Statistika Inferensia Dasar

Pertemuan 5 & 6

Uji Hipotesis Beda 2 Rata-Rata Populasi

- Uji beda rata-rata dua sampel dilakukan untuk mengetahui apakah dua sampel yang tidak saling berhubungan mempunyai rata-rata yang berbeda atau tidak.
- Pengujian ini dilakukan dengan cara membandingkan beda atau selisih dua nilai rata-rata sampel dengan eror standar dari beda atau selisih rata-rata dua sampel tersebut.
- Uji beda rata-rata dua sampel bertujuan untuk membandingkan rata-rata dari dua kelompok data yang tidak saling berhubungan.

Dalam uji beda rata-rata dua sampel ini dibedakan menjadi 2 jenis berdasarkan keterkaitan dari dua sampel yang digunakan yaitu:

- 1. uji beda rata-rata dua sampel yang saling bebas (*Unpaired sample t-test*)
- 2. uji beda rata-rata dua sampel yang tidak saling bebas/ berpasangan (paired sample t-test

- Uji beda rata-rata dua sampel independent dilakukan apabila terdapat dua populasi yang akan diteliti apakah rata rata kedua populasi tersebut sama atau berbeda.
- Pada uji beda dua rata-rata independent mensyaratkan bahwa variable yang digunakan atau yang akan diuji mengikuti distribusi normal. Artinya sebelum melakukan uji beda rata-rata dua sampel independent kedua data populasi tersebut harus diuji kenormalannya dulu.
- Selanjutnya, kedua data populasi tersebut harus dicek terlebih dahulu apakah data tersebu seragam (homogen) atau tidak. Pengujian keseragaman data ini disebut pula sebagai uji kesamaan variansi atau uji homogenitas. Uji Homogenitas yang digunakan biasanya adalah Levene's test. Uji Levenne menggunakan statistic F yang berdistribusi F.

Uji Homogenitas

Uji Levene & Uji 2 Variansi

Uji Levene

- Uji Levene digunakan untuk menguji kesamaan varians beberapa populasi.
- Uji Levene tidak membutuhkan syarat kenormalan data tetapi data harus kontinu dan sampel dari populasi yang diobservasi adalah independen.
- Jika Data Normal Lebih Baik menggunakan Uji Barlett.
- Uji Homogenitas hanya digunakan Ketika menguji perbedaan antara kedua kelompok atau beberapa kelompok yang berbeda subjeknya.

Langkah Uji Levene

- Periksalah apakah data berdistribusi normal atau mendekati normal.
 Jika data berdistribusi normal, lebih baik gunakan Uji Bartlett.
- Hipotesis:

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_n^2$$

$$H_1$$
: ada minimal sepasang $\sigma_i^2 \neq \sigma_j^2$

• Tingkat signifikansi : α

• Statistik Uji:

$$W = \frac{(N-k)\sum_{i=1}^{k} n_i (\bar{Z}_i - \bar{Z})^2}{(k-1)\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n_i} (Z_{ij} - \bar{Z}_i)^2}$$

Keterangan:

N	Jumlah observasi
k	Banyaknya kelompok data/populasi
n_i	Banyaknya data pada kelompok ke-I
\overline{Z}_i	Rata-rata kelompok dari Z_i
$ar{Z}$	Rata-Rata total
Y_{ij}	Data pada kelompok ke-i dan urutan ke-j
$\overline{Y_i}$	Rata-rata data kelompok ke-i
Z_{ij}	$ Y_{ij}-\overline{Y}_i $

• Kriteria Penolakan H_0

$$H_0$$
 ditolak jika $W>F(\alpha,k-1,N-k)$, di mana $df_1=k-1,df_2=N-k$

Kesimpulan

Contoh

Sebuah perusahaan minuman "diet soda" sedang memikirkan tiga warna alternatif untuk minuman kalengnya yaitu:merah, kuning, dan biru. Untuk mengecek apakah warna kaleng akan mempengaruhi penjualan, 18 toko yangmempunyai fasilitas hampir sama dipilih sebagai sampel. Minuman dengan kaleng warna merah dijual di 5 tokoterpilih, kaleng warna kuning dijual di 6 toko, dan kaleng warna biru dijual di sisa toko lainnya.

Lanjutan...

Setelah beberapa hari, jumlah penjualan pada setiap toko dicatat, hasilnya seperti di bawah ini (dalam ratusan kaleng):

Merah	40	52	59	53	61		
Kuning	50	35	38	76	74	45	
Hjau	44	33	35	54	70	80	75

Ujilah apakah variansi ketiga kelompok data tersebut sama atau tidak! (α =0,05)

Penyelesaian

1. H_0 : $\sigma_m^2 = \sigma_k^2 = \sigma_b^2$ vs H_1 : minimal ada 1 variansi yang berbeda

2. Tingkat signifikansi : $\alpha = 0.05$

3. Statistik Penguji:

Merah	Kuning	Biru	$Z_m = Y_m - \overline{Y_m} $	$Z_k = Y_k - \overline{Y_k} $	$Z_B = Y_B - \overline{Y_B} $
40	50	44	13	3	11,86
52	35	33	1	18	22,86
59	38	35	6	15	20,86
53	76	54	0	23	1,86
61	74	70	8	21	14,14
	45	80		8	24,14
		75			19,14
$\overline{Y_m} = 53$	$\overline{Y_K} = 53$	$\overline{Y_B} = 55,86$	$\overline{Z_m} = 5.6$	$\overline{Z_k} = 14,67$	$\overline{Z_B} = 16,41$

$$\sum_{i=1}^{3} n_i (\bar{Z}_i - \bar{Z})^2 = 5(5.6 - 12.23)^2 + 6(14.67 - 12.23)^2 + 7(16.41 - 12.23)^2 = 377.8129$$

$$\sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{n_i} (Z_{ij} - \overline{Z}_i)^2 = 113,2 + 301,3334 + 320,1886 = 734,722$$

Z_m	Z_k	Z_B	$(Z_m - \overline{Z_m})^2$	$(Z_k - \overline{Z_k})^2$	$(Z_B - \overline{Z_B})^2$
13	3	15	54,76	136,1889	1,9881
1	18	26	21,16	11,0889	91,9681
6	15	24	0,16	0,1089	57,6081
0	23	5	31,36	69,3889	139,1881
8	21	11	5,76	40,0689	29,2681
	8	21		44,4889	21,0681
		16			0,1681
$\overline{Z_m} = 5.6$	$\overline{Z_k} = 14,67$	$\overline{Z_B} = 16,41$	113,2	301,3334	320,1886

Dengan demikian,

$$W = \frac{(N-k)\sum_{i=1}^{k} n_i (\overline{Z}_i - \overline{Z})^2}{(k-1)\sum_{i=1}^{k} \sum_{i=1}^{n_i} (Z_{ij} - \overline{Z}_i)^2} = \frac{(18-3)(377,8129)}{(3-1)(734,722)} = 3,86$$

4. Kriteria Penolakan H_0

 H_0 ditolak jika $W > F(\alpha, N - k, k - 1) = F(0,05; 15; 2)$. Oleh karena F(0,05; 15; 2) = 3,68 sehingga W > F(0,05; 15; 2) maka H_0 ditolak.

5. Kesimpulan

Jadi ketiga kelompok data tersebut tidak homogen.

Uji Kesamaan 2 Variansi

 $H_0: \sigma^2_A = \sigma^2_B$ (artinya kedua populasi berasal dari ragam yang sama)

 $H_1: \sigma^2_A \neq \sigma^2_B$ (artinya kedua populasi berasal dari ragam yang sama)

Statistik uji yang digunakan adalah statistik F.

$$F = \frac{s^2_1}{s^2_2}$$

di mana s²₁ adalah ragam terbesar dari dua populasi tersebut (apakah s²_A atau s²_B) dan s²₂ adalah ragam terkecil di antara keduanya.

F tersebut dibandingkan dengan F_{α} dengan $db1 = n_1 - 1$ dan $db2 = n_2 - 1$. Jika $F < F_{\alpha}$ maka H_0 diterima, artinya ragam populasi sama, sedangkan bila $F > F_{\alpha}$ maka H_0 ditolak, artinya ragam populasi berbeda.

df untuk penyebut							df untuk	pembila	ang (N1)						
(N2)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	161	199	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244	245	245	246
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.40	19.41	19.42	19.42	19.43
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.76	8.74	8.73	8.71	8.70
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.94	5.91	5.89	5.87	5.86
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.70	4.68	4.66	4.64	4.62
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03	4.00	3.98	3.96	3.94
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.60	3.57	3.55	3.53	3.51
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.31	3.28	3.26	3.24	3.22
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.10	3.07	3.05	3.03	3.01
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.94	2.91	2.89	2.86	2.85
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.82	2.79	2.76	2.74	2.72
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.72	2.69	2.66	2.64	2.62
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.63	2.60	2.58	2.55	2.53
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.57	2.53	2.51	2.48	2.46
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.51	2.48	2.45	2.42	2.40
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.46	2.42	2.40	2.37	2.35
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.41	2.38	2.35	2.33	2.31
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.37	2.34	2.31	2.29	2.27
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.34	2.31	2.28	2.26	2.23

https://junaidichaniago.files.wordpress.com/2010/04/tabel-f-0-05.pdf

Menentukan Nilai $F_{(\alpha,df_1,df_2)}$ dengan Ms Excel

1. Tempatkan kursor (pointer) anda di sel yang akan mengeluarkan hasil F tabel.

2. Ketik rumus ini = $FINV(\alpha, df1, df2)$. Kemudian tekan ENTER, maka akan keluar nilai F tabelnya.

Dengan df1 =
$$n1 - 1$$

df2 = $n2 - 1$

Langkah Uji Hipotesis

 \square Langkah uji beda rata-rata dua sampel independent untuk sampel kecil ($n_1,n_2<30$) dengan $\sigma_1^2=\sigma_2^2$

1. Hipotesis

\Box μ_0 diketahui

i.
$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = \mu_0$$
 vs $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq \mu_0$

ii.
$$H_0: \mu_1 - \mu_2 \le \mu_0$$
 vs $H_1: \mu_1 - \mu_2 > \mu_0$

$$iii.H_0: \mu_1 - \mu_2 \ge \mu_0$$
 vs $H_1: \mu_1 - \mu_2 < \mu_0$

$\square \mu_0$ tidak diketahui ($\mu_0 = 0$)

i.
$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \text{ vs } H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$

ii.
$$H_0: \mu_1 \le \mu_2 \text{ vs } H_1: \mu_1 > \mu_2$$

$$iii.H_0: \mu_1 \ge \mu_2 \text{ vs } H_1: \mu_1 < \mu_2$$

2. Tingkat Signifikansi : α

3. Statistik Penguji:

$$t = \frac{(\overline{x_1} - \overline{x_2}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\left(\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}\right)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

 n_1, n_2 : ukuran sampel 1 dan sampel 2

 $\clubsuit \mu_1, \mu_2$: rata-rata populasi 1 dan 2

 $*s_1^2, s_2^2$: variansi sampel 1 dan 2

4. Kriteria Penolakan

 H_0 ditolak jika (sesuaikan dengan hipotesis yang digunakan)

- a. $t_{hitung} < -t_{\frac{\alpha}{2},df}$ atau $t_{hitung} > t_{\frac{\alpha}{2},df}$
- b. $t_{hitung} > t_{\alpha,df}$ c. $t_{hitung} < -t_{\alpha,df}$

Dengan $df = n_1 + n_2 - 2$ merupakan derajat kebebasan.

5. Kesimpulan

Contoh

Seorang pengusaha taksi besar ingin menguji penggunaan rata-rata bensin atau jarak tempuh rata-rata dari dua merek taksi yang diusahakan. Lima taksi merek SUBARU dicoba dan ternyata 1 liter bensin dapat menempuh jarak rata-rata 10 km dengan simpangan baku 1 km. Delapan taksi merek TIGA BERLIAN diuji, ternyata 1 liter bensin bisa mencapai rata-rata 12 km dengan simpangan baku 1,2 km.

Apakah rata-rata jarak yang bisa ditempuh per 1 liter bensin dari kedua merek tersebut mempunyai perbedaan yang signifikan? Gunakan $\alpha=0.05$ dan Asumsikan data menyebar normal.

□ Uji Homogenitas

Penyelesaian

1. Hipotesis:

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \text{ vs } H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

- 2. Tingkat signifikansi : $\alpha = 0.05$
- 3. Statistik Uji:

$$F = \frac{S_2^2}{S_1^2} = \frac{(1,2)^2}{1^2} = 1,44$$

4. Kriteria Penolakan

 H_0 diterima jika $F_{hitung} < F_{(\alpha,df1,df2)}$. Karena df1 = 8-1=7 dan df2 = 5-1=4 maka menggunakan table F diperoleh $F_{(0,05,7,4)} = 6,09$. Karena $F_{hitung} = 1,44 < F_{tabel} = 6,09$ maka H_0 diterima.

5. Kesimpulan : $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

Diketahui:

$$n_1 = 5$$
, $\bar{x}_1 = 10$, $s_1 = 1$

$$n_2 = 8$$
, $\bar{x}_2 = 12$, $s_2 = 1.2$

Langkah Pengujian Hipotesis:

1. Hipotesis

$$H_0$$
: $\mu_1 - \mu_2 = 0$

vs
$$H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

- 2. Tingkat Signifikansi : $\alpha = 0.05$
- 3. Statistik Uji:

$$t = \frac{(\overline{x_1} - \overline{x_2}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)} = \frac{(10 - 12) - 0}{\sqrt{\frac{(5 - 1)(1^2) + (8 - 1)(1, 2^2)}{5 + 8 - 2}}} = \frac{-2}{\sqrt{\frac{4 + 10,08}{11}}} = \frac{-2}{\sqrt{\frac{183,04}{440}}} = -3, 1$$

4. Kriteria Penolakan

 H_0 ditolak jika $t_{hitung} < -t_{(\frac{\alpha}{2};df)}$.

Derajat Kebebasan $df = n_1 + n_2 - 2 = 5 + 8 - 2 = 11$.

Menggunakan tabel distribusi t diperoleh $t_{(0,025;11)}=2,201$. Dengan demikian, karena $t_{hitung}=-3,1<-2,201$ maka H_0 ditolak.

5. Kesimpulan

Jadi, rata-rata jarak yang bisa ditempuh 1 liter bensin dari kedua merek taksi tersebut memiliki perbedaan yang cukup signifikan.

Contoh

Melalui sebuah penelitian seorang peneliti bermaksud menguji signfikansi perbedaan kemampuan berbicara dalam bahasa Inggris antara mahasiswa Introvert dan Ekstrovert dengan hasil sbb:

No	Skor Introvert	Frekuensi	Skor Ekstrovert	Frekuensi
1	75	1	80	1
2	73	1	75	1
3	70	1	72	2
4	66	2	70	2
5	65	3	68	4
6	62	4	65	3
7	60	3	63	1
8	58	1	60	1
9	55	1	-	

Gunakan tingkat signifikansi $\alpha = 0.05$ untuk menguji hipotesis apakah kemampuan rata-rata berbahasa Inggris kedua kelompok mahasiswa tersebut tidak lebih dari 60?

Penyelesaian

		Sk	or Introv	ert	Skor Ekstrovert					
No	X_2	f_i	$f_i X_2$	$f_i(X_2 - \bar{X})^2$	X_1	f_i	$f_i X_1$	$f_i(X_1-\bar{X})^2$		
1	75	1	75	123.60	80	1	80	129.96		
2	73	1	73	83.13	75	1	75	40.96		
3	70	1	70	37.43	72	2	144	23.12		
4	66	2	132	8.97	70	2	140	3.92		
5	65	3	195	3.75	68	4	272	1.44		
6	62	4	248	14.17	65	3	195	38.88		
7	60	3	180	45.22	63	1	63	31.36		
8	58	1	58	34.60	60	1	60	73.96		
9	55	1	55	78.90	_					
Jumlah		17	1086	429.76		15	1029	343.6		

$$\bar{X}_2 = \frac{1086}{17} = 63,88$$

$$s_2^2 = \frac{429,76}{17-1} = \frac{429,76}{16} = 25,28$$

$$\bar{X}_1 = \frac{1029}{15} = 68.6$$

$$s_1^2 = \frac{343.6}{15-1} = \frac{343.6}{14} = 24.54$$

□ Uji Homogenitas

1. Hipotesis:

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \text{ vs } H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

- 2. Tingkat signifikansi : $\alpha = 0.05$
- 3. Statistik Uji:

$$F = \frac{S_2^2}{S_1^2} = \frac{(25,28)^2}{(24,54)^2} = 1,061$$

4. Kriteria Penolakan

 H_0 diterima jika $F_{hitung} < F_{(\alpha,df1,df2)}$. Karena df1 = 17 - 1 = 16 dan df2 = 15 - 1 = 14 maka menggunakan table F diperoleh $F_{(0,05,16,14)} = 2,37$. Karena $F_{hitung} = 1,061 < F_{tabel} = 2,37$ maka H_0 diterima.

5. Kesimpulan : $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

Langkah Uji Hipotesis:

1. Hipotesis

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 \le 60$$
 vs $H_1: \mu_1 - \mu_2 > 60$

- 2. Tingkat Signifikansi : $\alpha = 0.05$
- 3. Statistik Penguji:

$$t = \frac{(\overline{x_1} - \overline{x_2}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\left(\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}\right)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{(68,6 - 63,88) - 60}{\sqrt{\left(\frac{(15 - 1)(24,54) + (17 - 1)(25,28)}{15 + 17 - 2}\right)\left(\frac{1}{15} + \frac{1}{17}\right)}} = \frac{-55,28}{\sqrt{(24,93)(0,125)}} = \frac{-55,28}{\sqrt{(24,$$

$$\frac{-55,28}{\sqrt{3,12}} = -31,3$$

4. Kriteria Penolakan

 H_0 ditolak jika $t_{hitung} < -t_{(\alpha;df)}$.

Derajat Kebebasan $df = n_1 + n_2 - 2 = 15 + 17 - 2 = 30$.

Menggunakan tabel distribusi t diperoleh $t_{(0,05;30)}=1,697$. Dengan demikian, karena $t_{hitung}=-31,3<-1,697$ maka H_0 ditolak.

5. Kesimpulan

Jadi, kemampuan rata-rata berbahasa Inggris kedua kelompok mahasiswa tersebut lebih dari 60

Uji Hipotesis Beda Rata-Rata Independen

Langkah Uji Hipotesis

 \square Langkah uji beda rata-rata dua sampel independent untuk sampel kecil $(n_1,n_2<30)$ dengan $\sigma_1^2
eq \sigma_2^2$

1. Hipotesis

\Box μ_0 diketahui

i.
$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = \mu_0$$
 vs $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq \mu_0$

ii.
$$H_0: \mu_1 - \mu_2 \le \mu_0$$
 vs $H_1: \mu_1 - \mu_2 > \mu_0$

$$iii.H_0: \mu_1 - \mu_2 \ge \mu_0 \text{ vs } H_1: \mu_1 - \mu_2 < \mu_0$$

\square μ_0 tidak diketahui ($\mu_0 = 0$)

i.
$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \text{ vs } H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$

ii.
$$H_0: \mu_1 \leq \mu_2 \text{ vs } H_1: \mu_1 > \mu_2$$

$$iii.H_0: \mu_1 \ge \mu_2 \text{ vs } H_1: \mu_1 < \mu_2$$

2. Tingkat Signifikansi : α

3. Statistik Penguji:

$$t = \frac{(\overline{x_1} - \overline{x_2}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

 \bullet n_1, n_2 : ukuran sampel 1 dan sampel 2

 $*\mu_1,\mu_2$: rata-rata populasi 1 dan 2 $*s_1^2,s_2^2$: variansi sampel 1 dan 2

4. Kriteria Penolakan

 $H_{
m 0}$ ditolak jika (sesuaikan dengan hipotesis yang digunakan)

- a. $t_{hitung} < -t_{\frac{\alpha}{2},df}$ atau $t_{hitung} > t_{\frac{\alpha}{2},df}$
- b. $t_{hitung} > t_{\alpha,df}$
- c. $t_{hitung} < -t_{\alpha,df}$

Dengan
$$df = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\left[\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1}\right] + \left[\frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1}\right]}$$

5. Kesimpulan

Contoh

Suatu penelitian terhadap suatu populasi mengambil 2 contoh masing-masing berukuran 15 dan 10. Berdasarkan hasil pengukuran diperoleh $\overline{X}_A = 2$, $\overline{X}_B = 1$, $s_A^2 = 10$ dan $s_B^2 = 35$. Tentukan apakah kedua contoh di atas berasal dari populasi dengan nilai tengah sama atau tidak!

□ Uji Homogenitas

1. Hipotesis:

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \text{ vs } H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

- 2. Tingkat signifikansi : $\alpha = 0.05$
- 3. Statistik Uji:

$$F = \frac{S_B^2}{S_A^2} = \frac{35}{10} = 3,5$$

4. Kriteria Penolakan

 H_0 ditolak jika $F_{hitung} > F_{(\alpha,df1,df2)}$. Karena df1 = 10 - 1 = 9 dan df2 = 15 - 1 = 14 maka menggunakan table F diperoleh $F_{(0,05,9,14)} = 2,65$. Karena $F_{hitung} = 3,5 > F_{tabel} = 2,65$ maka H_0 ditolak.

5. Kesimpulan : $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

Langkah Uji Hipotesis:

1. Hipotesis

$$H_0: \mu_A = \mu_B$$
 vs $H_1: \mu_A \neq \mu_B$

- 2. Tingkat Signifikansi : $\alpha = 0.05$
- 3. Statistik Penguji:

$$t = \frac{(\overline{x_A} - \overline{x_B}) - (\mu_A - \mu_B)}{\sqrt{\frac{s_A^2}{n_A} + \frac{s_B^2}{n_B}}} = \frac{(2 - 1) - 0}{\sqrt{\frac{10}{15} + \frac{35}{10}}} = 0,46$$

4. Kriteria Penolakan

 H_0 ditolak jika $t_{hitung} > t_{(\frac{\alpha}{2};df)}$.

Derajat Kebebasan
$$df = \frac{\left(\frac{s_A^2}{n_A} + \frac{s_B^2}{n_B}\right)^2}{\left[\frac{\left(\frac{s_A^2}{n_A}\right)^2}{n_{A-1}}\right] + \left[\frac{\left(\frac{s_B^2}{n_B}\right)^2}{n_{B-1}}\right]} = \frac{\left(\frac{10}{15} + \frac{35}{10}\right)^2}{\left[\frac{0.4489}{14}\right] + \left[\frac{12.25}{9}\right]} = \frac{17.39}{[0.0321 + 1.361]} = \frac{17.39}{1.3931} = 12.48 \approx 12.$$

Menggunakan tabel distribusi t diperoleh $t_{(0,025;12)}=2,179$. Dengan demikian, karena $t_{hitung}=0,46<2,179$ maka H_0 diterima.

5. Kesimpulan

Jadi, rata-rata kedua populasi tersebut sama.

Latihan

Misalkan sebuah perusahaan taksi hendak menentukan apakah penggunaan ban radial dibandingkan ban biasa dapat menghemat bahan bakar atau tidak. Dua belas mobil dilengkapi dengan ban radial dan kemudian dicoba pada suatu rute yang ditentukan terlebih dahulu. Tanpa mengganti pengemudinya, ban mobil- ban mobil yang sama kemudian diganti dengan ban biasa dan dicoba sekali lagi pada rute yang sama. Konsumsi bahan bakarnya (dalam Km/liter) tersaji

dalam Tabel berikut.

Pada taraf nyata 5%, dapatkah kita menyimpulkan bahwa mobil dengan ban radial lebih hemat bahan bakar daripada mobil dengan biasa?

24.1.1	Konsumsi Bahan Bakar (Km/liter)						
Mobil	Ban Radial	Ban Biasa					
1	4,2	4,1					
2	4,7	4,9					
3	6,6	6,2					
4	7,0	6,9					
5	6,7	6,8					
6	4,5	4,4					
7	5,7	5,7					
8	6,0	5,8					
9	7,4	6,9					
10	4,9	4,7					
11	6,1	6,0					
12	5,2	4,9					

 \square Langkah uji beda rata-rata dua sampel independent untuk sampel Besar $(n_1,n_2>30)$

- 1. Hipotesis
- \Box μ_0 diketahui

i.
$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = \mu_0$$
 vs $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq \mu_0$

ii.
$$H_0: \mu_1 - \mu_2 \le \mu_0$$
 vs $H_1: \mu_1 - \mu_2 > \mu_0$

$$iii.H_0: \mu_1 - \mu_2 \ge \mu_0 \text{ vs } H_1: \mu_1 - \mu_2 < \mu_0$$

\square μ_0 tidak diketahui $(\mu_0=0)$

i.
$$H_0: \mu_1 = \mu_2 \text{ vs } H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$

$$\| ii. \ H_0 : \mu_1 \leq \mu_2 \ imes H_1 : \mu_1 > \mu_2 \|$$

$$iii.H_0: \mu_1 \geq \mu_2$$
 vs $H_1: \mu_1 < \mu_2$

2. Tingkat Signifikansi : α

3. Statistik Penguji:

$$Z = \frac{(\overline{X_1} - \overline{X_2}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

 n_1, n_2 : ukuran sampel 1 dan sampel 2

 $\clubsuit \mu_1, \mu_2$: rata-rata populasi 1 dan 2

 $\star \sigma_1^2, \sigma_2^2$: variansi populasi 1 dan 2

4. Kriteria Penolakan

 H_0 ditolak jika (sesuaikan dengan hipotesis yang digunakan)

- a. $Z_{hitung} < -Z_{\frac{\alpha}{2}}$ atau $Z_{hitung} > Z_{\frac{\alpha}{2}}$
- b. $Z_{hitung} > Z_{\alpha}$ c. $Z_{hitung} < -Z_{\alpha}$

5. Kesimpulan

Contoh

Dalam suatu penelitian, akan dibandingkan prestasi mata pelajaran Bahasa Inggris siswa yang berasal dari SMA IPA dan yang berasal dari SMA IPS. Sampel random sebanyak 40 siswa SMA IPA memiliki rata-rata nilai Bahasa Inggris 6,5 dengan simpangan baku 1,1. Sampel random sebanyak 30 siswa SMA IPS memiliki rata-rata nilai Bahasa Inggris 6,0 dengan standar deviasi 1,2. Dengan $\alpha=5\%$, apakah rata-rata nilai Bahasa Inggris siswa SMA IPA lebih baik dari yang berasal dari SMA IPS?

Diketahui:

Penyelesaian

$$n_1 = 40$$
, $\bar{x}_1 = 6.5$, $s_1 = 1.1$

$$n_2 = 30$$
, $\bar{x}_2 = 6$, $s_2 = 1.2$

Langkah Pengujian Hipotesis:

1. Hipotesis

$$H_0: \ \mu_1 \le \mu_2$$
 vs $H_1: \ \mu_1 > \mu_2$

- 2. Tingkat Signifikansi : $\alpha = 0.05$
- 3. Statistik Uji:

$$Z = \frac{(\overline{X_1} - \overline{X_2}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{n_1 + n_2}}} = \frac{(6,5-6) - 0}{\sqrt{\frac{(1,1)^2}{40} + \frac{(1,2)^2}{30}}} = \frac{0,5}{0,2797} = 1,79$$

4. Kriteria Penolakan

 H_0 ditolak jika $Z_{hitung} > Z_{\alpha}$.

Menggunakan tabel distribusi Z diperoleh $Z_{0,05}=1,64$. Dengan demikian, karena $Z_{hitung}=1,79>1,64$ maka H_0 ditolak.

5. Kesimpulan

Jadi, nilai rata-rata bahasa Inggris siswa SMA IPA lebih baik dari siswa SMA IPS

Latihan

Di kota Surakarta 100 pelanggan air minum mengkonsumsi rata-rata 50 m^3 sebulan dengan standar deviasi $10m^3$. Sampel lain menunjukkan bahwa di kota Yogyakarta sebanyak 50 pelanggan menunjukkan rata-rata konsumsi air minum sebesar $45m^3$ dengan standar deviasi $12~m^3$. Apakah dapat disimpulkan bahwa pemakaian air minum di kedua kelompok pelanggan tersebut mempunyai perbedaan secara signifikan? Gunakan $\alpha=0.01$

t Table

cum. prob	t .50	t.75	t _{.80}	t .85	t .90	t .95	t .975	t .99	t .995	t .999	t_9995
one-tail	0.50	0.25	0.20	0.15	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
two-tails	1.00	0.50	0.40	0.30	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.002	0.001
df											
1	0.000	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66	318.31	636.62
2	0.000	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327	31.599
3	0.000	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.215	12.924
4	0.000	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	0.000	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	0.000	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	0.000	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	0.000	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	0.000	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	0.000	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	0.000	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	0.000	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	0.000	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	0.000	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	0.000	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	0.000	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	0.000	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	0.000	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19	0.000	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	0.000	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
21	0.000	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819
22	0.000	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	0.000	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.768
24	0.000	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	0.000	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
26	0.000	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707
27	0.000	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	3.690
28	0.000	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	3.674
29	0.000	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	3.659
30	0.000	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646

Uji Hipotesis Beda Rata-Rata Berpasangan

Uji Hipotesis Beda Rata-Rata Berpasangan (*Paired t-test*)

Uji beda rata-rata dua sampel berpasangan dilakukan ketika terdapat dua kelompok data yang akan diteliti berasal dari populasi yang sama, tetapi dibedakan antara kelompok pertama (sebelum perlakuan) dan kelompok kedua (setelah perlakuan).

Uji ini biasanya digunakan untuk mengetahui pengaruh suatu metode yang diterapkan pada populasi tersebut memberikan hasil yang berbeda terhadap kondisi awal dari populasi.

Hipotesis Null (H_0) dari uji ini adalah rata-rata antara kedua kelompok adalah sama.

Artinya tidak ada perbedaan hasil dari kelompok pertama dengan kelompok kedua.

Hipotesis alternatifnya (H_1) bisa salah satu dari tiga kemungkinan yaitu rataratanya tidak sama, rata-rata kelompok pertama lebih besar dari kelompok kedua, atau rata-rata kelompok pertama lebih kecil dari kelompok kedua.

Langkah Uji Hipotesis

☐ Hipotesis:

a.
$$H0: \mu_1 - \mu_2 = \mu_0$$
 vs $H1: \mu_1 - \mu_2 \neq \mu_0$

b.
$$H0: \mu_1 - \mu_2 = \mu_0$$
 vs $H1: \mu_1 - \mu_2 > \mu_0$

c.
$$H0: \mu_1 - \mu_2 = \mu_0$$
 vs $H1: \mu_1 - \mu_2 < \mu_0$

 \Box Tingkat signifikansi : α

□Uji Statistik:

$$t = \frac{\overline{D} - \mu_0}{\frac{S_D}{\sqrt{n}}}$$

 \overline{D} : rata-rata selisih data pada kelompok 1 & kelompok 2

 S_D : Simpangan baku dari D

n : banyak data

Lanjutan...

 \square Kriteria Penolakan H_0

 H_0 ditolak jika

i.
$$t < -t_{\frac{\alpha}{2},df}$$
 atau $t > t_{\frac{\alpha}{2},df}$

ii.
$$t > t_{\alpha,df}$$

iii.
$$t < -t_{\alpha,df}$$

Dengan
$$df = n - 1$$

□Kesimpulan

Contoh

Sebuah sekolah atletik telah mengambil instruktur baru dan ingin menguji efektivitas jenis pelatihan baru yang dusulkan dengan membandingkan rata-rata 10 pelari di lintasan 100 m. Berikut adalah catatan waktu (detik) sebelum dan sesudah pelatihan dari masing-masing pelari :

Sebelum	12.9	13.5	12.8	15.6	17.2	19.2	12.6	15.3	14.4	11.3
Sesudah	12.7	13.6	12	15.2	16.8	20	12	15.9	16	11.1

Dengan mengambil α =5%, akan dilakukan pengujian apakah ada perbedaan antara jenis pelatihan sebelum instruktur baru dengan setelah ada instruktur baru.

Pelari	Sebelum (X ₁)	Sesudah (X_2)	$D = X_1 - X_2$	$(D-\overline{D})^2$
А	12.9	12.7	0.2	0.0625
В	13.5	13.6	-0.1	0.0025
С	12.8	12	0.8	0.7225
D	15.6	15.2	0.4	0.2025
E	17.2	16.8	0.4	0.2025
F	19.2	20	-0.8	0.5625
G	12.6	12	0.6	0.4225
Н	15.3	15.9	-0.6	0.3025
I	14.4	16	-1.6	2.4025
J	11.3	11.1	0.2	0.0625
Jumlah			-0.5	4,945

$$\overline{D} = \frac{\sum D}{n} = -\frac{0.5}{10} = -0.05$$

$$\overline{D} = \frac{\sum D}{n} = -\frac{0.5}{10} = -0.05$$

$$S_D^2 = \frac{\sum (D - \overline{D})^2}{n - 1} = \frac{4.945}{10 - 1} = 0.5494$$

$$S_D = \sqrt{S_D^2} = \sqrt{0.5606} = 0.7412$$

$$S_D = \sqrt{S_D^2} = \sqrt{0.5606} = 0.7412$$

Penyelesaian

□Hipotesis:

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$$
 vs $H_1 = \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

 \Box Tingkat Signifikansi : $\alpha = 0.05$

□Statistik Uji:

$$t = \frac{\overline{D} - \mu_0}{S_D / \sqrt{n}} = -\frac{0,05 - 0}{\frac{0,7412}{\sqrt{10}}} = -0,2133$$

□Kriteria Penolakan H₀

 H_0 ditolak jika $t_{hitung} < -t_{\frac{\alpha}{2},df}$. Karena df = n-1=9 dan dengan table t-student didapat $t_{0,025;9}=2,262$. Dengan demikian, $t_{hitung}=-0,2133>-2,262$ sehingga H_0 tidak ditolak.

□Kesimpulan:

Jadi, ada perbedaan antara jenis pelatihan sebelum instruktur baru dengan setelah ada instruktur baru.

Latihan

Suatu studi dilakukan untuk menguji tekanan darah sistolik pada wanita pada saat tanpa terapi dan setelah dilakukan terapi dengan menggunakan pil OCs. Uji dilakukan untuk melihat apakah terdapat perbedaan rata-rata tekanan darah sistolik pada wanita antara sebelum dengan sesudah terapi. Adapun hasil yang diperoleh sbb:

Sebelum 115	112	107	119	115	138	126	105	104	115
Sesudah 128	115	106	128	122	145	132	109	102	117

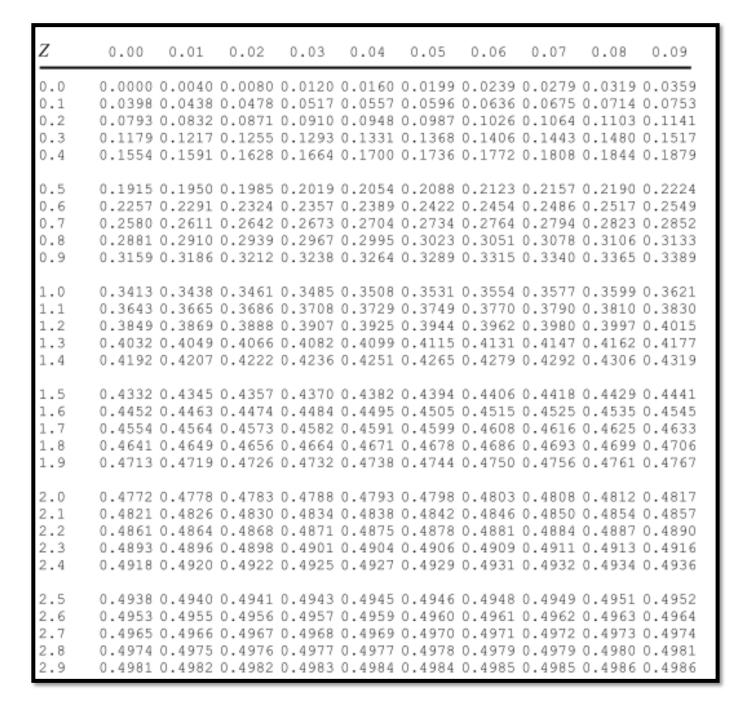
Apakah setelah terapi pil OCs rata-rata tekanan darah sistolik pada wanita akan meningkat secara signifikan?(α =5%)

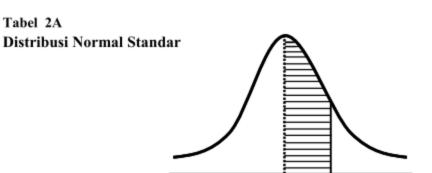
Latihan

Sebuah obat diiklankan mampu menurunkan berat badan orang yang meminumnya secara teratur dalam waktu 3 minggu sampai dengan 5 Kg. Untuk itu YLKI perlu mengambil data dan diperoleh data sbb:

Sebelum	78	77	73	65	59	53	61	62	62	60	61
Sesudah	72	73	69	61	53	49	55	56	57	53	54

Bantulah YLKI memutuskan apakah iklan tersebut benar atau bohong? (α=5%)





Tugas no 1

Seorang Guru ingin mengetahui pengaruh musik klasik terhadap kecepatan mengerjakan puzzle pada anak TK. Setelah mendapatkan 16 orang anak Tk, ia mengacak mereka untuk dimasukkan ke dalam 2 kelompok, yaitu KE dan KK. Pada KE diperdengarkan musik klasik saat setiap anak mengerjakan puzzle, sedangkan pada KK mengerjakan hal yang sama tanpa diperdengarkan apapun. Nilai diperoleh dari waktu (detik) yang dibutuhkan untuk menyelesaikan puzzle. Data adalah waktu (dalam detik) yang dibutuhkan untuk mengerjakan puzzle (Sesuai table di samping).

- a. Lakukan uji normalitas terhadap masing-masing kelompok data tersebut
- b. Lakukan Uji Homogenitas terhadap kedua kelompok data tersebut
- c. Ujilah apakah terdapat perbedaan pengaruh pemberian music klasik dengan tanpa diberikan music klasik!

KE	KK
178	191
175	202
187	183
170	196
175	195
173	193
163	207
171	198

Tugas No 2

Seorang mahasiswa sedang melakukan penelitian di SMA Mercumatika dengan mengambil sampel 10 siswa. Penelitian tersebut berkaitan dengan penerapan Pendekatan Problem Solving yang diharapkan dapatkan meningkatkan prestasi belajar matematika. Instrumen tes diujicobakan baik sebelum pendekatan maupun sesudah diterapkan pendekatan Problem Solving. Adapun hasil tes tersebut sesuai tabel di samping.

Dengan tingkat signifikansi 0,05 maka:

- a. Uji dulu apakah standar deviasi hasil tes sebelum dan sesudah diterapkan pendekatan problem solving sama besar.
- b. Dapatkah disimpulkan bahwa pendekatan problem solving dapat meningkatkan prestasi belajar matematika?

ID	Sebelum	sesudah
1	77,4	78,3
2	83,2	84,7
3	75,7	77,4
4	92,4	95,6
5	80,2	82,0
6	68,1	69,4
7	76,9	79,7
8	83,9	85,6
9	90,4	92,8
10	95,2	99,2

Tugas No 3

Sembilan orang berpartisipasi dalam suatu penelitian yang bertujuan untuk mengetahui efektivitas suatu program diit dalam menurunkan level serum kolesterol untuk 9 orang sebelum dan sesudah mengikuti program diit tersebut. Dengan tingkat signifikansi 1%, dapatkah dikatakan bahwa program diit tersebut efektif dalam menurunkan level serum kolesterol?

Sebelum	215	231	221	260	228	237	326	240	267
Sesudah	200	236	210	233	224	216	296	207	247