

理工学基礎実験レポート

実験日	2102 年 12 月 7 日 (火 ・ (金)) ((午前) ・ 午後)
実験題目	フーリエ解析と波形の合成

学科	異世界生活科	クラス	S	学籍番号	19850325
報告者氏名	菜月 昂				

共同実験者		

レポート提出日	1913 年 12 月 13 日 18 時 8 分
レポート再提出日	年 月 日 時 分

室温	23.386 °C
湿度	34 %
気圧	922 hPa

1. 実験目的

公開用に本文を削除.

2. 理論

公開用に本文を削除.

2.1. フーリエ級数展開の基本

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

2.2. 正規直交性

$$\langle f, g \rangle = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x)g(x)dx$$

2.3. 完全性

$$f_{N(x)} = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^N (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

3. 実験方法

公開用に本文を削除.

4. 実験結果と考察

公開用に本文を削除.

4.1. 正弦波の解析



図 1: 解析した正弦波の波形

n				
0				
1				
2				
3				
4				
5				

表 1: フーリエ係数と振幅・位相スペクトル

$$f(x) = A + B \sin\left(2\frac{\pi}{T}x\right)$$

$$\begin{aligned}
 a_0 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} (A + B \sin x) dx \\
 &= \frac{1}{\pi} [Ax - B \cos x]_0^{2\pi} \\
 &= \frac{1}{\pi} \{(2\pi A - B) - (0 - B)\} \\
 &= 2A
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b_1 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} (A + B \sin x) \sin x dx \\
 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} (A \sin x + B \sin^2 x) dx \\
 &= \frac{B}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1 - \cos 2x}{2} dx \\
 &= \frac{B}{\pi} \left[\frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} \right]_0^{2\pi} \\
 &= B
 \end{aligned}$$

$$2A = 0 \Rightarrow A = 0$$

$$B = 1$$

4.2. 四角波（矩形波）・三角波・のこぎり波の解析



図 2: 解析した四角波の波形



図 3: 解析した四角波の振幅スペクトル

n				
0				
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				

表 2: 四角波のフーリエ係数と振幅・位相スペクトル



図 4: 解析した三角波の波形



図 5: 解析した三角波の振幅スペクトル

n				
0				
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				

表 3: 三角波のフーリエ係数と振幅・位相スペクトル



図 6: 解析したのこぎり波の波形



図 7: 解析したのこぎり波の振幅スペクトル

n				
0				
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				

表 4: のこぎり波のフーリエ係数と振幅・位相スペクトル

$A_1 \approx 0.55, A_2 \approx 0.27, A_4 \approx 0.14, A_5 \approx 0.11, A_7 \approx 0.08, A_8 \approx 0.07$

4.3. 減衰振動の解析

画像サンプル


図 8: 解析した減衰振動の波形

画像サンプル

図 9: 解析した減衰振動の振幅スペクトル

画像サンプル


図 10: 解析した減衰振動の位相スペクトル



画像サンプル


図 11: 再合成した減衰振動の波形

4.4. うなり波の解析



画像サンプル

図 12: 解析したうなり波の波形



画像サンプル

図 13: 解析したうなり波の振幅スペクトル

画像サンプル

図 14: 解析したうなり波の位相スペクトル

$$f(x) \approx \cos 6x + \cos 7x$$

$$\cos 6x + \cos 7x = 2 \cos\left(13\frac{x}{2}\right) \cos\left(\frac{x}{2}\right)$$


4.5. 三角波や四角波の幅をせまくした場合の解析

画像サンプル

図 15: 解析した幅の狭い四角波の波形


画像サンプル

図 16: 解析した幅の狭い四角波の振幅スペクトル



画像サンプル


図 17: 解析した幅の狭い三角波の波形



画像サンプル


図 18: 解析した幅の狭い三角波の振幅スペクトル

4.6. 手描き波形の解析




画像サンプル

図 19: 解析した手描き波形の波形



画像サンプル


図 20: 解析した手描き波形の振幅スペクトル



画像サンプル


図 21: 解析した手描き波形の位相スペクトル

4.7. ビルの温度変化の解析



画像サンプル


図 22: 解析したビルの温度変化の波形



画像サンプル


図 23: 解析したビルの温度変化の振幅スペクトル

4.8. 心電図信号の解析



画像サンプル

図 24: 解析した心電図信号の波形



画像サンプル

図 25: 解析した心電図信号の振幅スペクトル

$$T = \frac{T_s}{n}$$
$$\text{BPM} = \frac{60}{T} = \frac{60n}{T_s}$$

4.9. 音声波形の解析



図 26: 解析した音声波形の波形



図 27: 解析した音声波形の振幅スペクトル

5. 結論

本実験では、様々な人工波形および実測データに対してフーリエ解析を行い、時間波形と振幅・位相スペクトルの対応関係を確認した。その結果、波形の滑らかさや不連続性、パルス幅といった時間領域の特徴が、高調波成分の減衰の速さやスペクトルの広がり方として現れ、有限次数での再合成には減衰振動の周期延長や不連続点近傍の振動などの限界があることを理解した。さらに、ビルの温度変化や心電図、音声波形といった実データに対しても、同じ枠組みで支配的な周期成分や物理的意味を読み取れることを確認し、フーリエ解析が一般的な信号解析手法として有効であることを確かめた。