UNIVERSIDAD DEL ROSARIO

Elementos de física
Clase 5

David González, PhD.
Profesor Principal
Escuela de Ingeniería, Ciencia y Tecnología
Febrero 13, 2023

Capitulo 2 – Cuerpos en caída libre

2.22 Fotografía con múltiples destellos de una pelota en caída libre.

- *El ejemplo mas conocido de movimiento con aceleración (casi) constante es la caída de un cuerpo bajo la influencia de la atracción gravitacional de la Tierra.*
- *Galileo afirmó que los cuerpos caían con una aceración contante e independiente de su peso.*
- *Omitir el efecto del aire*
- *La distancia de caída es pequeña en comparación con el radio terrestre (≈6.5 km)*
- *Ignorar los efectos de la rotación de la Tierra.*

Universidad del Rosario

Capitulo 2 – Cuerpos en caída libre

La aceleración constante de un cuerpo en caída libre se llama ***aceleración debida a la gravedad,*** y denotamos su magnitud con la letra g. Usaremos un valor aproximado de g en la superficie terrestre o cerca de ella:

$$g = 9.8 \text{ m/s}^2 = 980 \text{ cm/s}^2 = 32 \text{ ft/s}^2 \qquad \text{(valor aproximado cerca de la superficie terrestre)}$$

¡Como “g” es la magnitud de un vector, siempre es un número positivo. Se debe tener especial cuidado al determinar la dirección de este vector. Por lo general, en la mayoría de las situaciones que implican caída libre la aceleración es negativa (hacia abajo) e igual a “– g”!

Capitulo 2 – Cuerpos en caída libre

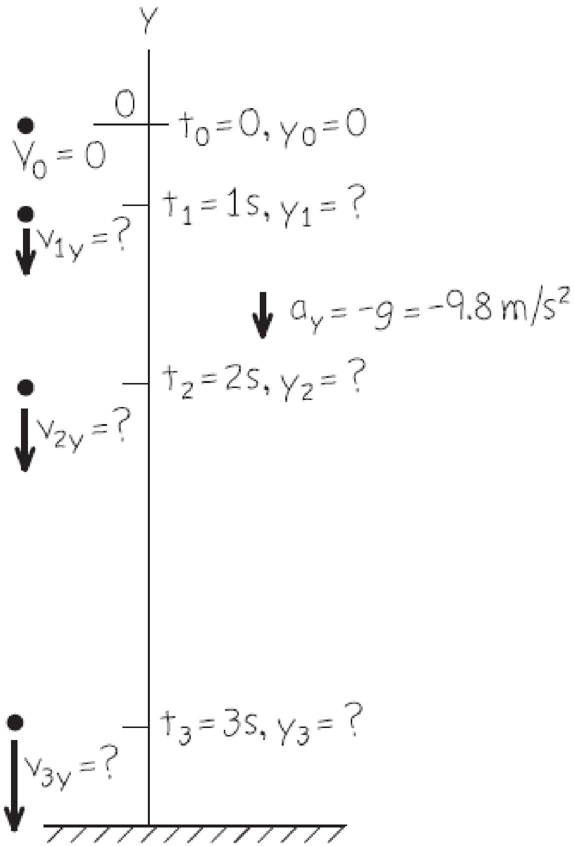
Ejercicio en clase:

Se deja caer una moneda de un euro desde la Torre Inclinada de Pisa; la moneda cae libremente a partir del reposo. Calcule su posición y velocidad después de 1.0 s, 2.0 s y 3.0 s?

Capitulo 2 – Cuerpos en caída libre

La Torre Inclinada

Diagrama del problema



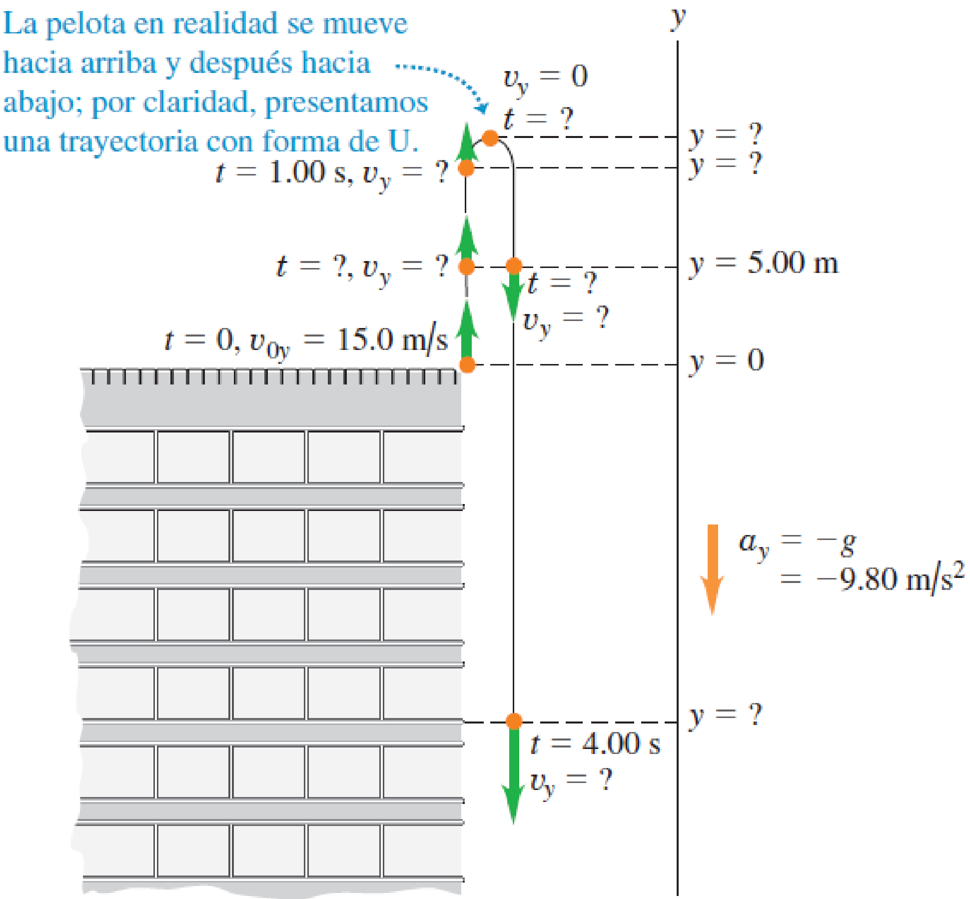
Capitulo 2 – Cuerpos en caída libre

Ejercicio en clase:

Usted lanza una pelota verticalmente hacia arriba desde el techo de un edificio alto. La pelota abandona la mano, en un punto a la altura del barandal de la azotea, con rapidez ascendente de 15.0 m/s; después, la pelota está en caída libre. Al bajar, la pelota apenas elude el barandal. Obtenga *a*) la posición y velocidad de la pelota 1.00 s y 4.00 s después de soltarla; *b*) la velocidad cuando la pelota está 5.00 m sobre el barandal; *c*) la altura máxima alcanzada; y *d*) la aceleración de la pelota en su altura máxima.

Capitulo 2 – Cuerpos en caída libre

2.24 Posición y velocidad de una pelota que se lanza verticalmente hacia arriba.

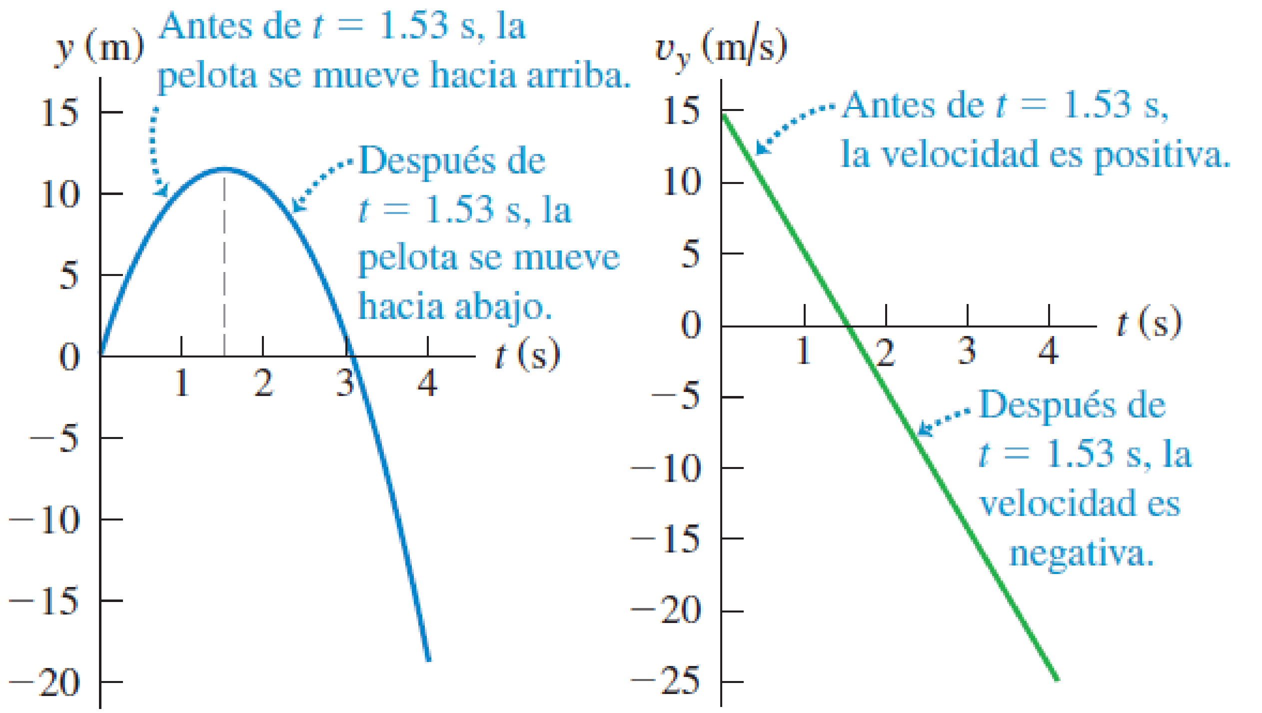


Capitulo 2 – Cuerpos en caída libre

2.25 *a*) Posición y *b*) velocidad en función del tiempo para una pelota lanzada hacia arriba con una rapidez inicial de 15 m/s.

a) Gráfica *y*-*t* (la curvatura es hacia abajo porque $a_y = -g$ es negativa)

b) Gráfica v_y-*t* (recta con pendiente negativa porque $a_y = -g$ es constante y negativa)



Capitulo 2 – Cuerpos en caída libre

Ejercicio en clase:

Determine el instante en que la pelota del ejemplo 2.7, después de ser liberada, está 5.00 m por debajo del barandal?

Universidad del Rosario

Capitulo 3 – Movimiento en dos o en tres dimensiones

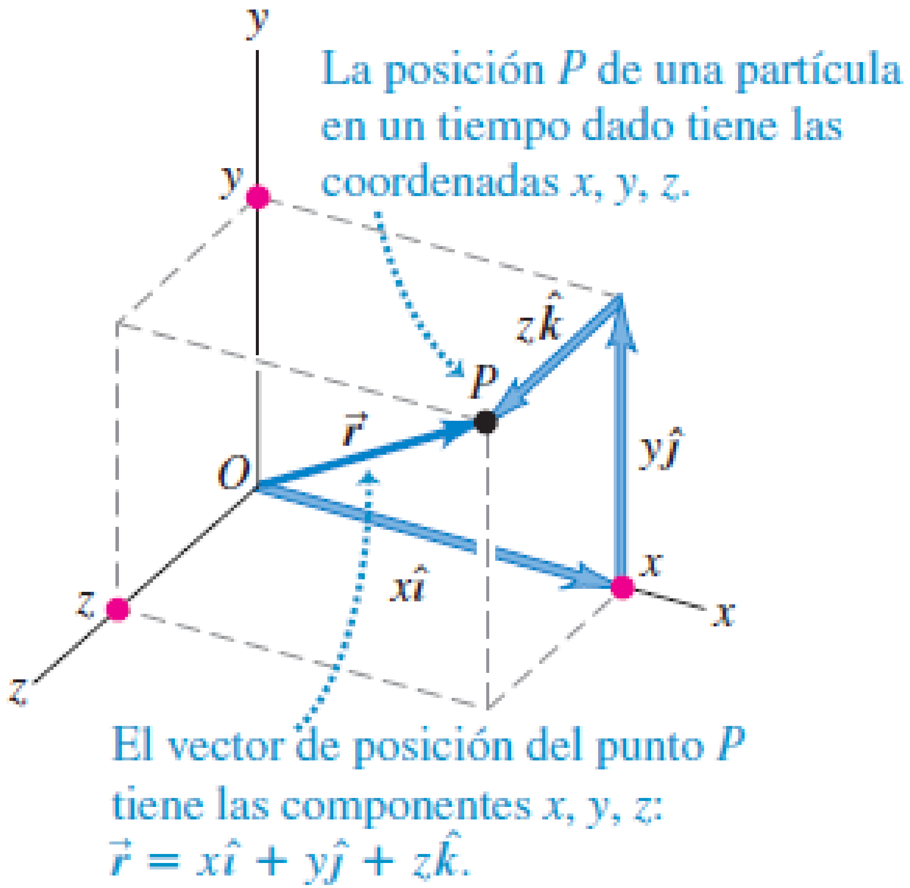
- Ampliación de nuestras descripciones del movimiento a situaciones en dos y en tres dimensiones.

- Seguiremos empleando las cantidades vectoriales de desplazamiento, velocidad y aceleración.

- Muchas clases de movimientos importantes se dan solo en dos dimensiones, es decir, en un plano, y pueden describirse con dos componentes de posición, velocidad y aceleración.

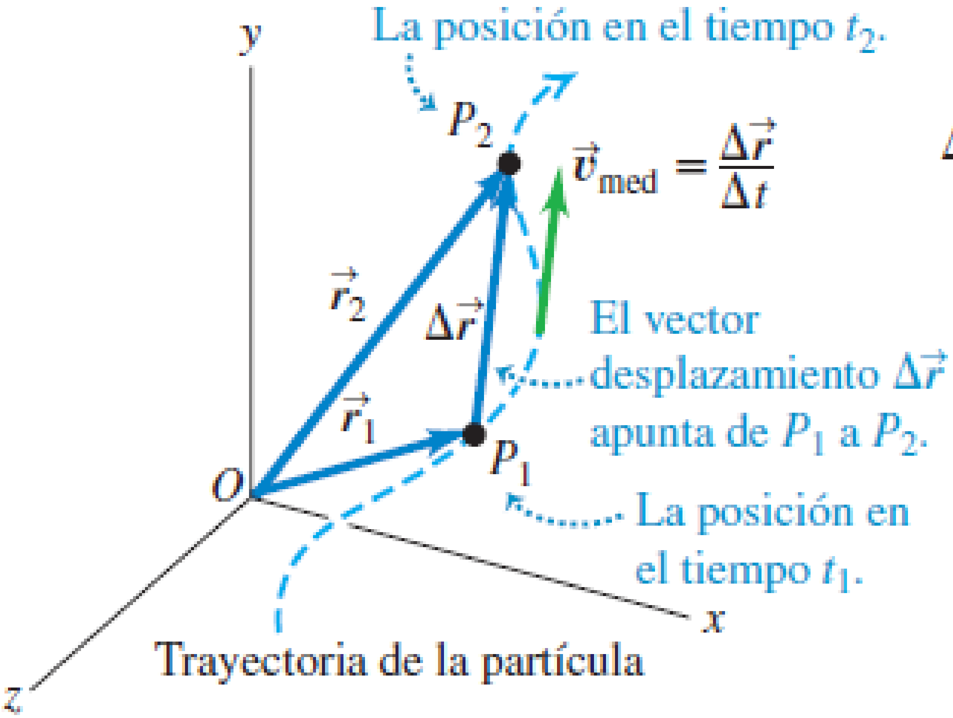
Universidad del Rosario

Capitulo 3 – Movimiento en dos o en tres dimensiones



$$\vec{r} = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath} + z\hat{k}$$

Capitulo 3 – Movimiento en dos o en tres dimensiones



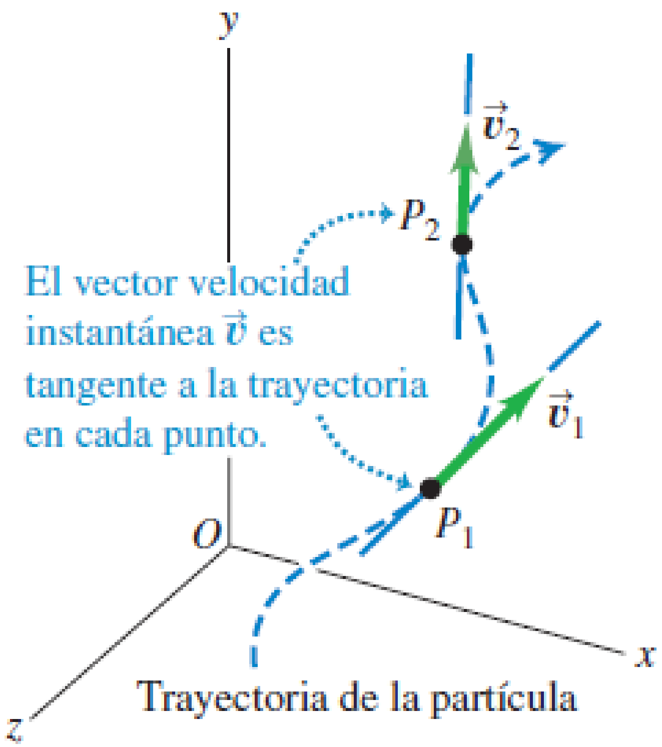
$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (x_2 - x_1)\hat{\imath} + (y_2 - y_1)\hat{\jmath} + (z_2 - z_1)\hat{k}.$$

$$\vec{v}_{med} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

$$v_{med\text{-}x} = (x_2 - x_1)/(t_2 - t_1) = \Delta x/\Delta t.$$

Universidad del Rosario

Capitulo 3 – Movimiento en dos o en tres dimensiones



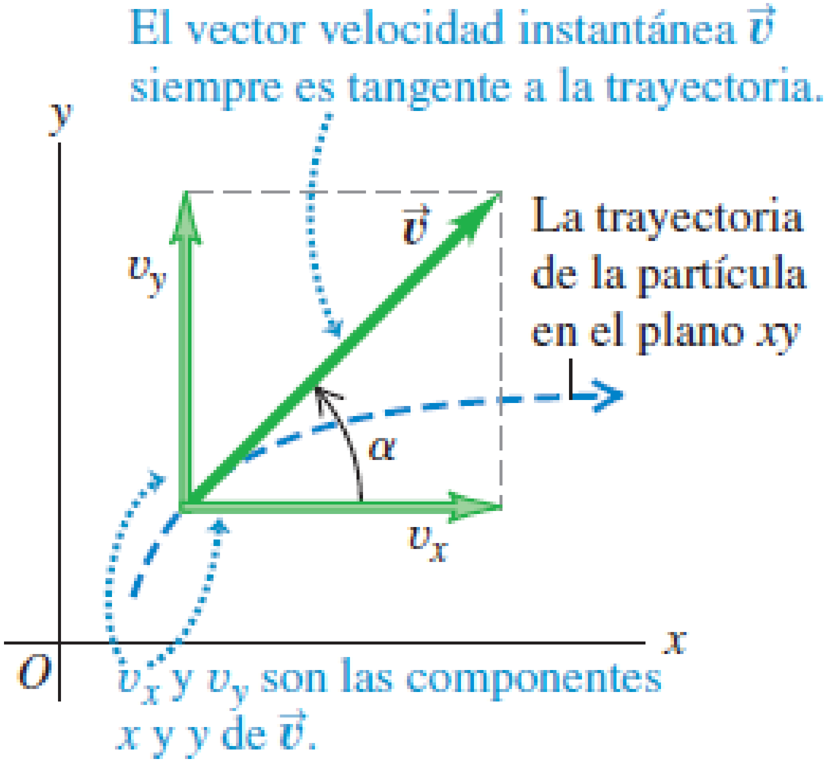
$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{\imath} + \frac{dy}{dt}\hat{\jmath} + \frac{dz}{dt}\hat{k}$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} \qquad v_y = \frac{dy}{dt} \qquad v_z = \frac{dz}{dt}$$

$$|\vec{v}| = v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

Capitulo 3 – Movimiento en dos o en tres dimensiones



$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x}$$

Capitulo 3 – Movimiento en dos o en tres dimensiones

Ejercicio en clase:

Un vehículo robot está explorando la superficie de Marte. El módulo de descenso estacionario es el origen de las coordenadas; y la superficie marciana circundante está en el plano *xy*. El vehículo, que representamos como un punto, tiene coordenadas *x* y *y* que varían con el tiempo:

$$x = 2.0\ \text{m} - (0.25\ \text{m/s}^2)t^2$$
$$y = (1.0\ \text{m/s})t + (0.025\ \text{m/s}^3)t^3$$

a) Obtenga las coordenadas del vehículo y su distancia con respecto al módulo en $t = 2.0$ s. *b*) Obtenga los vectores desplazamiento y velocidad media del vehículo entre $t = 0.0$ s y $t = 2.0$ s. *c*) Deduzca una expresión general para el vector velocidad instantánea $\vec{v}$ del vehículo. Exprese $\vec{v}$ en $t = 2.0$ s en forma de componentes y en términos de magnitud y dirección.

Capitulo 3 – Movimiento en dos o en tres dimensiones

EJECUTAR: *a*) En el instante $t = 2.0$ s las coordenadas del vehículo son

$$x = 2.0\text{ m} - (0.25\text{ m/s}^2)(2.0\text{ s})^2 = 1.0\text{ m}$$

$$y = (1.0\text{ m/s})(2.0\text{ s}) + (0.025\text{ m/s}^3)(2.0\text{ s})^3 = 2.2\text{ m}$$

La distancia del vehículo al origen en este instante es

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(1.0\text{ m})^2 + (2.2\text{ m})^2} = 2.4\text{ m}$$

b) Para obtener el desplazamiento y la velocidad media durante el intervalo dado, primero expresamos el vector de posición $\vec{r}$ en función del tiempo t. De acuerdo con la ecuación (3.1), esto es:

$$\begin{aligned}\vec{r} &= x\hat{\imath} + y\hat{\jmath}\\ &= [2.0\text{ m} - (0.25\text{ m/s}^2)t^2]\,\hat{\imath}\\ &\quad + [(1.0\text{ m/s})t + (0.025\text{ m/s}^3)t^3]\,\hat{\jmath}\end{aligned}$$

En el instante $t = 0.0$ s el vector de posición $\vec{r}_0$ es

$$\vec{r}_0 = (2.0\text{ m})\hat{\imath} + (0.0\text{ m})\hat{\jmath}$$

Del inciso *a*), en $t = 2.0$ s, el vector de posición $\vec{r}_2$ es

$$\vec{r}_2 = (1.0\text{ m})\hat{\imath} + (2.2\text{ m})\hat{\jmath}$$

Por lo tanto, el desplazamiento entre $t = 0.0$ s y $t = 2.0$ s es

$$\begin{aligned}\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_0 &= (1.0\text{ m})\hat{\imath} + (2.2\text{ m})\hat{\jmath} - (2.0\text{ m})\hat{\imath}\\ &= (-1.0\text{ m})\hat{\imath} + (2.2\text{ m})\hat{\jmath}\end{aligned}$$

Durante este intervalo el vehículo se desplazó 1.0 m en la dirección negativa de x y 2.2 m en la dirección positiva de y. De acuerdo con la ecuación (3.2), la velocidad media en este intervalo es el desplazamiento dividido entre el tiempo transcurrido:

$$\begin{aligned}\vec{v}_{\text{med}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} &= \frac{(-1.0\text{ m})\hat{\imath} + (2.2\text{ m})\hat{\jmath}}{2.0\text{ s} - 0.0\text{ s}}\\ &= (-0.50\text{ m/s})\hat{\imath} + (1.1\text{ m/s})\hat{\jmath}\end{aligned}$$

Las componentes de esta velocidad media son $v_{\text{med-}x} = -0.50$ m/s y $v_{\text{med-}y} = 1.1$ m/s.

UNIVERSIDAD DEL ROSARIO

c) De acuerdo con la ecuación (3.4), las componentes de la velocidad *instantánea* son las derivadas de las coordenadas respecto al tiempo:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = (-0.25\ \mathrm{m/s^2})(2t)$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = 1.0\ \mathrm{m/s} + (0.025\ \mathrm{m/s^3})(3t^2)$$

Así, el vector velocidad instantánea es

$$\vec{v} = v_x\hat{\imath} + v_y\hat{\jmath}$$
$$= (-0.50\ \mathrm{m/s^2})t\hat{\imath} + [1.0\ \mathrm{m/s} + (0.075\ \mathrm{m/s^3})t^2]\,\hat{\jmath}$$

En el tiempo $t = 2.0$ s, las componentes del vector velocidad $\vec{v}_2$ son

$$v_{2x} = (-0.50\ \mathrm{m/s^2})(2.0\ \mathrm{s}) = -1.0\ \mathrm{m/s}$$

$$v_{2y} = 1.0\ \mathrm{m/s} + (0.075\ \mathrm{m/s^3})(2.0\ \mathrm{s})^2 = 1.3\ \mathrm{m/s}$$

La magnitud de la velocidad instantánea (es decir, la rapidez) en $t = 2.0$ s es

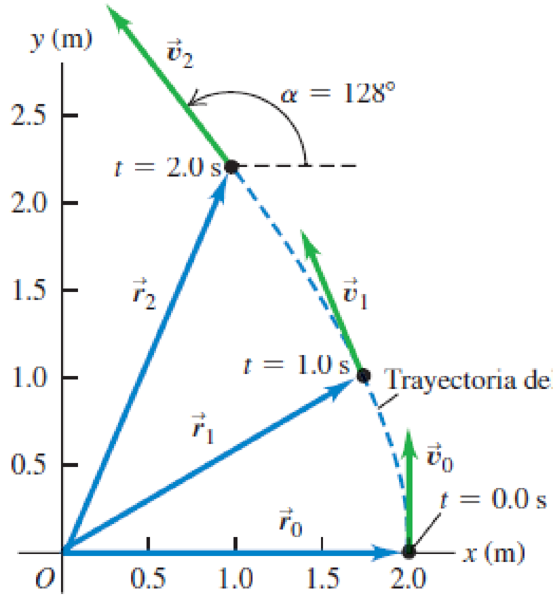
$$v_2 = \sqrt{{v_{2x}}^2 + {v_{2y}}^2} = \sqrt{(-1.0\ \mathrm{m/s})^2 + (1.3\ \mathrm{m/s})^2}$$
$$= 1.6\ \mathrm{m/s}$$

La figura 3.5 muestra la dirección del vector velocidad $\vec{v}_2$, el cual tiene un ángulo α entre 90° y 180° con respecto al eje positivo x. De la ecuación (3.7) tenemos

$$\arctan\frac{v_y}{v_x} = \arctan\frac{1.3\ \mathrm{m/s}}{-1.0\ \mathrm{m/s}} = -52^\circ$$

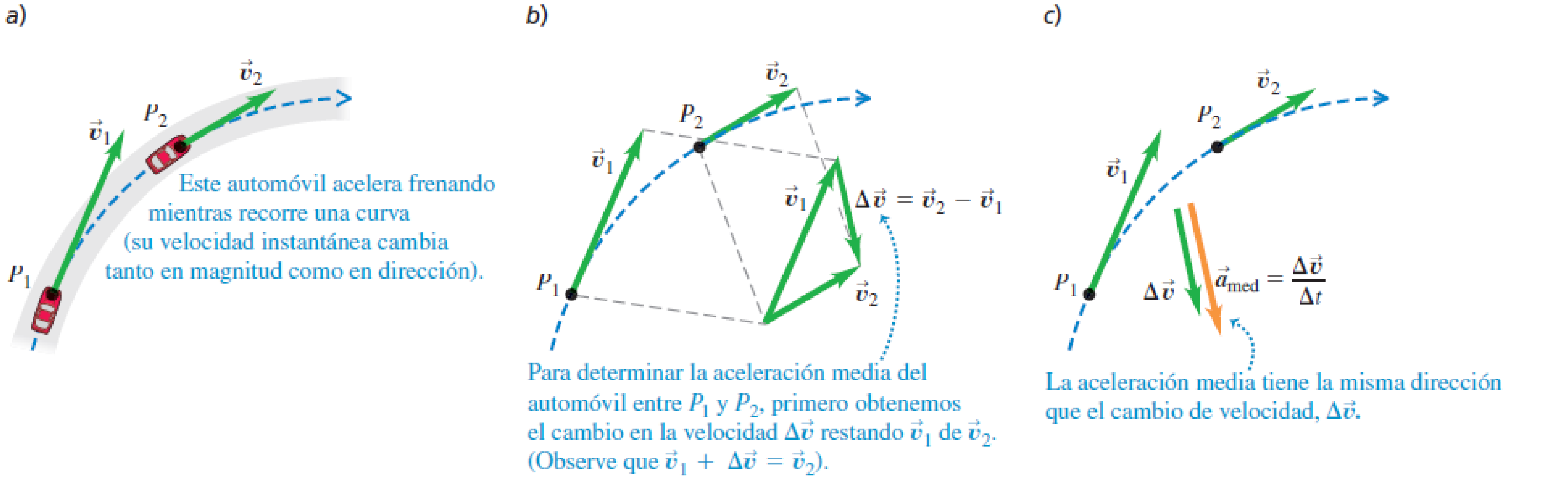
El ángulo es menor que 180°; de manera que el valor correcto es $\alpha = 180^\circ - 52^\circ = 128^\circ$, o 38º al oeste del norte.

3.5 En $t = 0.0$ s el vehículo tiene el vector de posición $\vec{r}_0$, y el vector velocidad instantánea es $\vec{v}_0$. Asimismo, $\vec{r}_1$ y $\vec{v}_1$, son los vectores en $t = 1.0$ s; $\vec{r}_2$ y $\vec{v}_2$ son los vectores en $t = 2.0$ s.



Capitulo 3 – Movimiento en dos o en tres dimensiones

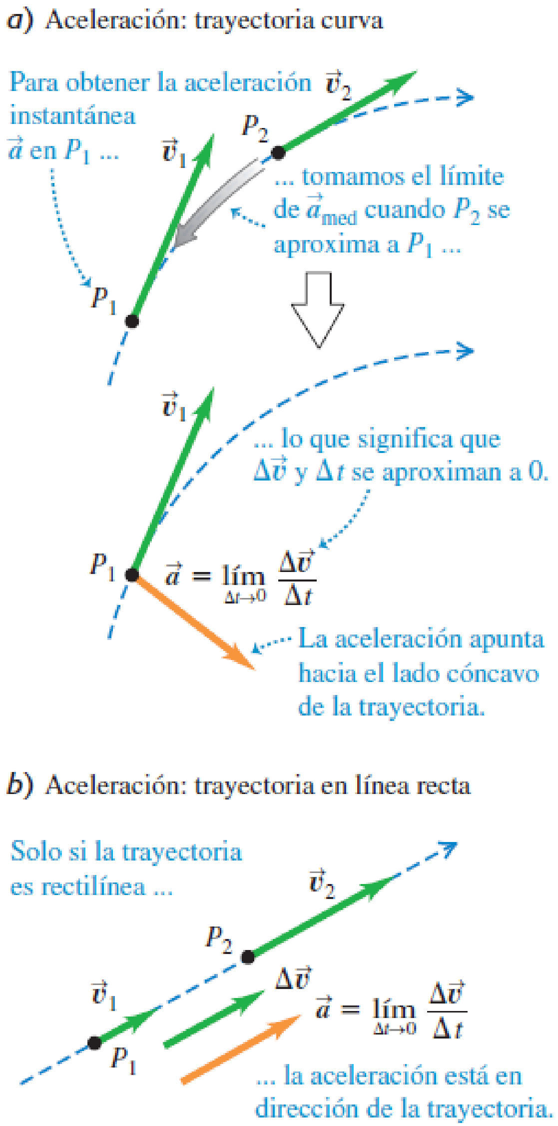
3.6 *a)* Un automóvil se mueve a lo largo de una curva de P_1 a P_2. *b)* Cómo obtener el cambio en la velocidad $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ mediante resta de vectores. *c)* El vector $\vec{a}_{med} = \Delta\vec{v}/\Delta t$ representa la aceleración media entre P_1 y P_2.



$$\vec{a}_{med} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

$$a_{med\text{-}x} = (v_{2x} - v_{1x})/(t_2 - t_1) = \Delta v_x/\Delta t,$$

Capitulo 3 – Movimiento en dos o en tres dimensiones



$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{a} = \frac{dv_x}{dt}\hat{\imath} + \frac{dv_y}{dt}\hat{\jmath} + \frac{dv_z}{dt}\hat{k}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} \qquad a_y = \frac{dv_y}{dt} \qquad a_z = \frac{dv_z}{dt}$$

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} \qquad a_y = \frac{d^2y}{dt^2} \qquad a_z = \frac{d^2z}{dt^2}$$

Universidad del Rosario

Capitulo 3 – Movimiento en dos o en tres dimensiones

Ejercicio en clase:

Veamos otra vez los movimientos del vehículo robot del ejemplo 3.1. *a*) Obtenga las componentes de la aceleración media de $t = 0.0$ s a $t = 2.0$ s. *b*) Determine la aceleración instantánea en $t = 2.0$ s.

IDENTIFICAR y PLANTEAR: En el ejemplo 3.1, obtuvimos las componentes de la velocidad instantánea del vehículo en el tiempo t:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = (-0.25\ \mathrm{m/s^2})(2t) = (-0.50\ \mathrm{m/s^2})\,t$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = 1.0\ \mathrm{m/s} + (0.025\ \mathrm{m/s^3})(3t^2)$$

$$= 1.0\ \mathrm{m/s} + (0.075\ \mathrm{m/s^3})\,t^2$$

EJECUTAR: *a*) En el ejemplo 3.1 vimos que para $t = 0.0$ s las componentes de velocidad son

$$v_x = 0.0\ \mathrm{m/s} \qquad v_y = 1.0\ \mathrm{m/s}$$

y que en $t = 2.0$ s las componentes son

$$v_x = -1.0\ \mathrm{m/s} \qquad v_y = 1.3\ \mathrm{m/s}$$

Así, las componentes de la aceleración media en el intervalo de $t = 0.0$ s a $t = 2.0$ s son

$$a_{\text{med-}x} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{-1.0\ \mathrm{m/s} - 0.0\ \mathrm{m/s}}{2.0\ \mathrm{s} - 0.0\ \mathrm{s}} = -0.50\ \mathrm{m/s^2}$$

$$a_{\text{med-}y} = \frac{\Delta v_y}{\Delta t} = \frac{1.3\ \mathrm{m/s} - 1.0\ \mathrm{m/s}}{2.0\ \mathrm{s} - 0.0\ \mathrm{s}} = 0.15\ \mathrm{m/s^2}$$

b) Con las ecuaciones (3.10),

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = -0.50\ \text{m/s}^2 \qquad a_y = \frac{dv_y}{dt} = (0.075\ \text{m/s}^3)(2t)$$

De modo que el vector aceleración instantánea $\vec{a}$ en el tiempo t es

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} = (-0.50\ \text{m/s}^2)\hat{\imath} + (0.15\ \text{m/s}^3)t\hat{\jmath}$$

En el instante $t = 2.0$ s, las componentes de la aceleración y el vector aceleración son

$$a_x = -0.50\ \text{m/s}^2 \qquad a_y = (0.15\ \text{m/s}^3)(2.0\ \text{s}) = 0.30\ \text{m/s}^2$$

$$\vec{a} = (-0.50\ \text{m/s}^2)\hat{\imath} + (0.30\ \text{m/s}^2)\hat{\jmath}$$

La magnitud de la aceleración en este instante es

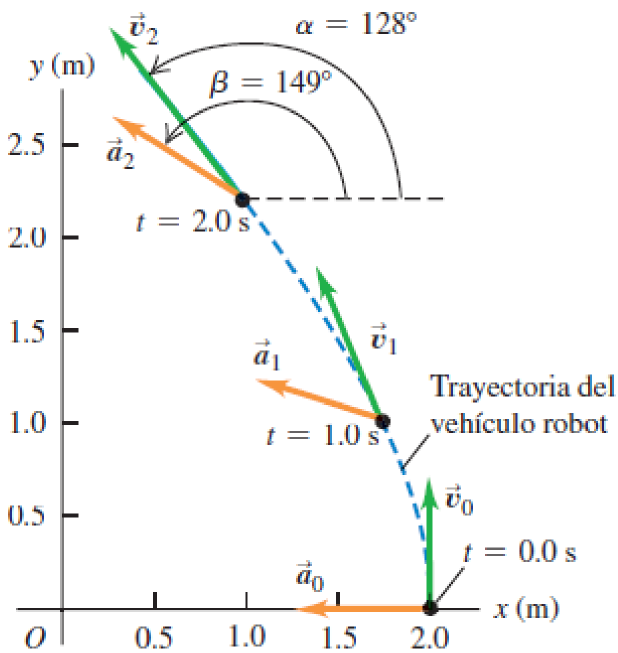
$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$
$$= \sqrt{(-0.50\ \text{m/s}^2)^2 + (0.30\ \text{m/s}^2)^2} = 0.58\ \text{m/s}^2$$

Un diagrama de este vector (**figura 3.9**) muestra que el ángulo β de la dirección de $\vec{a}$ con respecto al eje x positivo está entre 90° y 180°. Con la ecuación (3.7), tenemos

$$\arctan\frac{a_y}{a_x} = \arctan\frac{0.30\ \text{m/s}^2}{-0.50\ \text{m/s}^2} = -31°$$

Así que $\beta = 180° + (-31°) = 149°$.

3.9 Trayectoria del vehículo robot que muestra la velocidad y aceleración en $t = 0.0$ s ($\vec{v}_0$ y $\vec{a}_0$), $t = 1.0$ s ($\vec{v}_1$ y $\vec{a}_1$) y $t = 2.0$ s ($\vec{v}_2$ y $\vec{a}_2$).



Bibliografía

[1] Sears & Zemansky's University Physics (13th ed.); H.D. Young, R.A. Freedman. Addison-Wesley (2012)

¿Preguntas?

David González, PhD.
Profesor Principal
Davidfeli.gonzalez@urosario.edu.co
Escuela de Ingeniería, Ciencia y Tecnología
Universidad del Rosario