

Analisis Data Eksploratif & Statistika Inferensia Dasar

Pertemuan 14

Regresi Linear Sederhana



- ❑ Analisis regresi merupakan sebuah **model** yang berusaha menjelaskan **hubungan fungsional** antara dua variabel, dimana satu variabel bertindak sebagai prediktor terhadap variabel respon.
- ❑ Metode Korelasi membahas keeratan hubungan antara dua variabel. Sedangkan metode Regresi membahas pengaruh dari variabel independen terhadap variabel dependen.
- ❑ Tujuan analisis regresi secara umum ada tiga, yaitu untuk mengukur kekuatan hubungan, uji pengaruh dan peramalan/prediksi.
- ❑ Sebagai contoh ada dua variabel, yaitu Penjualan dan Biaya Promosi. Dalam praktek, akan dibahas bagaimana pengaruh antara biaya promosi terhadap penjualan. Di sini berarti ada variabel dependen yaitu penjualan, sedangkan variabel independennya adalah biaya promosi.

Hubungan Dua Peubah atau Lebih

PEUBAH	KASUS	PENGUMPULAN DATA	JENIS HUBUNGANNYA
1. Dosis pupuk 2. Banyaknya padi yg dihasilkan /ha	Diduga dosis pupuk mempengaruhi banyaknya padi yg dihasilkan/ha	Dosis pupuk ditentukan dahulu, faktor-faktor lain yg mempengaruhi banyaknya padi dikendalikan sehingga pengaruhnya konstan, kemudian diamati banyaknya padi yg dihasilkan	Perubahan banyaknya padi yg dihasilkan/ha dipengaruhi oleh perubahan dosis pupuk → HUB SEBAB AKIBAT
1. Tinggi badan 2. Berat badan	Diduga tinggi badan dan berat badan memiliki hubungan	Dimulai dengan mengamati tinggi badan dahulu, disusul mengamati peubah yg dianggap relevan (berat badan), atau sebaliknya.	Pengamatan thdp kedua peubah dilakukan secara bersamaan. Sulit untuk mengatakan bahwa perubahan satu peubah disebabkan oleh perubahan peubah lainnya → bukan HUB SEBAB AKIBAT Ingin diketahui kekuatan dan arah hubungannya

Hubungan Dua Peubah atau Lebih (2)

PEUBAH	KASUS	PENGUMPULAN DATA	JENIS HUBUNGANNYA
1. Banyaknya barang terjual/minggu 2. Adanya hari libur/tidak 3. Harga barang	Diduga banyaknya barang terjual/minggu dipengaruhi oleh berbagai peubah, misalnya harga barang, ada/tidaknya hari libur dlm minggu tsb	Harga barang ditentukan lebih dahulu, faktor-faktor lain yg mempengaruhi banyaknya barang terjual dikendalikan sehingga pengaruhnya konstan, kemudian diamati banyaknya barang yg terjual pada minggu ada hari libur dan minggu tanpa hari libur	Perubahan banyaknya barang yg terjual dipengaruhi oleh perubahan harga dan ada/tidaknya hari libur → Hub SEBAB AKIBAT
1. Bobot badan 2. Bobot jantung	Diduga bobot badan dan bobot jantung memiliki hubungan	Dimulai dengan mengamati bobot badan terlebih dahulu, segera disusul mengamati peubah yg dianggap relevan (dalam hal ini bobot jantung), atau sebaliknya.	Pengamatan thdp kedua peubah dilakukan secara bersamaan. Sulit untuk mengatakan bahwa perubahan satu peubah disebabkan oleh peubah lainnya. → bukan SEBAB AKIBAT. Ingin diketahui model matematisnya (HUB KUANTITATIF)

Syarat Variabel Dalam Regresi

- ❑ Variabel X dan Y memiliki skala pengukuran sekurang-kurangnya interval
- ❑ Data yang terkumpul harus memenuhi model dasar
- ❑ Pengumpulan datanya bisa dilakukan melalui dua cara :
 - ❖ Variabel X ditentukan terlebih dahulu
 - ❖ Sekaligus dihitung X dan Y
- ❑ Karena harga variabel X fixed, maka distribusi variabel Y sama dengan variabel ε yaitu mengikuti distribusi normal dengan rata-rata nol dan varians σ^2 (homoscedasticity)

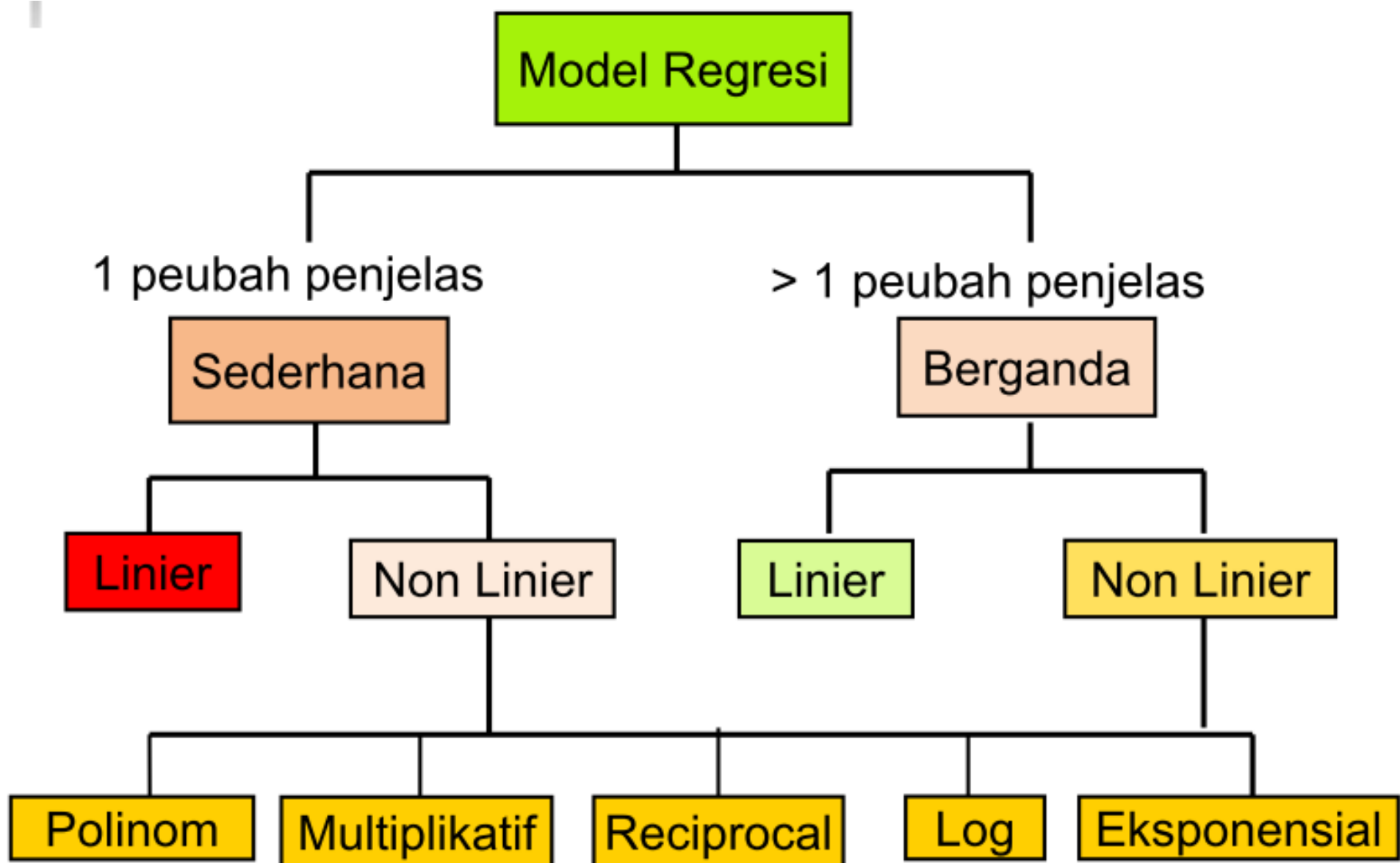
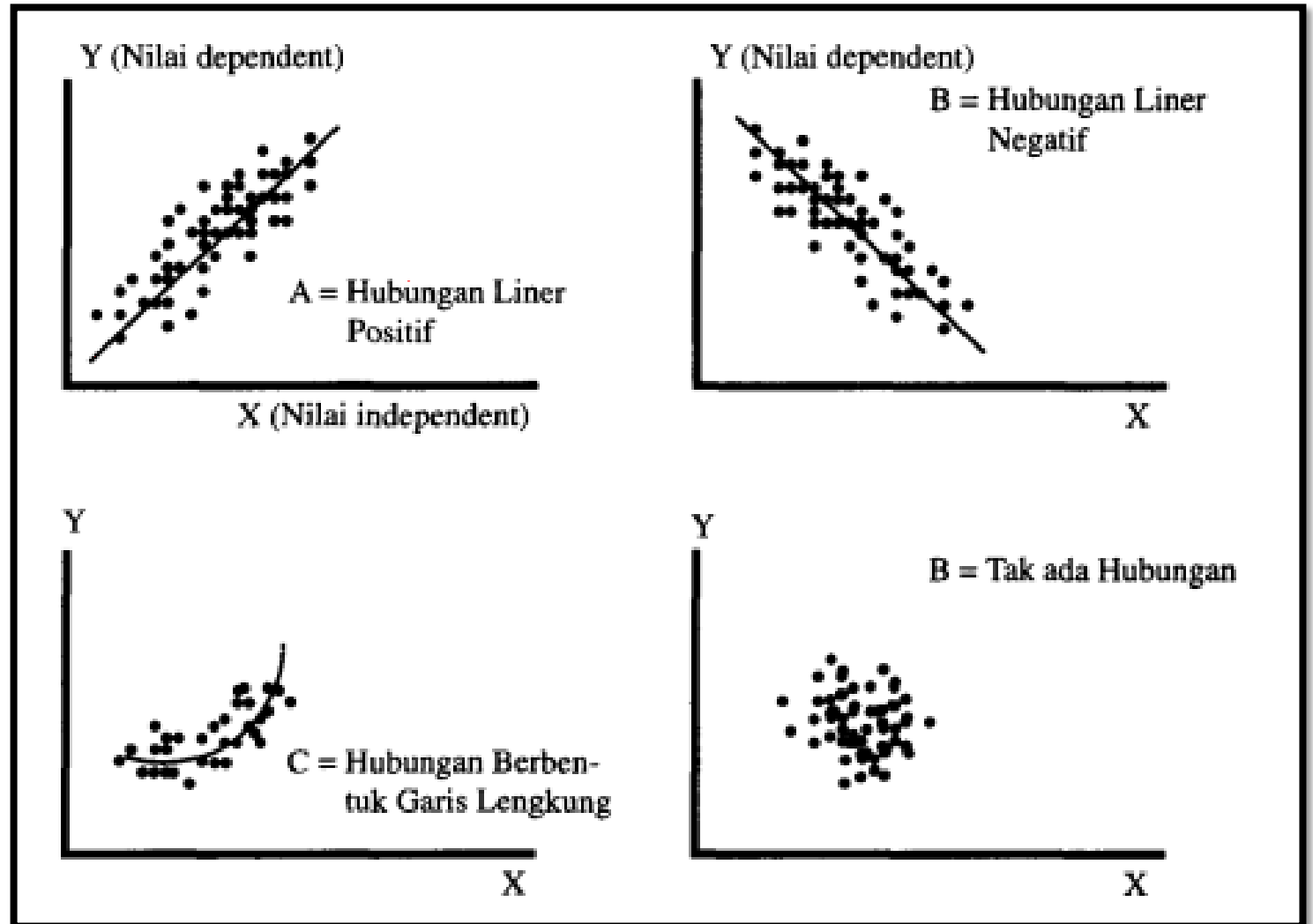


Diagram Pencar / Scatter Plot

Menunjukkan Hubungan
Antara Variabel
Independen (X) dan
Variabel Dependen (Y)



Regresi Linear Sederhana

Regresi Linear sederhana atau tunggal digunakan apabila peneliti ingin **mengetahui linearitas hubungan** satu variable bebas (**X**) dan satu variable terikat (**Y**) serta dapat pula digunakan untuk memprediksi kenaikan variable dependen jika variable independent diketahui

Persamaan Umum **Model Regresi Linear Sederhana** :

$$Y = a + bX + \varepsilon$$

Dengan :

Y : Variabel Dependen / Nilai Prediksi
 a : Intercept (Nilai Y saat $X = 0$)
 b : Slope (Kemiringan)
 X : Variabel Bebas/ Prediktor
 ε : Error/ Residu

Menentukan Koefisien Regresi Linear Sederhana

Rumus Koefisien Regresi Linear Sederhana :

$$b = \frac{n \sum X_i Y_i - (\sum X_i)(\sum Y_i)}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{X}$$

Dengan

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{n} ; \bar{X} = \frac{\sum X_i}{n}$$

Contoh

Diberikan Data Hubungan Antara Biaya Promosi (X dalam juta rupiah) dan volume penjualan (Y dalam ratusan juta liter) sbb :

Tahun	Biaya Produksi (X)	Volume Penjualan (Y)
1992	2	5
1993	4	6
1994	5	8
1995	7	10
1996	8	11

- Tentukan Persamaan Regresi Linear Sederhana dari data tersebut dan jelaskan maknanya!
- Prediksilah volume penjualan apabila biaya produksi ditingkatkan menjadi Rp 10.000.000,00 pada tahun 1997!

Penyelesaian

Tahun	Biaya Produksi (X)	Volume Penjualan (Y)	XY	X ²
1992	2	5	10	4
1993	4	6	24	16
1994	5	8	40	25
1995	7	10	70	49
1996	8	11	88	64
Jumlah	26	40	232	158

$$b = \frac{n \sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}$$

$$= \frac{5 \cdot (232) - (26)(40)}{5 \cdot (158) - (26)^2} = 1,053$$

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{26}{5} = 5,2 ; \quad \bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{n} = \frac{40}{5} = 8$$

Sehingga

$$a = \bar{Y} - b\bar{X} = 8 - 1,053(5,2) = 8 - 5,476 = 2,524$$

Jadi persamaan Regresinya adalah

$$Y = 2,524 + 1,053X$$

Lanjutan..

Selanjutnya, $X = 10$ sehingga diperoleh $Y = 2,524 + 1,053(10) = 13,054$.

Jadi, prediksi volume penjualan untuk biaya promosi sebesar 10 juta pada tahun 1997 adalah 13,054 juta liter.

Uji Signifikansi Parsial Hasil Penaksiran Parameter

- ✓ Digunakan untuk menguji signifikansi parameter apakah nilai konstanta (a) dan koefisien (b) berpengaruh terhadap variabel respon/dependen.
- ✓ Sebelumnya perlu dihitung nilai varians dari x, y dan error.

$$s_x^2 = \frac{n\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}{n(n-1)} \quad s_y^2 = \frac{n\sum Y_i^2 - (\sum Y_i)^2}{n(n-1)}$$

$$s_e^2 = \frac{n-1}{n-2} (s_y^2 - b^2 s_x^2)$$

A. Uji Signifikansi Konstanta a

➤ Hipotesis :

$H_0 : \alpha = 0 \rightarrow$ konstanta tidak berpengaruh signifikan

$H_1 : \alpha \neq 0 \rightarrow$ konstanta berpengaruh signifikan

➤ Tentukan taraf signifikansi α

{Mencari tabel t dengan $df = n - 2$ }

➤ Statistika Uji :

$$t = \frac{(a - \alpha_0)s_x \sqrt{n(n-1)}}{s_e \sqrt{\sum X_i^2}}$$

$\alpha_0 =$ tergantung pada hipotesis awal atau
asumsikan nol (0)

➤ Kriteria Uji : Jika $|t_{hitung}| \geq t_{tabel}$, maka H_0 ditolak

Jika $|t_{hitung}| < t_{tabel}$, maka H_0 diterima

➤ Kesimpulan

t Table

cum. prob	$t_{.50}$	$t_{.75}$	$t_{.80}$	$t_{.85}$	$t_{.90}$	$t_{.95}$	$t_{.975}$	$t_{.99}$	$t_{.995}$	$t_{.999}$	$t_{.9995}$
one-tail	0.50	0.25	0.20	0.15	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
two-tails	1.00	0.50	0.40	0.30	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.002	0.001
df											
1	0.000	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66	318.31	636.62
2	0.000	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327	31.599
3	0.000	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.215	12.924
4	0.000	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	0.000	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	0.000	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	0.000	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	0.000	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	0.000	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	0.000	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	0.000	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	0.000	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	0.000	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	0.000	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	0.000	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	0.000	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	0.000	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	0.000	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19	0.000	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	0.000	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
21	0.000	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819
22	0.000	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	0.000	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.768
24	0.000	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	0.000	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
26	0.000	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707
27	0.000	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	3.690
28	0.000	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	3.674
29	0.000	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	3.659
30	0.000	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646

Contoh (Gunakan Contoh Sebelumnya)

Tahun	Biaya Produksi (X)	Volume Penjualan (Y)	XY	X ²	Y ²
1992	2	5	10	4	25
1993	4	6	24	16	36
1994	5	8	40	25	64
1995	7	10	70	49	100
1996	8	11	88	64	121
Jumlah	26	40	232	158	346

$$S_X^2 = \frac{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}{n(n-1)} = \frac{5(158) - (26)^2}{5(5-1)} = \frac{790 - 676}{20} = 5,7$$

$$S_X = \sqrt{5,7} = 2,387$$

$$S_Y^2 = \frac{n \sum Y_i^2 - (\sum Y_i)^2}{n(n-1)} = \frac{5(346) - (40)^2}{5(5-1)} = \frac{1730 - 1600}{20} = 6,5$$

$$S_Y = \sqrt{6,5} = 2,55$$

$$S_e^2 = \frac{n-1}{n-2} [S_Y^2 - bS_X^2] = \frac{4}{3} [6,5 - (1,053)(5,7)] = 0,664$$

$$S_e = \sqrt{0,664} = 0,815$$

Uji Signifikansi Untuk Koefisien α

- **Hipotesis :**

H_0 : $\alpha = 0 \rightarrow$ konstanta tidak berpengaruh secara signifikan

H_1 : $\alpha \neq 0 \rightarrow$ konstanta berpengaruh signifikan

- **Tingkat signifikansi : $\alpha = 0,05$**

- **Statistik Penguji :**

$$t = \frac{(a - \alpha_0)S_X\sqrt{n(n-1)}}{S_e\sqrt{\sum X_i^2}} = \frac{(2,524 - 0) \cdot 2,387\sqrt{20}}{0,489 \cdot \sqrt{158}} = 4,383$$

- **Kriteria Penolakan :**

H_0 ditolak jika $|t_{hitung}| \geq t_{\frac{\alpha}{2}, df}$, dengan $df = n - 2$. Karena $df = 3$ sehingga $t_{0,025;3} = 3,182$.

Dengan demikian, $|t_{hitung}| = |4,383| = 4,383 > 3,182 = t_{tabel}$ maka H_0 ditolak.

- **Kesimpulan :**

Jadi, konstanta α berpengaruh secara signifikan.

B. Uji Signifikansi Koefisien b

- Hipotesis :

$H_0 : \beta = 0 \rightarrow$ Koefisien tidak berpengaruh signifikan

$H_1 : \beta \neq 0 ; \beta < 0 ; \beta > 0 \rightarrow$ Koefisien berpengaruh signifikan

- Tentukan taraf signifikansi α

{Mencari tabel t dengan $df = n - 2$ }

- Statistika Uji :

$$t = \frac{(b - \beta_0)s_x \sqrt{n - 1}}{s_e}$$

$\beta_0 =$ tergantung pada hipotesis awal atau asumsikan nol (0)

- Kriteria Uji : Jika $|t_{hitung}| \geq t_{tabel}$, maka H_0 ditolak

Jika $|t_{hitung}| < t_{tabel}$, maka H_0 diterima

- Kesimpulan

Uji Signifikansi Untuk Koefisien b

- **Hipotesis :**

H_0 : $\beta = 0 \rightarrow$ konstanta tidak berpengaruh secara signifikan

H_1 : $\beta \neq 0 \rightarrow$ konstanta berpengaruh signifikan

- **Tingkat signifikansi :** $\alpha = 0,05$

- **Statistik Penguji :**

$$t = \frac{(b - \beta_0)S_X\sqrt{(n - 1)}}{S_e} = \frac{(1,053 - 0) \cdot 2,387\sqrt{5}}{0,489} = 10,28$$

- **Kriteria Penolakan :**

H_0 ditolak jika $|t_{hitung}| \geq t_{\alpha,df}$, dengan $df = n - 2$. Karena $df = 3$ sehingga $t_{0,025;3} = 3,182$.

Dengan demikian, $|t_{hitung}| = |10,28| = 10,28 \geq 3,182 = t_{tabel}$ maka H_0 ditolak.

- **Kesimpulan :**

Jadi, konstanta b berpengaruh secara signifikan.

C. Uji Simultan Signifikansi Hasil Penaksiran Parameter

➤ Hipotesis :

H_0 : Variabel independen tidak berpengaruh terhadap variabel dependen

H_1 : Variabel independen berpengaruh terhadap variabel dependen

➤ Tentukan taraf signifiknasi α {Mencari tabel F dengan $df_1 = 1$, $df_2 = n - 2$ }

➤ Statistika Uji :

Jumlah Variasi	Jumlah Kuadrat	Derajat Kebebasan	Rata-rata Jumlah Kuadrat	F Hitung
Regresi	JKR	1	RJKR	F_{hitung}
Galat	JKG	$n - 2$	RJKG	
Total	JKT	$n - 1$		

$$JKT = \text{Jumlah Kuadrat Total} = \sum Y_i^2 - \frac{(\sum Y_i)^2}{n}$$

$$JKR = \text{Jumlah Kuadrat Regresi} = b \left(\sum X_i Y_i - \frac{\sum X_i \sum Y_i}{n} \right)$$

$$JKG = \text{Jumlah Kuadrat Galat} = JKT - JKR$$

$$RJKR = \text{Rata-rata Jumlah Kuadrat Regresi} = \frac{JKR}{1}$$

$$RJKG = \text{Rata-rata Jumlah Kuadrat Galat} = \frac{JKG}{n - 2}$$

$$F_{hitung} = \frac{RJKR}{RJKG}$$

➤ Kriteria Uji :

Jika $F_{hitung} \geq F_{tabel}$, maka H_0 ditolak

Jika $F_{hitung} < F_{tabel}$, maka H_0 diterima

Tabel F dengan $\alpha = 0,05$

df untuk penyebut (N2)	df untuk pembilang (N1)														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	161	199	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244	245	245	246
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.40	19.41	19.42	19.42	19.43
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.76	8.74	8.73	8.71	8.70
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.94	5.91	5.89	5.87	5.86
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.70	4.68	4.66	4.64	4.62
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03	4.00	3.98	3.96	3.94
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.60	3.57	3.55	3.53	3.51
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.31	3.28	3.26	3.24	3.22
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.10	3.07	3.05	3.03	3.01
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.94	2.91	2.89	2.86	2.85
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.82	2.79	2.76	2.74	2.72
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.72	2.69	2.66	2.64	2.62
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.63	2.60	2.58	2.55	2.53
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.57	2.53	2.51	2.48	2.46
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.51	2.48	2.45	2.42	2.40
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.46	2.42	2.40	2.37	2.35
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.41	2.38	2.35	2.33	2.31
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.37	2.34	2.31	2.29	2.27
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.34	2.31	2.28	2.26	2.23

Contoh Uji Simultan Signifikansi Hasil Penaksiran Parameter

- $JKT = \sum Y_i^2 - \frac{(\sum Y_i)^2}{n} = 346 - \frac{40^2}{5} = 346 - 320 = 26$
- $JKR = b \left(\sum X_i Y_i - \frac{\sum X_i \sum Y_i}{n} \right) = 1,053 \cdot \left(232 - \frac{26 \cdot 40}{5} \right) = 1,053 \cdot (232 - 208) = 25,272$
- $JKG = JKT - JKR = 26 - 25,272 = 0,728$
- $RJKR = \frac{JKR}{1} = \frac{25,272}{1} = 25,272$
- $RJKG = \frac{JKG}{n-2} = \frac{0,728}{3} = 0,243$

- **Hipotesis :**

H_0 : Variabel independent X tidak mempengaruhi variable dependen Y

H_1 : Variabel independent X mempengaruhi variable dependen Y

- **Tingkat signifikansi : $\alpha = 0,05$**

- **Statistik Penguji :**

$$F_{hitung} = \frac{RJKR}{RJKG} = \frac{25,272}{0,243} = 104$$

- **Kriteria Penolakan :**

H_0 ditolak jika $F_{hitung} \geq F_{tabel}$, dengan $df1 = 1$, $df2 = n - 2 = 3$. Berdasarkan tabel F diperoleh $F_{0,05;1;3} = F_{tabel} = 10,13$. Dengan demikian, $F_{hitung} = 104 \geq 10,13 = F_{tabel}$ maka H_0 ditolak.

- **Kesimpulan :**

Jadi, Variabel independent X mempengaruhi variable dependen Y

D. Koefisien Korelasi & Koefisien Determinasi

- ✓ Koefisien korelasi digunakan untuk mengukur derajat keeratan hubungan antara variabel independen terhadap variabel dependen
- ✓ Koefisien determinasi digunakan untuk mengukur seberapa besar pengaruh yang diberikan variabel independen terhadap variabel dependen.
- ✓ Pengukurannya dapat digunakan rumus korelasi pearson atau dengan rumus di bawah ini :

$$\begin{array}{c} \text{Koefisien} \\ \text{Korelasi} \end{array} \quad r_{xy} = b \frac{s_x}{s_y} \Rightarrow r_{xy}^2 \quad \begin{array}{c} \text{Koefisien} \\ \text{Determinasi} \end{array}$$



Contoh Koefisien Korelasi & Koefisien Determinasi

Koefisien Korelasi :

$$r_{XY} = b \cdot \frac{S_X}{S_Y} = 1,053 \cdot \frac{2,387}{2,55} = 0,9857$$

Menurut Kriteria Korelasi, hubungan antara X dan Y sangat kuat.

Koefisien Determinasi :

$$r_{XY}^2 = (0,9857)^2 = 0,972 = 97,2\%$$

Artinya biaya promosi (X) mempengaruhi volume penjualan sebesar 97,2% sedangkan 2,8% sisanya dipengaruhi oleh variable yang lain.

Contoh

Ingin diketahui pengaruh nilai ujian terhadap nilai akhir, untuk itu diambil sampel sebanyak 12 orang dan dicatat nilai ujian dan nilai akhir masing-masing, berikut adalah datanya :

No	Nilai Ujian (X)	Nilai Akhir (Y)
1	65	85
2	50	74
3	55	76
4	65	90
5	55	85
6	70	87
7	65	94
8	70	98
9	55	81
10	70	91
11	50	76
12	55	74

Hitung :

1. Tuliskan persamaan regresinya, lalu jelaskan maksud dari persamaan tersebut ?
2. Gambarkan Kelinearitasan dari data, lalu simpulkan !
3. Uji signifikansi parsial nilai Konstanta dan koefisien regresinya ? gunakan taraf nyata 0.05
4. Uji signifikansi simultan hasil penaksiran parameter ? gunakan taraf nyata 0.05
5. Berapa kuatkah hubungan yang terjadi antara nilai ujian dengan nilai akhir ?
6. Berapakah nilai Koefisien Determinasinya ? Jelaskan maksud dari nilai tersebut !
7. Berapa perkiraan nilai akhir seorang mahasiswa jika nilai ujiannya adalah 75 ?

1. Persamaan Regresinya dan Interpretasinya

No	Nilai Ujian (X)	Nilai Akhir (Y)	X ²	Y ²	X*Y
1	65	85	4225	7225	5525
2	50	74	2500	5476	3700
3	55	76	3025	5776	4180
4	65	90	4225	8100	5850
5	55	85	3025	7225	4675
6	70	87	4900	7569	6090
7	65	94	4225	8836	6110
8	70	98	4900	9604	6860
9	55	81	3025	6561	4455
10	70	91	4900	8281	6370
11	50	76	2500	5776	3800
12	55	74	3025	5476	4070
Jumlah	725	1011	44475	85905	61685

$$\Sigma X_i = 725$$

$$\Sigma Y_i = 1011$$

$$\Sigma X_i^2 = 44475$$

$$\Sigma Y_i^2 = 85905$$

$$\Sigma X_i Y_i = 61685$$

$$n = 12$$

$$\bar{X} = \frac{\Sigma X_i}{n} = \frac{725}{12} = 60.42$$

$$\bar{Y} = \frac{\Sigma Y_i}{n} = \frac{1011}{12} = 84.25$$

Jawaban

$$\begin{aligned}\Sigma X_i &= 725 & \Sigma Y_i &= 1011 & \Sigma X_i^2 &= 44475 \\ \Sigma Y_i^2 &= 85905 & \Sigma X_i Y_i &= 61685 & n &= 12 \\ \bar{X} &= 60.42 & \bar{Y} &= 84.25\end{aligned}$$

1. Persamaan Regresinya dan Interpretasinya

$$Y = a + bX$$

$$b = \frac{n \Sigma X_i Y_i - (\Sigma X_i)(\Sigma Y_i)}{n \Sigma X_i^2 - (\Sigma X_i)^2} = \frac{(12)(61685) - (725)(1011)}{(12)(44475) - (725)^2} = \frac{(740220) - (732975)}{(533700) - (525625)} = \frac{7245}{8075} = 0.897$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{X} = (84.25) - (0.897)(60.42) = (84.25) - (54.197) = 30.053$$

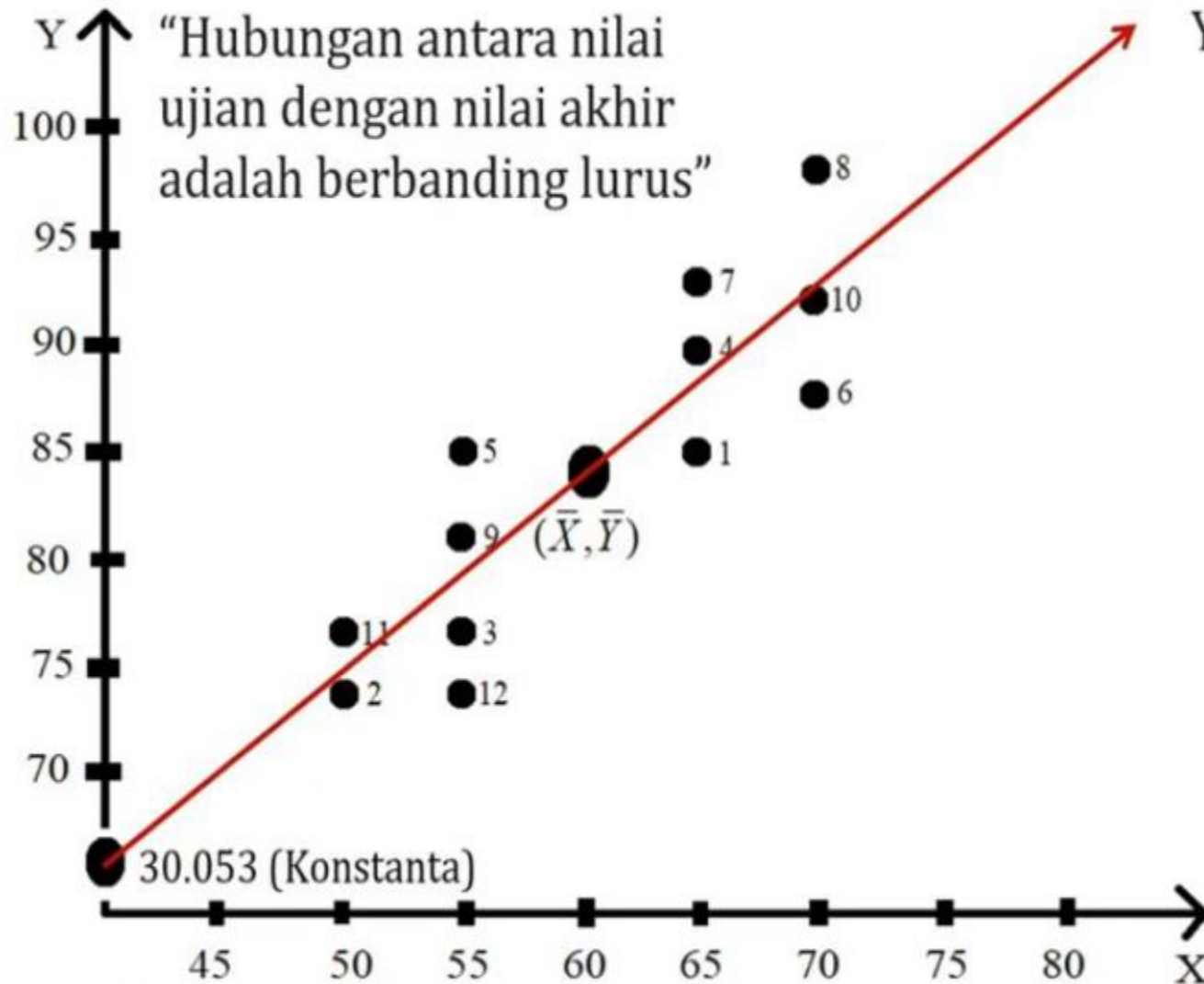
Maka persamaan regresi linier yang didapat adalah :

$$Y = a + bX = 30.053 + 0.897X$$

Dari persamaan di atas, dapat diinterpretasikan :

- Konstanta $a = 30.053$ → Menyatakan rata-rata nilai akhir mahasiswa saat nilai ujian (X) nol (0) adalah sebesar 30.053.
- Koefisien $b = 0.897$ → Setiap kenaikan sebesar 1 pada nilai ujian (X), maka nilai akhir (Y) mahasiswa kemungkinan akan bertambah sebesar 0.897.

2. Diagram Pencar (Scatter Plot) kelinieritasan data



$$Y = 30.053 + 0.897 X$$

No	Nilai Ujian (X)	Nilai Akhir (Y)
1	65	85
2	50	74
3	55	76
4	65	90
5	55	85
6	70	87
7	65	94
8	70	98
9	55	81
10	70	91
11	50	76
12	55	74

$$\bar{X} = 60.42 \quad \bar{Y} = 84.25$$

3. Uji Signifikansi Parsial Parameter Konstanta a dan Koefisien b

Sebelumnya perlu dihitung nilai varians dari x, y dan error.

$$s_x^2 = \frac{n\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}{n(n-1)} = \frac{(12)(44475) - (725)^2}{12(12-1)} = \frac{533700 - 525625}{(12)(11)} = \frac{8075}{132} = 61.174$$

$$\Rightarrow s_x = \sqrt{s_x^2} = \sqrt{61.174} = \mathbf{7.821}$$

$$s_y^2 = \frac{n\sum Y_i^2 - (\sum Y_i)^2}{n(n-1)} = \frac{(12)(85905) - (1011)^2}{12(12-1)} = \frac{1030860 - 1022121}{(12)(11)} = \frac{8739}{132} = 66.205$$

$$\Rightarrow s_y = \sqrt{s_y^2} = \sqrt{66.205} = \mathbf{8.137}$$

$$s_e^2 = \frac{n-1}{n-2} (s_y^2 - b^2 s_x^2) = \frac{12-1}{12-2} (66.205 - (0.897^2)(61.174)) = \frac{11}{10} (66.205 - (0.805)(61.174))$$

$$= (1.1)(66.205 - 49.245) = (1.1)(16.96) = 18.66$$

$$\Rightarrow s_e = \sqrt{s_e^2} = \sqrt{18.656} = \mathbf{4.319}$$

$$\sum X_i = 725$$

$$\sum Y_i = 1011$$

$$\sum X_i^2 = 44475$$

$$\sum Y_i^2 = 85905$$

$$\sum X_i Y_i = 61685$$

$$n = 12$$

a) Uji Signifikansi Konstanta a

$$\begin{aligned}a &= 30.053 \\ S_x &= 7.821 \\ S_e &= 4.319 \\ \sum X_i^2 &= 44475\end{aligned}$$

1) Hipotesis :

$H_0 : \alpha = 0$: Konstanta tidak berpengaruh signifikan terhadap nilai akhir

$H_1 : \alpha \neq 0$: Konstanta berpengaruh signifikan terhadap nilai akhir

2) Taraf Signifikansi

$$\begin{aligned}\alpha &= 5\% = 0.05/2 = 0.025 \\ df &= n - 2 = 12 - 2 = 10\end{aligned} \left. \begin{array}{l} \text{Lihat Tabel t} \\ \Rightarrow \end{array} \right\} t_{\text{tabel}} = 2.228$$

3) Statistik Uji

$$\begin{aligned}t &= \frac{(a - \alpha_0) s_x \sqrt{n(n-1)}}{s_e \sqrt{\sum X_i^2}} = \frac{(30.053 - 0)(7.821) \sqrt{12(12-1)}}{(4.319) \sqrt{44475}} = \frac{(30.053)(7.821) \sqrt{132}}{(4.319)(210.891)} \\ &= \frac{(30.053)(7.821)(11.489)}{(910.838)} = \frac{2700.426}{910.838} = 2.965 \rightarrow t_{\text{hitung}}\end{aligned}$$

4) Kriteria uji

Jika $|t_{\text{hitung}}| > t_{\text{tabel}}$, maka H_0 ditolak

Jika $|t_{\text{hitung}}| < t_{\text{tabel}}$, maka H_0 diterima

5) Kesimpulan

Karena $2.965 > 2.228 \Rightarrow$ maka H_0 ditolak

" H_1 " \rightarrow Konstanta berpengaruh signifikan terhadap nilai akhir

b) Uji Signifikansi Koefisien b

$$b = 0.897$$

$$S_x = 7.821$$

$$S_e = 4.319$$

1) Hipotesis :

$H_0 : \beta = 0$: Koefisien nilai ujian tidak berpengaruh signifikan terhadap nilai akhir

$H_1 : \beta \neq 0$: Koefisien nilai ujian berpengaruh signifikan terhadap nilai akhir

2) Taraf Signifikansi

$$\alpha = 5\% = 0.05/2 = 0.025 \quad \left. \begin{array}{l} \text{Lihat Tabel t} \\ df = n - 2 = 12 - 2 = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow t_{\text{tabel}} = 2.228$$

3) Statistik Uji

$$t = \frac{(b - \beta_0) s_x \sqrt{n-1}}{s_e} = \frac{(0.897 - 0)(7.821)\sqrt{12-1}}{(4.319)} = \frac{(0.897)(7.821)(3.317)}{(4.319)} = \frac{(23.270)}{(4.319)} = 5.388 \rightarrow t_{\text{hitung}}$$

4) Kriteria uji

Jika $|t_{\text{hitung}}| > t_{\text{tabel}}$, maka H_0 ditolak

Jika $|t_{\text{hitung}}| < t_{\text{tabel}}$, maka H_0 diterima

5) Kesimpulan

Karena $5.388 > 2.228 \Rightarrow$ maka H_0 ditolak

" H_1 " \rightarrow Koefisien nilai ujian berpengaruh signifikan terhadap nilai akhir

4. Uji Signifikansi Simultan Hasil Penaksiran Parameter

$$\begin{aligned}b &= 0.897 \\ \Sigma X_i Y_i &= 61685 \\ \Sigma X_i &= 725 \\ \Sigma Y_i &= 1011\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}JKR &= b \left(\Sigma X_i Y_i - \frac{\Sigma X_i \Sigma Y_i}{n} \right) = (0.897) \left[(61685) - \frac{(725)(1011)}{12} \right] = (0.897) \left[(61685) - \frac{732975}{12} \right] \\ &= (0.897) [(61685) - (61081.25)] = (0.897) [603.75] = \mathbf{541.564}\end{aligned}$$

$$JKG = JKT - JKR = 728.25 - 541.564 = \mathbf{186.686}$$

$$RJKR = \frac{JKR}{1} = \frac{541.564}{1} = \mathbf{541.564} \quad RJKG = \frac{JKG}{n-2} = \frac{186.686}{12-2} = \mathbf{18.669}$$

$$F_{hitung} = \frac{RJKR}{RJKG} = \frac{541.564}{18.669} = \mathbf{29.009}$$

Jumlah Variasi	Jumlah Kuadrat	Derajat Kebebasan	Rata-rata Jumlah Kuadrat	F Hitung
Regresi	541.564	1	541.564	29.009
Galat	186.686	10	18.669	
Total	728.25	11		

4) Kriteria uji

Jika $F_{hitung} \geq F_{tabel}$, maka H_0 ditolak

Jika $F_{hitung} < F_{tabel}$, maka H_0 diterima

5) Kesimpulan

Karena $29.009 > 4.96 \Rightarrow$ maka H_0 ditolak

" H_1 " \rightarrow Variabel independen berpengaruh terhadap variable dependen

5. Koefisien Korelasi antara Nilai Ujian (X) dengan Nilai Akhir (Y)

Untuk mengukur derajat keeratan hubungan, dapat menggunakan rumur korelasi pearson atau dengan rumus di bawah ini :

$$r_{xy} = b \frac{s_x}{s_y} = \frac{(0.897)(7.821)}{8.137} = \frac{7.015}{8.137} = \mathbf{0.862}$$

Berdasarkan kriteria Guilford, hubungan yang terjadi antara nilai ujian dan nilai akhir adalah **“kuat”**

6. Koefisien Determinasi (R^2)

Koefisien determinasi merupakan kuadrat dari korelasi r_{xy}

$$r_{xy} \Rightarrow r_{xy}^2$$

$$r_{xy}^2 = 0.862^2 = 0.743 = 74.3\%$$

Nilai ujian berpengaruh terhadap nilai akhir sebesar 74.3%.

Sisanya ($100\% - 74.3\% = 25.7\%$) nilai akhir dipengaruhi oleh faktor lain yang tidak dijelaskan dalam model.

7. Prediksi

Berapa perkiraan nilai akhir seorang mahasiswa jika nilai ujiannya adalah 75 ?

$$X = 75$$

$$Y = a + b X$$

$$Y = 30.053 + 0.897 X$$

$$Y = 30.053 + 0.897 (75)$$

$$Y = 30.053 + 67.275$$

$$Y = 97.328$$

Jika mahasiswa memiliki nilai ujian sebesar 75, maka perkiraan nilai akhirnya adalah sebesar 97.328

Latihan

Diberikan data mengenai tingkat penggunaan pupuk (X) dan hasil panen padi (Y).

Penggunaan Pupuk (X)	Panen Padi (Y)
2	8
4	9
5	11
7	11
10	12
11	14
12	15
15	16

1. Buatlah diagram pencar dari data tersebut
2. Tentukan persamaan regresi linear sederhana dari masalah tersebut dan interpretasikan
3. Uji signifikansi masing-masing koefisien a dan b nya
4. Apakah variable independent berpengaruh terhadap variable dependen? Ujilah!
5. Bagaimana kekuatan hubungan antara variable X dengan Y?
6. Seberapa besar pengaruh penggunaan pupuk terhadap panen padi?
7. Prediksilah hasil panen padi apabila penggunaan pupuk sebanyak 9 unit dan 25 unit!