

Explorando Mandalas com Fractais: a curva de Koch

João Paulo M. Santos, Luciane Ferreira Alcoforado

Este trabalho visa generalizar o processo de construção de mandalas proposto por Alcoforado et al. (2023), expandindo o método original, que utilizava equações paramétricas de curvas clássicas da matemática, para os processos iterativos de geração de fractais. Dessa forma, expandindo o leque de possibilidades para obtenção das figuras com simetria radial, denominadas mandalas. Os resultados, que envolvem transformações geométricas e técnicas de coloração, foram complementados por Santos (2024) e Santos and Alcoforado (2023), preservando a continuidade estética e metodológica do trabalho original.

O objetivo é explorar a arte digital e a matemática, a partir do fractal denominado de curva de Koch por meio da linguagem R. Apresentamos novas funções que incorporam as ideias de desenvolvimento dessa perspectiva em construção, cujos códigos são disponibilizados no [GitHub](#). Deve ser ressaltado que o artigo foi desenvolvido com base em noções de programação básica (estruturas de fluxo e funções), a função `colors()` e os pacote `ggplot2`; os pormenores podem ser consultados nos códigos disponíveis no link anterior.

A curva de Koch é um dos fractais mais antigos e famosos; é gerada pela substituição iterativa do terço medial de um segmento de reta por um triângulo equilátero sem a base. A descrição mais pormenorizada com delineamento de uma revisão de literatura pode ser encontrada, por exemplo, em Rani et al. (2012), enquanto que uma discussão mais geral sobre fractais pode ser encontrada, por exemplo, em Falconer (2003). A simplicidade da curva de Koch permite uma visualização clara das propriedades dos fractais, como auto-similaridade e complexidade em uma estrutura relativamente simples. É uma curva interessante para a construção das mandalas pois sua forma iterativa permite a criação de padrões que enriquecem a estética visual das mandalas. Sua estrutura geométrica se integra às transformações geométricas estabelecidas no trabalho original, facilitando a extensão do método proposto para a criação de mandalas com maior complexidade e riqueza de detalhes visuais.

A Figura 1 é resultado de uma sequência de rotações $\theta = \pi/l, l = 1, \dots, 2k$ da curva de Koch.

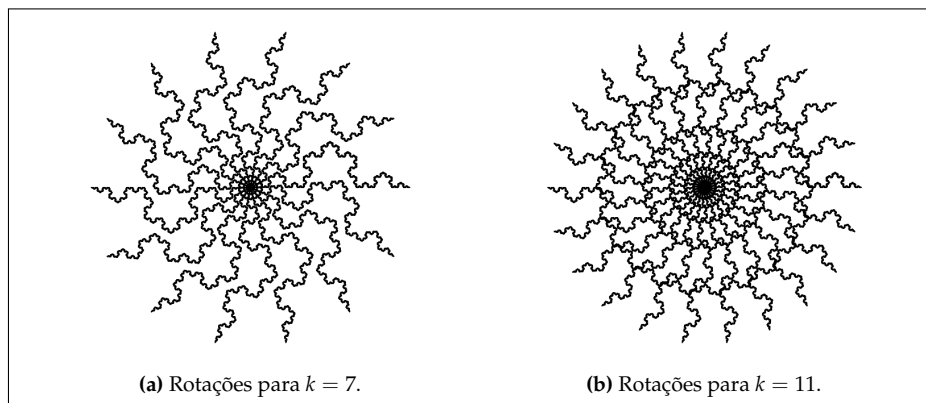


Figura 1: Mandala com curva de Koch em cor única para os pontos.

Fonte: Os autores.

A coloração para as rotações sucessivas e homotetias é ilustrada nas Figuras 2-a,b e 3-a,b. A primeira figura, 2-a, utiliza cores `c("red", "green", "blue")`, enquanto que a segunda figura, 2-b, utiliza um conjunto específico de cores da função `colors()`. As Figuras 3-a,b utilizam as mesmas cores de 2-a, porém aplicadas às homotetias.

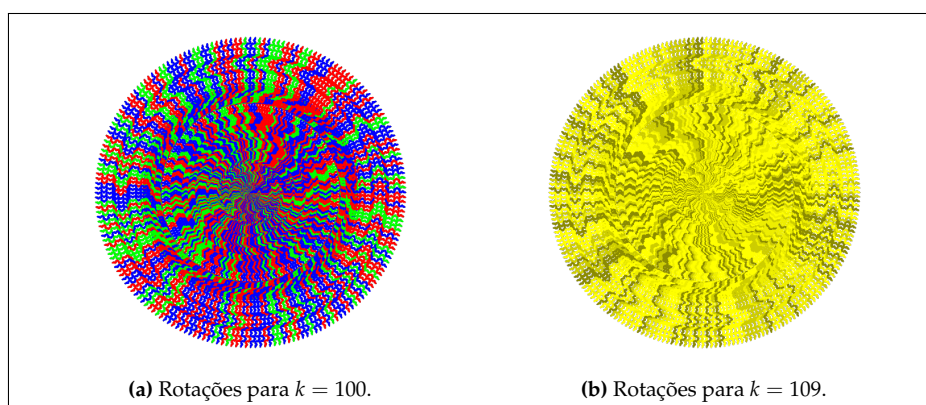


Figura 2: Mandala com curva de Koch com cores do modelo RGB aplicadas às rotações sucessivas.
Fonte: O autor.

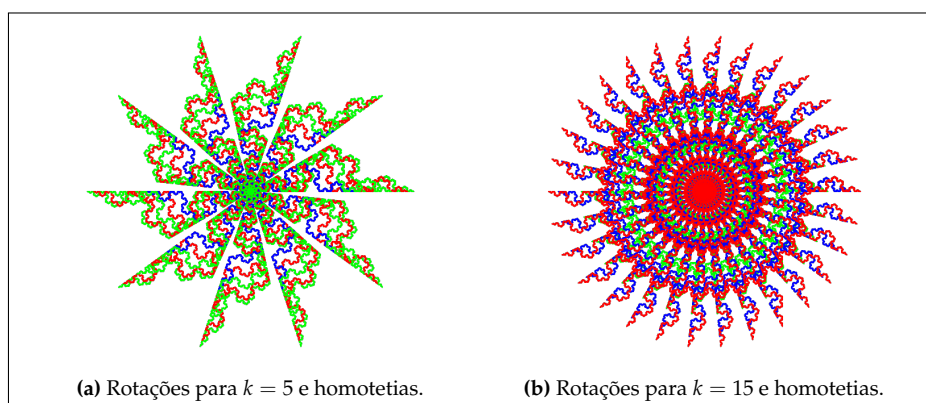


Figura 3: Mandala com curva de Koch com cores do modelo RGB aplicadas as homotetias sucessivas.
Fonte: Os autores.

Os resultados das composições da curva fractal de Koch, 1, 3 e 2, indicam uma nova perspectiva para a construção das mandalas por meio das transformações matemáticas utilizando curvas fractais.

Referências Bibliográficas

- L. F. Alcoforado, J. P. M. d. Santos, M. V. d. A. Lima, A. Firmiano, and J. López Linares. *Mandalas, curvas clássicas e visualização com R*. Universidade de São Paulo. Faculdade de Zootecnia e Engenharia de Alimentos, 2023. doi: 10.11606/9786587023335. [p1]
- K. Falconer. *Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications*. John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, 2003. [p1]
- M. Rani, R. U. Haq, and D. K. Verma. Variants of koch curve: A review. In *Proceedings of the National Conference on Development of Reliable Information Systems, Techniques and Related Issues (DRISTI)*. Krishna Engineering College, Ghaziabad, India and University Malaysia Pahang, Malaysia, 2012. [p1]
- J. P. M. Santos. Curvas e cores em r: Movimentos rígidos no plano. In L. F. Alcoforado et al., editors, *Aplicações em R: encurtando distâncias nas ciências*, pages 123–145. Universidade de São Paulo. Faculdade de Zootecnia e Engenharia de Alimentos, 2024. doi: 10.11606/9786587023397. [p1]
- J. P. M. Santos and L. F. Alcoforado. Colorindo mandalas com r: explorando cores e gradientes em curvas planas. In C. Silva and J. Oliveira, editors, *X Xornada de Usuarios de R en Galicia*, Santiago de Compostela, outubro 2023. [p1]