

Statistika Inferensia Dasar

Pertemuan 8

Analysis Of Variance *(ANoVa)*

Pendahuluan

- Jika uji t digunakan untuk membandingkan 2 rata-rata/parameter sampel;
- ANOVA digunakan untuk membandingkan rata-rata lebih dari 2 sampel

Contoh:

- Membandingkan rata-rata konsentrasi protein dalam larutan sampel yang disimpan di bawah kondisi yang berbeda
- Membandingkan rata-rata hasil analit dengan berbagai metode
- Membandingkan hasil titrasi yang diperoleh oleh analis

- **Prinsip Anova** adalah membagi komponen variabilitas data menjadi dua sumber variasi yaitu variasi dalam kelompok (WITHIN) dan variasi antar kelompok (BETWEEN).
- Analisis varian (ANOVA) dibedakan menjadi 2 yaitu:
 - ❑ analisis ragam satu arah (*One way anova*)
 - ❑ analisis ragam dua arah (*Two way anova*)
 - ❑ Multivariat Anova (Manova)

Anova : menguji rata-rata satu kelompok / lebih melalui satu variabel dependen / lebih berbeda secara signifikan atau tidak.

ONE WAY ANOVA

Satu variabel dependen (kuantitatif) dan satu kelompok (kualitatif)

Contoh : apakah pandangan siswa tentang IPS (kuantitatif) berbeda berdasarkan jenjang pendidikannya (kualitatif : SD, SLTP, SMU)

UNIVARIAT ANOVA

Satu variabel dependen tetapi kelompok berbeda

Contoh : apakah rata-rata ulangan berbeda berdasarkan klasifikasi sekolah dan kelompok penelitian

MULTIVARIAT ANOVA

Variabel dependen lebih dari satu tetapi kelompok sama

Contoh : apakah rata-rata ulangan dan pandangan siswa terhadap IPS berbeda untuk tiap daerah

Variabel dependen lebih dari satu dan kelompok berbeda

Contoh : apakah rata-rata ulangan dan pandangan siswa terhadap IPS berbeda berdasarkan klasifikasi Sekolah dan kelompok penelitian

- Untuk melakukan ANOVA ini kita menggunakan uji-F.
- Tujuan dari uji F (*Fisher's test*) adalah untuk menguji perbedaan variansi dua populasi dan perbedaan mean (rata-rata) lebih dari dua populasi.
- **Asumsi melakukan analisis varians** adalah:
 1. Populasi-populasi yang diteliti berdistribusi normal
 2. Populasi tersebut memiliki varian yang sama.
 3. Sampel yang diambil dari populasi tersebut bersifat independen dan diambil secara acak.

Anova Satu Arah (One Way Anova)

- ❑ Anova Satu arah digunakan untuk menguji signifikansi perbedaan rata-rata hitung yang melibatkan 1 variable bebas terhadap 1 variable bebas.
- ❑ Misalkan kita ingin melihat pengaruh bentuk Kemasan suatu produk terhadap penjualan.
- Jika faktor yang menjadi perhatian kita adalah pengaruh bentuk kemasan suatu produk pada tingkat penjualan, maka digunakan Anova One Way.
- Jika pusat perhatian, selain jenis kemasan, juga tertuju pada pengaruh aroma pada tingkat penjualan, maka digunakan ANOVA dua arah (Two Way Anova).

Uji Hipotesis Anova One Way

- Dalam analisis ragam Anova hipotesis yang digunakan Hanya berupa hipotesis untuk kasus dua arah.
- Anova tidak dapat menentukan mana kelompok yang benar-benar berbeda.
- Anova hanya mampu mendeteksi Apakah ada perbedaan rata-rata dari beberapa kelompok tersebut.

	Populasi				Total
	1	2	...	k	
Sampel	X_{11}	X_{21}	...	X_{k1}	
	X_{12}	X_{22}	...	X_{k2}	
	
	X_{1n}	X_{2n}	...	X_{kn}	
Total	T_1	T_2	...	T_k	T
Ukuran	n_1	n_2	...	n_k	N
Rata-rata	\bar{x}_1	\bar{x}_2	...	\bar{x}_k	

Keterangan:

X_{ij} : elemen ke- i dalam sampel ke- j

T_j : Jumlah elemen pada populasi ke- j

$$T = T_1 + T_2 + \cdots + T_k$$

N : Jumlah seluruh observasi

n_j : Banyaknya observasi pada populasi ke- j

\bar{x}_j : rata-rata pada populasi ke- j

Prosedur Uji Hipotesis

✓ Hipotesis

1. $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$ (Tidak ada perbedaan rata-rata yang signifikan)
2. $H_1 : \mu_i \neq \mu_j$, dengan $i \neq j$ (Ada perbedaan rata-rata yang signifikan)

✓ Tingkat Signifikansi : α

✓ Statistik Penguji:

Untuk mendapatkan nilai f_{tabel} maka digunakan $df_1 = k - 1$ dan $df_2 = N - k$.

Tabel Anova:

Sumber Variabilitas	Jumlah Kuadrat	Derajat Kebebasan (df)	Rata-Rata Jumlah Kuadrat	F_{hitung}
Perlakuan	JKP	$k - 1$	RJKP	$F_{hitung} = \frac{RJKP}{RJKG}$
Galat/Error	JKG	$N - k$	RJKG	
Total	JKT	$N - 1$		

- $JKP = \text{Jumlah Kuadrat Perlakuan} = \sum \frac{T_j^2}{n_i} - \frac{T^2}{N}$
- $JKT = \text{Jumlah Kuadrat Total} = \sum x_{ij}^2 - \frac{T^2}{N}$
- $JKG = \text{Jumlah Kuadrat Galat} = JKT - JKP$
- $RJKP = \text{Rata-rata Jumlah Kuadrat Perlakuan} = S_1^2 = \frac{JKP}{k-1}$
- $RJKG = \text{Rata-rata Jumlah Kuadrat Galat} = S_2^2 = \frac{JKG}{N-k}$
- $F_{hitung} = \frac{RJKP}{RJKG}$

✓ **Kriteria Penolakan H_0 :**

H_0 ditolak jika $F_{hitung} > F_{tabel}$

✓ **Kesimpulan**

Contoh

Seorang supervisor suatu perusahaan air minum ingin mengetahui apakah ada perbedaan nyata dari penjualan air minum di daerah JABOTABEK. Diambil sampel berupa data penjualan air minum, masing-masing 5 outlet dengan data sebagai berikut:

No	Daerah Penjualan				Jumlah
	Jakarta	Bogor	Tangerang	Bekasi	
1	63	56	56	53	
2	66	60	60	55	
3	63	65	57	54	
4	62	69	54	51	
5	65	65	58	52	
Jumlah	319	315	285	265	1184

Dengan tingkat signifikansi 5%, apakah ada perbedaan rata-rata penjualan di antara empat daerah tersebut?

Penyelesaian

- **Hipotesis:**

1. H_0 : Tidak Ada Perbedaan Rata-Rata Penjualan ($\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$)
2. H_1 : Ada perbedaan Rata-Rata Penjualan ($\mu_i \neq \mu_j$)

- **Tingkat Signifikansi:** $\alpha = 5\%$

- **Statistik Penguji:**

$$df_1 = k - 1 = 4 - 1 = 3 \text{ (derajat kebebasan untuk Pembilang)}$$

$$df_2 = N - k = 20 - 4 = 16 \text{ (derajat kebebasan untuk Penyebut)}$$

Diperoleh Nilai $f_{tabel} = f_{\alpha; df_1; df_2} = 3,24$.

Selanjutnya,

$$\circ JKP = \left(\sum \frac{T_j^2}{n_j} \right) - \frac{T^2}{N} = \left(\frac{319^2}{5} + \frac{315^2}{5} + \frac{285^2}{5} + \frac{265^2}{5} \right) - \frac{1184^2}{20} = 70487,2 - 70092,8 = 394,4$$

$$\circ JKT = \left(\sum X_{ij}^2 \right) - \frac{T^2}{N} = 70630 - 70092,8 = 537,2$$

$$\circ JKG = JKT - JKP = 537,2 - 394,4 = 142,8$$

$$\circ RJKP = \frac{JKP}{k-1} = \frac{394,4}{3} = 131,4667$$

$$\circ RJKG = \frac{JKG}{N-k} = \frac{537,2}{16} = 33,575$$

Dengan demikian diperoleh

$$F_{hitung} = \frac{RJKP}{RJKG} = \frac{131,4667}{33,575} = 3,9156$$

✓ Kriteria Penolakan H_0

H_0 ditolak jika $F_{hitung} > F_{tabel}$. Karena $F_{hitung} = 3,9156 > 3,24 = F_{tabel}$ maka H_0 ditolak.

✓ Kesimpulan

Jadi, ada perbedaan yang nyata diantara penjualan air di empat outlet di Jabotabek.

Latihan Soal 1

Suatu penelitian dilakukan untuk mengetahui apakah terdapat pengaruh perbedaan kartu kredit terhadap penggunaannya. Data di bawah ini adalah jumlah uang yang dibelanjakan ibu rumah tangga menggunakan kartu kredit (dalam \$). Empat jenis kartu kredit dibandingkan:

Jumlah yang dibelanjakan (\$)			
ASTRA	BCA	CITI	AMEX
8	12	19	13
7	11	20	12
10	16	15	14
12	10	18	15
11	12	19	

Ujilah dengan $\alpha = 0.05$, apakah terdapat pengaruh perbedaan kartu kredit pada penggunaannya?

Latihan Soal 2

Tiga kelompok subyek penelitian untuk menguji metode pengajaran mana yang paling baik. Metode pertama adalah ceramah, metode kedua diskusi dan metode ketiga praktek. Data hasil penelitian adalah sebagai berikut :

Ceramah	Diskusi	Praktek
25	17	26
11	16	20
16	18	17
26	20	26
32	10	43
25	14	46
30	19	35
17		34

Ujilah dengan $\alpha = 0.05$, apakah terdapat perbedaan pengaruh dari ketiga metode pengajaran tersebut?

Latihan Soal 3

Seorang ingin mengetahui perbedaan prestasi belajar untuk mata kuliah statistika antara mahasiswa tugas belajar, izin belajar dan umum. Data diambil dari nilai UTS sebagai berikut:

Tugas belajar(A1) = 6, 8, 5, 7, 7, 6, 6, 8, 7, 6, 7 = 11 orang

Izin belajar (A2) = 5, 6, 6, 7, 5, 5, 5, 6, 5, 6, 8, 7 = 12 orang

Umum (A3) = 6, 9, 8, 7, 8, 9, 6, 6, 9, 8, 6, 8 = 12 orang

Buktikan apakah ada perbedaan atau tidak?

Latihan Soal 4

Terdapat 4 empat mesin yang akan diperbandingkan. Oleh karena itu, mesin-mesin ini dijalankan oleh tenaga manusia, dan oleh karena faktor-faktor lain yang tidak dapat diterangkan, sehingga keluaran per jamnya dianggap memiliki kemungkinan produktivitasnya tidak sama. Di bawah ini disajikan sampel acak dari keluaran yang diamati selama 5 jam yang berbeda.

Produktivitas empat mesin				
Jam ke-	Mesin 1	Mesin 2	Mesin 3	Mesin 4
1	20	30	60	50
2	30	40	80	50
3	10	30	70	50
4	30	50	40	30
5	10	0	100	20

Buktikan apakah ada perbedaan atau tidak pada produktivitas empat mesin tersebut?