

# *Analisis Multivariat*

## *Pertemuan 2*

*Wahyu Sri Utami, S.Si., M.Sc.*

*Program Studi Sains Data  
Universitas Teknologi Yogyakarta*

# *Analysis Of Variance* *(ANoVa)*

# Pendahuluan

- Jika uji t digunakan untuk membandingkan 2 rata-rata/parameter sampel;
- ANOVA digunakan untuk membandingkan rata-rata lebih dari 2 sampel

## Contoh:

- Membandingkan rata-rata konsentrasi protein dalam larutan sampel yang disimpan di bawah kondisi yang berbeda
- Membandingkan rata-rata hasil analit dengan berbagai metode
- Membandingkan hasil titrasi yang diperoleh oleh analis

- **Prinsip Anova** adalah membagi komponen variabilitas data menjadi dua sumber variasi yaitu variasi dalam kelompok (WITHIN) dan variasi antar kelompok (BETWEEN).
- Analisis varian (ANOVA) dibedakan menjadi 2 yaitu:
  - ❑ analisis ragam satu arah (*One way anova*)
  - ❑ analisis ragam dua arah (*Two way anova*)
  - ❑ Multivariat Anova (Manova)

**Anova** : menguji rata-rata satu kelompok / lebih melalui satu variabel dependen / lebih berbeda secara signifikan atau tidak.

**ONE WAY ANOVA**

Satu variabel dependen (kuantitatif) dan satu kelompok (kualitatif)

Contoh : apakah pandangan siswa tentang IPS (kuantitatif) berbeda berdasarkan jenjang pendidikannya (kualitatif : SD, SLTP, SMU)

**UNIVARIAT ANOVA**

Satu variabel dependen tetapi kelompok berbeda

Contoh : apakah rata-rata ulangan berbeda berdasarkan klasifikasi sekolah dan kelompok penelitian

**MULTIVARIAT ANOVA**

Variabel dependen lebih dari satu tetapi kelompok sama

Contoh : apakah rata-rata ulangan dan pandangan siswa terhadap IPS berbeda untuk tiap daerah

Variabel dependen lebih dari satu dan kelompok berbeda

Contoh : apakah rata-rata ulangan dan pandangan siswa terhadap IPS berbeda berdasarkan klasifikasi Sekolah dan kelompok penelitian

- Untuk melakukan ANOVA ini kita menggunakan uji-F.
- Tujuan dari uji F (*Fisher's test*) adalah untuk menguji perbedaan variansi dua populasi dan perbedaan mean (rata-rata) lebih dari dua populasi.
- **Asumsi melakukan analisis varians** adalah:
  1. Populasi-populasi yang diteliti berdistribusi normal
  2. Populasi tersebut memiliki varian yang sama.
  3. Sampel yang diambil dari populasi tersebut bersifat independen dan diambil secara acak.

# Anova Satu Arah ( One Way Anova)

- ❑ Anova Satu arah digunakan untuk menguji signifikansi perbedaan rata-rata hitung yang melibatkan 1 variable bebas terhadap 1 variable bebas.
- ❑ Misalkan kita ingin melihat pengaruh bentuk Kemasan suatu produk terhadap penjualan.
- Jika faktor yang menjadi perhatian kita adalah pengaruh bentuk kemasan suatu produk pada tingkat penjualan, maka digunakan Anova One Way.
- Jika pusat perhatian, selain jenis kemasan, juga tertuju pada pengaruh aroma pada tingkat penjualan, maka digunakan ANOVA dua arah (Two Way Anova).

# Uji Hipotesis Anova One Way

- Dalam analisis ragam Anova hipotesis yang digunakan Hanya berupa hipotesis untuk kasus dua arah.
- Anova tidak dapat menentukan mana kelompok yang benar-benar berbeda.
- Anova hanya mampu mendeteksi Apakah ada perbedaan rata-rata dari beberapa kelompok tersebut.



|           | Populasi    |             |     |             | Total |
|-----------|-------------|-------------|-----|-------------|-------|
|           | 1           | 2           | ... | k           |       |
| Sampel    | $X_{11}$    | $X_{21}$    | ... | $X_{k1}$    |       |
|           | $X_{12}$    | $X_{22}$    | ... | $X_{k2}$    |       |
|           | ...         | ...         | ... | ...         |       |
|           | $X_{1n}$    | $X_{2n}$    | ... | $X_{kn}$    |       |
| Total     | $T_1$       | $T_2$       | ... | $T_k$       | T     |
| Ukuran    | $n_1$       | $n_2$       | ... | $n_k$       | N     |
| Rata-rata | $\bar{x}_1$ | $\bar{x}_2$ | ... | $\bar{x}_k$ |       |

**Keterangan:**

$X_{ij}$  : elemen ke- $i$  dalam sampel ke- $j$

$T_j$  : Jumlah elemen pada populasi ke- $j$

$$T = T_1 + T_2 + \dots + T_k$$

$N$  : Jumlah seluruh observasi

$n_j$  : Banyaknya observasi pada populasi ke- $j$

$\bar{x}_j$  : rata-rata pada populasi ke- $j$

# Prosedur Uji Hipotesis

## ✓ Hipotesis

1.  $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$  (Tidak ada perbedaan rata-rata yang signifikan)
2.  $H_1 : \mu_i \neq \mu_j$  , dengan  $i \neq j$  (Ada perbedaan rata-rata yang signifikan)

## ✓ Tingkat Signifikansi : $\alpha$

## ✓ Statistik Penguji:

Untuk mendapatkan nilai  $f_{tabel}$  maka digunakan  $df_1 = k - 1$  dan  $df_2 = N - k$ .

**Tabel Anova:**

| Sumber Variabilitas | Jumlah Kuadrat | Derajat Kebebasan<br>( $df$ ) | Rata-Rata Jumlah<br>Kuadrat | $F_{hitung}$                     |
|---------------------|----------------|-------------------------------|-----------------------------|----------------------------------|
| Perlakuan           | JKP            | $k - 1$                       | RJKP                        | $F_{hitung} = \frac{RJKP}{RJKG}$ |
| Galat/Error         | JKG            | $N - k$                       | RJKG                        |                                  |
| Total               | JKT            | $N - 1$                       |                             |                                  |

- $JKP = \text{Jumlah Kuadrat Perlakuan} = \sum \frac{T_j^2}{n_j} - \frac{T^2}{N}$
- $JKT = \text{Jumlah Kuadrat Total} = \sum x_{ij}^2 - \frac{T^2}{N}$
- $JKG = \text{Jumlah Kuadrat Galat} = JKT - JKP$
- $RJKP = \text{Rata-rata Jumlah Kuadrat Perlakuan} = S_1^2 = \frac{JKP}{k-1}$
- $RJKG = \text{Rata-rata Jumlah Kuadrat Galat} = S_2^2 = \frac{JKG}{N-k}$
- $F_{hitung} = \frac{RJKP}{RJKG}$

✓ **Kriteria Penolakan  $H_0$ :**

$H_0$  ditolak jika  $F_{hitung} > F_{tabel}$

✓ **Kesimpulan**

# Contoh

Seorang supervisor suatu perusahaan air minum ingin mengetahui apakah ada perbedaan nyata dari penjualan air minum di daerah JABOTABEK. Diambil sampel berupa data penjualan air minum, masing-masing 5 outlet dengan data sebagai berikut:

| No     | Daerah Penjualan |       |           |        | Jumlah |
|--------|------------------|-------|-----------|--------|--------|
|        | Jakarta          | Bogor | Tangerang | Bekasi |        |
| 1      | 63               | 56    | 56        | 53     |        |
| 2      | 66               | 60    | 60        | 55     |        |
| 3      | 63               | 65    | 57        | 54     |        |
| 4      | 62               | 69    | 54        | 51     |        |
| 5      | 65               | 65    | 58        | 52     |        |
| Jumlah | 319              | 315   | 285       | 265    | 1184   |

Dengan tingkat signifikansi 5%, apakah ada perbedaan rata-rata penjualan di antara empat daerah tersebut?

# Penyelesaian

- **Hipotesis:**

1.  $H_0$  : Tidak Ada Perbedaan Rata-Rata Penjualan ( $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$ )
2.  $H_1$  : Ada perbedaan Rata-Rata Penjualan ( $\mu_i \neq \mu_j$ )

- **Tingkat Signifikansi:**  $\alpha = 5\%$

- **Statistik Penguji:**

$$df_1 = k - 1 = 4 - 1 = 3 \text{ (derajat kebebasan untuk Pembilang)}$$

$$df_2 = N - k = 20 - 4 = 16 \text{ (derajat kebebasan untuk Penyebut)}$$

Diperoleh Nilai  $f_{tabel} = f_{\alpha; df_1; df_2} = 3,24$ .

Selanjutnya,

$$\circ JKP = \left( \sum \frac{T_j^2}{n_j} \right) - \frac{T^2}{N} = \left( \frac{319^2}{5} + \frac{315^2}{5} + \frac{285^2}{5} + \frac{265^2}{5} \right) - \frac{1184^2}{20} = 70487,2 - 70092,8 = 394,4$$

$$\circ JKT = \left( \sum X_{ij}^2 \right) - \frac{T^2}{N} = 70630 - 70092,8 = 537,2$$



$$\circ JKG = JKT - JKP = 537,2 - 394,4 = 142,8$$

$$\circ RJKP = \frac{JKP}{k-1} = \frac{394,4}{3} = 131,4667$$

$$\circ RJKG = \frac{JKG}{N-k} = \frac{142,8}{16} = 8,925$$

Dengan demikian diperoleh

$$F_{hitung} = \frac{RJKP}{RJKG} = \frac{131,4667}{8,925} = 14,73$$

### ✓ Kriteria Penolakan $H_0$

$H_0$  ditolak jika  $F_{hitung} > F_{tabel}$ . Karena  $F_{hitung} = 14,73 > 3,24 = F_{tabel}$  maka  $H_0$  ditolak.

### ✓ Kesimpulan

Jadi, ada perbedaan yang nyata diantara penjualan air di empat outlet di Jabotabek.

**Tabel Ringkasan ANOVA**

| Sumber Variabilitas | Jumlah Kuadrat | Derajat Bebas | Rerata Jumlah Kuadrat | F Hitung                                |
|---------------------|----------------|---------------|-----------------------|---|
| Perlakuan           | JKP=394,4      | $df_1 = 3$    | RJKP = 131,47         | $F_{hit} = \frac{RJKP}{RJKG}$ $= 14,73$ |
| Galat/Error         | JKG= 142,8     | $df_3 = 16$   | RJKG = 8,925          |   |
| Total               | JKT=537,2      | 19            |                       |   |

# Latihan Soal 1

Suatu penelitian dilakukan untuk mengetahui apakah terdapat pengaruh perbedaan kartu kredit terhadap penggunaannya. Data di bawah ini adalah jumlah uang yang dibelanjakan ibu rumah tangga menggunakan kartu kredit (dalam \$). Empat jenis kartu kredit dibandingkan:

| Jumlah yang dibelanjakan (\$) |     |      |      |
|-------------------------------|-----|------|------|
| ASTRA                         | BCA | CITI | AMEX |
| 8                             | 12  | 19   | 13   |
| 7                             | 11  | 20   | 12   |
| 10                            | 16  | 15   | 14   |
| 12                            | 10  | 18   | 15   |
| 11                            | 12  | 19   |      |

Ujilah dengan  $\alpha = 0.05$ , apakah terdapat pengaruh perbedaan kartu kredit pada penggunaannya?

# Latihan Soal 2

Tiga kelompok subyek penelitian untuk menguji metode pengajaran mana yang paling baik. Metode pertama adalah ceramah, metode kedua diskusi dan metode ketiga praktek. Data hasil penelitian adalah sebagai berikut :

| Ceramah | Diskusi | Praktek |
|---------|---------|---------|
| 25      | 17      | 26      |
| 11      | 16      | 20      |
| 16      | 18      | 17      |
| 26      | 20      | 26      |
| 32      | 10      | 43      |
| 25      | 14      | 46      |
| 30      | 19      | 35      |
| 17      |         | 34      |

Ujilah dengan  $\alpha = 0.05$ , apakah terdapat perbedaan pengaruh dari ketiga metode pengajaran tersebut?

# Latihan Soal 3

Seorang ingin mengetahui perbedaan prestasi belajar untuk mata kuliah statistika antara mahasiswa tugas belajar, izin belajar dan umum. Data diambil dari nilai UTS sebagai berikut:

Tugas belajar(A1) = 6, 8, 5, 7, 7, 6, 6, 8, 7, 6, 7 = 11 orang

Izin belajar (A2) = 5, 6, 6, 7, 5, 5, 5, 6, 5, 6, 8, 7 = 12 orang

Umum (A3) = 6, 9, 8, 7, 8, 9, 6, 6, 9, 8, 6, 8 = 12 orang

Buktikan apakah ada perbedaan atau tidak?

# Latihan Soal 4

Terdapat 4 empat mesin yang akan diperbandingkan. Oleh karena itu, mesin-mesin ini dijalankan oleh tenaga manusia, dan oleh karena faktor-faktor lain yang tidak dapat diterangkan, sehingga keluaran per jamnya dianggap memiliki kemungkinan produktivitasnya tidak sama. Di bawah ini disajikan sampel acak dari keluaran yang diamati selama 5 jam yang berbeda.

| Produktivitas empat mesin |         |         |         |         |
|---------------------------|---------|---------|---------|---------|
| Jam ke-                   | Mesin 1 | Mesin 2 | Mesin 3 | Mesin 4 |
| 1                         | 20      | 30      | 60      | 50      |
| 2                         | 30      | 40      | 80      | 50      |
| 3                         | 10      | 30      | 70      | 50      |
| 4                         | 30      | 50      | 40      | 30      |
| 5                         | 10      | 0       | 100     | 20      |

Buktikan apakah ada perbedaan atau tidak pada produktivitas empat mesin tersebut?

# Uji Post Hoc

- Pada Penghitungan Anova One Way, digunakan untuk seluruh kelompok sampel yang diuji.
- Artinya nilai F hanya dapat menunjukkan ada atau tidaknya perbedaan yang signifikan untuk seluruh sampel, namun belum dapat mengatakan antarsampel mana saja yang benar-benar berbeda.
- Nilai F bisa saja mengatakan terdapat perbedaan, tetapi belum tentu mencakup seluruh sampel yang diuji.
- Misal dibuat berpasangan, maka bisa jadi ada pasangan sampel yang tidak berbeda secara signifikan.
- Proses hitung Anova One Way tidak sampai pada hal itu.

# Uji Post Hoc

- Untuk melakukan analisis lebih lanjut digunakan Uji Post Hoc.
- Uji Post Hoc dilakukan jika  $H_0$  ditolak.
- Ada beberapa jenis rumus Uji Post Hoc diantaranya Uji Scheffe, Uji Honestly Significant Difference (HSD) Tukey, Bonferroni, dsb.
- Yang akan kita bahas hanya Uji Scheffe.



# Uji Scheffe

- Banyaknya pasangan rata-rata hitung yang dihitung perbedaannya tergantung pada jumlah kelompok sampel (bisa 3, 4, dst)
- **Langkah Uji Scheffe**

## 1. Hipotesis

| No  | Uji Pasangan       | $H_0$           | $H_1$              |
|-----|--------------------|-----------------|--------------------|
| 1   | $\mu_1$ VS $\mu_2$ | $\mu_1 = \mu_2$ | $\mu_1 \neq \mu_2$ |
| 2   | $\mu_1$ VS $\mu_3$ | $\mu_1 = \mu_3$ | $\mu_1 \neq \mu_3$ |
| ... | ...                | ...             | ...                |
| 3   | $\mu_1$ VS $\mu_n$ | $\mu_1 = \mu_n$ | $\mu_1 \neq \mu_n$ |

## 2. Tingkat Signifikansi : $\alpha$

### 3. Uji Statistik

$$F_s = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)^2}{\left(\frac{RJKG}{N1}\right) + \left(\frac{RJKG}{N2}\right)}$$

### 4. Daerah Penolakan $H_0$

$H_0$  ditolak jika  $F_s > F(\alpha, d_1, d_2)$

Dengan  $d_1 = k - 1, d_2 = N - k$ .

### 5. Kesimpulan

# Contoh

Menggunakan soal contoh sebelumnya, diketahui bahwa table ringkasan Anova sbb:

| Tabel Ringkasan ANOVA |                |               |                       |  |
|-----------------------|----------------|---------------|-----------------------|--|
| Sumber Variabilitas   | Jumlah Kuadrat | Derajat Bebas | Rerata Jumlah Kuadrat | F Hitung                                 |
| Perlakuan             | JKP=394,4      | $df_1 = 3$    | RJKP = 131,47         | $F_{hit} = \frac{RJKP}{RJKG}$<br>= 14,73 |
| Galat/Error           | JKG= 142,8     | $df_3 = 16$   | RJKG = 8,925          |  |
| Total                 | JKT=537,2      | 19            |                       |  |

Dari hasil tersebut, akan ditentukan pasangan sampel yang manakah yang berbeda secara signifikan?

# Jawab

| No     | Daerah Penjualan |       |           |        | Jumlah |
|--------|------------------|-------|-----------|--------|--------|
|        | Jakarta          | Bogor | Tangerang | Bekasi |        |
| 1      | 63               | 56    | 56        | 53     |        |
| 2      | 66               | 60    | 60        | 55     |        |
| 3      | 63               | 65    | 57        | 54     |        |
| 4      | 62               | 69    | 54        | 51     |        |
| 5      | 65               | 65    | 58        | 52     |        |
| Jumlah | 319              | 315   | 285       | 265    | 1184   |

Dapat dihitung,

$$\overline{X}_J = \frac{319}{5} = 63,8$$

$$\overline{X}_B = \frac{315}{5} = 63$$

$$\overline{X}_T = \frac{285}{5} = 57$$

$$\overline{X}_b = \frac{265}{5} = 53$$

dengan  $N_1 = N_2 = N_3 = N_4 = 5$

# Uji Scheffe

- **Hipotesis**

| No | Uji Pasangan       | $H_0$           | $H_1$              |
|----|--------------------|-----------------|--------------------|
| 1  | $\mu_J$ VS $\mu_B$ | $\mu_J = \mu_B$ | $\mu_J \neq \mu_B$ |
| 2  | $\mu_J$ VS $\mu_T$ | $\mu_J = \mu_T$ | $\mu_J \neq \mu_T$ |
| 3  | $\mu_J$ VS $\mu_b$ | $\mu_J = \mu_b$ | $\mu_J \neq \mu_b$ |
| 4  | $\mu_B$ VS $\mu_T$ | $\mu_B = \mu_T$ | $\mu_B \neq \mu_T$ |
| 5  | $\mu_B$ VS $\mu_b$ | $\mu_B = \mu_b$ | $\mu_B \neq \mu_b$ |
| 6  | $\mu_T$ VS $\mu_b$ | $\mu_T = \mu_b$ | $\mu_T \neq \mu_b$ |

- **Tingkat Signifikansi :  $\alpha = 5\%$**

- Uji Statistik

$$F_{s_1} = \frac{(\overline{X}_J - \overline{X}_B)^2}{\left(\frac{RJKG}{N1}\right) + \left(\frac{RJKG}{N2}\right)} = \frac{(63,8 - 63)^2}{\frac{8,925}{5} + \frac{8,925}{5}} = \frac{0,64}{3,57} = 0,179$$

$$F_{s_2} = \frac{(\overline{X}_J - \overline{X}_T)^2}{\left(\frac{RJKG}{N1}\right) + \left(\frac{RJKG}{N3}\right)} = \frac{(63,8 - 57)^2}{\frac{8,925}{5} + \frac{8,925}{5}} = \frac{46,24}{3,57} = 12,95$$

$$F_{s_3} = \frac{(\overline{X}_J - \overline{X}_b)^2}{\left(\frac{RJKG}{N1}\right) + \left(\frac{RJKG}{N4}\right)} = \frac{(63,8 - 53)^2}{\frac{8,925}{5} + \frac{8,925}{5}} = \frac{116,64}{3,57} = 32,67$$

$$F_{s_4} = \frac{(\overline{X_B} - \overline{X_T})^2}{\left(\frac{RJKG}{N2}\right) + \left(\frac{RJKG}{N3}\right)} = \frac{(63 - 57)^2}{\frac{8,925}{5} + \frac{8,925}{5}} = \frac{36}{3,57} = 10,08$$

$$F_{s_5} = \frac{(\overline{X_B} - \overline{X_b})^2}{\left(\frac{RJKG}{N2}\right) + \left(\frac{RJKG}{N4}\right)} = \frac{(63 - 53)^2}{\frac{8,925}{5} + \frac{8,925}{5}} = \frac{100}{3,57} = 28,01$$

$$F_{s_6} = \frac{(\overline{X_T} - \overline{X_b})^2}{\left(\frac{RJKG}{N3}\right) + \left(\frac{RJKG}{N4}\right)} = \frac{(57 - 53)^2}{\frac{8,925}{5} + \frac{8,925}{5}} = \frac{16}{3,57} = 4,48$$

- **Daerah penolakan  $H_0$**

$H_0$  ditolak jika  $F_S > F_{tabel} = F_{(0,05;3;16)} = 3,24$

- a. Karena  $F_{s1} = 0,179 < F_{tabel} = 3,24$  maka  $H_0$  diterima,
- b. Karena  $F_{s2} = 12,95 > F_{tabel} = 3,24$  maka  $H_0$  ditolak
- c. Karena  $F_{s3} = 32,67 > F_{tabel} = 3,24$  maka  $H_0$  ditolak
- d. Karena  $F_{s1} = 10,08 > F_{tabel} = 3,24$  maka  $H_0$  ditolak,
- e. Karena  $F_{s2} = 28,01 > F_{tabel} = 3,24$  maka  $H_0$  ditolak
- f. Karena  $F_{s3} = 4,48 > F_{tabel} = 3,24$  maka  $H_0$  ditolak



- **Kesimpulan**

- a. Rerata penjualan air minum di Jakarta dan Bogor tidak ada beda yang signifikan
- b. Rerata penjualan air minum di Jakarta dan Tangerang terdapat perbedaan yang signifikan
- c. Rerata penjualan air minum di Jakarta dan Bekasi terdapat perbedaan yang signifikan
- d. Rerata penjualan air minum di Bogor dan Tangerang terdapat perbedaan yang signifikan
- e. Rerata penjualan air minum di Bogor dan Bekasi terdapat perbedaan yang signifikan
- f. Rerata penjualan air minum di Tangerang dan Bekasi terdapat beda yang signifikan

# Latihan

Selidiki pasangan kelompok sampel mana saja yang mempunyai beda signifikan dari hasil pekerjaan saudara di Latihan 1,2,3,4 sebelumnya.

# Kekuatan Hubungan Antara Variabel Bebas(x) dan Variabel Terikat (y)

- Kekuatan hubungan antara variable bebas dengan variable terikat dalam sampel dirumuskan dengan:

$$\rho = \frac{JKP}{JKT}$$

- **Contoh:**

Pada contoh One Way Anova sebelumnya didapat keeratan hubungannya sebesar

$$\rho = \frac{394,4}{537,2} = 0,7342 = 73,42\%$$

Jadi, hubungan antara lokasi penjualan dengan rerata hasil penjualan air minum sebesar 73,42%. Artinya hubungan yang dimiliki oleh kedua variable tersebut kuat.

# *Analysis of Variance Two Way*

# Two Way Anova

- **Anova satu arah**, digunakan untuk menguji perbedaan diantara dua atau lebih kelompok dimana hanya terdapat satu faktor yang dipertimbangkan.
- **Contoh**: membandingkan efek dosis obat yang berbeda terhadap kesembuhan pasien.

# Two Way Anova

- **Anova faktorial**, merupakan pengembangan dari anova satu arah dimana ada lebih dari satu faktor dan interaksinya yang dipertimbangkan.
- Misalnya bukan hanya faktor dosis obat tetapi juga frekuensi pemberian obat.
- Pada anova faktorial, **interaksi** atau kombinasi **diantara faktor** juga **dipertimbangkan**.
- **Contoh**: interaksi antara dosis obat dan frekuensi pemberian obat dapat dihitung pengaruhnya terhadap kesembuhan pasien.
- Anova dua arah (*two way anova*) termasuk dalam Anova faktorial.

# Two Way Anova

- Pada **anava satu arah** dapat diketahui ada atau tidaknya perbedaan beberapa variabel bebas dengan sebuah variabel terikat dan **masing-masing variabel tidak mempunyai jenjang.**
- **Anava dua arah** dapat diketahui ada atau tidaknya perbedaan beberapa variabel bebas dengan sebuah variabel terikatnya dan **masing-masing variabel mempunyai dua jenjang atau lebih.**

# Syarat Two Way Anova

- Pengujian anova dua arah mempunyai beberapa asumsi yaitu :
  1. Populasi yang diuji berdistribusi normal,
  2. Varians atau ragam dan populasi yang diuji sama,
  3. Sampel tidak berhubungan satu dengan yang lain



- Anova dua arah ini digunakan bila sumber keragaman yang terjadi tidak hanya karena satu faktor (perlakuan).
- Faktor lain yang mungkin menjadi sumber keragaman respon juga harus diperhatikan.
- Faktor lain ini bisa berupa perlakuan lain yang sudah terkondisikan.
- Pertimbangan memasukkan faktor kedua sebagai sumber keragaman ini perlu bila faktor itu dikelompokkan, sehingga keragaman antar kelompok sangat besar, tetapi kecil dalam kelompoknya sendiri.
- Dengan menggunakan Anova dua arah, dapat dibandingkan beberapa rata-rata yang berasal dari beberapa kategori atau kelompok untuk satu variabel perlakuan

# Two Way Anova

```
graph LR; A[Two Way Anova] --> B[Two Way Anova dengan Interaksi]; A --> C[Two Way Anova Tanpa Interaksi]; B --> D[Pengujian klasifikasi dua arah dengan interaksi...]; C --> E[Pengujian hipotesis beda tiga rata-rata...];
```

Two Way Anova  
dengan Interaksi

Pengujian klasifikasi dua arah dengan interaksi merupakan pengujian beda tiga rata-rata atau lebih dengan dua factor yang berpengaruh dan pengaruh interaksi antara kedua faktor tersebut diperhitungkan

Two Way Anova  
Tanpa Interaksi

Pengujian hipotesis beda tiga rata-rata atau lebih dengan dua faktor yang berpengaruh dan interaksi antara kedua faktor tersebut ditiadakan.

# Two Way Anova Tanpa Interaksi

- Pengujian ANOVA dua arah tanpa interaksi merupakan pengujian hipotesis beda tiga rata-rata atau lebih dengan dua factor yang berpengaruh dan interaksi antara kedua factor tersebut ditiadakan.
- Tujuan dari pengujian ANOVA dua arah adalah untuk mengetahui apakah ada pengaruh dan berbagai kriteria yang diuji terhadap hasil yang diinginkan

# Uji Two Way Anova Tanpa Interaksi

## a. Hipotesis

### ➤ Baris

$$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_n = 0$$

$H_1$ : terdapat minimal satu  $\alpha_i \neq 0$ , untuk suatu  $i$

### ➤ Kolom

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_n = 0$$

$H_1$ : terdapat minimal satu  $\beta_j \neq 0$ , untuk suatu  $j$

**b. Tingkat Signifikansi:  $\alpha$**

**c. Statistik Uji:**

| Sumber Variabilitas | Jumlah Kuadrat | Derajat Bebas         | Rerata Kuadrat           | $F_{hitung}$                |
|---------------------|----------------|-----------------------|--------------------------|-----------------------------|
| Rata-rata Baris     | JKB            | $dB = b - 1$          | $S_1^2 = \frac{JKB}{dB}$ | $F_1 = \frac{S_1^2}{S_3^2}$ |
| Rata-rata Kolom     | JKK            | $dK = k - 1$          | $S_2^2 = \frac{JKK}{dK}$ |                             |
| Error               | JKE            | $dE = (k - 1)(b - 1)$ | $S_3^2 = \frac{JKE}{dE}$ | $F_2 = \frac{S_2^2}{S_3^2}$ |
| Total               | JKT            | $kb - 1$              |                          |                             |

## Jumlah Kuadrat Total

$$JKT = \sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^k x_{ij}^2 - \frac{T^2}{kb}$$

## Jumlah Kuadrat Baris

$$JKB = \frac{\sum_{i=1}^b T_i^2}{k} - \frac{T^2}{kb}$$

## Jumlah Kuadrat Kolom

$$JKK = \frac{\sum_{j=1}^k T_j^2}{b} - \frac{T^2}{kb}$$

## Jumlah Kuadrat Error

$$JKE = JKT - (JKB + JKK)$$

$k$  adalah banyaknya kolom

$b$  adalah banyaknya baris

#### d. Kriteria Penolakan $H_0$

a.  $H_0$  ditolak jika  $F_1 > F_{tabel} = F_{(\alpha, \nu_1, \nu_2)}$  -----→ Baris

b.  $H_0$  ditolak jika  $F_2 > F_{tabel} = F_{(\alpha, \nu_1, \nu_2)}$  -----→ Kolom

Baris:  $\nu_1 = b - 1$  dan  $\nu_2 = (k - 1)(b - 1)$

Kolom:  $\nu_1 = k - 1$  dan  $\nu_2 = (k - 1)(b - 1)$

#### e. Kesimpulan



# Contoh

Seorang analis mempelajari premi untuk asuransi mobil yang dibebankan oleh sebuah perusahaan asuransi di enam kota. Enam kota dipilih untuk mewakili ukuran yang berbeda (Faktor A: kecil, sedang, besar) dan daerah yang berbeda di negara bagian (Faktor B: timur, barat, selatan). Hanya ada satu kota untuk setiap kombinasi ukuran dan wilayah. Jumlah premi yang dibebankan untuk jenis pertanggungan tertentu dalam kategori risiko tertentu untuk masing-masing dari enam kota diberikan dalam tabel berikut.

| Faktor A | Faktor B |       |         |
|----------|----------|-------|---------|
|          | Timur    | Barat | Selatan |
| Kecil    | 135      | 175   | 180     |
| Besar    | 155      | 180   | 160     |
| Sedang   | 150      | 195   | 165     |

Dengan menggunakan tingkat signifikansi 5%, selidiki apakah ada perbedaan rata-rata pada setiap jenis factor tersebut?

# Penyelesaian

- **Hipotesis**

Faktor A

$$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$$

$H_1$ : terdapat  $\alpha_i \neq 0$ , untuk suatu  $i$

Faktor B

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$$

$H_1$ : terdapat  $\beta_j \neq 0$ , untuk suatu  $j$

- **Tingkat Signifikansi:  $\alpha = 5\%$**

| Faktor A | Faktor B |            |        |            |         |            |                    |         |
|----------|----------|------------|--------|------------|---------|------------|--------------------|---------|
|          | Timur    | $x_{ij}^2$ | Barat  | $x_{ij}^2$ | Selatan | $x_{ij}^2$ | $T_i$              | $T_i^2$ |
| Kecil    | 135      | 18225      | 175    | 30625      | 180     | 32400      | 490                | 240100  |
| Besar    | 155      | 24025      | 180    | 32400      | 160     | 25600      | 495                | 245025  |
| Sedang   | 150      | 22500      | 195    | 38025      | 165     | 27225      | 510                | 260100  |
| $T_j$    | 440      |            | 550    |            | 505     |            | T=1495             |         |
| $T_j^2$  | 193600   |            | 302500 |            | 256025  |            | $T^2$<br>= 2235025 | 745225  |

$$JKT = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 x_{ij}^2 - \frac{T^2}{kb} = 251025 - \frac{2235025}{9} = 251025 - 248336,11 = 2688,89$$

$$JKB = \frac{\sum_{i=1}^3 T_i^2}{k} - \frac{T^2}{kb} = \frac{745225}{3} - \frac{2235025}{9} = 248408,33 - 248336,11 = 72,22$$

$$JKK = \frac{\sum_{j=1}^k T_j^2}{b} - \frac{T^2}{kb} = \frac{752125}{3} - \frac{2235025}{9} = 250708,33 - 248336,11 = 2372,22$$

$$JKE = JKT - (JKB + JKK) = 244,45$$

Dengan demikian diperoleh

$$S_1^2 = \frac{JKB}{dB} = \frac{72,22}{2} = 36,11 \quad S_2^2 = \frac{JKK}{dK} = \frac{2372,22}{2} = 1186,11 \quad S_3^2 = \frac{JKE}{dE} = \frac{244,45}{4} = 61,11$$

$$F_1 = \frac{S_1^2}{S_3^2} = \frac{36,11}{61,11} = 0,59$$

$$F_2 = \frac{S_2^2}{S_3^2} = \frac{1186,11}{61,11} = 19,41$$

## Kriteria Penolakan $H_0$

$H_0$  ditolak jika  $F_{hitung} > F_{tabel}$

### Baris

Karena  $F_{tabel} = F_{0,05;2;4} = 6,94 > F_1 = 0,59$  maka  $H_0$  tidak ditolak

### Kolom

Karena  $F_{tabel} = F_{0,05;2;4} = 6,94 < F_2 = 19,41$  maka  $H_0$  ditolak

## **Kesimpulan:**

- a. Tidak terdapat perbedaan yang signifikan untuk ketiga jenis factor A
- b. Terdapat perbedaan rata-rata yang signifikan untuk ketiga jenis factor B

# Latihan

Sekelompok mahasiswa melakukan survey untuk mengetahui proses belajar mahasiswa selama pandemic Covid19. Beberapa informasi yang diperoleh diantaranya adalah rata-rata waktu belajar mahasiswa per minggu (dalam jam). Data yang diperoleh disajikan dalam table berikut.

| Angkatan Mahasiswa | Program Studi |                  |              |
|--------------------|---------------|------------------|--------------|
|                    | Informatika   | Sistem Informasi | Teknik Sipil |
| 2019               | 25            | 30               | 10           |
| 2020               | 10            | 35               | 24           |
| 2021               | 35            | 15               | 20           |
| 2022               | 20            | 25               | 18           |

Dengan  $\alpha = 5\%$ , selidiki apakah rata-rata lama belajar mahasiswa per minggu untuk ketiga prodi tersebut sama? Apakah keempat Angkatan tersebut memiliki lama belajar rata-rata yang sama? Jelaskan!

# Latihan

Dari contoh 1, apabila minggu yang berbeda dicurigai akan memberikan hasil produksi yang berbeda → unit eksperimen dalam tiap stasiun kerja dibagi dalam minggu (2 variabel bebas, yaitu: jenis *stasiun kerja* & *minggu ke*)

| Minggu ke        | Stasiun kerja<br>I | Stasiun kerja<br>II | Stasiun kerja<br>III | Jumlah ( $T_i$ ) |
|------------------|--------------------|---------------------|----------------------|------------------|
| 1                | 76                 | 72                  | 71                   | 219              |
| 2                | 63                 | 63                  | 54                   | 180              |
| 3                | 66                 | 65                  | 62                   | 193              |
| 4                | 83                 | 78                  | 76                   | 237              |
| 5                | 74                 | 69                  | 65                   | 208              |
| 6                | 53                 | 49                  | 50                   | 152              |
| Jumlah ( $T_j$ ) | 415                | 396                 | 378                  | 1189 = T         |



# *Two Way Anova Dengan Interaksi*

- Pengujian hipotesis Anova dua arah adalah pengujian beda tiga rata-rata atau lebih dengan 2 faktor yang berpengaruh (Pengaruh interaksi kedua faktor tersebut diperhitungkan)

# Langkah Uji Hipotesis

1. Menentukan formulasi hipotesis
  - a.  $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \dots = \alpha_i = 0$  (pengaruh baris nol)  
 $H_1 : \text{sekurang-kurangnya satu } \alpha_i \text{ tidak sama dengan nol.}$
  - b.  $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \dots = \beta_j = 0$  (pengaruh kolom nol)  
 $H_1 : \text{sekurang-kurangnya satu } \beta_j \text{ tidak sama dengan nol.}$
  - c.  $H_0 : (\alpha\beta)_{11} = (\alpha\beta)_{12} = (\alpha\beta)_{13} = \dots = (\alpha\beta)_{ij} = 0$  (pengaruh interaksi antara baris dan kolom nol)  
 $H_1 : \text{sekurang-kurangnya satu } (\alpha\beta)_{ij} \text{ tidak sama dengan nol.}$
2. Menentukan taraf nyata ( $\alpha$ ) beserta F tabel  $\rightarrow F_{\alpha} (v_1 ; v_2) = \dots$ 
  - Untuk baris  $(v_1) = b - 1 \rightarrow (v_2) = (kb)(n - 1)$
  - Untuk kolom  $(v_1) = k - 1 \rightarrow (v_2) = (kb)(n - 1)$
  - Untuk interaksi:  $(v_1) = (k - 1)(b - 1) \rightarrow (v_2) = (kb)(n - 1)$

### 3. Uji Statistik

| Sumber Variasi  | Derajat bebas | Jumlah Kuadrat | Rata-rata kuadrat        | $F_{hit}$             |
|-----------------|---------------|----------------|--------------------------|-----------------------|
| Rata-rata baris | $(b-1)$       | JKB            | $s_1^2 = \frac{JKB}{db}$ | $f_1 = s_1^2 / s_4^2$ |
| Rata-rata kolom | $(k-1)$       | JKK            | $s_2^2 = \frac{JKK}{db}$ | $f_2 = s_2^2 / s_4^2$ |
| Interaksi       | $(b-1)(k-1)$  | JKI            | $s_3^2 = \frac{JKI}{db}$ |                       |
| Error           | $bk(n-1)$     | JKE            | $s_4^2 = \frac{JKE}{db}$ | $f_3 = s_3^2 / s_4^2$ |
| Total           | $bkn - 1$     | JKT            |                          |                       |

- $JKT = \sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^k \sum_{c=1}^n x_{ijc}^2 - \frac{T^2}{bkn}$

- $JKB = \frac{\sum_{i=1}^b T_i^2}{kn} - \frac{T^2}{bkn}$

- $JKK = \frac{\sum_{j=1}^k T_j^2}{bn} - \frac{T^2}{bkn}$

- $JKI = \frac{\sum_{i=1}^b \sum_{j=1}^k T_{ij}^2}{n} - \frac{\sum_{i=1}^b T_i^2}{kn} - \frac{\sum_{i=1}^b T_i^2}{kn} + \frac{T^2}{bkn}$

- $JKE = JKT - JKB - JKK - JKI$

#### 4. Kriteria Penolakan $H_0$

$H_0$  ditolak jika  $F_{hitung} > F_{(\alpha, \nu_1, \nu_2)}$

#### 5. Kesimpulan

# Contoh

Empat varietas padi hendak dibandingkan hasilnya (dalam kg) dengan memberikan pupuk. Percobaan dilakukan dengan menggunakan 8 petak yang seragam, masing-masing di 4 lokasi yang berbeda. Di setiap lokasi, dicobakan pada 2 petak yang ditentukan secara acak. Hasilnya (dalam kg) per petak adalah sbb:

| Jenis pupuk | Varietas Padi |    |    |    |
|-------------|---------------|----|----|----|
|             | V1            | V2 | V3 | V4 |
| P1          | 60            | 59 | 70 | 55 |
|             | 58            | 62 | 63 | 61 |
| P2          | 75            | 61 | 68 | 70 |
|             | 71            | 54 | 73 | 69 |
| P3          | 57            | 58 | 53 | 62 |
|             | 41            | 61 | 59 | 53 |

Dengan taraf nyata 1%, ujilah hipotesis berikut ini!

- Tidak ada beda rata-rata hasil padi dg menggunakan ketiga jenis pupuk
- Tidak ada beda rata-rata hasil padi dg menggunakan keempat varietas padi
- Tidak ada interaksi antara jenis pupuk yang diberikan dg varietas padi yang digunakan

# Penyelesaian

$$b = 3 \quad k = 4 \quad n = 2$$

1. Formulasi hipotesis:

a.  $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$

$H_1 : \text{sekurang-kurangnya satu } \alpha_i \neq 0$

b.  $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 0$

$H_1 : \text{sekurang-kurangnya satu } \beta_j \neq 0$

c.  $H_0 : (\alpha\beta)_{11} = (\alpha\beta)_{12} = \dots = (\alpha\beta)_{34} = 0$

$H_1 : \text{sekurang-kurangnya satu } (\alpha\beta)_{ij} \neq 0$

2. Taraf nyata ( $\alpha$ ) dan  $F$  tabel:

$$\alpha = 1\% = 0,01$$

a. Untuk baris :  $v_1 = 2, v_2 = 3 \cdot 4 \cdot (1) = 12, F_{0,01(2;12)} = 6,93$

b. Untuk kolom :  $v_1 = 3, v_2 = 3 \cdot 4 \cdot (1) = 12, F_{0,01(3;12)} = 5,95$

c. Untuk interaksi :  $v_1 = 6, v_2 = 3 \cdot 4 \cdot (1) = 12, F_{0,01(6;12)} = 4,82$

③ Statistik uji yang digunakan :

a.  $H_0$  diterima jika  $f_1 < F_{0,01(2;12)} = 6,93$

$H_0$  ditolak jika  $f_1 > F_{0,01(6;12)} = 6,93$

b.  $H_0$  diterima jika  $f_2 < F_{0,01(3;12)} = 5,95$

$H_0$  ditolak jika  $f_2 > F_{0,01(6;12)} = 5,95$

c.  $H_0$  diterima jika  $f_3 < F_{0,01(6;12)} = 4,82$

$H_0$  ditolak jika  $f_3 > F_{0,01(6;12)} = 4,82$

④ Tabel Analisis Varians (ANOVA)

| Jenis Pupuk | Varietas padi |     |     |     | Total |
|-------------|---------------|-----|-----|-----|-------|
|             | V1            | V2  | V3  | V4  |       |
| P1          | 60            | 59  | 70  | 55  | 488   |
|             | 58            | 62  | 63  | 61  |       |
| P2          | 75            | 61  | 68  | 70  | 541   |
|             | 71            | 54  | 73  | 69  |       |
| P3          | 57            | 58  | 53  | 62  | 444   |
|             | 41            | 61  | 59  | 53  |       |
| Total       | 362           | 355 | 386 | 370 | 1473  |



$$JKT = 60^2 + 58^2 + \dots + 53^2 - \frac{1.473^2}{24}$$

$$= 91.779 - 90.405,4 = 1.373,6$$

$$JKB = \frac{488^2 + 541^2 + 444^2}{8} - \frac{1.473^2}{24}$$

$$= 90.995,1 - 90.405,4 = 589,7$$

$$JKK = \frac{362^2 + 355^2 + 386^2 + 370^2}{6} - \frac{1.473^2}{24} = 88,8$$

$$JKI = \frac{118^2 + 121^2 + \dots + 115^2}{2} - 90.995,1 - 90.494,2 + 90.405,4 = 409,6$$

$$JKE = 1.373,6 - 589,7 - 88,8 - 409,6 = 285,5$$

| Sumber Varians  | Jumlah Kuadrat | Derajat Bebas | Rata-rata Kuadrat | Fo         |
|-----------------|----------------|---------------|-------------------|------------|
| Rata-rata baris | 589,7          | 2             | 294,9             | $f_1=12,4$ |
| Rata-rata kolom | 88,8           | 3             | 29,6              | $f_2=1,24$ |
| Interaksi       | 409,6          | 6             | 68,3              | $f_3=2,87$ |
| Error           | 285,5          | 12            | 23,8              |            |
| Total           | 1.373,6        | 23            |                   |            |

## ⑤ Menarik Kesimpulan

- Karena  $f_1 = 12,4 > F_{0,01(2;12)} = 6,93$ , maka  $H_0$  ditolak. Jadi ada perbedaan hasil rata-rata untuk pemberian ketiga jenis pupuk.
- Karena  $f_2 = 1,24 < F_{0,01(3;12)} = 5,95$ , maka  $H_0$  diterima. Jadi tidak ada perbedaan hasil rata-rata untuk keempat varietas padi yang digunakan.
- Karena  $f_3 = 2,87 < F_{0,01(6;12)} = 4,82$ , maka  $H_0$  diterima. Jadi tidak ada interaksi antara jenis pupuk yang diberikan dengan varietas padi yang digunakan.

## LATIHAN 1

13. Tiga varitas jagung hendak dibandingkan hasilnya. Percobaan dilakukan dengan menggunakan 9 plot yang identik, masing-masing dengan 3 perlakuan pupuk yang berbeda. Setiap varitas jagung dan setiap jenis pupuk dicobakan pada 3 plot yang ditentukan secara acak.

| Jagung         | Pupuk          |                |                |
|----------------|----------------|----------------|----------------|
|                | P <sub>1</sub> | P <sub>2</sub> | P <sub>3</sub> |
| J <sub>1</sub> | 39             | 35             | 40             |
|                | 37             | 39             | 41             |
|                | 35             | 43             | 42             |
| J <sub>2</sub> | 37             | 38             | 41             |
|                | 38             | 38             | 45             |
|                | 37             | 36             | 42             |
| J <sub>3</sub> | 40             | 40             | 41             |
|                | 40             | 41             | 44             |
|                | 35             | 42             | 40             |

Gunakan taraf nyata 0,05 untuk menguji hipotesis bahwa:

- Tidak ada perbedaan rata-rata hasil panen ketiga varitas jagung.
- Penggunaan pupuk yang berbeda tidak mempengaruhi pada hasil panen
- Tidak ada interaksi antara varitas jagung dan jenis pupuk.

## LATIHAN 2

14. Tiga galur monyet yang berada dalam kondisi yang berbeda hendak diukur tingkat kecerdikannya dalam permainan bola ketangkasan. Gunakan taraf nyata 0,05 untuk menguji hipotesis bahwa:
- Tidak ada perbedaan tingkat kecerdikan untuk ketiga galur monyet tersebut.
  - Tidak ada beda tingkat kecerdikan yang diakibatkan kondisi lingkungan yang berbeda.
  - Lingkungan dan galur monyet tidak berinteraksi.

| Lingkungan | Galur Monyet |   |          |    |       |    |
|------------|--------------|---|----------|----|-------|----|
|            | Cerdik       |   | Campuran |    | Dungu |    |
| Bebas      | 8            | 8 | 10       | 11 | 12    | 11 |
|            | 7            | 8 | 8        | 10 | 11    | 10 |
|            | 6            | 7 | 9        | 9  | 13    | 12 |
| Terbatas   | 9            | 9 | 13       | 12 | 15    | 13 |
|            | 7            | 9 | 11       | 10 | 15    | 13 |
|            | 8            | 9 | 12       | 11 | 12    | 14 |

### Latihan 3

15. Sebuah bioskop membagi 3 jadwal pertunjukan dan mengklasifikasi jenis-jenis film yang diputar. Gunakan taraf nyata 0,05 untuk menguji hipotesis bahwa:
- Tidak ada perbedaan rata-rata jumlah penonton bioskop untuk ketiga jadwal pertunjukan.
  - Tidak ada perbedaan rata-rata jumlah pengunjung untuk jenis-jenis film yang diputar.
  - Jadwal pertunjukan dan jenis film tidak berinteraksi.

| Jenis Film     | Jadwal Pertunjukan |      |       |
|----------------|--------------------|------|-------|
|                | Siang              | Sore | Malam |
| Film Barat     | 69                 | 75   | 90    |
|                | 67                 | 79   | 91    |
|                | 65                 | 73   | 92    |
| Film Indonesia | 67                 | 78   | 70    |
|                | 68                 | 78   | 75    |
|                | 67                 | 76   | 72    |
| Film India     | 60                 | 70   | 61    |
|                | 60                 | 71   | 64    |
|                | 65                 | 70   | 62    |