

Aplicação do método do julgamento holístico e do método tradicional para a criação de matrizes paritárias no processo de análise hierárquica: uma análise comparativa com o uso do pacote AHPWR

Anônimo

Abstract O Processo de Análise Hierárquica (AHP) é um método amplamente utilizado para a tomada de decisão multicritério, que permite determinar os pesos dos critérios e as prioridades das alternativas de forma estruturada com base na comparação paritária de alternativas ou critérios utilizando a escala fundamental proposta por Saaty para realizar julgamentos subjetivos. Como estes julgamentos podem ser imprecisos, o método do julgamento holístico foi proposto por Godoi (2014) e visa reduzir a inconsistência e a complexidade dos julgamentos. Para realizar a análise comparativa, utilizamos o pacote AHPWR, desenvolvido em R, que implementa ambos os métodos e fornece ferramentas para a construção e avaliação de modelos AHP. Apresentamos um exemplo prático de seleção de projetos usando os dois métodos e comparamos os resultados em termos de pesos, prioridades e consistência. Os resultados mostram que o método de julgamento holístico é mais flexível, robusto e fácil de usar do que o método tradicional de AHP, além de produzir resultados consistentes.

Palabras clave: AHPWR - tomada de decisão - julgamento

Introdução

A tomada de decisões complexas envolve a consideração de múltiplos critérios, alternativas e preferências, que nem sempre são fáceis de quantificar ou comparar. Para auxiliar nesse processo, existem diversos métodos que buscam estruturar o problema e avaliar as opções de forma racional e consistente. Um desses métodos é o Analytic Hierarchy Process (AHP), que foi desenvolvido por T. L. Saaty (1980) e L. G. Saaty T. L. and Vargas (2012) como uma forma de decompor o problema em uma hierarquia de subproblemas mais simples, comparar os elementos da hierarquia em pares usando uma escala numérica ou verbal, e sintetizar os resultados em um ranqueamento das alternativas.

O AHP é um método amplamente utilizado em diversas áreas de aplicação, como governo, negócios, indústria, saúde e educação. No entanto, o AHP também apresenta algumas limitações, como a dependência da escolha da escala numérica, a dificuldade de lidar com inconsistências nos julgamentos e a necessidade de revisão dos julgamentos quando novas alternativas ou critérios são adicionados. Para superar essas limitações, Godoi (2014) propôs uma abordagem alternativa chamada de método de julgamento holístico, que é uma forma de construir matrizes paritárias no AHP, reduzindo a inconsistência e a complexidade dos julgamentos. Ao invés de comparar os elementos par a par usando a escala de Saaty, o método do julgamento holístico propõe que se atribua pesos aos elementos de forma direta, usando uma escala de 0 a 10. Em seguida, os pesos são usados para calcular os valores da matriz de comparação paritária, usando fórmulas simples. A vantagem desse método é que ele requer menos julgamentos subjetivos e menos interação do que o método tradicional do AHP, o que pode aumentar a motivação e a atenção dos avaliadores. Além disso, o método do julgamento holístico pode reduzir a possibilidade de ocorrência de inconsistências por julgamentos realizados por avaliadores inexperientes.

O objetivo deste trabalho é apresentar o método de julgamento holístico e compará-lo com o método tradicional de AHP, usando o pacote AHPWR desenvolvido por Alcoforado, Sousa, and Longo (2022).

O pacote AHPWR permite calcular a hierarquia, a matriz de julgamento, o índice e a razão de consistência, os vetores de prioridade, a síntese hierárquica e o ranqueamento das alternativas, usando ambos os métodos, Alcoforado and Longo (2022).

Um exemplo prático de aplicação do método de julgamento holístico para a escolha de um projeto é apresentado. Os resultados mostram que o método de julgamento holístico é mais flexível, robusto e fácil de usar do que o método tradicional de AHP, além de produzir resultados consistentes e confiáveis.

Metodologia

O ponto de partida é definir o objetivo geral e os critérios e alternativas a serem comparados no AHP. Com o apoio do pacote AHPWR mostraremos como construir a matriz de comparação paritária para cada critério usando o método tradicional do AHP, baseado na escala de Saaty de 1 a 9, L. G. Saaty T. L. and Vargas (2012) e o método do julgamento

holístico proposto por Godoi (2014), usando atribuição de pesos de 0 a 10 e as fórmulas de transformação. Comparar os resultados obtidos pelos dois métodos em termos de pesos, prioridades e consistência. Analisar as diferenças e as semelhanças entre os métodos e identificar as vantagens e desvantagens de cada um.

Aplicação

Iniciamos a aplicação com a instalação do pacote:

```
install.packages("AHPWR")
```

A título de ilustração consideraremos um problema de escolha do melhor projeto de engenharia para execução de uma obra.

A estrutura hierárquica do problema é composta por:

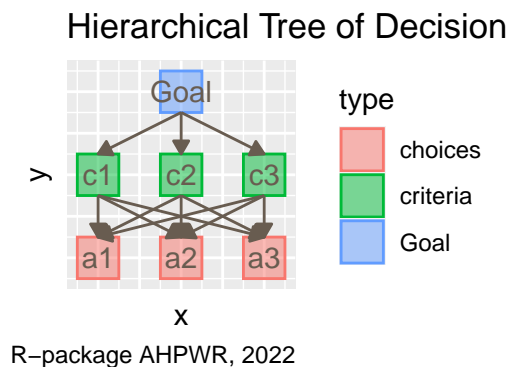
Objetivo: escolher o melhor projeto entre três alternativas

Critérios: os critérios relevantes para a escolha são: C1 - Experiência do Proponente; C2 - Técnica de execução; C3 - Prazo de entrega

Alternativas: as três propostas apresentadas A1, A2 e A3.

O problema em tela pode ser representado pela árvore hierárquica, utilizando-se o seguinte script:

```
AHPWR::flow_chart(names=NULL, c=3, a=3)
```



Para usar o método tradicional da AHP, é preciso fazer comparações par a par entre os elementos usando uma fórmula que depende do número de elementos. Seja n o número de elementos, a fórmula é $\frac{(n^2-n)}{2}$. No nosso problema, temos 3 critérios e 3 alternativas. Então, vamos fazer quatro matrizes de comparação: uma para os critérios e uma para cada critério com as alternativas. Em cada matriz, vamos usar a fórmula com $n = 3$. Assim, o número de comparações em cada matriz é $\frac{(3^2-3)}{2} = 3$. Como temos quatro matrizes, o número total de comparações é $4 \times 3 = 12$.

Comparando julgamentos

A escala fundamental de Saaty é uma forma de expressar a preferência ou a importância de um elemento em relação a outro, usando números de 1 (igual importância) a 9 (extremamente mais importante). Por exemplo, se você quer comparar dois elementos, A e B em termos de experiência no mercado, você pode usar a escala de Saaty para dizer o quanto a experiência de A é mais importante do que a experiência de B. Se as experiências forem iguais, você pode usar o número 1. Se a experiência de A for um pouco mais importante do que a de B, você pode usar o número 3. Se a experiência de A for muito mais importante do que a de B, você pode usar o número 9. Se você julga que a experiência de B em comparação com a de A é moderadamente menos importante, deve usar o número 1/3 (o inverso do número usado na comparação oposta). As comparações são feitas em apenas um sentido, o sentido oposto terá seu valor invertido em todos os casos, ou seja, se julgamos A em relação a B com valor 1/3 automaticamente B em relação a A possuirá valor 3.

O pacote AHPWR provê uma função com respostas diretas no console do R para guiar os julgamentos necessários e construir as matrizes paritárias.

```
julgamentos=AHPWR::matriz_julgamento(n_comp=3,CR=TRUE,n_matrix=4)
```

```
> AHPWR::matriz_julgamento(n_comp=3,CR=TRUE,n_matrix=4)
[1] "fill the matrix 1"
How important is the criterion? 1 in relation to the criterion 2: 5
How important is the criterion? 1 in relation to the criterion 3: 3
How important is the criterion? 2 in relation to the criterion 3: 6
[1] "fill the matrix 2"
How important is the criterion? 1 in relation to the criterion 2: 3
How important is the criterion? 1 in relation to the criterion 3: 2
How important is the criterion? 2 in relation to the criterion 3: 3
[1] "fill the matrix 3"
How important is the criterion? 1 in relation to the criterion 2: 5
How important is the criterion? 1 in relation to the criterion 3: 2
How important is the criterion? 2 in relation to the criterion 3: 0.6
[1] "fill the matrix 4"
How important is the criterion? 1 in relation to the criterion 2: 1
How important is the criterion? 1 in relation to the criterion 3: 6
How important is the criterion? 2 in relation to the criterion 3: 0.5
```

Após realizar os julgamentos, todas as matrizes são criadas retornando uma lista de objetos:

```
## $Matrix
## $Matrix[[1]]
##      [,1]      [,2] [,3]
## [1,] 1.0000000 5.0000000 3
## [2,] 0.2000000 1.0000000 6
## [3,] 0.3333333 0.1666667 1
##
## $Matrix[[2]]
##      [,1]      [,2] [,3]
## [1,] 1.0000000 3.0000000 2
## [2,] 0.3333333 1.0000000 3
## [3,] 0.5000000 0.3333333 1
##
## $Matrix[[3]]
##      [,1]      [,2] [,3]
## [1,] 1.0 5.000000 2.0
## [2,] 0.2 1.000000 0.6
## [3,] 0.5 1.666667 1.0
##
## $Matrix[[4]]
##      [,1] [,2] [,3]
## [1,] 1.0000000 1 6.0
## [2,] 1.0000000 1 0.5
## [3,] 0.1666667 2 1.0
##
## $CR
## [1] 0.5332703 0.2212677 0.0157713 0.6260506
```

Esse número de comparações pode aumentar rapidamente à medida que o número de elementos aumenta, o que pode tornar o método AHP demorado e complexo. Além disso, deve ser avaliado a consistência dos julgamentos através de uma medida conhecida como razão de consistência (CR), cujo valor deve ser menor do que 0.1.

Se os julgamentos forem contraditórios ou arbitrários, a matriz pode ficar inconsistente e os seus pesos podem ficar distorcidos. Por isso, é importante verificar a consistência dos julgamentos. Se a matriz for inconsistente, é necessário revisar os julgamentos e tentar corrigir as inconsistências.

Nos julgamentos realizados, observamos que apenas a matriz 3 possui CR menor do que 0.1, ou seja, todos os demais julgamentos devem ser refeitos. Este problema ocorreu pois os julgamentos foram feitos de forma arbitrária.

O método do julgamento holístico é uma forma de construir matrizes paritárias no AHP visando reduzir a inconsistência e a complexidade dos julgamentos. Ao invés de comparar os elementos par a par usando a escala de Saaty, o método do julgamento holístico propõe que se atribua pesos aos elementos de forma direta, usando uma escala de 0 a 10. Em seguida, os pesos são usados para calcular os valores da matriz de comparação paritária, usando as seguintes fórmulas:

$$a_{ij} = w_i - w_j + 1$$

, se $w_i \geq w_j$ (isto é, se o item i tem importância maior ou igual ao item j); caso contrário

$$a_{ij} = \frac{1}{(w_j - w_i + 1)}$$

, se $w_i < w_j$.

Sendo w_1, \dots, w_k os pesos atribuídos aos k itens a serem comparados.

```
critérios = paste0("C", 1:3) #nomeando os critérios
alternativas = paste0("A", 1:3) #nomeando as alternativas
yc = c(4, 5, 1) #pesos atribuídos aos critérios
yac1 = c(3, 2, 5) #pesos atribuídos às alternativas considerando o critério 1
yac2 = c(9, 4.4, 8) #pesos atribuídos às alternativas considerando o critério 2
yac3 = c(2.5, 4, 3.5) #pesos atribuídos às alternativas considerando o critério 3

m1 = AHPWR::matrix_ahp(critérios,yc)
m2 = AHPWR::matrix_ahp(alternativas,yac1)
m3 = AHPWR::matrix_ahp(alternativas,yac2)
m4 = AHPWR::matrix_ahp(alternativas,yac3)

base = list(m1,m2,m3,m4)

base

## [[1]]
##      C1  C2  C3
## C1  1.00 0.5  4
## C2  2.00 1.0  5
## C3  0.25 0.2  1
##
## [[2]]
##      A1 A2      A3
## A1  1.0  2 0.3333333
## A2  0.5  1 0.2500000
## A3  3.0  4 1.0000000
##
## [[3]]
##      A1  A2      A3
## A1  1.0000000 5.6 2.0000000
## A2  0.1785714 1.0 0.2173913
## A3  0.5000000 4.6 1.0000000
##
## [[4]]
##      A1      A2  A3
## A1  1.0 0.4000000 0.5
## A2  2.5 1.0000000 1.5
## A3  2.0 0.6666667 1.0

sapply(base,AHPWR:::CR)
```

```
## [1] 0.021202645 0.015771299 0.023660199 0.003184998
```

A partir dos pesos atribuídos são construídas as matrizes paritárias e avaliadas as razões de consistência. Vemos que todas as matrizes geradas pelo método de julgamento holístico estão consistentes.

Ao compararmos a quantidade de julgamentos realizados pelo método tradicional, o total de comparações será $\frac{n^2-n}{2} + n \cdot \frac{m^2-m}{2}$, enquanto que no método holístico, o total de julgamentos será $n + n \cdot m$, sendo n o número de critérios e m o número de alternativas. Considerando $n = m = 3$, o esforço do julgador é o mesmo em ambos os métodos, a vantagem principal aqui reside em minimizar as inconsistências. Se aumentarmos os critérios em 1 unidade, isto é, $n = 4$ e $m = 3$, serão $\frac{4^2-4}{2} + 4 \cdot \frac{3^2-3}{2} = 18$ julgamentos, enquanto que no julgamento holístico serão $4 + 4 \cdot 3 = 16$, uma pequena vantagem em número de julgamentos. No entanto, quando o número de critérios aumenta consideravelmente, essa diferença tende a ser muito vantajosa em relação ao tempo e esforço gasto pelo julgador.

Assim, as principais vantagens do método holístico é que ele requer menos julgamentos subjetivos e menos interação do que o método tradicional do AHP, o que pode aumentar a motivação e a atenção dos avaliadores. Além disso, pode reduzir a possibilidade de ocorrência de inconsistências por julgamentos realizados por avaliadores inexperientes.

Comparando pesos globais

O método AHP retorna os pesos ou prioridades dos elementos após criar as matrizes paritárias. Os pesos representam a importância relativa dos elementos em relação ao critério ou ao objetivo considerado. Os pesos globais são os pesos ou prioridades das alternativas em relação ao objetivo geral do problema. Eles são calculados usando os pesos dos critérios e os pesos das alternativas em relação a cada critério. Por exemplo, se o objetivo é escolher o melhor projeto, os pesos globais indicam qual projeto é o mais adequado para atingir esse objetivo, considerando todos os critérios envolvidos. Os pesos dos critérios indicam a importância de cada critério para atingir esse objetivo. Os pesos intermediários das alternativas indicam a preferência de cada projeto em relação a cada critério. Os pesos são calculados usando um método matemático conhecido como o método do autovetor. Os pesos globais podem ser usados para ranquear as alternativas e escolher a melhor opção.

Vamos aplicar a função `ahp_geral()` para obter os pesos dos critérios e alternativas, utilizando os julgamentos utilizando a escala de saaty, ou seja, o método tradicional de julgamentos.

```
AHPWR::ahp_geral(julgamentos[[1]])
```

```
## # A tibble: 4 x 6
##   Criteria      Weights      A      B      C      CR
##   <chr>      <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl>
## 1 ---Alternatives 1      0.557 0.248 0.195 0.533
## 2 --C1          0.631 0.340 0.187 0.103 0.221
## 3 --C2          0.272 0.163 0.0373 0.0713 0.0158
## 4 --C3          0.0976 0.0537 0.0234 0.0205 0.626
```

Observamos que o critério 1 obteve o maior peso com valor de 0.631, seguido do critério 2 com peso de 0.272 e o critério 3 com peso de 0.0976. De acordo com os pesos globais das alternativas, o método indica que o melhor projeto corresponde a alternativa 1, com peso global de 0.557. No entanto a razão de consistência (CR) maior do que 0.1 indica que tais julgamentos podem comprometer a qualidade da decisão. Portanto os julgamentos devem ser refeitos, demandando novo esforço por parte dos julgadores.

Apresentamos a mesma função aplicada aos julgamentos utilizando o método holístico.

```
AHPWR::ahp_geral(base)
```

```
## # A tibble: 4 x 6
##   Criteria      Weights      A      B      C      CR
##   <chr>      <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl>
## 1 ---Alternatives 1      0.424 0.142 0.434 0.0212
## 2 --C1          0.333 0.0794 0.0455 0.208 0.0158
## 3 --C2          0.570 0.327 0.0495 0.193 0.0237
## 4 --C3          0.0974 0.0176 0.0467 0.0331 0.00318
```

Observamos que o critério 2 obteve o maior peso com valor de 0.57, seguido do critério 1 com peso de 0.333 e o critério 3 com peso de 0.0974. De acordo com os pesos globais das alternativas, o método indica que o melhor projeto corresponde a alternativa 3 com peso global de 0.434. A razão de consistência (CR) menor do que 0.1 em todos os julgamentos, indica que tais julgamentos foram consistentes e podem ser utilizados para auxiliar na tomada de decisão.

Pontos positivos e negativos de cada método

O método tradicional de AHP é um método consagrado e amplamente utilizado em diversos problemas de tomada de decisão multicritério. Ele permite expressar as preferências ou importâncias dos elementos usando uma escala numérica ou verbal, e sintetizar os resultados em um ranqueamento das alternativas. No entanto, o método tradicional de AHP também apresenta algumas limitações, como a dependência da escolha da escala numérica, a dificuldade de lidar com inconsistências nos julgamentos e a necessidade de revisão dos julgamentos quando novas alternativas ou critérios são adicionados. Além disso, o método tradicional de AHP requer muitas comparações par a par, o que pode tornar o processo demorado e complexo.

O método do julgamento holístico é uma abordagem alternativa que visa superar essas limitações. Ele propõe que se atribua pesos aos elementos de forma direta, usando uma escala de 0 a 10. Em seguida, os pesos são usados para calcular os valores da matriz de comparação paritária, usando fórmulas simples. A vantagem desse método é que ele requer menos julgamentos subjetivos e menos interação do que o método tradicional de AHP, o que pode aumentar a motivação e a atenção dos avaliadores. Além disso, o método do julgamento holístico pode reduzir a possibilidade de ocorrência de inconsistências por julgamentos realizados por avaliadores inexperientes. No entanto, o método do julgamento holístico ainda é pouco conhecido e aplicado na prática, e pode exigir um maior cuidado na atribuição dos pesos aos elementos, para evitar distorções ou vieses na decisão.

Considerações Finais

Neste trabalho, apresentamos o método do julgamento holístico e o comparamos com o método tradicional de AHP, usando o pacote AHPWR desenvolvido em R. O método do julgamento holístico é uma forma de construir matrizes paritárias no AHP visando reduzir a inconsistência e a complexidade dos julgamentos. Ao invés de comparar os elementos par a par usando a escala de Saaty, o método do julgamento holístico propõe que se atribua pesos aos elementos de forma direta, usando uma escala de 0 a 10. Em seguida, os pesos são usados para calcular os valores da matriz de comparação paritária, usando fórmulas simples. Aplicamos o método do julgamento holístico a um exemplo prático de seleção de projetos e comparamos os resultados com os obtidos pelo método tradicional de AHP em termos de pesos, prioridades e consistência. Os resultados mostram que o método do julgamento holístico é mais flexível, robusto e fácil de usar do que o método tradicional de AHP, além de produzir resultados consistentes e confiáveis. Concluímos que o método do julgamento holístico é uma alternativa viável e eficiente para a tomada de decisão multicritério usando o AHP.

Referências

- 10 Alcoforado, Luciane Ferreira, and Orlando Celso Longo. 2022. *Introduction to AHPWR Package*. https://cran.r-project.org/web/packages/AHPWR/vignettes/Intro_to_AHP.html.
- Alcoforado, Luciane Ferreira, Lyncoln Sousa, and Orlando Celso Longo. 2022. *AHPWR: Compute Analytic Hierarchy Process*. <https://CRAN.R-project.org/package=AHPWR>.
- Godoi, Wagner da Costa. 2014. "Método de Construção Das Matrizes de Julgamento Paritário No AHP – Método de Julgamento Holístico." *Revista Gestão Industrial* 10 (3): 474–93. <https://doi.org/10.3895/gi.v10i3.1970>.
- Saaty, L. G., T. L. and Vargas. 2012. *Models, Methods, Concepts and Applications of the Analytic Hierarchy Process*. New York: Springer.
- Saaty, Thomas L. 1980. *The Analytic Hierarchy Process*. New York: McGraw-Hill.