



GRUNDLAGEN DER ELEKTROTECHNIK II

Schwingkreise

Studien- und Versuchsaufgaben

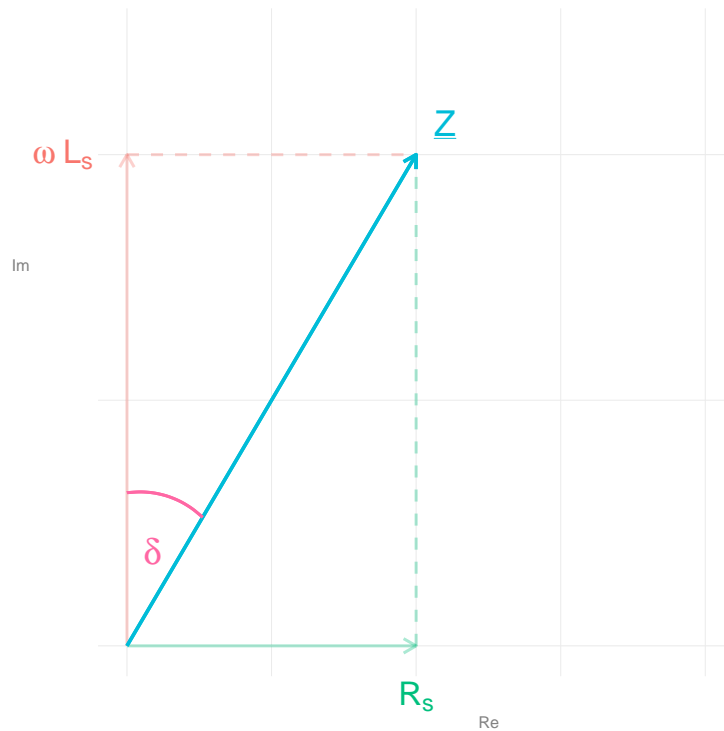
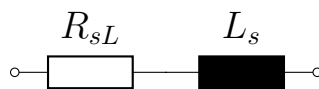
Autor: Richard GRÜNERT
11.6.2019

1 | Vorbereitungsaufgaben

1.1

Spule

Reihenmodell



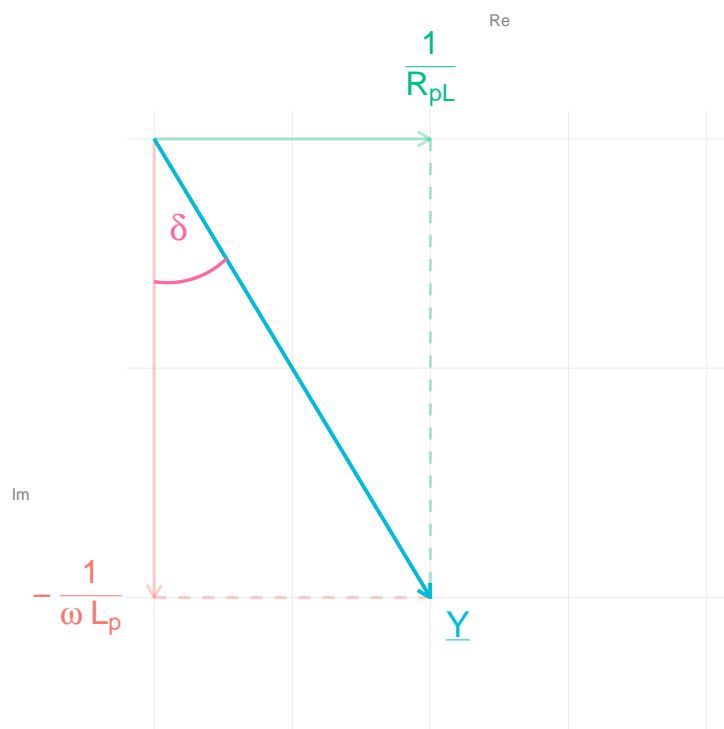
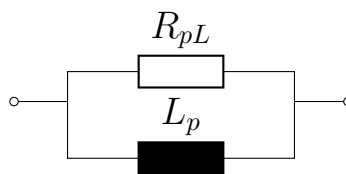
Der Verlustwinkel δ ist der Winkel der Spulenimpedanz \underline{Z} mit der imaginären Achse der gaußschen Zahlenebene. $\tan \delta$ wird auch Verlustfaktor d genannt.

$$\tan \delta = \frac{\omega L_s}{R_{sL}}$$

Die Güte Q der realen Induktivität ist demnach als Kehrwert des Verlustfaktors definiert:

$$Q_{Ls} = \frac{1}{\tan \delta} = \frac{R_{sL}}{\omega L_s}$$

Parallelmodell



Der Verlustwinkel δ ist der Winkel der Spulenadmittanz \underline{Y} mit der imaginären Achse der gaußschen Zahlenebene (Betrag).

$$|\tan \delta| = \frac{\frac{1}{R_{pL}}}{\frac{1}{\omega L_p}} = \frac{\omega L_p}{R_{pL}}$$

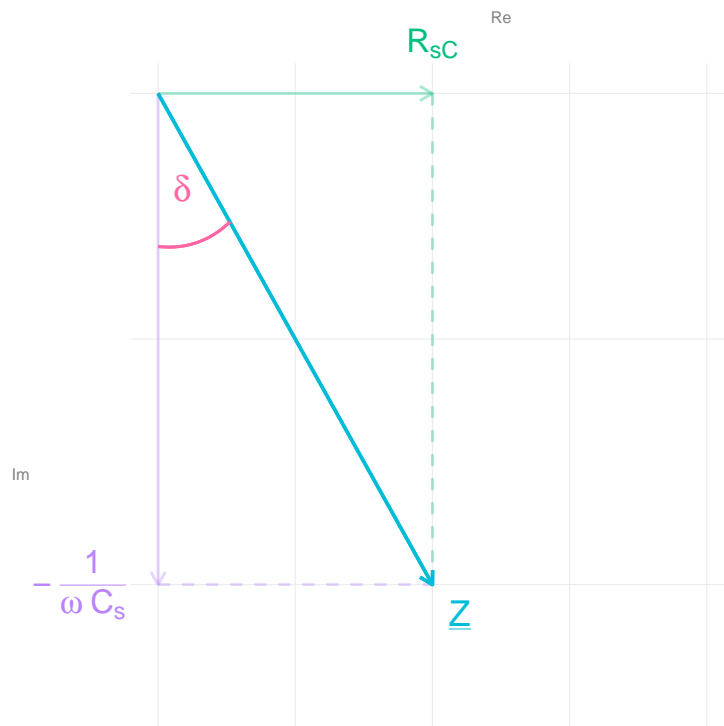
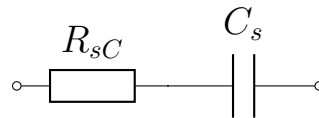
Kehrwert des Verlustfaktors:

$$Q_{Lp} = \frac{1}{\tan \delta} = \frac{R_{pL}}{\omega L_p}$$

$$Q_{Lp} = Q_{Ls} = \frac{R_{pL}}{\omega L_p} = \frac{\omega L_s}{R_{sL}}$$

Kondensator

Reihenmodell



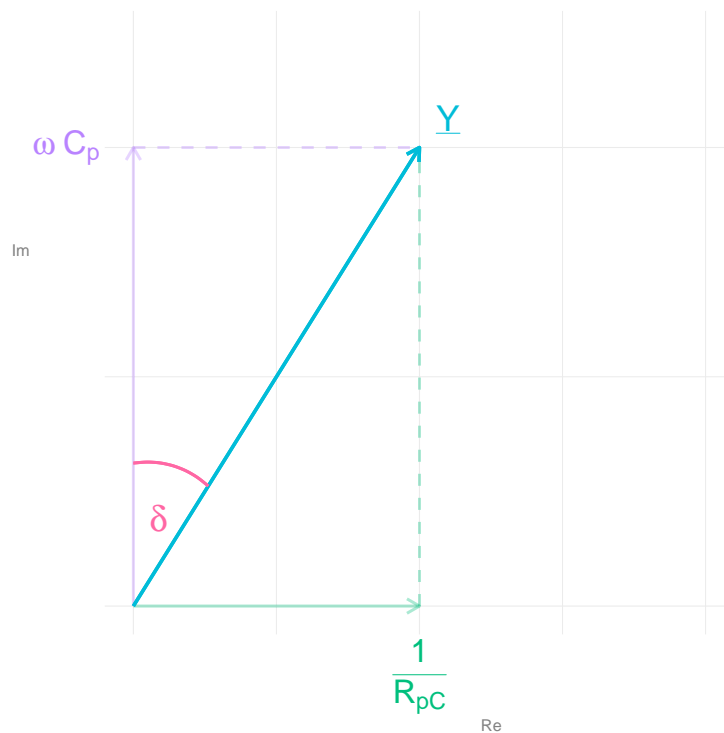
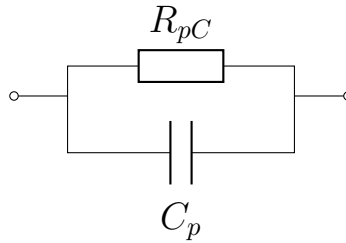
Der Verlustwinkel δ ist der Winkel der Kondensatorimpedanz \underline{Z} mit der imaginären Achse der gaußschen Zahlenebene (Betrag).

$$|\tan \delta| = \frac{R_{sC}}{\frac{1}{\omega C_s}} = R_{sC} \cdot \omega C_s$$

Somit ist die Kondensatorgüte des Reihenmodells:

$$Q_{C_s} = \frac{1}{\tan \delta} = \frac{1}{R_{sC} \cdot \omega C_s}$$

Parallelmodell



Der Verlustwinkel δ ist der Winkel der Kondensatoradmittanz \underline{Y} mit der imaginären Achse der gaußschen Zahlenebene.

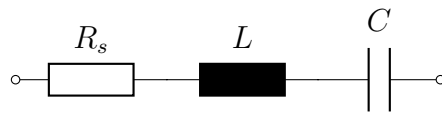
$$\tan \delta = \frac{\frac{1}{R_{pC}}}{\omega C_p} = \frac{1}{R_{pC} \cdot \omega C_p}$$

Kehrwert des Verlustfaktors:

$$Q_{Cp} = \frac{1}{\tan \delta} = R_{pC} \cdot \omega C_p$$

$$Q_{Cs} = Q_{Cp} = \frac{1}{R_{sC} \cdot \omega C_s} = R_{pC} \cdot \omega C_p$$

1.2



Gleichung (4):

$$\begin{aligned} \underline{Z} &= R_s + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \\ &= R_s + jX \\ &= |\underline{Z}| \cdot e^{j\phi_{\underline{Z}}} \end{aligned} \tag{4'}$$

Gleichung (5):

$$\begin{aligned} \phi_{\underline{Z}} = \arg(\underline{Z}) &= \arctan\left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R_s}\right) \\ &= \arctan\left(\frac{X}{R_s}\right) \end{aligned} \tag{5'}$$

Gleichung (6):

$$|\underline{Z}| = \sqrt{R_s^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \tag{6'}$$

Gleichung (7):

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (7')$$

Gleichung (8):

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} \quad (8')$$

Gleichung (9):

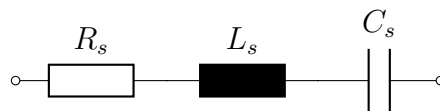
$$\begin{aligned} |\underline{I}| &= \frac{|\underline{U}|}{|\underline{Z}|} \\ &= \frac{|\underline{U}|}{\sqrt{R_s^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \end{aligned} \quad (9')$$

Gleichung (10):

$$\underline{I} = \underline{U} \cdot G_s = \frac{\underline{U}}{R_s} \quad (10')$$

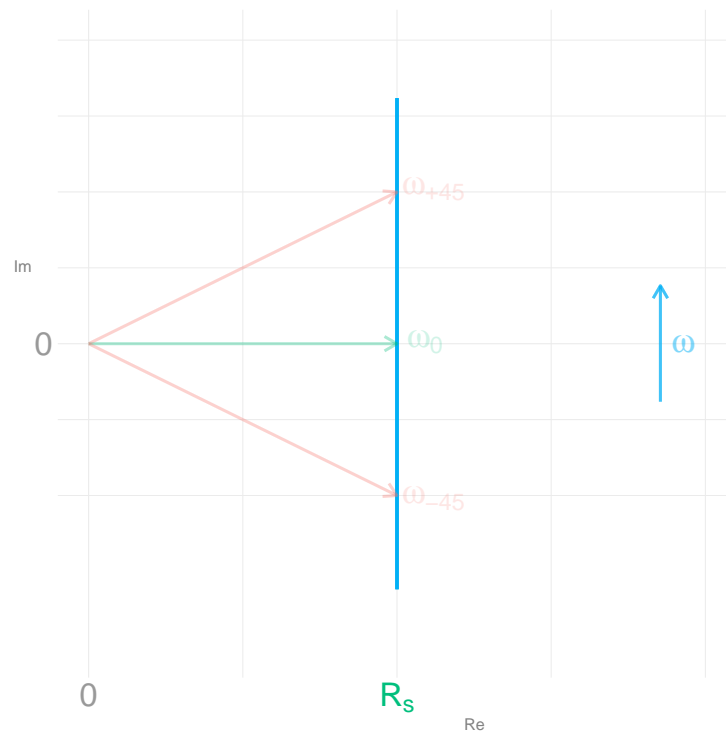
1.3

Reihenschwingkreis



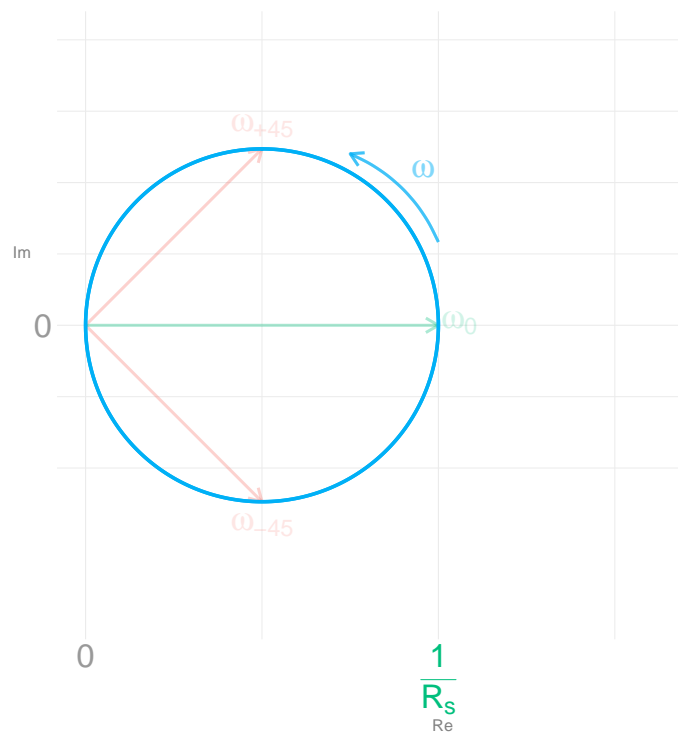
Impedanzortskurve

$$\underline{Z} = R_s + j(\omega L_s - \frac{1}{\omega C_s})$$

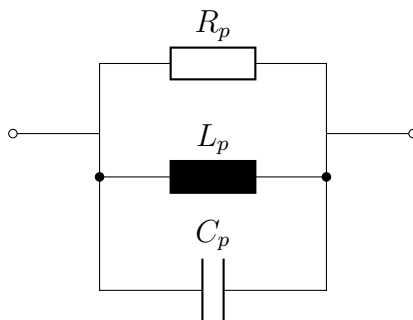


Admittanzortskurve

$$\underline{Y} = \frac{1}{R_s + j(\omega L_s - \frac{1}{\omega C_s})}$$

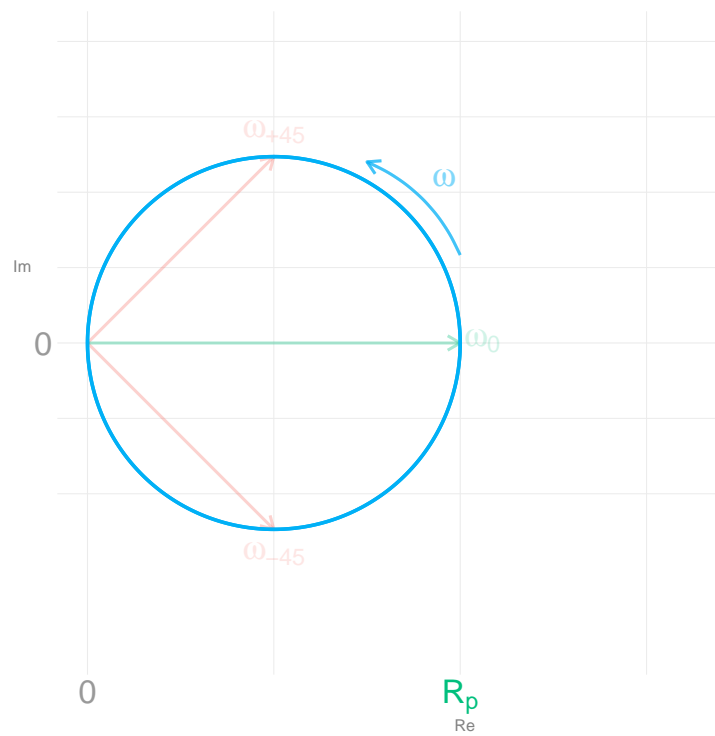


Parallelschwingkreis



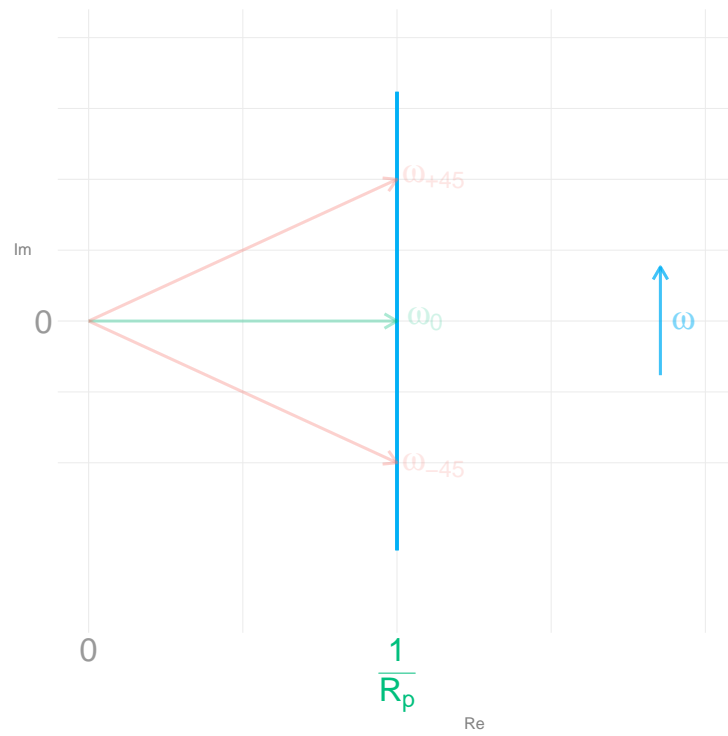
Impedanzortskurve

$$\underline{Z} = \frac{1}{\frac{1}{R_p} + j(\omega C_p - \frac{1}{\omega L_p})}$$

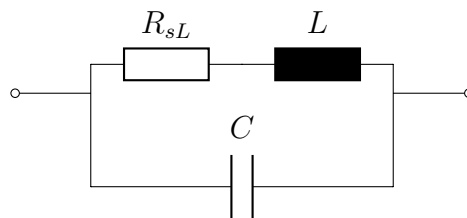


Admittanzortskurve

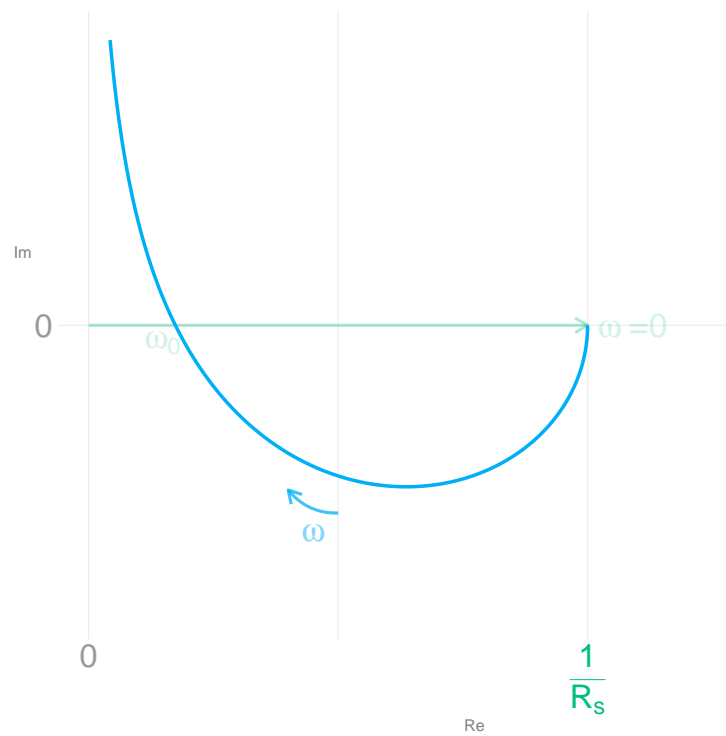
$$\underline{Y} = \frac{1}{R_p} + j(\omega C_p - \frac{1}{\omega L_p})$$



1.4



$$\begin{aligned}\underline{Y} &= \frac{1}{R_{sL} + j\omega L} + j\omega C \\ &= \frac{R_{sL}}{R_{sL}^2 + \omega^2 L^2} + j\omega \left(C - \frac{L}{R_{sL}^2 + \omega^2 L^2} \right)\end{aligned}$$



Resonanzfrequenz:

$$\text{Im}(\underline{Y}) = 0$$

$$\omega'_0 C - \frac{\omega'_0 L}{R_{sL}^2 + \omega_0'^2 + L^2} = 0$$

$$R_{sL}^2 \cdot C + \omega_0'^2 + L^2 \cdot C^2 = L$$

$$\omega'_0 = \sqrt{\underbrace{\frac{1}{LC}}_{\omega_0^2} - \frac{R_{sL}^2}{L^2}}$$

$$\boxed{\omega'_0 = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{R_{sL}}{\omega_0^2 \cdot L^2}} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{Q_L^2}}}$$

1.5

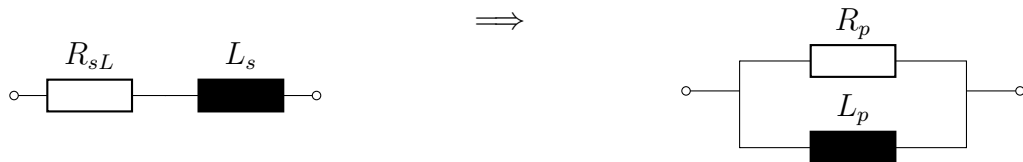
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{1.3\text{H} \cdot 22.5\text{nF}}} = 5834.1 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_0' = \omega_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{R_s L^2}{\omega_0^2 \cdot L^2}} = 5834.1 \text{ s}^{-1} \cdot \sqrt{1 - \frac{(100\Omega)^2}{(5834.1 \text{ s}^{-1})^2 \cdot (1.3\text{H})^2}}$$

$$\omega_0' = 5833.6 \text{ s}^{-1}$$

\Rightarrow geringe Differenz \Rightarrow hohe Spulengüte

Zur Berechnung von Güte und Bandbreite wird der Schwingkreis in einen idealen Parallelschwingkreis umgewandelt:



$$\underline{Y}_s = \underline{Y}_p$$

$$\frac{1}{R_s + j\omega_0 L_s} = \frac{1}{R_p} - j \frac{1}{\omega_0 L_p}$$

$$\frac{R_s}{R_s^2 + \omega_0^2 L_s^2} - j \frac{\omega_0 L_s}{R_s^2 L_s + \omega_0^2 L_s} = \frac{1}{R_p} - j \frac{1}{\omega_0 L_p}$$

Realteilvergleich:

$$R_p = 1 + \frac{\omega_0^2 L_s^2}{R_s^2} = 1 + Q_L^2$$

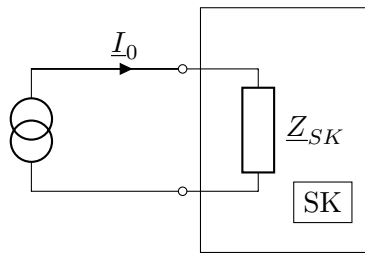
Imaginärteilvergleich:

$$L_p = L_s \left(1 + \frac{R_s^2}{\omega_0^2 L_s^2} \right) = 1 + \frac{1}{Q_L^2}$$

$$R_p = 575.3 \text{ k}\Omega, \quad L_p = 1.30023 \text{ H} \approx L_s$$

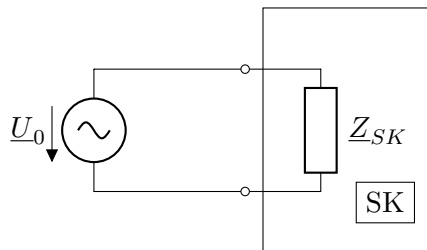
1.6

Stromspeisung



$$\underline{U} = \underline{Z}_{SK} \cdot \underline{I}_0, \quad \underline{I}_0 = \text{konst.} \implies \underline{U} \sim \underline{Z}_{SK}$$

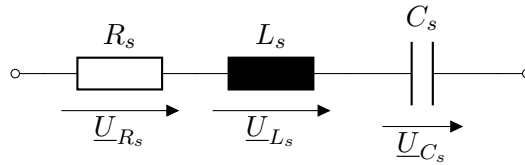
Spannungsspeisung



$$\underline{I} = \underline{U} \cdot \underline{Y}_{SK}, \quad \underline{U}_0 = \text{konst.} \implies \underline{I} \sim \underline{Y}_{SK}$$

1.7

Spannungsüberhöhung (Nur im Reihenschwingkreis)



R_s :

$$\underline{U}_{R_s} = \frac{\underline{U} \cdot R_s}{R_s + j \left(\omega L_s - \frac{1}{\omega C_s} \right)}$$

L_s :

$$\underline{U}_{L_s} = \frac{\underline{U} \cdot j\omega L_s}{R_s + j \left(\omega L_s - \frac{1}{\omega C_s} \right)}$$

C_s :

$$\underline{U}_{C_s} = \frac{\underline{U}}{j\omega C_s \left(R_s + j \left(\omega L_s - \frac{1}{\omega C_s} \right) \right)}$$

bei $\omega = \omega_0$:

$$\underline{U}_{R_s} = \frac{\underline{U} \cdot R_s}{R_s} = \underline{U}$$

$$\underline{U}_{L_s} = j\underline{U} \cdot \frac{\omega_0 L_s}{R_s} = j\underline{U} \cdot Q_L$$

$$\underline{U}_{C_s} = -j\underline{U} \cdot \frac{1}{\omega_0 C_s R_s}$$

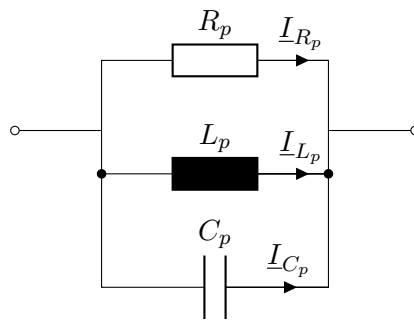
Beträge bei ω_0 :

$$\hat{U}_{R_s} = \hat{U}$$

$$\hat{U}_{L_s} = Q_L \cdot \underline{U}$$

$$\hat{U}_{C_s} = Q_C \cdot \underline{U}$$

Stromüberhöhung (Nur im Parallelschwingkreis)



R_p :

$$\underline{I}_{R_p} = \frac{\underline{I} \cdot \frac{1}{R_p}}{\frac{1}{R_p} + j \left(\omega C_p - \frac{1}{\omega L_p} \right)}$$

L_p :

$$\underline{I}_{L_p} = \frac{\underline{I}}{j\omega L_p \left(\frac{1}{R_p} + j \left(\omega C_p - \frac{1}{\omega L_p} \right) \right)}$$

C_p :

$$\underline{I}_{C_p} = \frac{\underline{I} \cdot j\omega C_p}{\frac{1}{R_p} + j \left(\omega C_p - \frac{1}{\omega L_p} \right)}$$

bei $\omega = \omega_0$:

$$\underline{I}_{R_p} = \underline{I}$$

$$\underline{I}_{L_p} = j\underline{I} \cdot \frac{R_p}{\omega_0 L_p} = j\underline{I} \cdot Q_L$$

$$\underline{I}_{C_p} = -j\underline{I} \cdot \omega_0 R_p C_p = j\underline{I} \cdot Q_C$$

Beträge bei ω_0 :

$$\hat{I}_{R_p} = \hat{I}$$

$$\hat{I}_{L_p} = Q_L \cdot \underline{I}$$

$$\hat{I}_{C_p} = Q_C \cdot \underline{I}$$

Die Strom- bzw. Spannungsüberhöhungen betragen demnach bei Resonanz das $Q_{L/C}$ -fache der Quellgrößen.

1.8

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{0.1\text{H} \cdot 100\text{nF}}} = 10000 \text{ s}^{-1} \implies f_0 = 1.592 \text{ kHz}$$

1.9

2 | Versuchsaufgaben