UNIVERSIDAD DEL ROSARIO

Elementos de física
Clase 3

David González, PhD.
Profesor Principal
Escuela de Ingeniería, Ciencia y Tecnología
Febrero 6, 2023

Capitulo 2 – Movimiento Rectilíneo

Física Mecánica → *Estudio de las relaciones entre fuerza, materia y movimiento*

↓

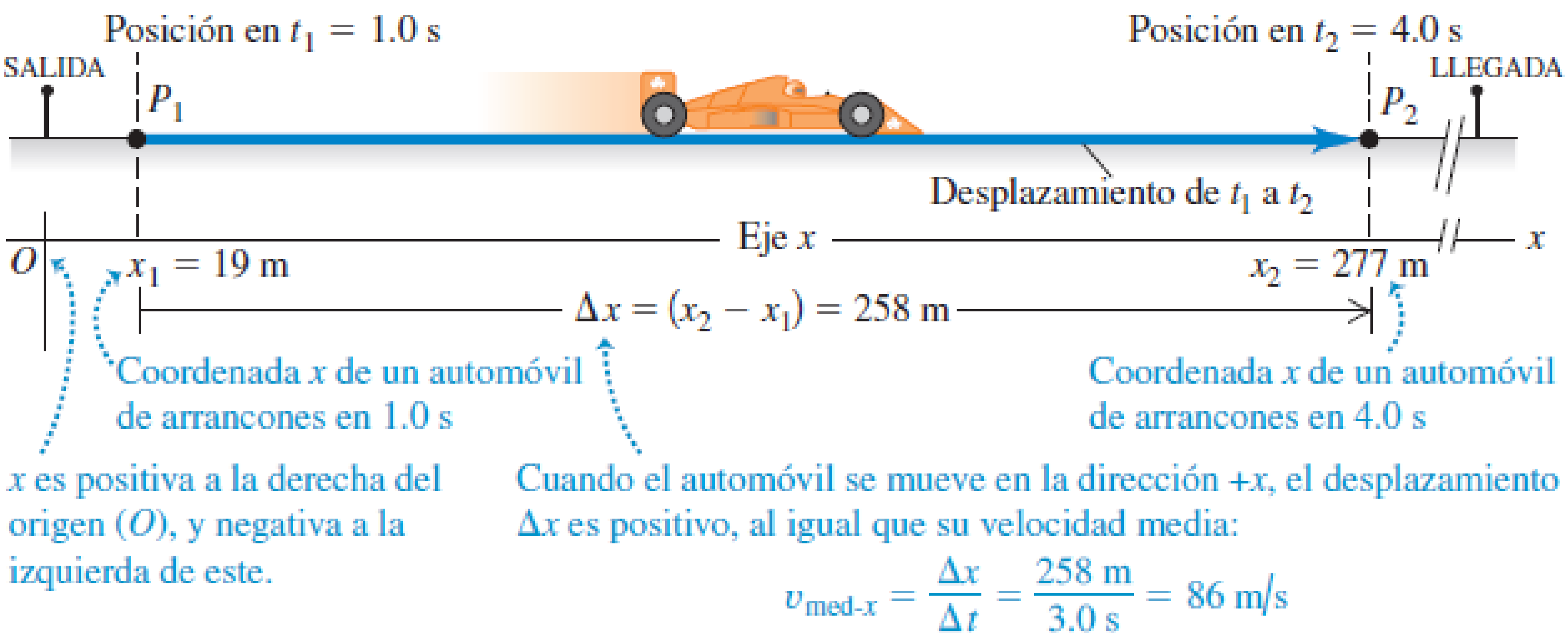
1. Cinemática → *Parte de la mecánica de describe el movimiento*

2. Dinámica → *Relación entre el movimiento y sus causas*

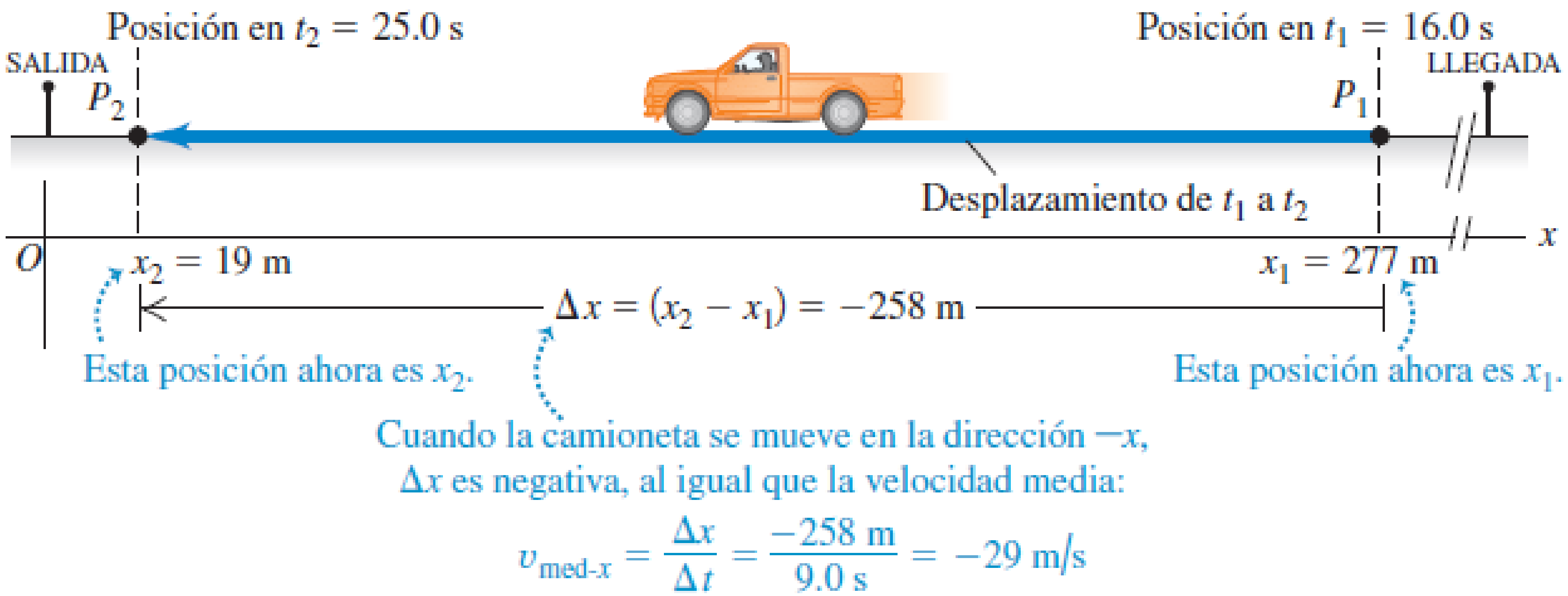
Movimiento rectilíneo → *Vectores de velocidad y aceleración. (Magnitud y dirección)*

Capitulo 2 – Desplazamiento, tiempo y velocidad media

2.1 Posiciones de un automóvil de arrancones en dos instantes durante su recorrido.



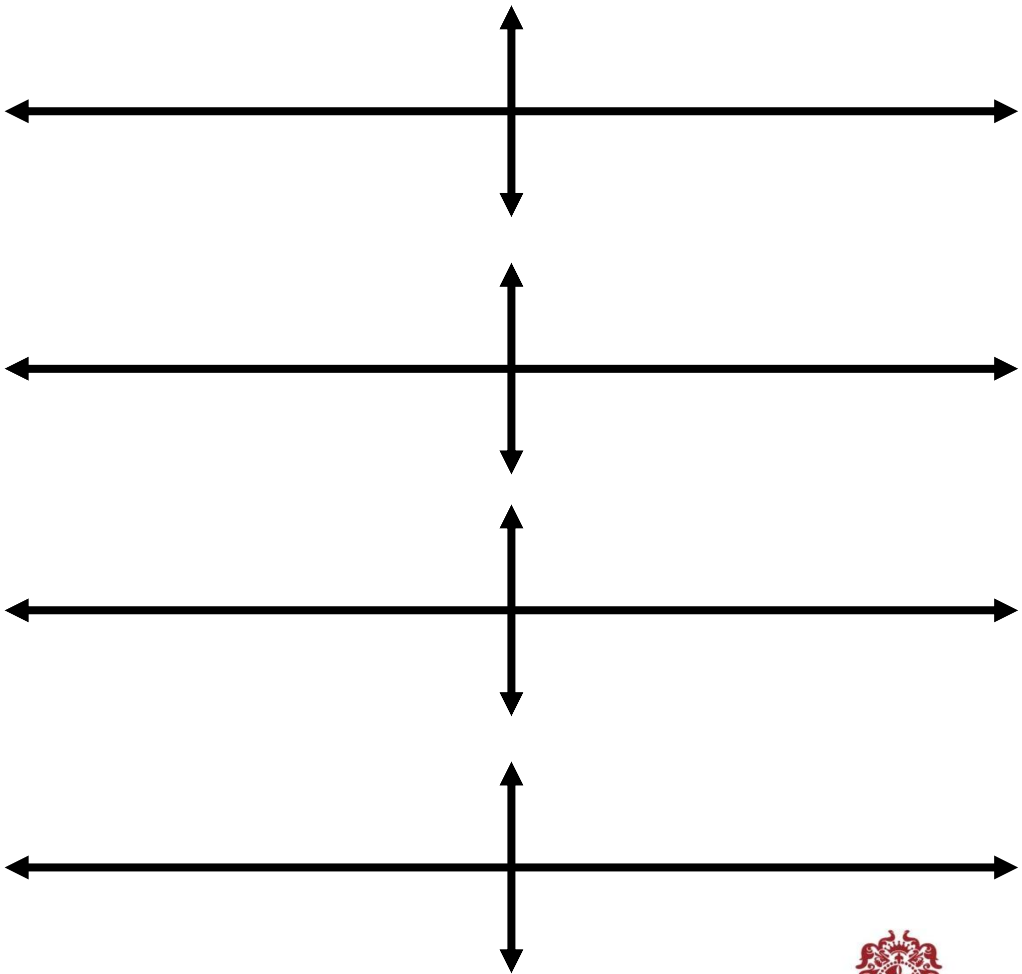
Capitulo 2 – Desplazamiento, tiempo y velocidad media



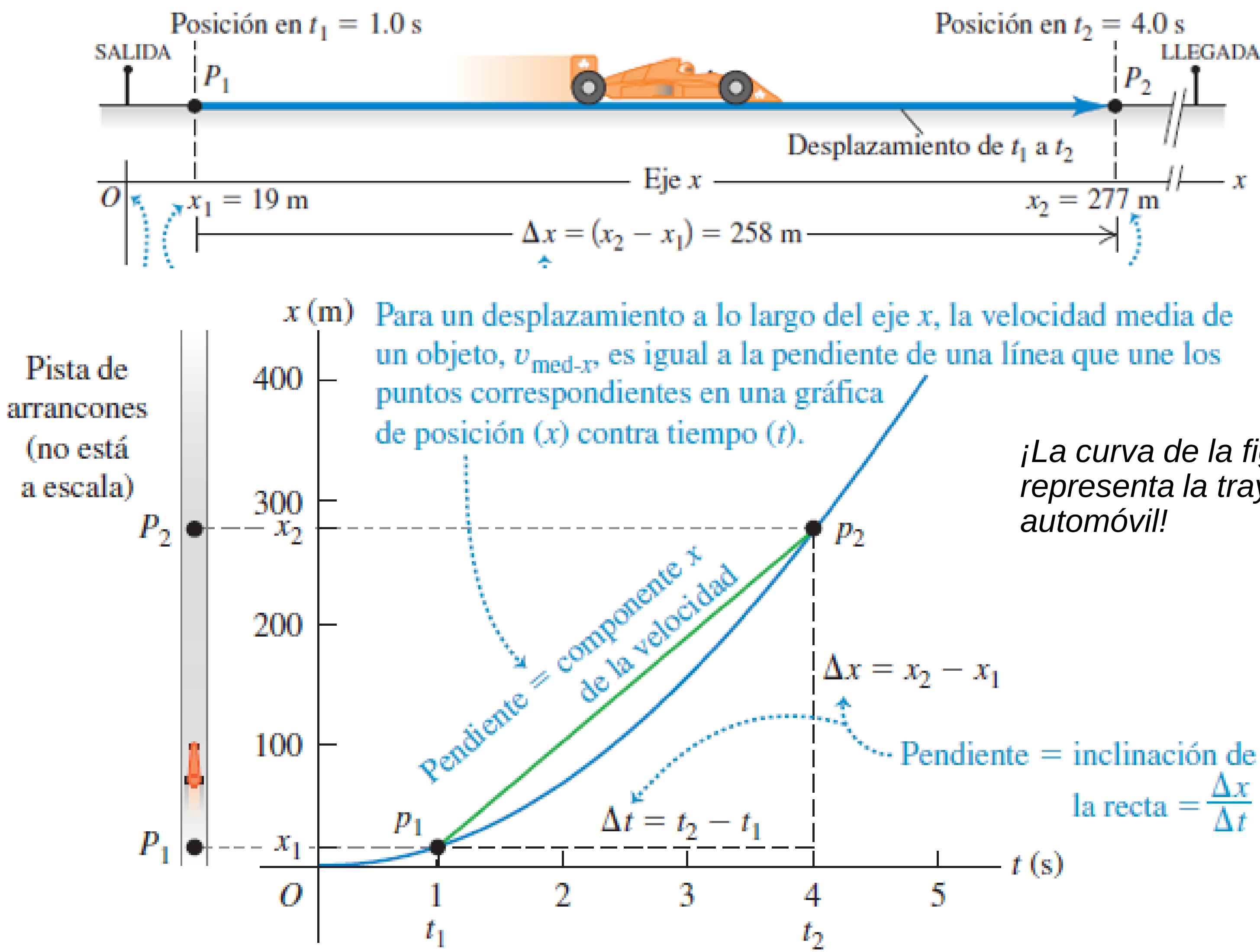
Capitulo 2 – Desplazamiento, tiempo y velocidad media

Tabla 2.1 Reglas para el signo de la velocidad

Si la coordenada x es:	. . . la velocidad x es:
Positiva y aumenta (volviéndose más positiva)	Positiva: la partícula se mueve en la dirección $+x$
Positiva y disminuye (volviéndose menos positiva)	Negativa: la partícula se mueve en la dirección $-x$
Negativa y aumenta (volviéndose menos negativa)	Positiva: la partícula se mueve en la dirección $+x$
Negativa y disminuye (volviéndose más negativa)	Negativa: la partícula se mueve en la dirección $-x$



Capitulo 2 – Desplazamiento, tiempo y velocidad media



¡La curva de la figura NO representa la trayectoria del automóvil!

Capitulo 2 – Desplazamiento, tiempo y velocidad media

Tabla 2.2 Magnitudes típicas de velocidad

Reptar del caracol	10^{-3} m/s
Caminata rápida	2 m/s
Ser humano más rápido	11 m/s
Velocidades en carretera	30 m/s
Automóvil más rápido	341 m/s
Movimiento aleatorio de moléculas de aire	500 m/s
Avión más rápido	1000 m/s
Satélite de comunicación en órbita	3000 m/s
Electrón en un átomo de hidrógeno	2×10^{6} m/s
Luz que viaja en el vacío	3×10^{8} m/s

Desplazamiento

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

Velocidad media

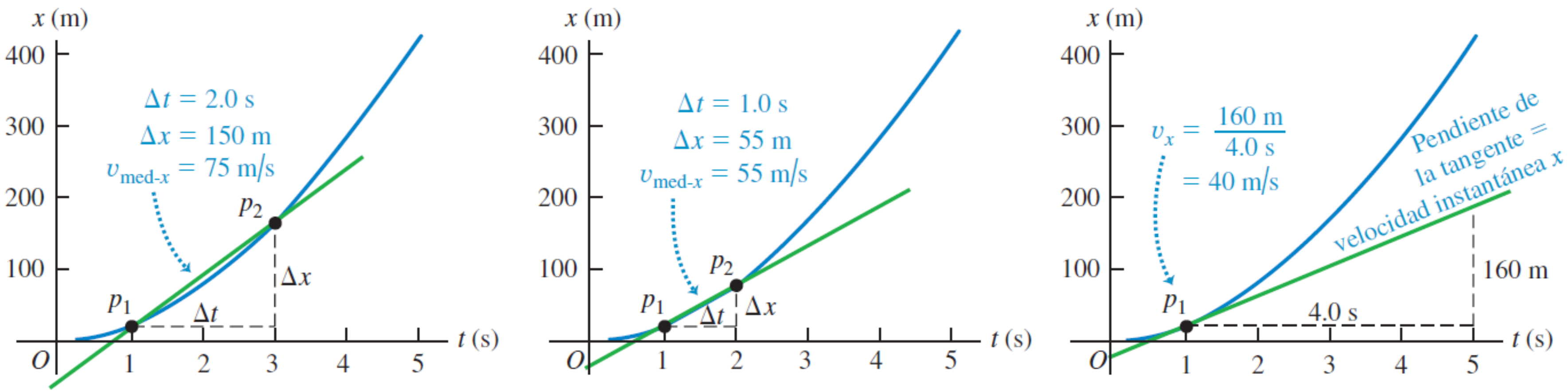
$$v_{\text{med-}x} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Capitulo 2 – Velocidad instantánea

$$v_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

La velocidad instantánea es el limite de la velocidad media conforme el intervalo de tiempo se acerca a cero.

a) b) c)

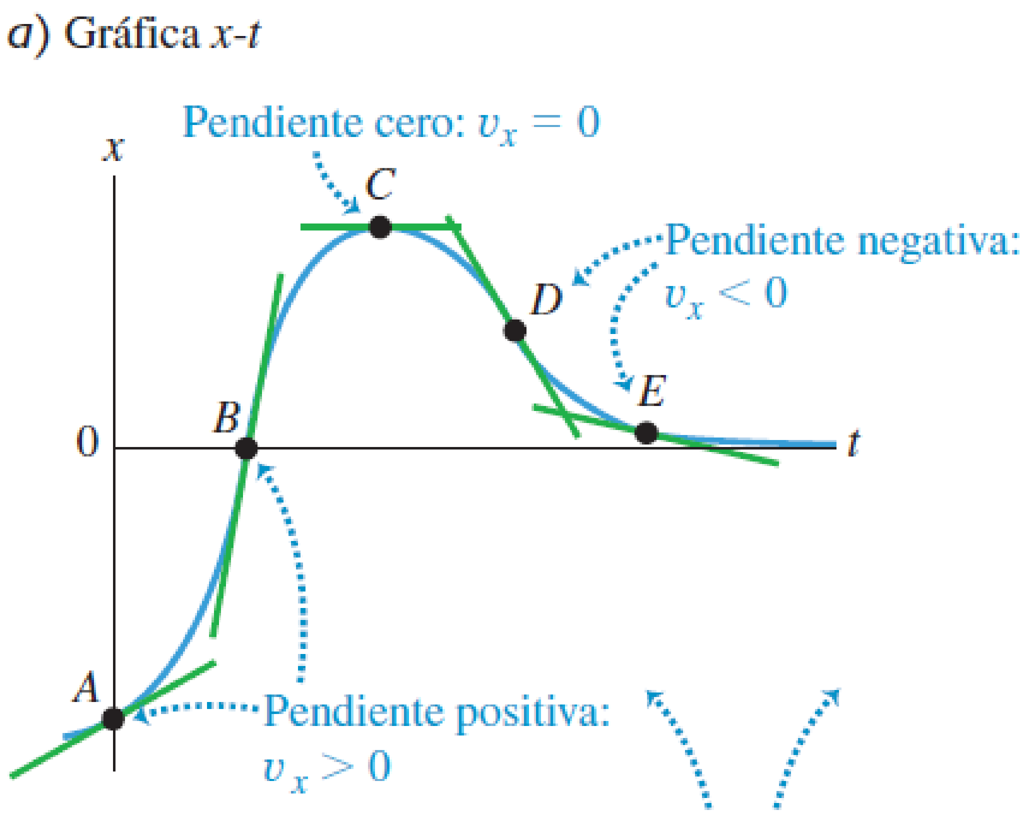


Cuando la velocidad media $v_{med\text{-}x}$ se calcula en intervalos cada vez más cortos ...

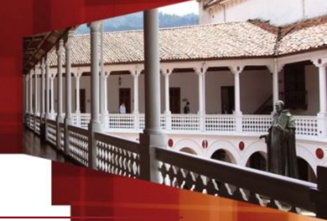
... su valor $v_{med\text{-}x} = \Delta x/\Delta t$ se acerca a la velocidad instantánea.

La velocidad instantánea v_x en un tiempo dado es igual a la pendiente de la tangente a la curva x-t en ese punto.

Capitulo 2 – Velocidad instantánea



Cuanto más pronunciada sea la pendiente (positiva o negativa) de la gráfica *x*-*t* de un objeto, mayor será la rapidez del objeto en la dirección positiva o negativa.

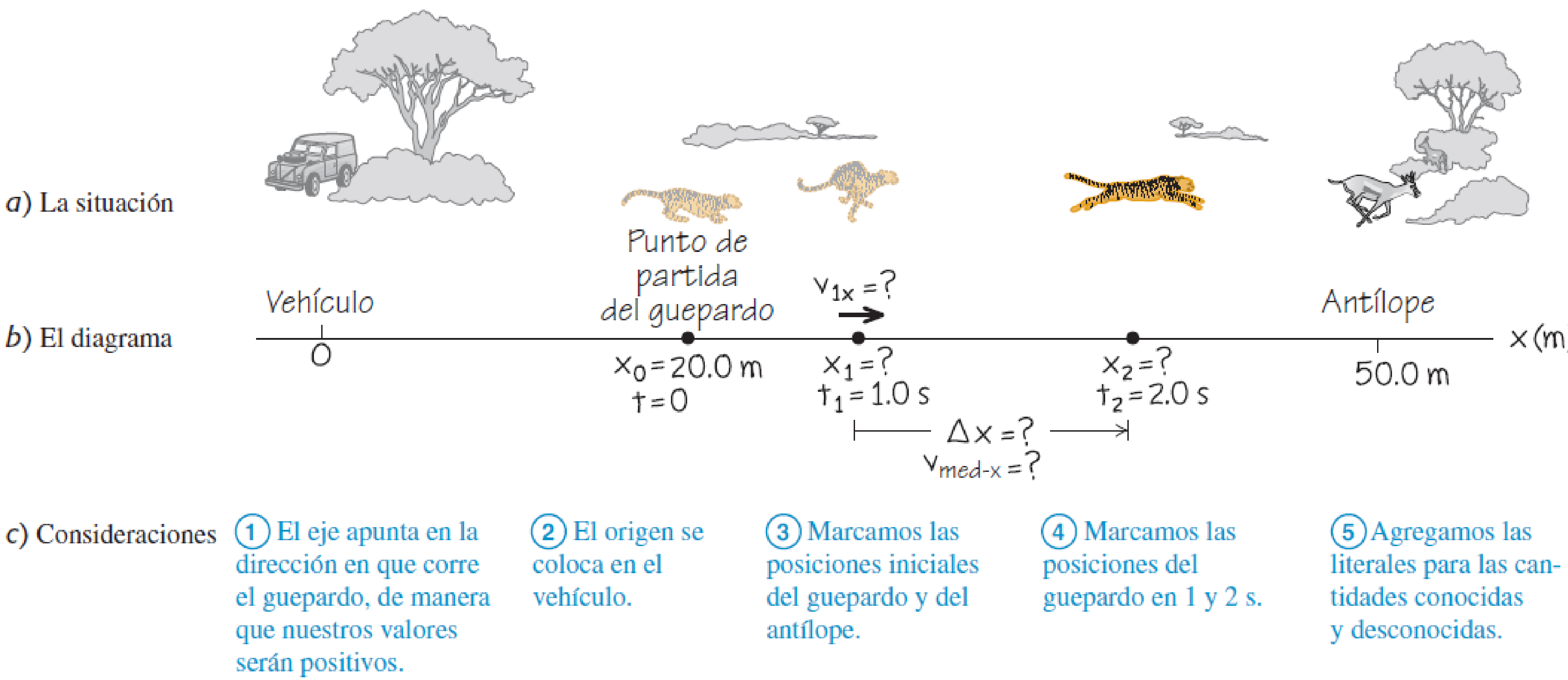


Capitulo 2 – Velocidad instantánea

Ejercicio en clase:

Un guepardo acecha 20 m al este de un observador (figura 2.6*a*). En el tiempo $t = 0$, el guepardo comienza a correr al este hacia un antílope que se encuentra 50 m al este del observador. Durante los primeros 2.0 s del ataque, la coordenada x del guepardo varía con el tiempo según la ecuación $x = 20 \text{ m} + (5.0 \text{ m/s}^2)t^2$. *a*) Obtenga el desplazamiento del guepardo entre $t_1 = 1.0$ s y $t_2 = 2.0$ s. *b*) Calcule la velocidad media en dicho intervalo. *c*) Calcule la velocidad instantánea en $t_1 = 1.0$ s tomando $\Delta t = 0.1$ s, luego $\Delta t = 0.01$ s, luego $\Delta t = 0.001$ s. *d*) Deduzca una expresión general para la velocidad instantánea del guepardo en función del tiempo, y con ella calcule v_x en $t = 1.0$ s y $t = 2.0$ s.

Capitulo 2 – Velocidad instantánea



Capitulo 2 – Velocidad instantánea

EJECUTAR: *a*) En $t_1 = 1.0$ s y $t_2 = 2.0$ s, las posiciones del guepardo x_1 y x_2 son

$$x_1 = 20\text{ m} + (5.0\text{ m/s}^2)(1.0\text{ s})^2 = 25\text{ m}$$
$$x_2 = 20\text{ m} + (5.0\text{ m/s}^2)(2.0\text{ s})^2 = 40\text{ m}$$

El desplazamiento en este intervalo de 1.0 s es

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 40\text{ m} - 25\text{ m} = 15\text{ m}$$

b) La velocidad media durante este intervalo es

$$v_{\text{med-}x} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{40\text{ m} - 25\text{ m}}{2.0\text{ s} - 1.0\text{ s}} = \frac{15\text{ m}}{1.0\text{ s}} = 15\text{ m/s}$$

c) Con $\Delta t = 0.1$ s, el intervalo es de $t_1 = 1.0$ s a un nuevo $t_2 = 1.1$ s. En t_2, la posición es

$$x_2 = 20\text{ m} + (5.0\text{ m/s}^2)(1.1\text{ s})^2 = 26.05\text{ m}$$

La velocidad media durante este intervalo de 0.1 s es

$$v_{\text{med-}x} = \frac{26.05\text{ m} - 25\text{ m}}{1.1\text{ s} - 1.0\text{ s}} = 10.5\text{ m/s}$$

Capitulo 2 – Velocidad instantánea

Al seguir este método, podemos calcular las velocidades medias de los intervalos de 0.01 s y 0.001 s. Los resultados son 10.05 m/s y 10.005 m/s. Al disminuir Δt, la velocidad media se acerca a 10.0 m/s, por lo que concluimos que la velocidad instantánea en $t = 1.0$ s es de 10.0 m/s. (En estos cálculos no se tomaron en cuenta las reglas de conteo de cifras significativas).

d) Para calcular la velocidad instantánea en función del tiempo, se deriva la expresión de x con respecto a t. La derivada de una constante es cero, y para cualquier n la derivada de t^n es nt^{n-1}, así que la derivada de t^2 es $2t$. Por lo tanto,

$$v_x = \frac{dx}{dt} = (5.0\ \mathrm{m/s^2})(2t) = (10\ \mathrm{m/s^2})t$$

En $t = 1.0$ s, esto produce $v_x = 10$ m/s, como vimos en el inciso *c*); en $t = 2.0$ s, $v_x = 20$ m/s.

Capitulo 2 – Aceleración media e instantánea

<u>*Desplazamiento*</u>

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

<u>*Velocidad media*</u>

$$v_{\text{med-}x} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

<u>*Velocidad instantánea*</u>

$$v_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

<u>*Aceleración media*</u>

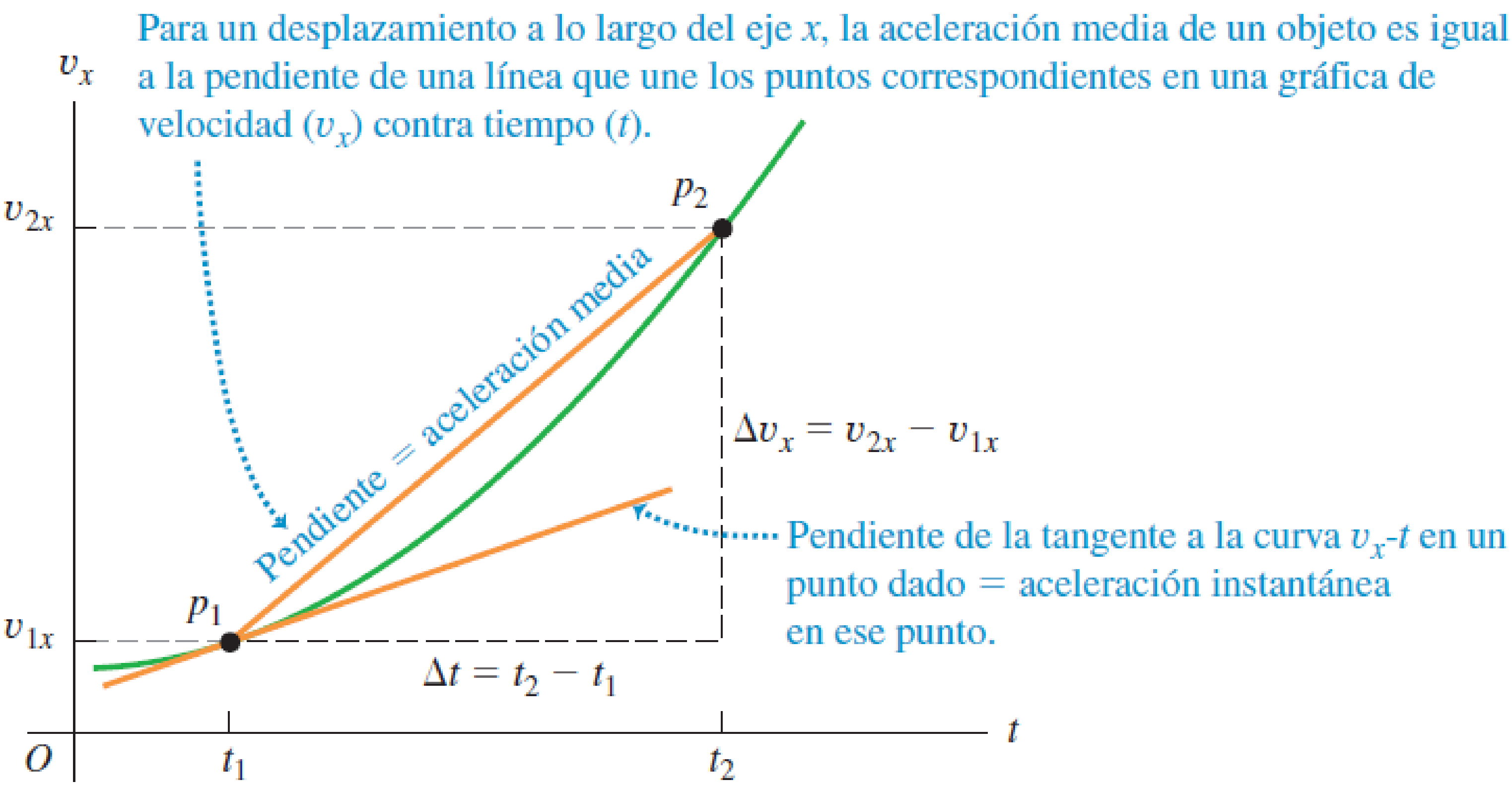
$$a_{\text{med-}x} = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$$

<u>*Aceleración instantánea*</u>

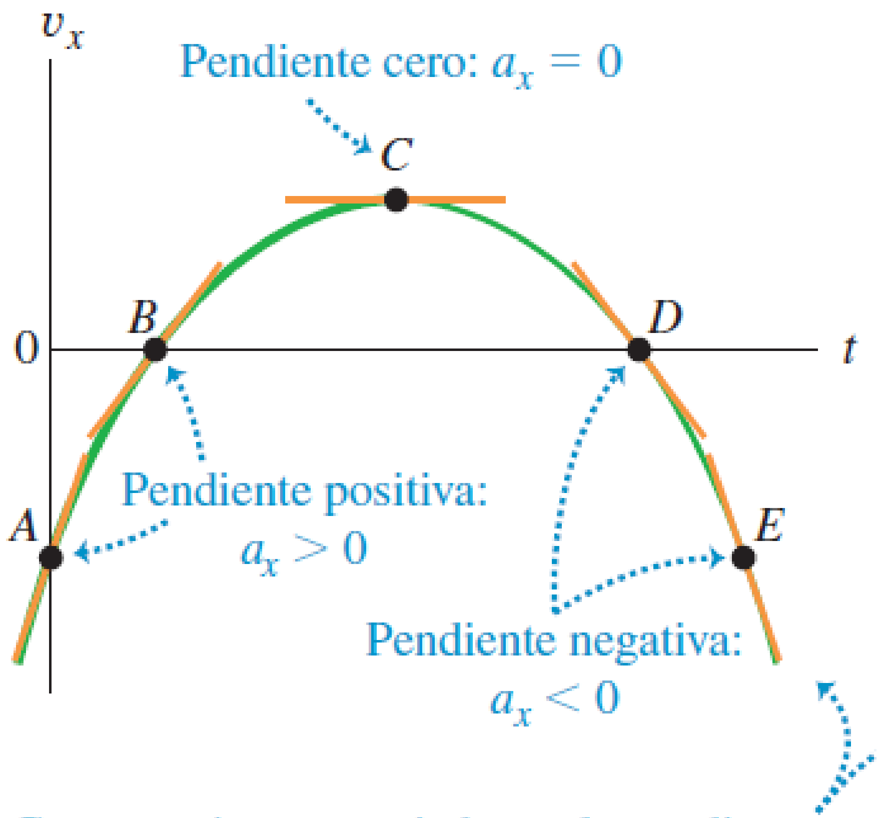
$$a_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2}$$

Capitulo 2 – Aceleración media e instantánea



Capitulo 2 – Aceleración media e instantánea



Cuanto más pronunciada sea la pendiente (positiva o negativa) de la gráfica v_x-t de un objeto, mayor será la aceleración del objeto en la dirección positiva o negativa.

Universidad del Rosario

Capitulo 2 – Aceleración media e instantánea

Ejercicio en clase:

Suponga que la velocidad v_x del automóvil en la figura 2.11 en un instante t está dada por la ecuación

$$v_x = 60\ \text{m/s} + (0.50\ \text{m/s}^3)t^2$$

a) Calcule el cambio de velocidad del automóvil en el intervalo entre $t_1 = 1.0$ s y $t_2 = 3.0$ s. *b*) Calcule la aceleración media en este intervalo de tiempo. *c*) Obtenga la aceleración instantánea en $t_1 = 1.0$ s tomando Δt primero como 0.1 s, después como 0.01 s y luego como 0.001 s. *d*) Deduzca una expresión para la aceleración instantánea como función del tiempo y úsela para obtener la aceleración en $t = 1.0$ s y $t = 3.0$ s.

Universidad del Rosario

Capitulo 2 – Velocidad instantánea

EJECUTAR: *a*) Antes de aplicar la ecuación (2.4), debemos obtener la velocidad en cada instante a partir de la ecuación dada. En el instante $t_1 = 1.0$ s, y en el $t_2 = 3.0$ s, las velocidades son

$$v_{1x} = 60 \text{ m/s} + (0.50 \text{ m/s}^3)(1.0 \text{ s})^2 = 60.5 \text{ m/s}$$

$$v_{2x} = 60 \text{ m/s} + (0.50 \text{ m/s}^3)(3.0 \text{ s})^2 = 64.5 \text{ m/s}$$

El cambio en la velocidad Δv_x entre $t_1 = 1.0$ s y $t_2 = 3.0$ s es

$$\Delta v_x = v_{2x} - v_{1x} = 64.5 \text{ m/s} - 60.5 \text{ m/s} = 4.0 \text{ m/s}$$

b) La aceleración media durante este intervalo de duración $t_2 - t_1 = 2.0$ s es

$$a_{\text{med-}x} = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1} = \frac{4.0 \text{ m/s}}{2.0 \text{ s}} = 2.0 \text{ m/s}^2$$

Capitulo 2 – Velocidad instantánea

Durante este intervalo, la velocidad y la aceleración media tienen el mismo signo algebraico (positivo en este caso) y el auto acelera.

c) Cuando $\Delta t = 0.1$ s, tenemos $t_2 = 1.1$ s. Procediendo como antes obtenemos

$$v_{2x} = 60 \text{ m/s} + (0.50 \text{ m/s}^3)(1.1 \text{ s})^2 = 60.605 \text{ m/s}$$

$$\Delta v_x = 0.105 \text{ m/s}$$

$$a_{\text{med-}x} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{0.105 \text{ m/s}}{0.1 \text{ s}} = 1.05 \text{ m/s}^2$$

Repita este patrón para calcular $a_{\text{med-}x}$ con $\Delta t = 0.01$ s y $\Delta t = 0.001$ s; los resultados son $a_{\text{med-}x} = 1.005 \text{ m/s}^2$ y $a_{\text{med-}x} = 1.0005 \text{ m/s}^2$, respectivamente. Al reducirse Δt, la aceleración media se acerca a 1.0 m/s^2, por lo que concluimos que la aceleración instantánea en $t = 1.0$ s es 1.0 m/s^2.

Capitulo 2 – Velocidad instantánea

d) Por la ecuación (2.5) la aceleración instantánea es $a_x = dv_x/dt$. La derivada de una constante es cero y la derivada de t^2 es $2t$, por lo que

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt}[60\ \mathrm{m/s} + (0.50\ \mathrm{m/s^3})t^2]$$
$$= (0.50\ \mathrm{m/s^3})(2t) = (1.0\ \mathrm{m/s^3})t$$

Cuando $t = 1.0$ s,

$$a_x = (1.0\ \mathrm{m/s^3})(1.0\ \mathrm{s}) = 1.0\ \mathrm{m/s^2}$$

Cuando $t = 3.0$ s,

$$a_x = (1.0\ \mathrm{m/s^3})(3.0\ \mathrm{s}) = 3.0\ \mathrm{m/s^2}$$

Bibliografía

[1] Sears & Zemansky’s University Physics (13th ed.); H.D. Young, R.A. Freedman. Addison-Wesley (2012)

¿Preguntas?

David González, PhD.
Profesor Principal
Davidfeli.gonzalez@urosario.edu.co
Escuela de Ingeniería, Ciencia y Tecnología
Universidad del Rosario