排斥。 q_1 是第一个粒子的电荷， q_2 是第二个粒子的电荷， r 是两个带电粒子之间的距离， k_e 是一个比例常数。

因此，GM4 模型可以和库伦定律进行类比，即当 i 号车以高于 $i-1$ 号车的速度接近后者时， i 号车会受到 $i-1$ 号车的排斥；反之，即当 i 号车以低于 $i-1$ 号车的速度落后于后者时， i 号车会受到 $i-1$ 号车的吸引。虽然第一个类比有些道理，但是第二个类比却说不通。例如，要是一辆车没有前车呢？照这么类比的话，该车就没有前进的动力了。再如，前车正在超速行驶，难道后车也要被吸引得跟着超速吗？

c. 慢启动

根据 GM4 模型，一辆处于停止状态的车是无法启动的。这是因为该车目前的速度 $\dot{x}_i(t)=0$ 决定了其下一步的加速度 $\ddot{x}_i(t+\tau)=0$ ，而下一步的加速度为零又反过来决定了该步的速度为零。这样交替循环下去，这辆车的速度永远为零。因此，要使一辆车不被困住，该车在任何时刻必须保持一个大于零的速度。如此，当一辆车被红灯或另一辆静止的车挡住时，该模型就遇到麻烦了。因为该车被挡住而速度又不能降为零，它只能保持一个极其微小的速度往前爬。当红灯结束，绿灯来临或前车开走时，这辆车将会花很长的时间才能将速度提起来。因为按照模型，极小的速度导致下一步只能产生极小的加速度，而极小的加速度反过来又决定改不的速度仍是极小。这种状态要反复交替很长时间速度才会有明显的提高。图 14-6 描述的就是这样一种情况，第二辆车被第一辆车逼“停”之后，花了很长时间才启动，因此第一辆车和第二辆车之间留下一个很大的间距。

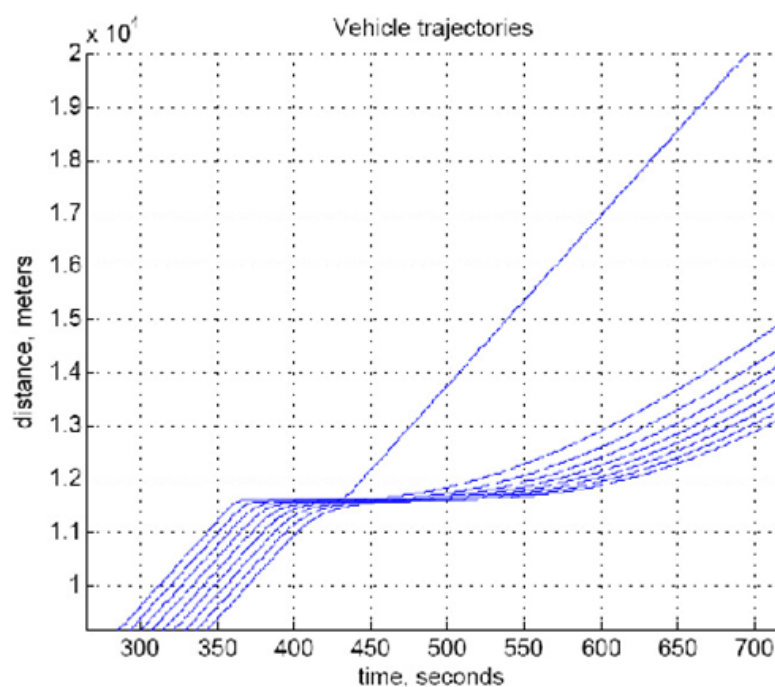


图 14-6 GM4 模型的慢启动

D. 亲密的一对儿

根据 GM4 模型，只要两辆车以相同的速度行驶，它们可以任意靠近。这一点在现实中是不可能的，有人敢在车速为 120 km/h 时只和前车保持 1m 的距离吗？GM4 得出这么个荒唐的结论是因为当两车速度相同时，不管车距有多短，后车的响应都为零。

练习题

- 1 证明当 $m = 0$ 和 $l = 0$ 时, GM5 可以转换为 Pipes/Forbes 模型。
- 2 证明当 $m = 0$ 和 $l = 1$ 时, GM5 可以转换为 Greenberg 模型。
- 3 证明当 $m = 0$ 和 $l = 2$ 时, GM5 可以转换为 Greenshields 模型。
- 4 证明当 $m = 1$ 和 $l = 2$ 时, GM5 可以转换为 Underwood 模型。
- 5 证明当 $m = 1$ 和 $l = 3$ 时, GM5 可以转换为 Drake (NW) 模型。
- 6 证明当 $m = 0$ 和 $l = n+1$ 时, GM5 可以转换为 Pipes-Munjal 模型。
- 7 证明当 $m = 0$ 和 $l = n+1\frac{1}{2}$ 时, GM5 可以转换为 Drew 模型。
- 8 根据下列条件, 完成模拟中的一步: 两辆车行驶在一条高速公路的同一个车道上。两辆车车长 $l_{i-1} = l_i = 6$ 米。在这里我们不考虑换道。在 t 时刻, 前车的速度为 $\dot{x}_{i-1}(t) = 72$ km/h, 后车的速度为 $\dot{x}_i(t) = 108$ km/h。两车的车头间距 (从前保险杠到前保险杠) 为 $s_i(t) = 40$ m, 后车辆驾驶员的反应时间为 $\tau_i = 1.5$ s。
 - a) 根据 GM1 模型, 预测在一个反应时间之后后车的减速度, 假设敏感因子 $\alpha = 0.5 \frac{1}{s}$ 。
 - b) 根据 GM2 模型, 预测在一个反应时间之后后车的减速度。根据常识来确定敏感因子。
 - c) 根据 GM3 模型, 预测在一个反应时间之后后车的减速度, 假设敏感因子 $= 10 \frac{m}{s}$ 。
 - d) 根据 GM4 模型, 预测在一个反应时间之后后车的减速度, 假设敏感因子 $= 0.5$ 。
 - e) 根据 GM5 模型, 预测在一个反应时间之后后车的减速度, 假设每一步中车速一直保持到一个反应时间之后才更新。模型参数为 $\alpha = 0.5, l = 2, m = 2$ 。

参考文献

- [1] D. C. Gazis, R. Herman and R. W. Rothery, "Non-Linear Follow the Leader Models of Traffic Flow," *Operations Research*, vol. 9, no. 1961, pp. 545-567.
- [2] R. Chandler, R. Herman and E. Montroll, "Traffic Dynamics: Studies in Car Following," *Operations Research*, vol. 6, pp. 165-184, 1958.
- [3] B. D. Greenshields, "A study in highway capacity.," *Highway Research Board*, vol. Proceedings 14, pp. 448-477, 1935.
- [4] H. Greenberg, "An Analysis of Traffic Flow," *Operations Research*, vol. 7, pp. 78-85, 1959.
- [5] R. Underwood, "Speed, Volume and Density Relationships," *Quality and Theory of Traffic Flow*, Yale University Report, New Haven, Connecticut, 1961.
- [6] J. Drake, J. Schofer and A. May, "A Statistical Analysis of Speed Density Hypotheses," *Highway Research Record*, vol. 154, pp. 53-87, 1967.
- [7] D. Drew, "Deterministic Aspects of Freeway Operations and Control," *Highway Research Record*, vol. 99, pp. 48-58, 1965.