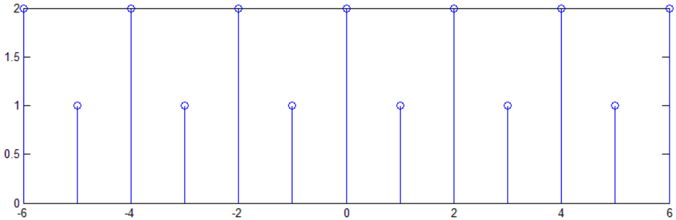
Señales Discretas

- La transformaciones de una señal en el mundo discreto son similares a transformaciones en el mundo continuo
  - Reflexión funciona igual (inversión).
  - Los corrimientos deben ser enteros.
  - El escalamiento funciona de manera diferente, debido al hecho de que la señal original solo está definida para valores enteros de la variable independiente.

Ejemplo



- Dada x[n] en la figura, hallar $y_1[n] = x[2n]$
  - $y_1[-3] = x[2(-3)] = x[-6] = 2$
  - $y_1[-2] = x[2(-2)] = x[-4] = 2$
  - $y_1[-1] = x[2(-1)] = x[-2] = 2$

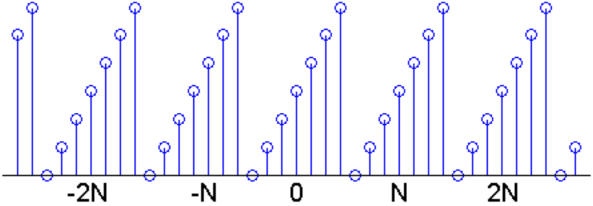
Señales Periódicas

- Para señales discretas:

$$x[n] = x(n+N), \forall n \quad (*)$$

- N es el período de la señal
- Si una señal es periódica con período N entonces es periódica con período mN para m entero.
- El menor valor de N que cumple $(*)$ es el período fundamental de la señal

$$N_0 = \min_N x[n] = x[n+N] \; \forall n$$

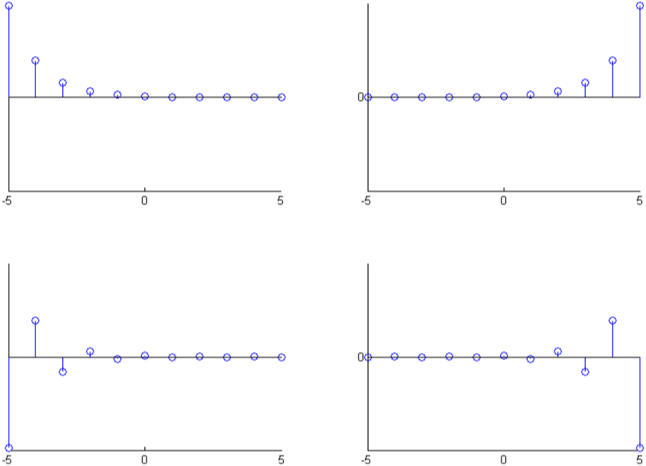


Exponencial Real Discreta

$|\alpha| < 1$ $\quad$ $|\alpha| > 1$

$\alpha > 0$

$\alpha < 0$



Sinusoidal Discreta

- Sea $|\alpha| = 1$, $\beta = j\omega_0 \rightarrow x[n] = e^{j\omega_0 n}$
- Por la relación de Euler:

$$e^{j\omega_0 n} = \cos(\omega_0 n) + j\sin(\omega_0 n)$$

$$A\cos(\omega_0 n + \phi) = \frac{A}{2}e^{j\omega_0 n + \phi} + \frac{A}{2}e^{-j\omega_0 n + \phi}$$

- Son señales de potencia.

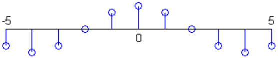
Exponenciales Complejas Generales

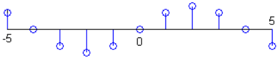
$$x[n] = |C||\alpha|^n \cos(\omega_0 n + \theta) + j|C||\alpha|^n \sin(\omega_0 n + \theta)$$

- $\alpha = 1$, Las partes real e imaginaria de $x[n]$ son sinusoidales.
- $\alpha| > 1$, Las partes real e imaginaria de $x[n]$ son sinusoidales que crecen exponencialmente.
- $|\alpha| < 1$, Las partes real e imaginaria de $x[n]$ son sinusoidales amortiguadas.

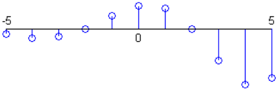
Exponenciales Complejas Generales

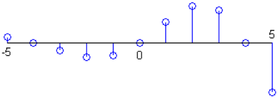
$|\alpha| = 1$



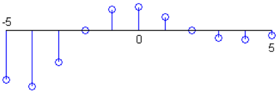


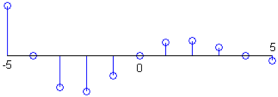
$|\alpha| > 1$





$|\alpha| < 1$





$e^{j\omega_0 t}$	$e^{j\omega_0 n}$
Señales distintas para valores distintos de ω_0	Señales iguales para frecuencias de la forma $\omega_0 \pm 2\pi k$
Periódica para cualquier ω_0	Periódica para $\omega_0 = 2\pi\frac{nm}{N}$
Frecuencia fundamental ω_0	Frecuencia fundamental ω_0/m_0
Período fundamental $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$	Período fundamental $N_0 = m_0\frac{2\pi}{\omega_0}$

Para el cálculo de ω_0 y N_0 se asume que $\mathrm{MCD}(m_0.N_0) = 1$

Exponenciales Complejas Relacionadas Armónicamente

- Solo existen N_0 exponenciales complejas discretas relacionadas armónicamente.

$$\phi_0[n] = 1 \qquad \phi_1[n] = e^{j\frac{2\pi}{N_0}n} \qquad \phi_2[n] = e^{j2\frac{2\pi}{N_0}n}$$

$$\phi_{N_0-2}[n] = e^{j(N_0-2)\frac{2\pi}{N_0}n} \qquad \phi_{N_0-1}[n] = e^{j(N_0-1)2\frac{2\pi}{N_0}n}$$

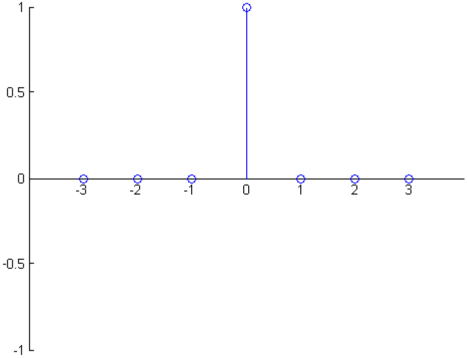
- Se define: $\phi_k[n] = e^{jk\frac{2\pi}{N_0}n}$, $k \in \mathcal{Z}$ como la k-ésima armónica de $e^{j\frac{2\pi}{N_0}n}$

$$\begin{aligned}
\phi_{k+N_0}[n] &= e^{j(k+N_0)\frac{2\pi}{N_0}n} \\
&= e^{jk\frac{2\pi}{N_0}n} e^{j(N_0)\frac{2\pi}{N_0}n} \\
&= e^{jk\frac{2\pi}{N_0}n} = \phi_k[n]
\end{aligned}$$

Función Impulso Unitario en Tiempo Discreto

$$\delta[n] = \begin{cases} 0 & n \neq 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases}$$

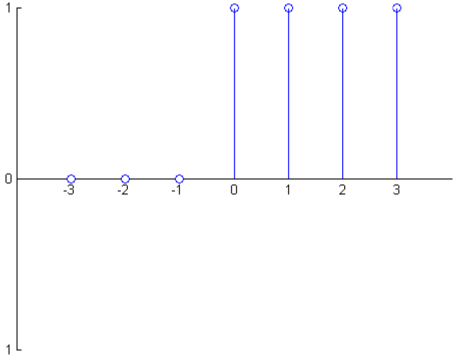
Muestra Unitaria



Función Escalón Unitario en Tiempo Discreto

$$u[n] = \begin{cases} 0 & n < 0 \\ 1 & n \geq 0 \end{cases}$$

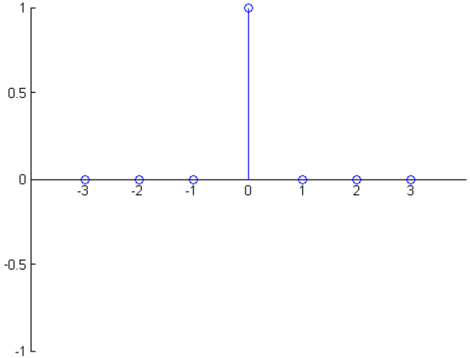
Paso Unitario



Funciones Impulso y Paso Discretas

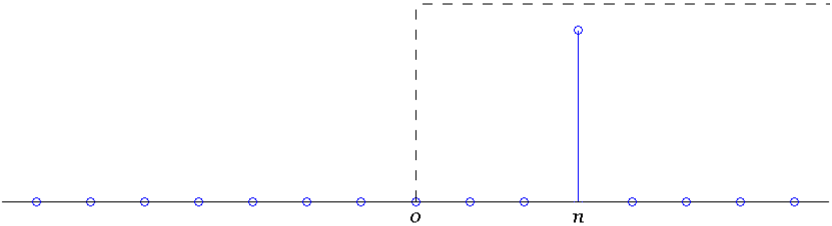
- Las funciones impulso y paso están relacionadas:

$$\delta[n] = u[n] - u[n-1]$$



Funciones Impulso y Paso

Haciendo $m = n - k$: $u[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} \delta[k]$



Propiedad de Selección del Impulso

- Dada una función $x[n]$, que ocurre cuando se multiplica por $\delta[n]$?
- $x[n]\delta[n] = x[0]\delta[n]$
- $x[n]\delta[n-n_0] = x[n_0]\delta[n-n_0]$