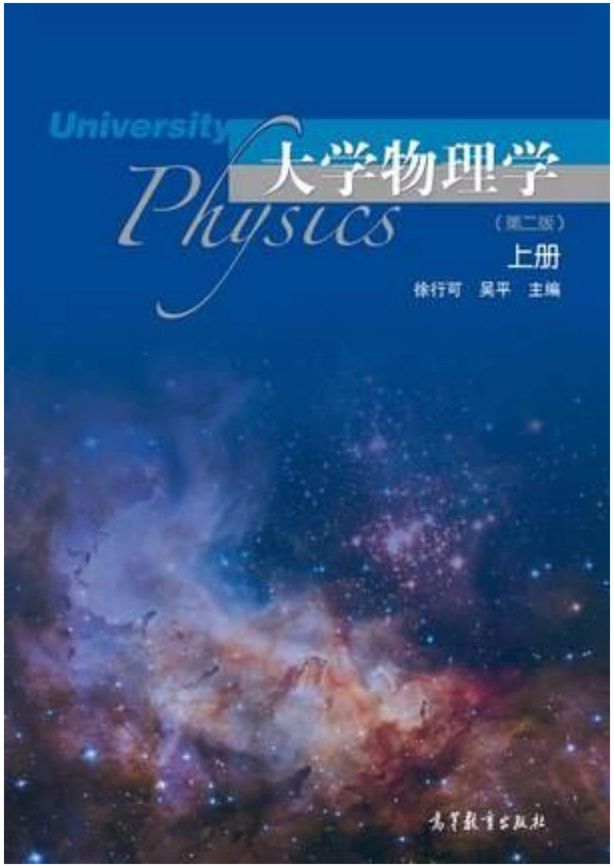
2021年春季



大学物理BI

教材：大学物理学（上册）
徐行可、吴平主编
高等教育出版社

杜华荣
办公室：X5610
电话：13342289939
邮箱：hrdu@swjtu.edu.cn

课程安排

- □ 半期考试范围：第3-8章
- □ 期末考试范围：第9-11章

（第3-8章约30%，第9-11章约70%）

第二篇 实物的运动规律

- 第3章 运动的描述 （2周）
- 第4章 动量 动量守恒定律 （1周）
- 第5章 角动量 角动量守恒定律 （2周）
- 第6章 机械能 机械能守恒定律 （1周）
- 第7章 对称性与守恒定律*
- 第8章 狭义相对论基础 （2周）

题型： 选择、判断、填空、计算。

第三篇 电磁相互作用和电磁场

- 第9章 电相互作用和静电场 （3周）
- 第10章 运动电荷间的相互作用和恒定磁场 （2周）
- 第11章 变化中的磁场和电场 （2周）

大学物理BII

- 半期考试范围：第12-14章
- 期末考试范围：第12-19章
  （第12-14章约30%，第15-19章约70%）

第四篇 振动与波动

- 第12章 振动 （2周）
- 第13章 波动 （2周）
- 第14章 波动光学 （4周）

第五篇 量子现象和量子规律

- 第15章 光的量子性 （1周）
- 第16章 量子力学基本原理 （1周）
- 第17章 量子力学应用 （2周）

第六篇 多粒子体系的热运动

- 第18章 平衡态的气体动理论 （1周）
- 第19章 热力学第一定律和第二定律（3周）

课程安排

课前
- 看学习指导
- 看教材
- 看视频
- 做测试题
- 在线讨论

课中
- 问题讨论
- 课堂练习
- 重点难点讲解
- 知识应用
- 总结点评

课后
- 在线讨论
- 完成网上作业
- 完成作业互评
- 总结反思

课堂考勤

超星学习通

每讲课

作业

超星学习通

统一大作业

周一23:00之前上传

成绩评定

- □ **考试：**
  80%（半期30%+期末50%）
- □ **平时成绩：**
  20%（统一大作业10%+网络学习5%+课堂学习5%）
  - □ 网络学习（观看视频40%+网上测试50%+网上讨论10%）
    网上讨论：发表或者回复一个讨论得分5，满分100
  - □ 课堂学习（出勤、课堂测试）

互评作业注意事项：

作业互评是同学们按要求相互批阅作业的学习环节。评阅别人作业情况（是否批阅及是否认真批阅）以及被别人有效批阅的成绩将作为学习考核的一个重要部分。

- □ 作业按要求、按时完成
- □ 两份作业完全相同，同时记0分

西南交通大学本科成绩管理办法

第十七条 学生因病因事不能参与教学活动需事先向任课教师书面请假。有下列情况之一者，由任课教师认定，不得参加该课程期末考核，期末考核成绩和课程成绩记为零分，并在其成绩单上注明“取消”字样：

（一）学生缺课时数累计超过该课程教学时数 1/3 以上者；

（二）无故旷课达 6 学时（迟到两次折合 1 学时）以上者；

（三）缺交作业（含实验报告）达 1/3 以上者；

（四）未完成教师要求的报告、实验者。

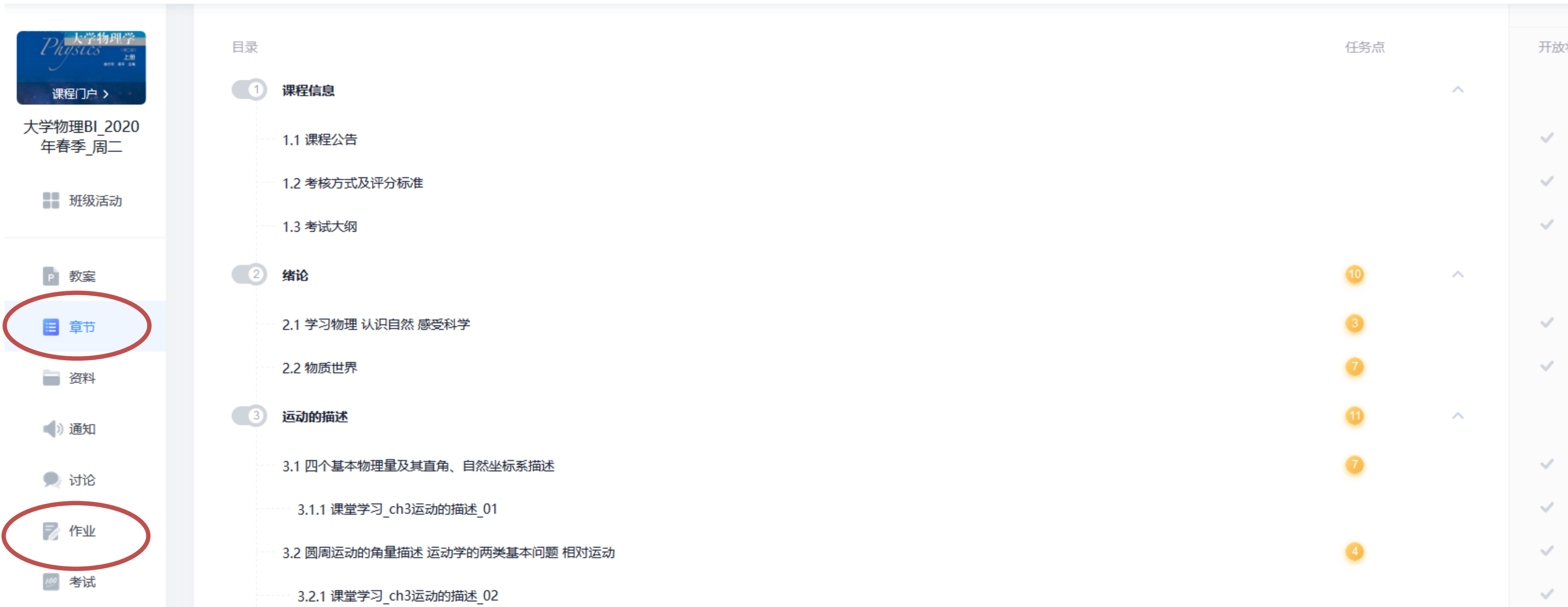
QQ群：441320806
成员实名：学号+姓名

超星学习通：93132352
用户名：学号
密码：123456（新加入）

邀请码: 93132352

学习通首页右上角输入

群名称:2021大学物理BI_周四X2416
群　号:441320806


大学物理学
Physics
课程门户 >
大学物理BI_2020年春季_周二
班级活动
教案
章节
资料
通知
讨论
作业
考试
目录
任务点
开放状
1 课程信息
1.1 课程公告
1.2 考核方式及评分标准
1.3 考试大纲
2 绪论
10
2.1 学习物理 认识自然 感受科学
3
2.2 物质世界
7
3 运动的描述
11
3.1 四个基本物理量及其直角、自然坐标系描述
7
3.1.1 课堂学习_ch3运动的描述_01
3.2 圆周运动的角量描述 运动学的两类基本问题 相对运动
4
3.2.1 课堂学习_ch3运动的描述_02

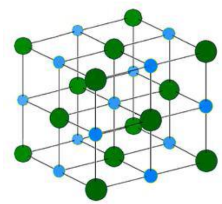
- 质点、质点系和刚体 参考系和坐标系
- 位置矢量、位移、速度、加速度
- 角量与线量的关系
- 运动学的两类基本问题
- 伽利略变换、相对运动

质点、质点系、刚体

理想模型

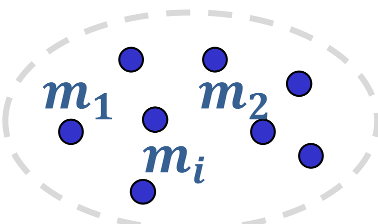
质点： 当物体的线度和形状在所研究的问题中的作用可以忽略不计时，将物体抽象为一个具有质量，但无形状、大小、内部结构的“点”。

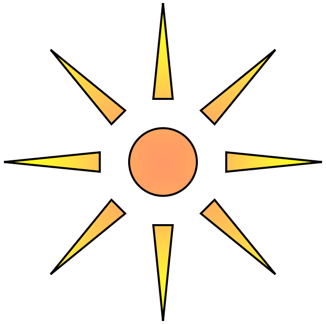
思考： 质点是否一定是宏观尺度很小的物体？物体能否视为质点是有条件的、相对的。



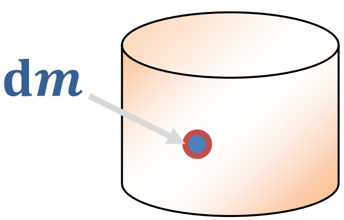
质点系： 质点的集合。

$$m=\sum_{i=1}^{n} m_i$$





质量连续分布物体：



$$m=\int \mathrm{d}m \qquad \mathrm{d}m=\begin{cases}\rho\,\mathrm{d}V\\ \sigma\,\mathrm{d}S\\ \lambda\,\mathrm{d}l\end{cases}$$

刚体： 在外力作用下形状和大小都保持不变的物体。即：任意两质点间距离保持不变的质点系。

相互关系：质点 $\xrightarrow{\text{集合}}$ 质点系 $\xrightarrow{\text{特例}}$ 刚体

参考系和坐标系

参考系： 为了描述一个物体的运动而选定的另一个作为参考的物体。

*任何实物物体均可被选作参考系；场不能作为参考系。

惯性系： 惯性定律在其中成立的参考系，即其中不受外力作用的物体（自由粒子）永远保持静止或匀速直线运动的状态。

非惯性系： 牛顿第一定律在其中不成立的参考系。

坐标系： 为了定量描述物体的运动而在选定的参考系上建立的带有标尺的数学坐标。

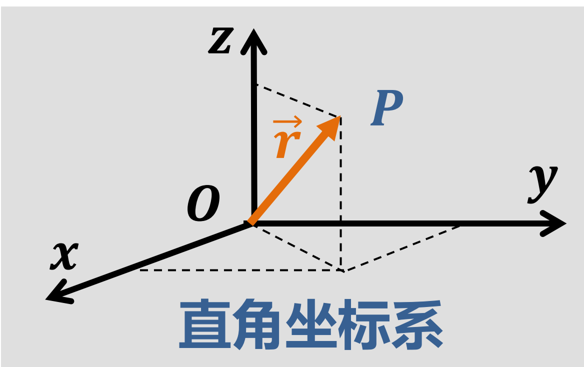
*坐标系是固结于参考系上的一个数学抽象。

运动描述的相对性

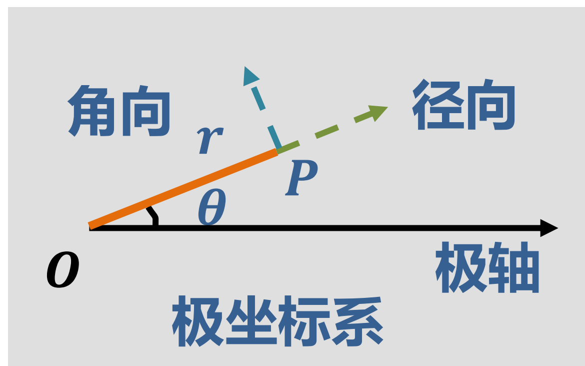
思考： 为什么要选取参考系和建立坐标系?

要解决任何具体力学问题，首先应选取一个适当的参考系，并建立适当的坐标系，否则就无从定量讨论物体的运动。

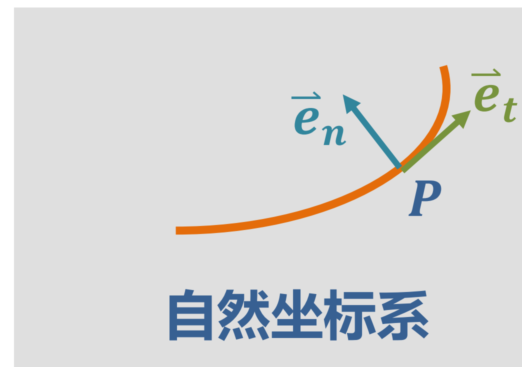
直角坐标系(x,y,z)，极坐标系(ρ,θ)，自然坐标系(s)
柱坐标系(ρ,φ,z)
球坐标系(r,θ,φ)



直角坐标系



极坐标系



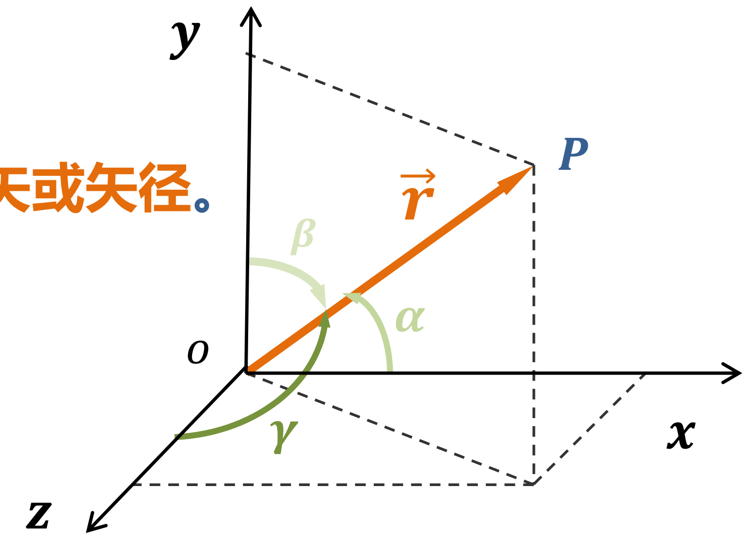
自然坐标系

注意：直角坐标系多用于物体的直线运动、抛体运动；
极坐标系用于物体的圆周运动；
自然坐标系用于物体的曲线运动（包括圆周运动）。

质点运动学的基本问题之一，是确定**质点运动学方程**。为正确写出质点运动学方程，先要选定参考系、坐标系，明确起始条件等，找出质点坐标随时间变化的函数关系。

位置矢量（位矢）

从参考点O指向空间P点的有向线段，简称**位矢或矢径**。



表示为：$\vec{r}_p = \overrightarrow{OP}$

描述质点在空间的位置。

记法: 黑体（印刷体）

字母上面添加箭头 （手写体）

直角坐标中，设$\vec{r}$的坐标为x、y、z，与三个坐标轴的夹角分别为α、β、γ，则位矢的表达式：$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

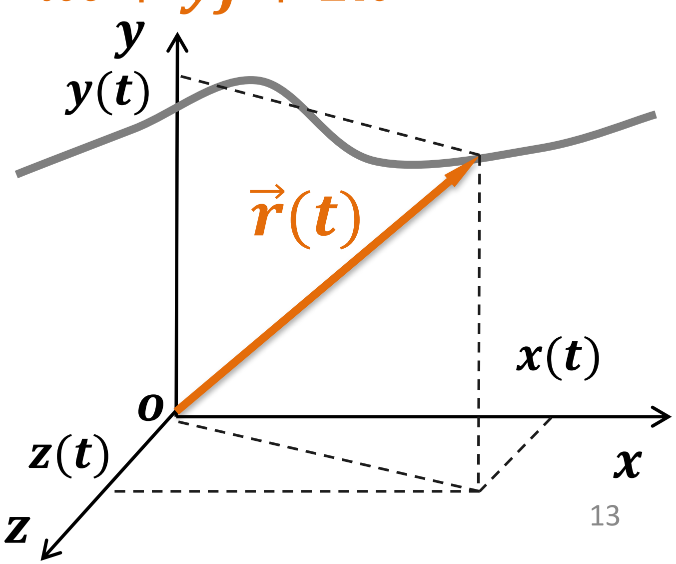
位矢$\vec{r}$的**大小**：$r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

位矢$\vec{r}$的方向余弦（**方向**）：

$$\cos\alpha = \frac{x}{r},\quad \cos\beta = \frac{y}{r},\quad \cos\gamma = \frac{z}{r}$$

其中 $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$

……α、β、γ中只有两个独立



质点的运动方程、参数方程和轨迹方程

$$\left.\begin{array}{l} \vec{r} = \vec{r}(t) \\ \text{直角坐标系中 } \vec{r} = x(t)\,\vec{i} + y(t)\,\vec{j} + z(t)\,\vec{k} \end{array}\right\} \text{质点的运动方程}$$

由上式得:

$$\left.\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}\right\} \text{参数方程} \xrightarrow{\text{消去参数}t} \text{轨迹方程}$$

三个方程的区别（数学）：

质点的**运动方程**包括空间坐标和时间坐标t;

每个**参数方程**包含一个空间坐标和时间坐标t;

轨迹方程由参数方程导出，只包含空间坐标，不包含时间坐标t。

位置矢量（位移）

位移矢量： 描述质点位置变动的大小和方向

t时刻：A，$\vec{r}_A$

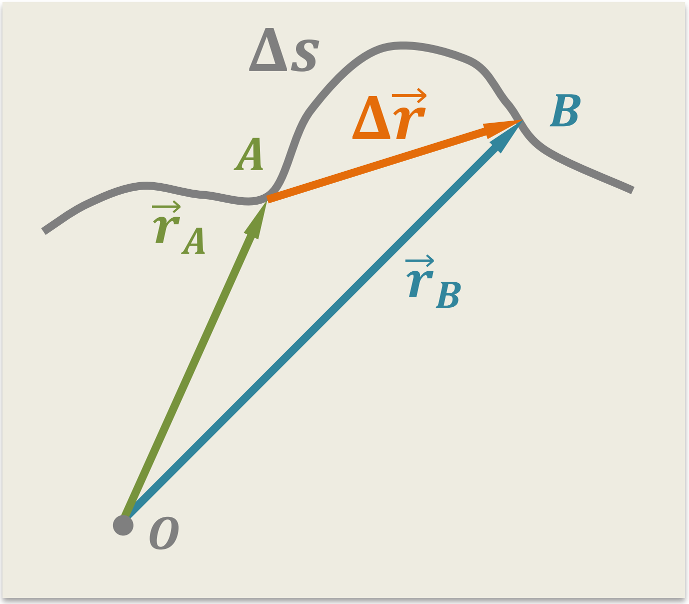
$t+\Delta t$时刻：B，$\vec{r}_B$

Δt时间内位置变化的净效果：

位移矢量（位移）：

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$$

$\Delta\vec{r}$：位移矢量；$\vec{r}(t+\Delta t)$：末位矢；$\vec{r}(t)$：初位矢

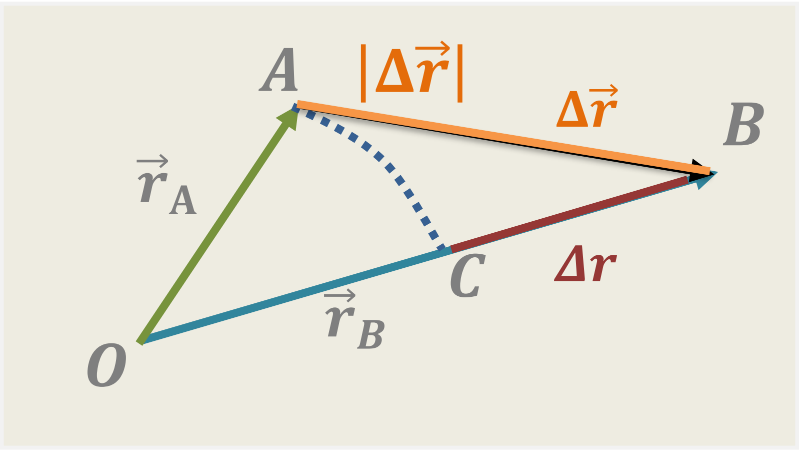


位矢增量（即位移）大小：

$$|\Delta\vec{r}| = |\vec{r}_B - \vec{r}_A|$$

位矢大小的增量：

$$\Delta r = |\vec{r}_B| - |\vec{r}_A| = r_B - r_A$$



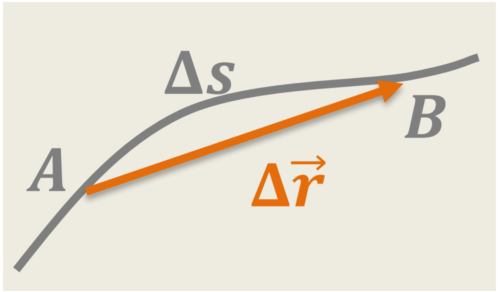
- $|\vec{r}| = r$
- $|\Delta\vec{r}| \neq \Delta r$
- $|\mathrm{d}\vec{r}| \neq \mathrm{d}r$

路程：质点在其轨道上通过的实际路径的长度

t时刻：A，$\vec{r}_A$

$t+\Delta t$时刻：B，$\vec{r}_B$

路程：Δs

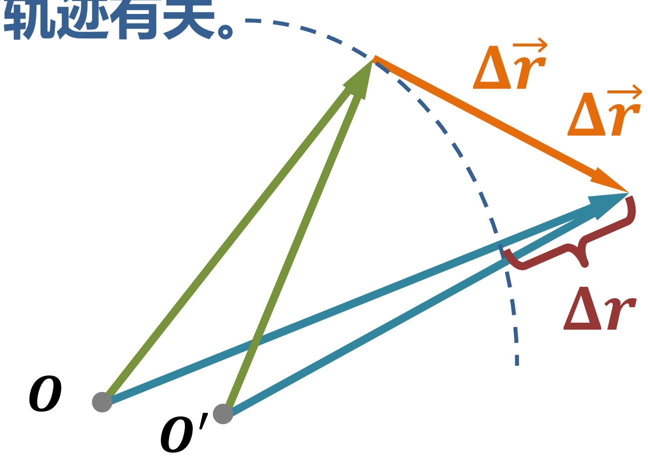


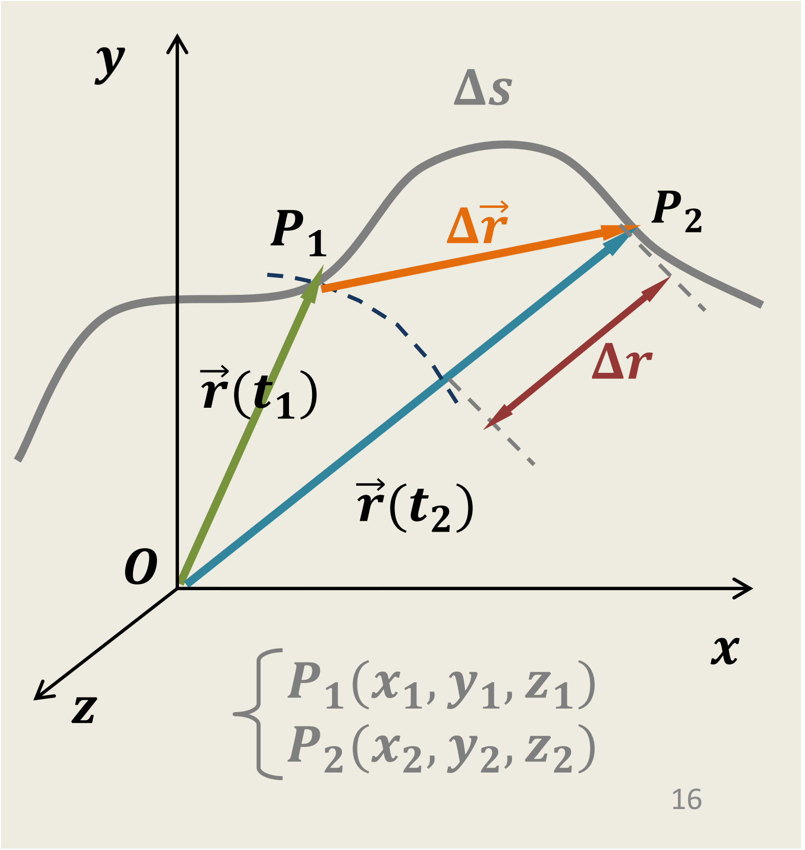
$$|\Delta\vec{r}\,| \le \Delta s$$

$$= \begin{cases} \text{直线直进运动;} \\ \text{曲线运动，且}\Delta t \to 0 \end{cases}$$

位移：矢量、过程量、相对量，表示质点位置变化的净效果，与质点运动轨迹无关，只与始末点有关。

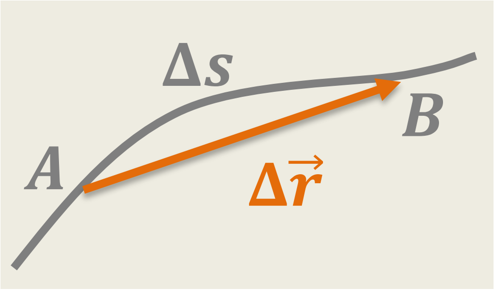
路程：标量、过程量、相对量，表示质点在其轨道上通过的实际路径的长度，与质点运动轨迹有关。





t时刻：A，$\vec{r}_A$

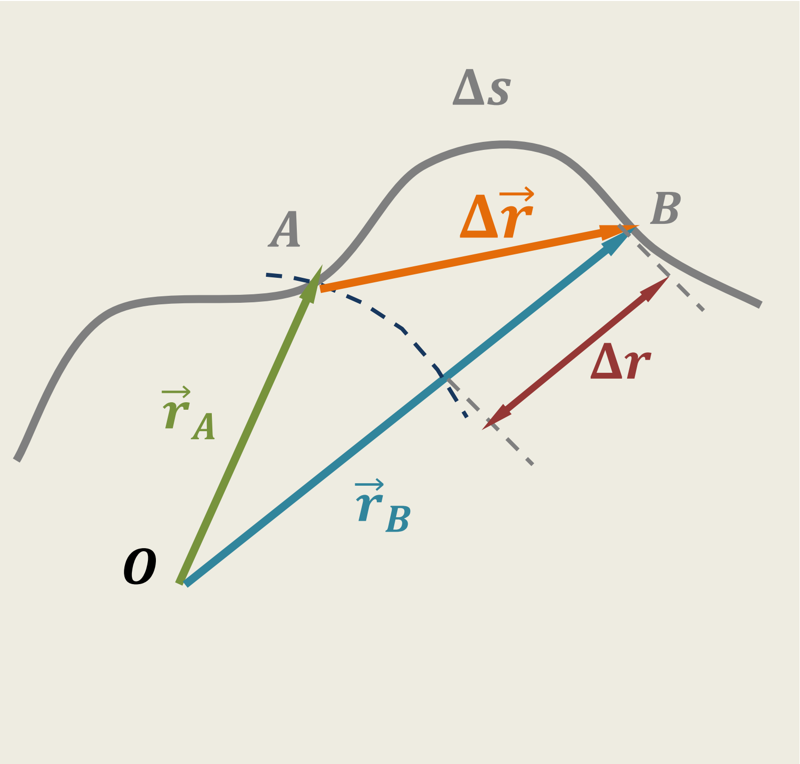
$t+\Delta t$时刻：B，$\vec{r}_B$

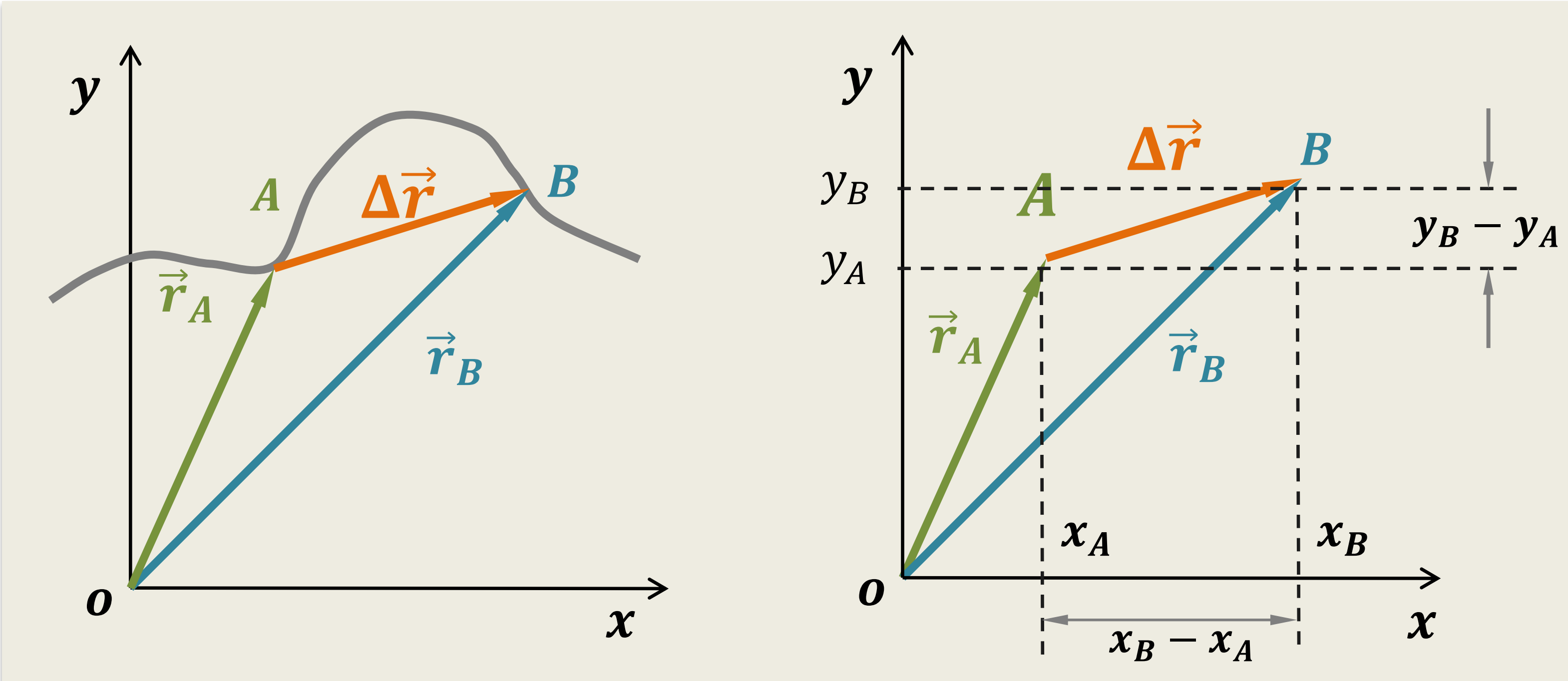


$$\int_A^B \mathrm{d}|\vec{r}| = |\vec{r}_B| - |\vec{r}_A| = r_B - r_A$$

$$\int_A^B |\mathrm{d}\vec{r}| = \int \mathrm{d}s = s_{AB}$$

$$\left|\int_A^B \mathrm{d}\vec{r}\right| = |\vec{r}_B - \vec{r}_A| = |\vec{r}_{AB}|$$





初位矢： $\vec{r}_A = x_A\vec{i} + y_A\vec{j}$

末位矢： $\vec{r}_B = x_B\vec{i} + y_B\vec{j}$

位移矢量： $\Delta\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j}$

$$= \Delta x\,\vec{i} + \Delta y\,\vec{j}$$

大小： $|\Delta\vec{r}| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$

方向： $\theta = \arctan\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ **(**θ**为位移与**x**轴的夹角)**

速度---描述质点运动的快慢和方向

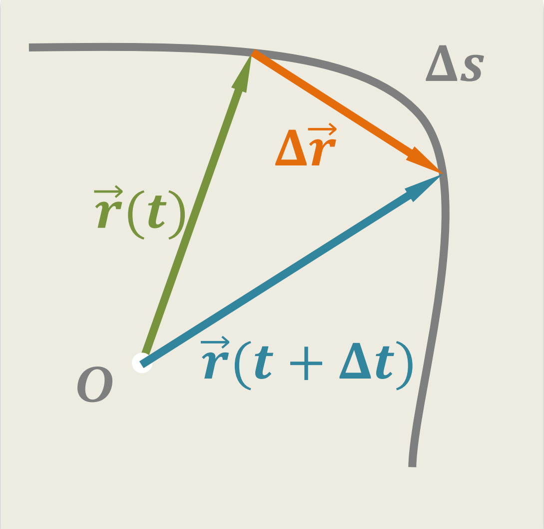
平均速度

$$\overline{\vec{v}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}(t+\Delta t)-\vec{r}(t)}{\Delta t}$$

t时刻：A，$\vec{r}_A$

$t+\Delta t$时刻：B，$\vec{r}_B$

位移：$\Delta\vec{r}$



瞬时速度（速度）

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}$$

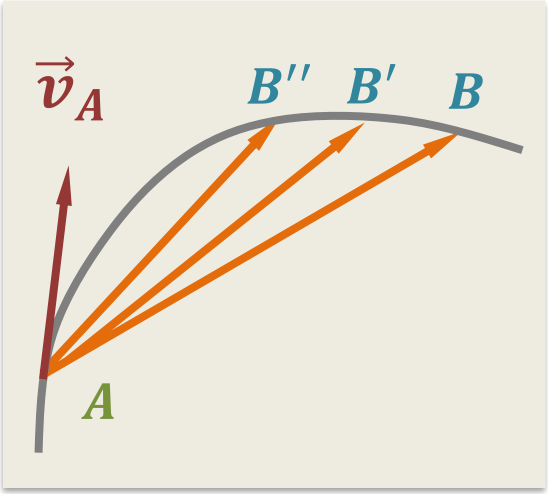
□ **方向**：沿轨道上质点所在处的切线方向，指向质点前进的一方

平均速率 $\overline{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

瞬时速率（速率） $v = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$

$$v = |\vec{v}| = \left|\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}\right| = \left|\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\right| \neq \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$$

□ 速度的大小等于速率



在直角坐标系中：$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

$$\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\vec{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\vec{k}$$

$$= v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$$

- 速度的**大小** $v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\right)^2}$
- **方向**：方向用方向余弦表示为

$$\cos\alpha = \frac{v_x}{|\vec{v}|},\ \cos\beta = \frac{v_y}{|\vec{v}|},\ \cos\gamma = \frac{v_z}{|\vec{v}|}$$

$$\begin{cases} v_x = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \\ v_y = \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} \\ v_z = \dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} \end{cases}$$

- 速度具有矢量性、瞬时性、相对性
- 精确地描述质点运动的快慢。

$|\vec{v}| = v$，即 $\lim\limits_{\Delta t\to 0}\left|\dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\right| = \lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta s}{\Delta t}$

$\because \lim\limits_{\Delta t\to 0}|\Delta\vec{r}| = \lim\limits_{\Delta t\to 0}\Delta s$， $\therefore |\vec{v}| = v$

□ 速度的大小等于速率

$\left|\dfrac{d\vec{r}}{dt}\right| \cancel{=} \dfrac{dr}{dt}$，即 $\lim\limits_{\Delta t\to 0}\left|\dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\right| \cancel{=} \lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta r}{\Delta t}$

$\because |\Delta\vec{r}| \neq \Delta r \quad \therefore \lim\limits_{\Delta t\to 0}|\Delta\vec{r}| \neq \lim\limits_{\Delta t\to 0}\Delta r$

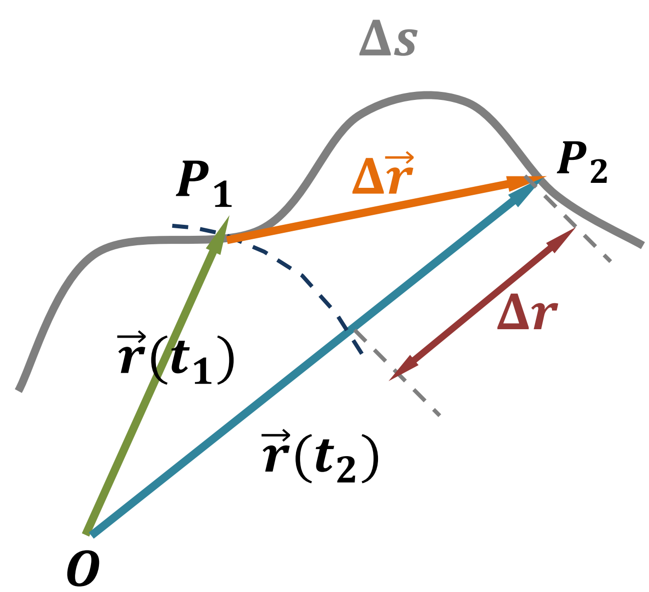
$\therefore |\vec{v}| = \left|\dfrac{d\vec{r}}{dt}\right| \neq \dfrac{dr}{dt}$

□ 速度的大小不等于位矢大小的变化率

$|\overline{\vec{v}}| \cancel{=} \overline{v}$，即 $\left|\dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\right| \cancel{=} \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$

$\because |\Delta\vec{r}| \neq \Delta s$， $\therefore |\overline{\vec{v}}| \neq \overline{v}$

□ 一般情况下，平均速度的大小不等于平均速率。



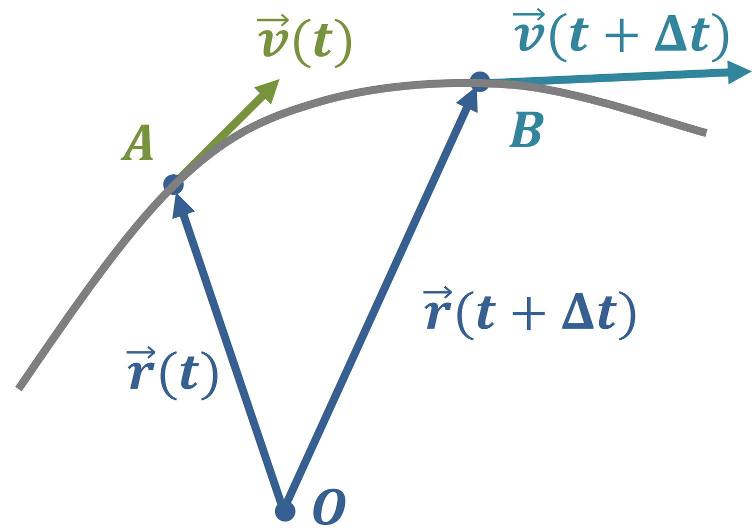
加速度

反映速度变化快慢的物理量

质点在A、B两点的速度分别是$\vec{v}_A$、$\vec{v}_B$，
在Δt时间内从A运动到B速度改变为：$\Delta\vec{v} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$

平均加速度

$$\overline{\vec{a}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

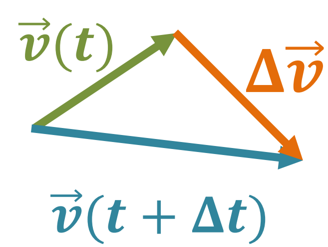


瞬时加速度（加速度）

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}\right) = \frac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2}$$

- 加速度等于速度对时间的一阶导数，或位矢对时间的二阶导数。
- 加速度的**方向**总是指向轨迹曲线凹的一面。
- 一般情况下，$|\Delta\vec{v}| \neq \Delta v$，$\left|\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}\right| \neq \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$

  加速度的大小**不等于**速度大小的变化率（速率的变化率）



在直角坐标系中:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\vec{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\vec{k}$$

$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2} = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\vec{i} + \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\vec{j} + \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\vec{k}$$

$$= \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\vec{i} + \frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\vec{j} + \frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\vec{k}$$

$$= a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$$

- 加速度的大小

$$|\vec{a}| = \sqrt{{a_x}^2 + {a_y}^2 + {a_z}^2} = \sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\right)^2}$$

- 方向用方向余弦表示为

$$\cos\alpha = \frac{a_x}{|\vec{a}|},\ \cos\beta = \frac{a_y}{|\vec{a}|},\ \cos\gamma = \frac{a_z}{|\vec{a}|}$$

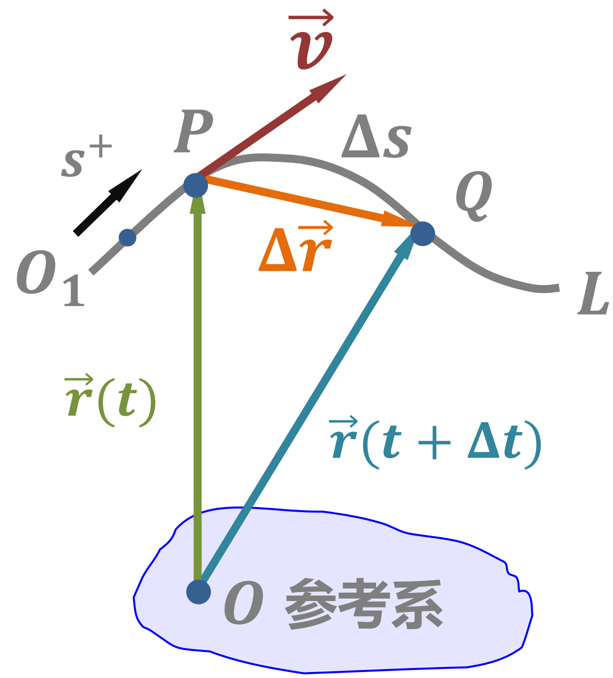
描述质点运动的四个物理量

物理量	单位	直角坐标系表示	性质	物理意义
位矢	(m)	$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$	□ 矢量性、相对性、瞬时性（与时刻相对应） □ 与系内参考点的选择有关	描述质点某时刻的空间位置，质点的运动方程$\vec{r} = \vec{r}(t)$
位移	(m)	$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t) = \Delta x\,\vec{i} + \Delta y\,\vec{j} + \Delta z\vec{k}$	□ 矢量性、相对性、过程量（与时间间隔相对应） □ 与系内参考点的选择无关 □ 一般，位移大小$\lvert\Delta\vec{r}\rvert \neq \Delta r$位矢大小的增量	描述质点位置变化的净效果
速度	(m/s)	$\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = \dfrac{dx}{dt}\vec{i} + \dfrac{dy}{dt}\vec{j} + \dfrac{dz}{dt}\vec{k} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$	□ 矢量性、相对性、瞬时性 □ 速度的大小等于速率 □ 方向：沿轨道上质点所在处的切线方向，指向质点前进的一方 □一般，平均速度的大小$\lvert\bar{\vec{v}}\rvert \neq \bar{v}$平均速率	描述质点位置变化的快慢和方向
加速度	(m/s^2)	$\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = \dfrac{dv_x}{dt}\vec{i} + \dfrac{dv_y}{dt}\vec{j} + \dfrac{dv_z}{dt}\vec{k} = \dfrac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \dfrac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \dfrac{d^2z}{dt^2}\vec{k} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$	□矢量性、相对性、瞬时性 □方向总是指向轨迹曲线凹的一面。	描述质点速度变化的快慢和方向

自然坐标系：坐标原点固接于质点，坐标轴沿质点运动轨道的切向和法向的坐标系。

切向以质点前进方向为正，记做$\vec{e}_t$

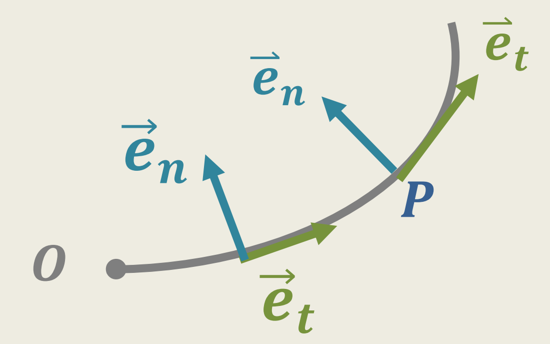
法向以曲线凹侧方向为正，记做$\vec{e}_n$



自然坐标系：坐标原点固接于质点，坐标轴沿质点运动轨道的切向和法向的坐标系。

切向以质点前进方向为正，记做$\vec{e}_t$
法向以曲线凹侧方向为正，记做$\vec{e}_n$

位置：在轨道上取一固定点O，用质点距离O的路程长度s可唯一确定质点的位置。



自然坐标系

- **位置 s**　　有正负之分
- **位置变化 Δs**　　标量、过程量、路程

$$\Delta s = s(t+\Delta t) - s(t)$$

- **速度**：$\vec{v} = \lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta s}{\Delta t}\vec{e}_t = \dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\vec{e}_t$

大小：位置s的时间变化率
方向：沿轨道切线方向，指向质点前进的一方

$$|\vec{v}| = \left|\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}\right| = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$$

$$\vec{v} = |\vec{v}|\vec{\tau} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\vec{e}_t$$

速度

$$\Delta s = s(t+\Delta t) - s(t)$$

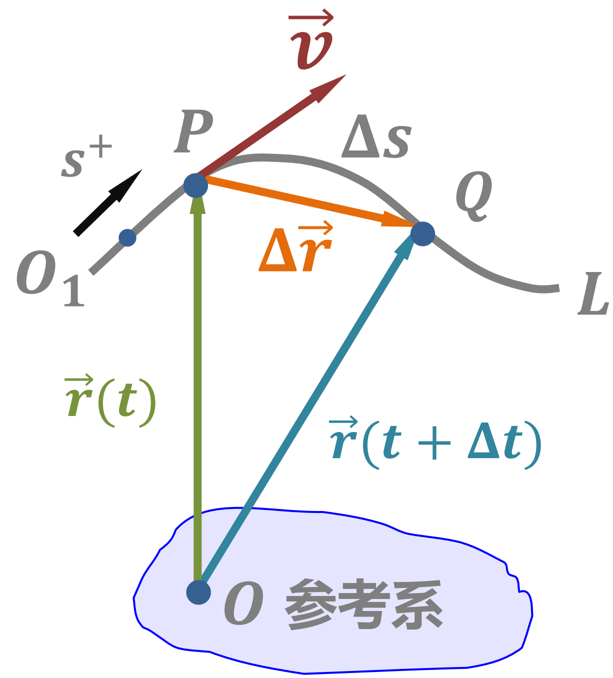
$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta s} \frac{\Delta s}{\Delta t} \right)$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta s} \right) \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta s}{\Delta t} \right)$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta s} \right) \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$$

$$= \left(\lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta s} \vec{e}_t \right) \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$$

$$= \frac{ds}{dt} \vec{e}_t = v \vec{e}_t$$



---速度矢量在切线上的投影

加速度

$$\vec{v}=\frac{ds}{dt}\vec{e}_t=v\vec{e}_t$$

$$\vec{a}=\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\vec{e}_t\right)$$

$$=\frac{\mathrm{d}^2s}{\mathrm{d}t^2}\vec{e}_t+\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}\vec{e}_t}{\mathrm{d}t}$$

$$=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_t+\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}\vec{e}_t}{\mathrm{d}t}$$

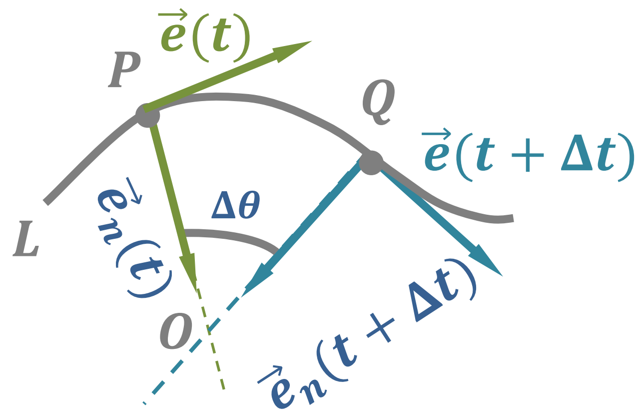
$\Delta\vec{e}_t=\vec{e}_t(t+\Delta t)-\vec{e}_t(t)$

$\Delta t\to 0$时，

$|\Delta\vec{e}_t|=|\vec{e}_t(t)|\Delta\theta=\Delta\theta$

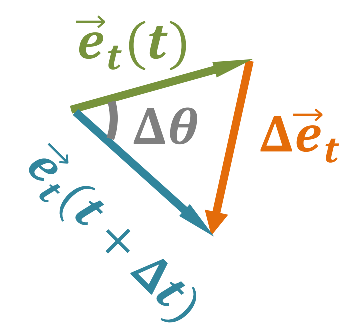
$\Delta\vec{e}_t//\vec{e}_n$

$\Delta\vec{e}_t=\Delta\theta\vec{e}_n$

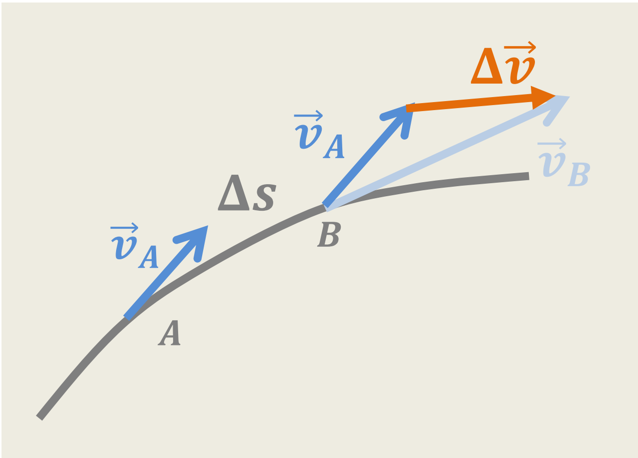


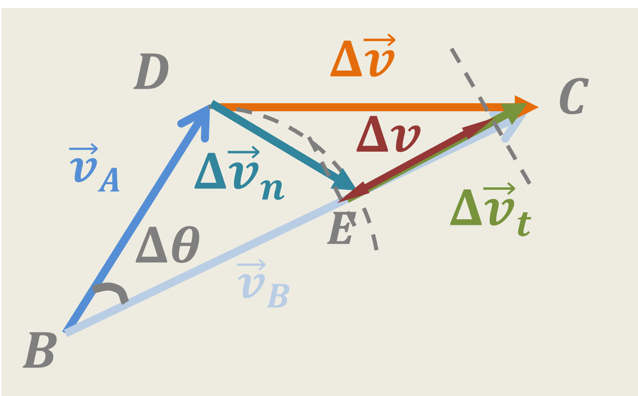
因而 $$\frac{\mathrm{d}\vec{e}_t}{\mathrm{d}t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{e}_t}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta t}\vec{e}_n$$

$$=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta s}\frac{\Delta s}{\Delta t}\vec{e}_n=\frac{1}{\rho}v\vec{e}_n$$



$$\vec{a}_n=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}\vec{e}_t}{\mathrm{d}t}=v\frac{1}{\rho}v\vec{e}_n=\frac{v^2}{\rho}\vec{e}_n$$





速度增量 $\Delta\vec{v} = \Delta\vec{v}_t + \Delta\vec{v}_n$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

$$= \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}_t}{\Delta t} + \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}_n}{\Delta t}$$

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}_t}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t}\vec{e}_t = \frac{dv}{dt}\vec{e}_t$$

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}_n}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{v\Delta\theta}{\Delta t}\vec{e}_n = \frac{v d\theta}{dt}\vec{e}_n$$

$$= v\frac{d\theta}{ds}\frac{ds}{dt}\vec{e}_n = \frac{v^2}{\rho}\vec{e}_n$$

ρ 曲率半径

一般平面曲线运动的加速度

$$\vec{a}=\vec{a}_t+\vec{a}_n=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_t+\frac{v^2}{\rho}\vec{e}_n=\frac{\mathrm{d}^2s}{\mathrm{d}t^2}\vec{e}_t+\frac{v^2}{\rho}\vec{e}_n$$

切向加速度 $\vec{a}_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_t$

---描述速度大小改变的快慢，不影响速度的方向。

法向加速度 $\vec{a}_n=\frac{v^2}{\rho}\vec{e}_n$

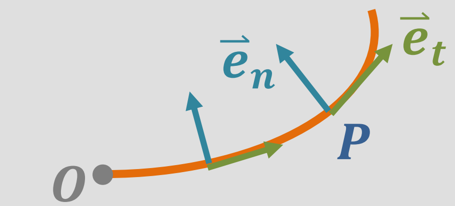
---描述速度方向改变的快慢，不影响速度的大小。

加速度大小 $|\vec{a}|=\sqrt{{a_\tau}^2+{a_n}^2}=\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{v^2}{\rho}\right)^2}$

方向 $\theta=\arctan\frac{a_n}{a_t}$ （θ为$\vec{a}$和$\vec{v}$的夹角），且指向曲线凹侧。

质点运动的**自然坐标**描述

坐标原点固结于运动质点，坐标轴沿质点轨迹的**切向($\vec{e}_t$)**和**法向($\vec{e}_n$)**的**二维动坐标系**。



自然坐标系

位置	□ 质点离轨道上某固定点的沿轨道的曲线长度 $s=\overset{\frown}{OP}$ □ 描述质点在轨道曲线上的位置 □ **质点的运动方程** $s=s(t)$ □ 标量、状态量（与时刻对应）
路程	□ 从质点的初始位置到末位置沿轨道曲线经过的路径的长度 Δs □ 描述质点在轨道曲线上的位置变化 □ 标量、过程量（与时间间隔相对应）
速度	$\vec{v}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\vec{e}_t$ □ 描述质点位置变化的快慢和方向 □ **方向**：沿轨道上质点所在处的切线方向，指向质点前进的一方 □ 矢量、状态量（与时刻对应）

质点运动的自然坐标描述

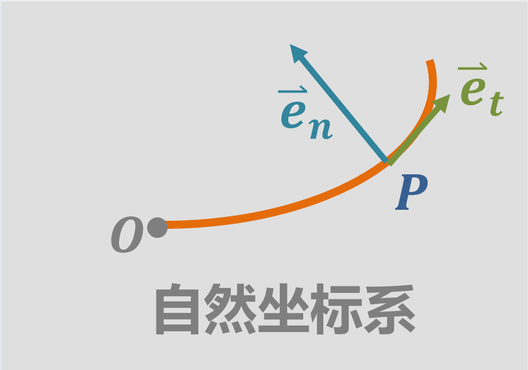
坐标原点固结于运动质点，坐标轴沿质点轨迹的切向($\vec{e}_t$)和法向($\vec{e}_n$)的二维动坐标系。

加速度

$$\vec{a}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_t+\frac{v^2}{\rho}\vec{e}_n=\vec{a}_t+\vec{a}_n$$

大小 $|\vec{a}|=\sqrt{{a_\tau}^2+{a_n}^2}=\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{v^2}{\rho}\right)^2}$

方向 $\theta=\arctan\frac{a_n}{a_t}$（$\theta$为$\vec{a}$和$\vec{v}$的夹角），且指向曲线凹侧。



切向加速度

$$\vec{a}_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_t$$

- 质点速度大小（速率）的时间变化率
- 方向沿轨道上质点所在处的切线方向

$\vec{a}_t>0$ 加速，$\vec{a}_t<0$ 减小

- 描述质点速度大小变化的快慢，不影响速度方向
- $\vec{a}_t$恒等于0⇔匀速率运动
- $\vec{a}_t$不恒等于0⇔变速率运动

法向加速度

$$\vec{a}_n=\frac{v^2}{\rho}\vec{e}_n$$

- 质点速度方向的时间变化率
- 方向沿轨道上质点所在处的法向方向，指向轨道曲线凹侧
- 描述质点速度方向变化的快慢，不影响速度大小
- $\vec{a}_n$恒等于0⇔直线运动
- $\vec{a}_n$不恒等于0⇔曲线运动

匀变速直线运动	变速直线运动
$v = v_0 + at$	$v = v_0 + \int_{t_0}^{t} a\mathrm{d}t$
$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	$x = x_0 + \int_{t_0}^{t} v\mathrm{d}t$
$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$	$v^2 - v_0^2 = 2\int_{x_0}^{x} a\mathrm{d}x$
匀变速圆周运动	**变速圆周直线运动**
$\omega = \omega_0 + \beta t$	$\omega = \omega_0 + \int_{t_0}^{t} \beta\mathrm{d}t$
$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\beta t^2$	$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \int_{t_0}^{t} \omega\mathrm{d}t$
$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\beta(\theta - \theta_0)$	$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\int_{\theta_0}^{\theta} \beta\mathrm{d}\theta$

$$|\vec{r}| = r$$

$$|\Delta\vec{r}| \neq \Delta r$$

$$\left|\overline{\vec{v}}\right| \neq \overline{v}$$

$$|\vec{v}| = v$$

$$\left|\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}\right| \neq \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$$

$$\left|\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}\right| \neq \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

3

一质点在作曲线运动，$\vec{r}$表示该质点的位置矢量，$\vec{v}$表示该质点的速度，$\vec{a}$表示该质点的加速度，s表示该质点的路程，a_t表示该质点的切向加速度，则可写出如下表达式：

(1) $dr/dt = v$，(2) $ds/dt = v$，(3) $|d\vec{v}/dt| = a_t$，(4) $dv/dt = a$。

A、 上面4个表达式中，（1）和（2）是正确的；

B、 上面4个表达式中，只有（2）是正确的；

C、 上面4个表达式中，（3）和（4）是正确的；

D、 上面4个表达式中，只有（4）是正确的；

$$v = \left|\frac{d\vec{r}}{dt}\right| = \frac{ds}{dt} \neq \frac{dr}{dt}$$

$$a = \left|\frac{d\vec{v}}{dt}\right| \neq \frac{dv}{dt}$$

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}$$

※ 自然坐标系下的速度和加速度

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{ds}{dt}\vec{e}_\tau$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv}{dt}\vec{e}_\tau + \frac{v^2}{\rho}\vec{e}_n$$

7

一质点在某瞬时位于 $\vec{r}(x,y)$，其速度大小为：

A、$\dfrac{dr}{dt}$　　质点运动速度的径向分量　$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$

B、$\dfrac{d\vec{r}}{dt}$　　质点运动速度的大小和方向　$\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = \dfrac{dx}{dt}\vec{i} + \dfrac{dy}{dt}\vec{j}$

C、$\dfrac{d|\vec{r}|}{dt}$

$$v = |\vec{v}| = \left|\frac{d\vec{r}}{dt}\right| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$$

D、$\sqrt{\left(\dfrac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\dfrac{dy}{dt}\right)^2}$

※ 自然坐标系下的速度和加速度

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{ds}{dt}\vec{e}_\tau$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv}{dt}\vec{e}_\tau + \frac{v^2}{\rho}\vec{e}_n$$

※ 极坐标系下的速度

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dr}{dt}\vec{i} + r\frac{d\theta}{dt}\vec{j}$$

径向速度:由位矢的量值改变引起

横向速度：沿由位矢方向的改变引起

运动的叠加原理

复杂运动可以按一定方式分解为彼此独立的简单运动，也可以由这些彼此独立的分运动合成而来。

在直角坐标系中：

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\vec{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\vec{k}$$

$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2} = \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\vec{i} + \frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\vec{j} + \frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\vec{k}$$

- 用运动叠加原理可以简便地将质点的一般曲线运动归结为直线运动来处理。

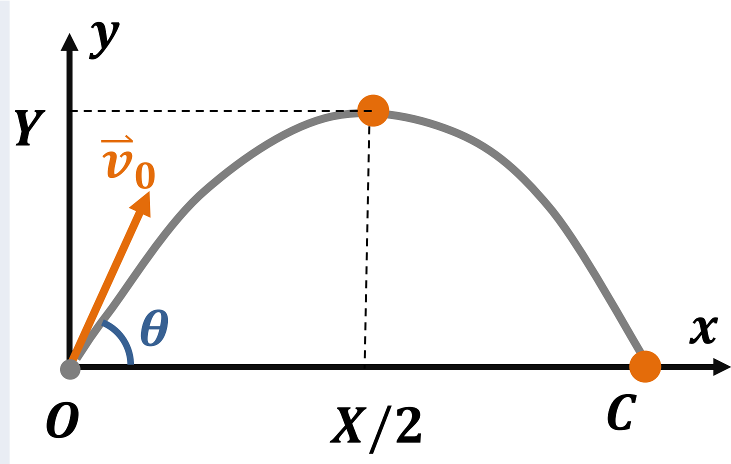
抛体运动

$a_x = 0$	$a_y = -g$
$v_x = v_0\cos\theta$	$v_y = v_0\sin\theta - gt$
$x = v_0\cos\theta \cdot t$	$y = v_0\sin\theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$

轨道方程 $y = v_0\tan\theta - \frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\theta}$

射高 $Y = \frac{v_0^2\sin^2\theta}{2g}$

射程 $X = \frac{v_0^2\sin 2\theta}{g}$



已知：$\vec{r}=5t\vec{i}+(15t-5t^2)\vec{j}$ （SI）

1. 质点做什么运动？

平面曲线运动

2. 求抛射角、轨道方程、射程、射高。

解：$\vec{v}=\dfrac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}=5\vec{i}+(15-10t)\vec{j}$

$$\vec{a}=\frac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2}-10\vec{j}$$

初始时刻（$t=0$）：$\vec{r}_0=0$，$\vec{v}_0=5\vec{i}+15\vec{j}$

质点从原点出发，初速度为$\vec{v}_0$。

t时刻：x方向 $v_x=5$，$a_x=0$

质点做匀速直线运动

y方向 $v_y=15-10t$，$a_y=-10\approx-g$

质点做竖直上抛运动

合运动：斜抛运动

已知：$\vec{r} = 5t\vec{i} + (15t - 5t^2)\vec{j}$ (SI)

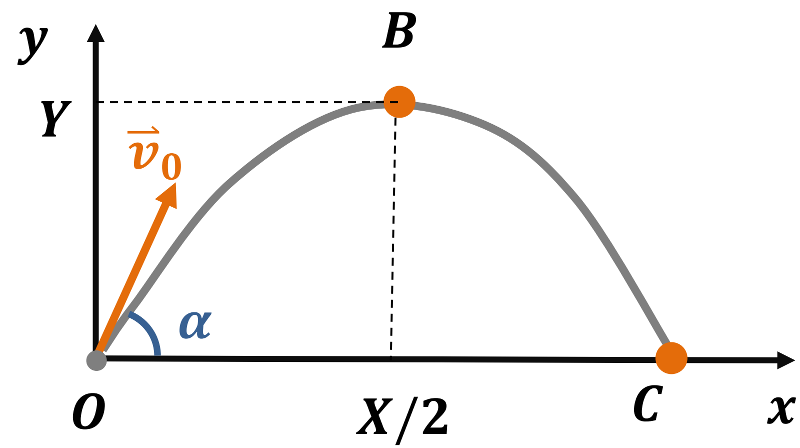
1. 质点做什么运动?

2. 求抛射角、轨道方程、射程、射高。

解：$\vec{v}_0 = 5\vec{i} + 15\vec{j}$

抛射角 $\alpha = \arctan\dfrac{v_{0y}}{v_{0x}}$

$= \arctan 3 = 72°$



根据 $x = 5t$

$y = 15t - 5t^2$

得轨道方程 $y = 3x - \dfrac{x^2}{5}$

射程：$y = 0$，$X = 15(\mathrm{m})$

射高：$x = 7.5(\mathrm{m})$，$Y = 11.25\ (\mathrm{m})$

一物体悬挂在弹簧上作竖直振动，其加速度为$a=-ky$，式中k为常数，y是以平衡位置为原点所测得的坐标，假定振动的物体在坐标y_0处的速度为v_0，试求：速度v与坐标y的函数关系式。

解：加速度 $a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}y}\cdot\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=v\cdot\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}y}=-ky$,

分离变量积分得 $\int_{v_0}^{v} v\,\mathrm{d}v=\int_{y_0}^{y}-ky\mathrm{d}y$

$$\frac{1}{2}\left(v^2-{v_0}^2\right)=\frac{1}{2}k{y_0}^2-\frac{1}{2}ky^2$$

所以速度v与坐标y的函数关系式为

$$v^2={v_0}^2+k\left({y_0}^2-y^2\right)$$

对于作曲线运动的物体，以下几种说法中哪一种是正确的：

A. 切向加速度必不为零

B. 法向加速度必不为零（拐点处除外）

C. 由于速度沿切线方向，法向分速度必为零，因此法向加速度必为零

D. 若物体作匀速率运动，其总加速度必为零

E. 若物体的加速度为恒矢量，它一定作匀变速率运动