Signale und Systeme

Multiplikation von Zeitsignalen

Studien- und Versuchsaufgaben

Autoren: Richard Grünert
Tim Corleis

19.11.2019

1 Vorbereitungsaufgaben

1.1

Hier noch ne grafik der funktionen

$$
\begin{aligned}
u_3(t) &= u_1(t) \cdot u_2(t) \\
&= (U_0 + U_1 \cos(\omega_1 t)) \cdot U_2 \cos(\omega_2 t) \\
&= U_0 U_2 \cos(\omega_2 t) + U_1 U_2 [\cos(\omega_1 t) \cdot \cos(\omega_2 t)]
\end{aligned}
$$

mithilfe der Gleichung aus "theoretische Grundlagen" ergibt sich

$$u_3(t) = U_0 \cos(\omega_2 t) + \frac{U_1 U_2}{2} \cdot [\cos((\omega_1 - \omega_2)t) + \cos((\omega_1 + \omega_2)t)]$$

Fouriertransformation:

$$U_3(\omega) = U_0 U_2 \cdot \mathcal{F}\{\cos(\omega_2 t)\} + \frac{U_1 U_2}{2} \cdot [\mathcal{F}\{\cos((\omega_1 - \omega_2)t)\} + \mathcal{F}\{\cos((\omega_1 + \omega_2)t)\}]$$

mit

$$\mathcal{F}\{\cos(\omega_0 t)\} = \frac{1}{2}[\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)]$$

ergibt sich

$$
\begin{aligned}
U_3(\omega) = \frac{U_0 U_2}{2} &\cdot [\delta(\omega - \omega_2) + \delta(\omega + \omega_2)] \\
+\frac{U_1 U_2}{4} &\cdot [\delta(\omega - (\omega_1 - \omega_2)) \\
&+\delta(\omega + \omega_1 - \omega_2) \\
&+\delta(\omega - (\omega_1 + \omega_2)) \\
&+\delta(\omega + \omega_1 + \omega_2)]
\end{aligned}
$$

mit den vorgegebenen Werten:

$$
\begin{aligned}
U_3(f) = 0.3 &\cdot [\delta(f - 4\mathrm{kHz} + \delta(f + 4\mathrm{kHz})] \\
+\frac{1}{4} &\cdot [\delta(f + 3.5\mathrm{kHz}) \\
&+\delta(f - 3.5\mathrm{kHz}) \\
&+\delta(\omega - 4.5\mathrm{kHz}) \\
&+\delta(\omega + 4.5\mathrm{kHz})]
\end{aligned}
$$

hier noch ne grafik vom spektrum bitte

1.2

1.3 Praktische Anwendungsmöglichkeiten

Die Multiplikation von Zeitsignalen findet Anwendung in der Nachrichtenübertragung. Dort kann das zu übertragene Signal mit einem *Trägersignal* multipliziert werden, um zum einen das Signal in einen für die Antennentechnik brauchbaren[1] Frequenzbereich zu bringen und zum anderen

[1] Änderung der Übertragungseigenschaften des Signals mit der Frequenz

das Signal am Empfänger von anderen Signalen in der Frequenz unterscheiden zu können (vgl. 1.1).

Außerdem nutzen Oszilloskope die Multiplikation mit einem Rechtecksignal um ein Fenster des aufgenommenen Signals zu erhalten, welches dann fourieranalysiert werden kann.

2 Versuchsaufgaben

2.1

Wie in Abbildung x zu sehen, stimmen die ermittelten Frequenzen mit denen der Vorbereitungsaufgabe überein. Durch die limitierte Fensterung und Abtastung des Signals durch das Oszilloskop sieht man keine diskreten Amplitudenlinien, sondern 222

Wie in Abbildung x verschwindet die Frequenz des Träges aus dem Betragsspektrum des übertragenen Signals. Der Gleichanteil in der Nachricht lässt also den Träger erscheinen.

Wird nun das Trägersignal mit einem Gleichanteil versehen, wird die Originalfrequenz des Nachrichtensignals mitübertragen.

Erhöht man jetzt die Frequenz des Nachrichtensignals, rücken diese und die untere Frequenz des multiplizierten Signals immer näher zusammen. Die multiplizierten Frequenzen rücken dabei weiter auseinander. Bei einer Frequenz von 2 kHz überlappen sich die Originalfrequenz und die multiplizierte Frequenz und sind nicht mehr unterscheidbar.

Bei Frequenzen, die sehr nahe an der Überschneidungsfrequenz sind (z.B. 1990 Hz}) entstehen Schwebungen wie in Abb. x zu sehen.

2.2

Wie in Abbildung x zu sehen, stimmen die ermittelten Frequenzen mit denen der Vorbereitungsaufgabe überein. Durch die limitierte Fensterung und Abtastung des Signals durch das Oszilloskop sieht man keine diskreten Amplitudenlinien, sondern 222

Bei Frequenzerhöhung rücken, wie auch in Versuchsaufgabe 2.1, die untere multiplizierte Frequenz und die Frequenz des Nachrichtensignals näher aneinander, bis sie sich bei 2 kHz treffen.

Die Zäune können als veschiedene Übertragungsbreiten aufgefasst werden

Wie auch in der Versuchsaufgabe 2.1 lässt ein hinzugefügter Gleichanteil im Träger- bzw. Nachrichtensignal die Originalfrequenz des jeweils anderen Signals im Spektrum erscheinen.