Notas 3

D2-43

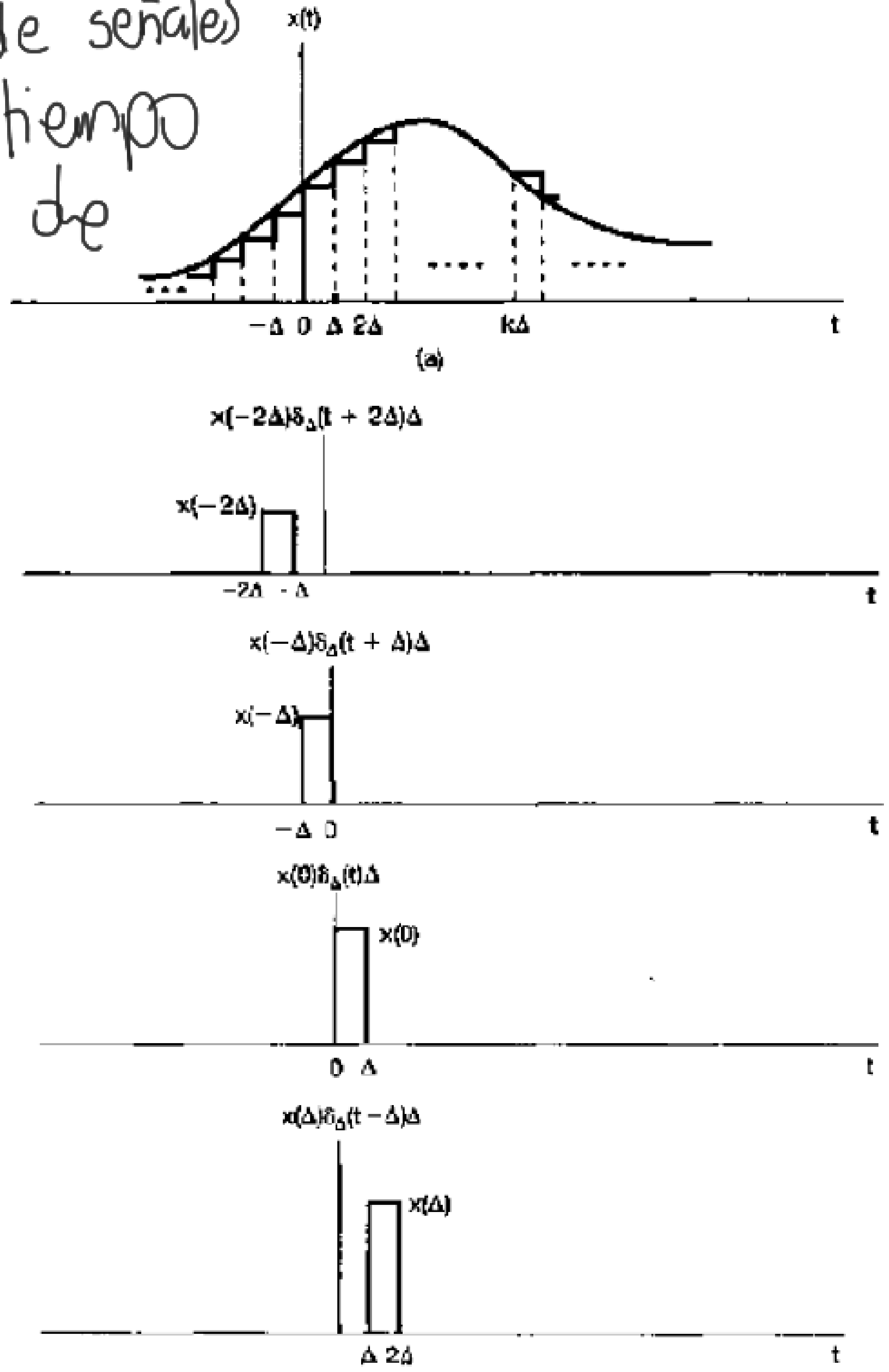
No lineal $\xrightarrow{\text{linealización}}$ lineal

- Aplicaciones
  - procesos
  - Térmicos
  - eléctricos
  - electromecánicos
  - Fluidos
  - Químicos

D3-43

Primero obtiene x(t) integrando la parte izquierda de la expresión
Resultado en la tercera expresión

Representación de señales continuas en el tiempo en términos de impulsos



D3.43

$$\delta_\Delta(t) = \begin{cases} 1/\Delta, & 0 \le t \le \Delta \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\hat{x}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\Delta)\,\delta_\Delta(t-k\Delta)\,\Delta.$$

$$x(t) = \lim_{\Delta\to 0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\Delta)\delta_\Delta(t-k\Delta)\,\Delta$$

→ $\Delta \to 0$ aproxima la sumatoria a una integral

→ Para cada instante de tiempo t solo el termino $k=m$ es diferente de cero. Este término tiene un área igual a $x(m\Delta)$ donde

$t - \Delta < m\Delta < t$

$x(t)$ es igual al area bajo la curva $x(\tau)\delta_\Delta(t-\tau)$

Cuando $\Delta \to 0$, $\delta_\Delta(t) \to \delta(t)$ impulso unitario

entonces

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\delta(t-\tau)\,d\tau$$

D4-43

- Aplique al sistema una señal $\delta(t)$
- $h(t)$ es la respuesta del sistema
- convolución

Permite obtener la salida del sistema ante cualquier entrada

¿como?

hasta la 15

D5-46

- Define un sistema de ejemplo mediante la respuesta impulso
- Por linealidad define un corrimiento en la respuesta
- Define una entrada como tren de impulsos

D6-46

* Diferencias hacia atras

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h}$$

Dinámico.

D 6-46

Presenta la explicación gráfica

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau)h(t-\tau)\,d\tau$$

$$h(t) = e^{-t}$$

$$u(\tau) = 0.1$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} 0.1 \cdot e^{-(t-\tau)}\,d\tau$$

$$y(t) = \int_{0}^{\infty} 0.1\; e^{-(t-\tau)}\,d\tau$$

$t=0 \quad e^{\tau}$

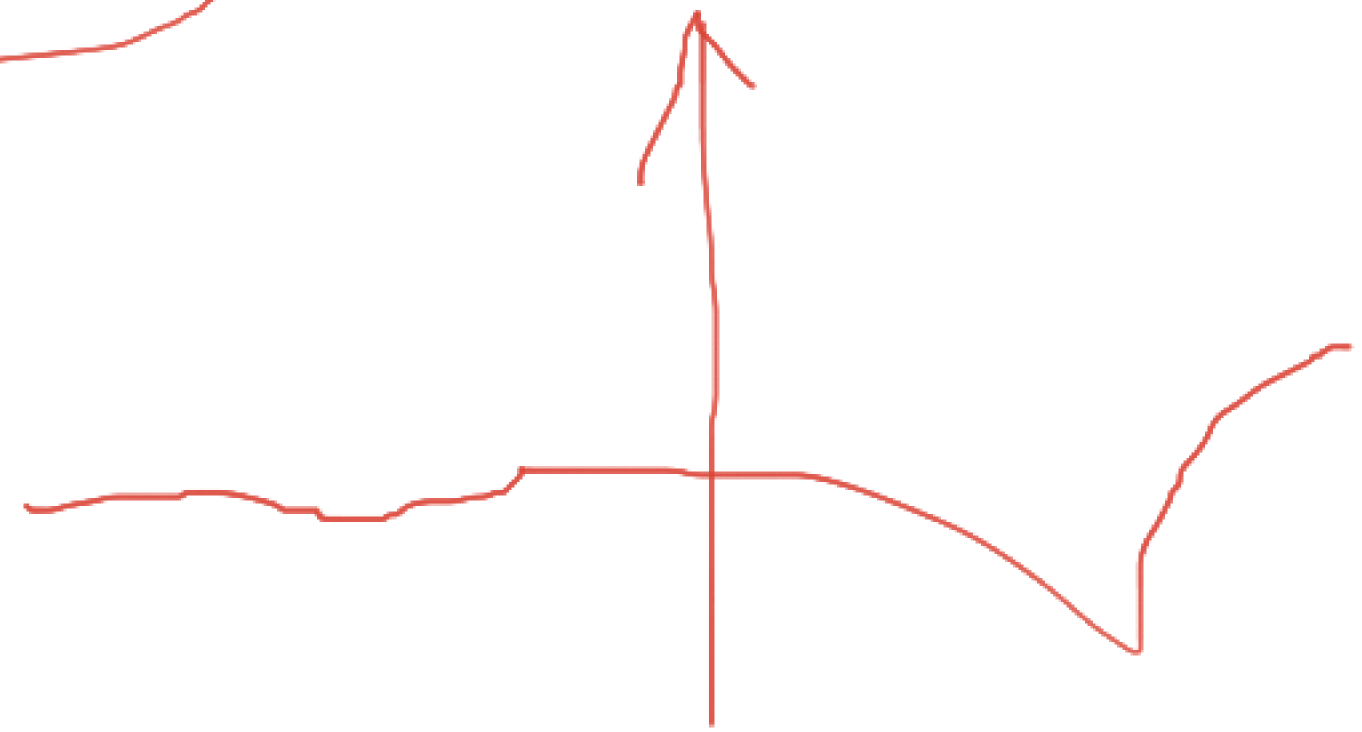
$$y(t) = \int_{0}^{t} 0.1\; e^{-(t-\tau)}\,d\tau$$

$$y(t) = \int_{0}^{t} 0.1\; e^{-t} \cdot e^{\tau}\,d\tau$$

$$y(t) = 0.1\, e^{-t} \cdot e^{\tau}\Big|_{0}^{t}$$

$$= 0.1 \cdot e^{-t} \cdot (e^{t} - 1)$$

$$y(t) = 0.1(1 - e^{-t})$$



D 7-46

$v(t)$ es equiv. a $u(t)$
y se obtiene

$$y(t)=\int_{-\infty}^{\infty} u(\tau)\,h(t-\tau)\,d\tau$$

D 11 - 46

$h(t) = e^{-t}\hat{u}(t)$

los límites se identifican de acuerdo a los valores para los cuales la integral es no nula

$t>0$ por la exponencial

¿Cómo se veria gráficamente?

D 9 - 46

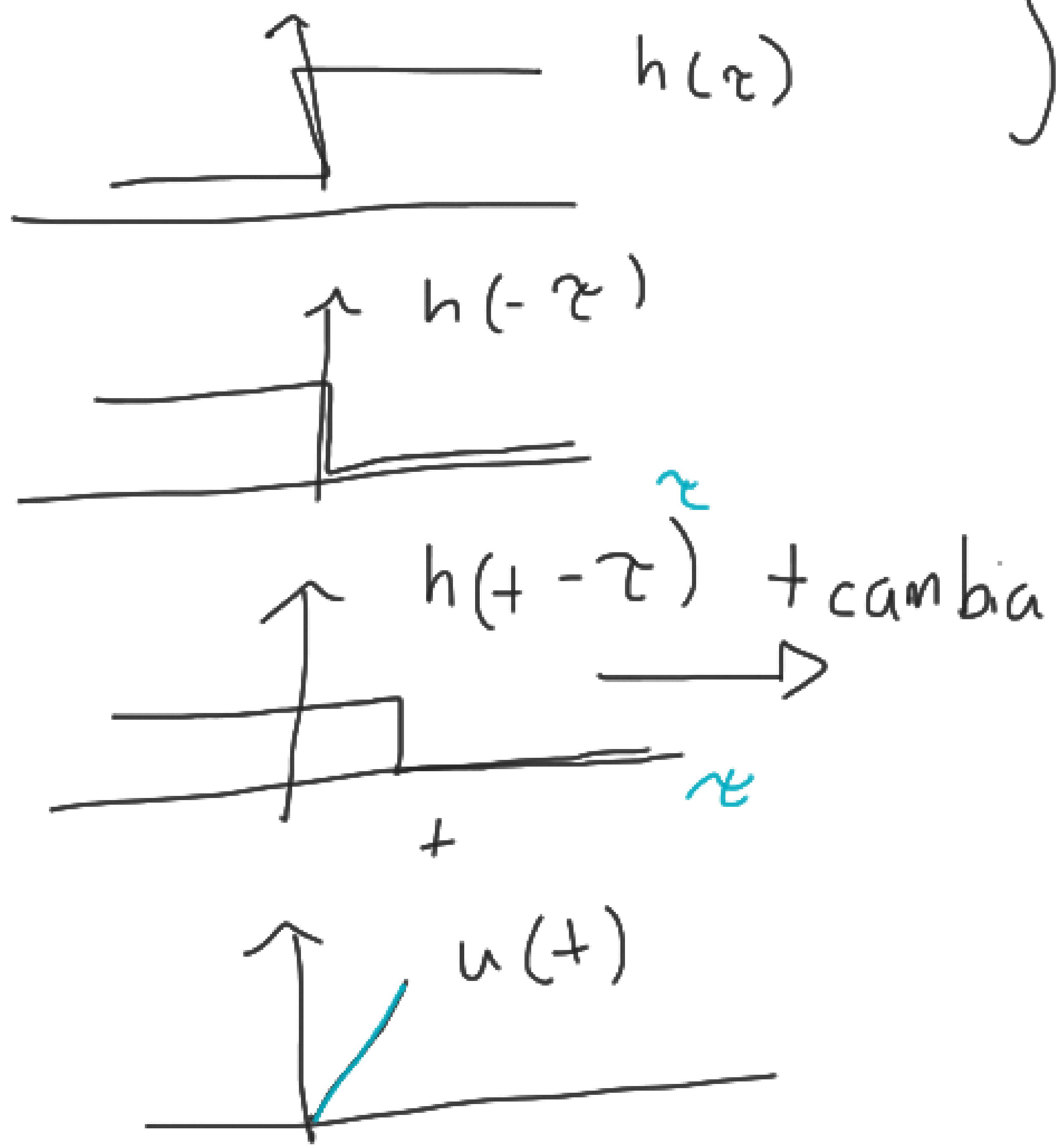
D 10 - 46

Sistema entrada rampa y escalon

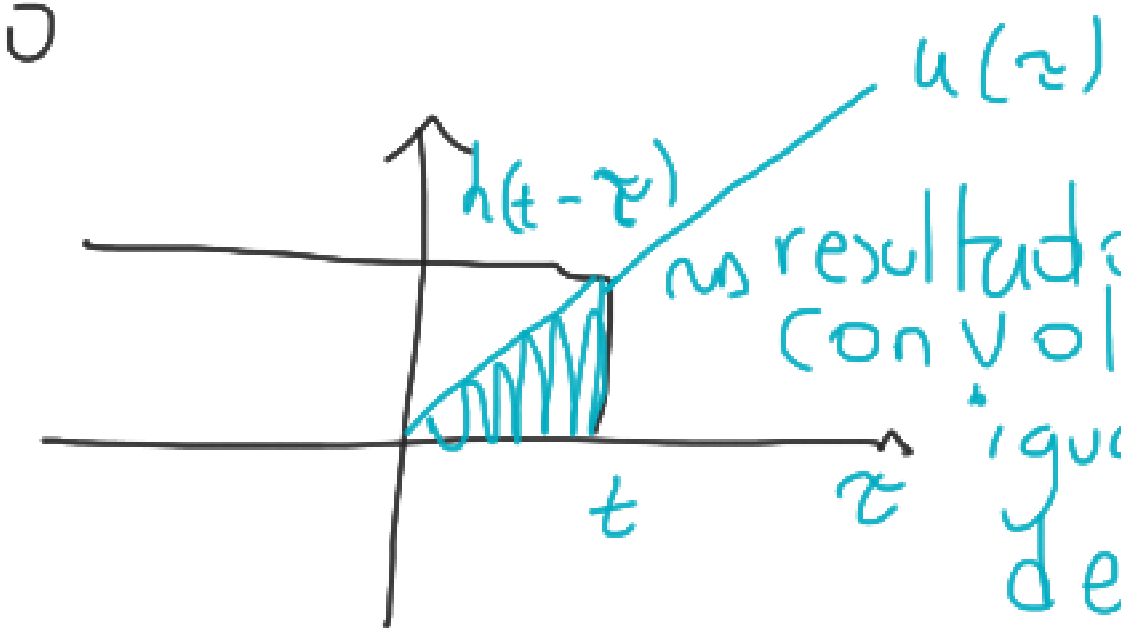
D 9-46

Operador Convolución

D 12-46



$$\int_0^t t \cdot h(t-\tau)\, d\tau$$

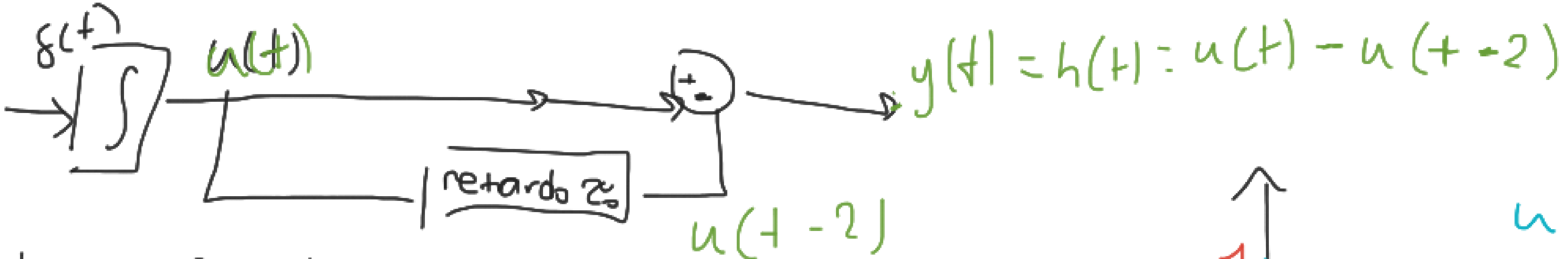


resultado de la convolución igual al valor del área

$$\int_{-\infty}^{\infty} \tau\, \hat{u}(\tau) \cdot h(t-\tau)\, d\tau = \int_0^{\infty} \tau \cdot h(t-\tau)\, d\tau = \int_0^t \tau \cdot \cancel{h(t-\tau)}^{\,1}\, d\tau$$

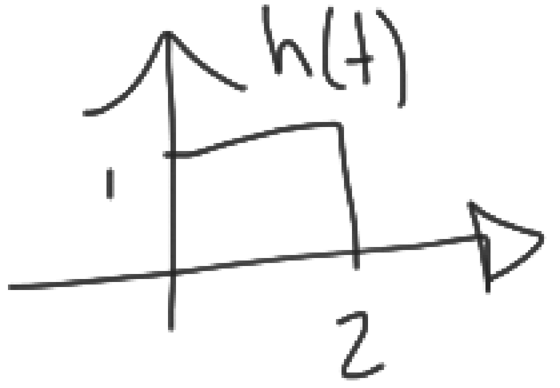
$h(t-\tau) \neq 0$ para $\tau \leq t$ $\quad = \int_0^t \tau\, d\tau = \frac{t^2}{2}$

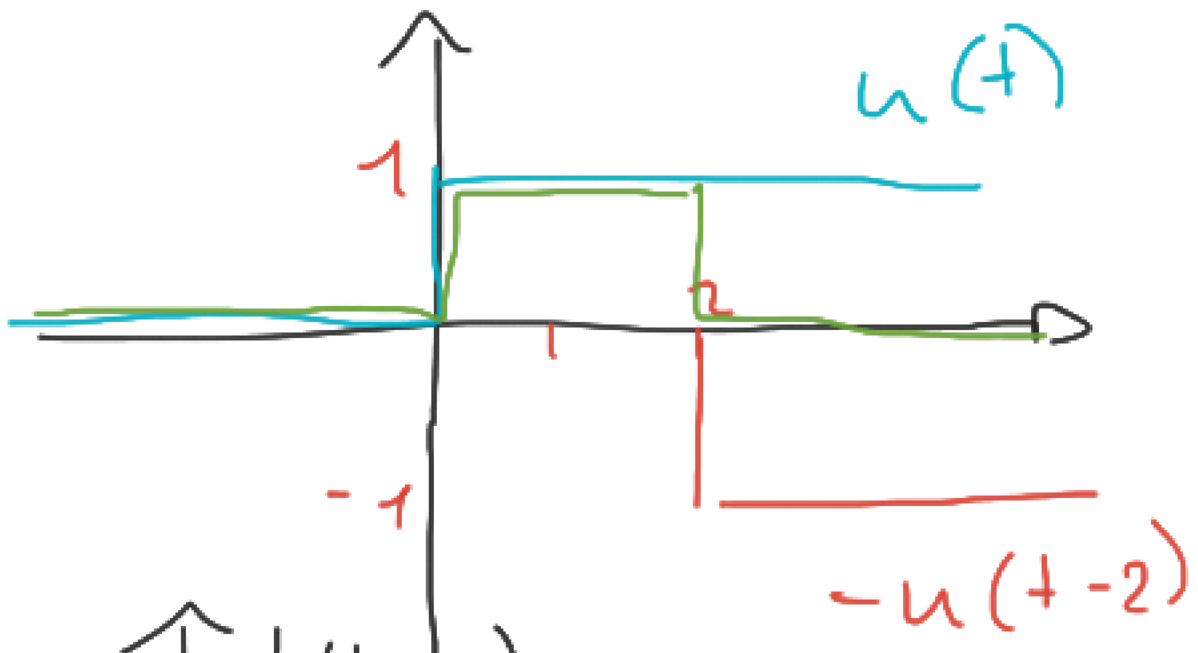
D 14-46

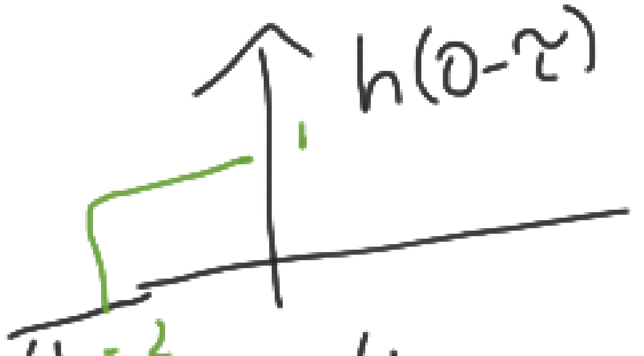


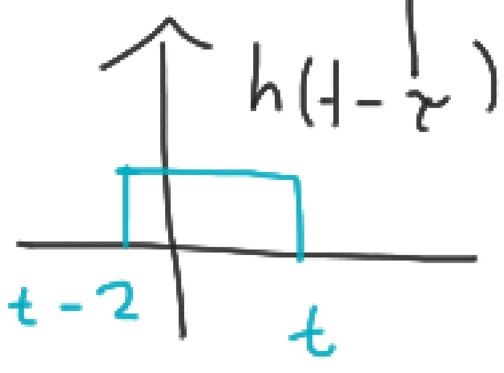
Demuestre que la respuesta impulso es un pulso de ancho 2 y amplitud 1.

$y(t) = h(t)$









$y(t) = u(t) - u(t-2)$

D. 15-46

$u(t) = x_1(t) + x_2(t)$

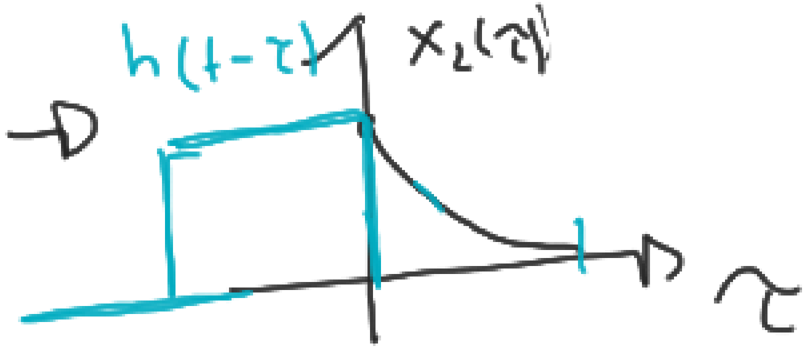
$= \delta(t+3) + 3e^{-0.5t}u(t)$

Encuentre la salida

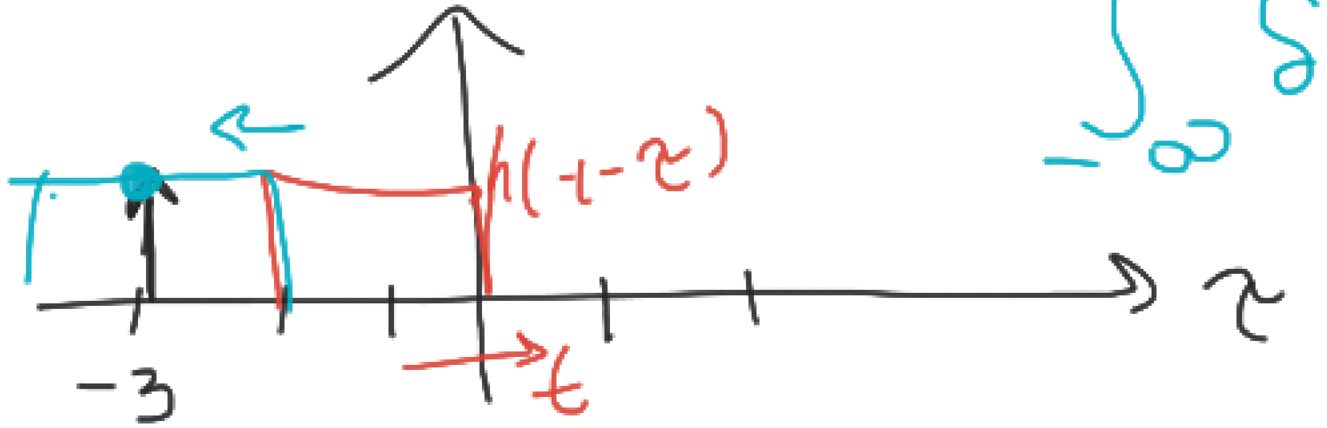
$= \delta(t+3) + 3e^{-0.5t}u(t)$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau)\cdot h(t-\tau)\,d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t+3)h(t-\tau)\,d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} 3e^{-0.5t}u(t)\,d\tau$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\tau+3)\, h(t-\tau)\, d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} 3\, e^{-0.5\tau}\, u(\tau)\, h(t-\tau)\, d\tau \rightarrow$$



$t=0$



$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(-(\tau+3)+t)\, h(\tau)$$

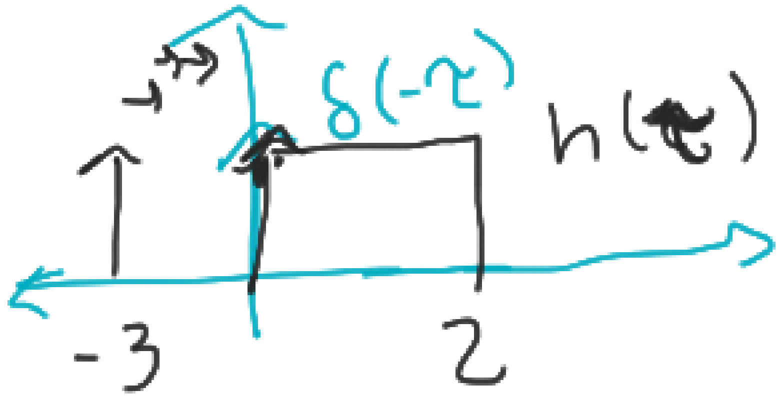
$t = +3$

para $t<0$

$y(t)=0$

$\delta(-(\tau \cancel{+} 3)+t)$

para $0 \le t < 2$



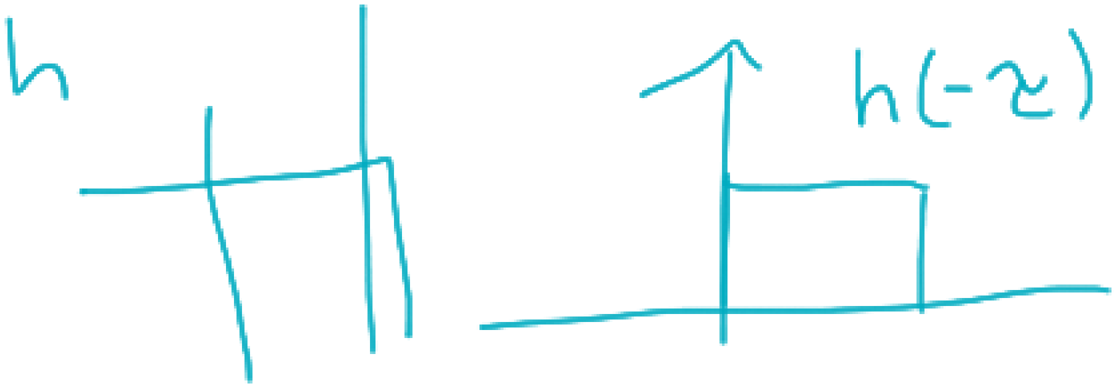
$$y(t) = \int_0^2 3 e^{-0.5\tau} d\tau$$

$= 3(e^{-0.5(2)} - 1)$

$= 3e^{-1} - 3$

$h(-3-\tau)$

$y(t)=1$



$h(t-3) = 1$

$h(-3-\tau)$

$\int$

$\delta(-\tau+3 - -3)$

$$\int_0^2 \delta(\tau+3)\, d\tau$$

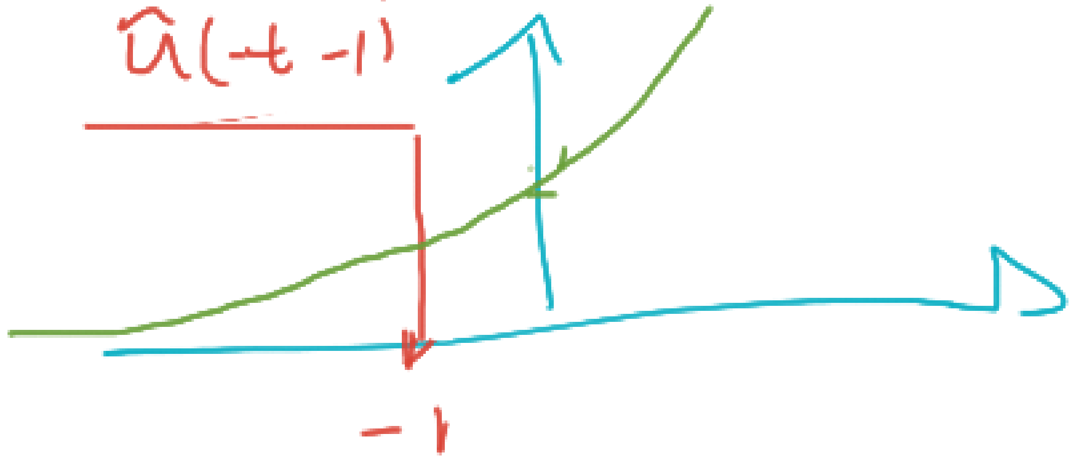
$3 \le t < 5$

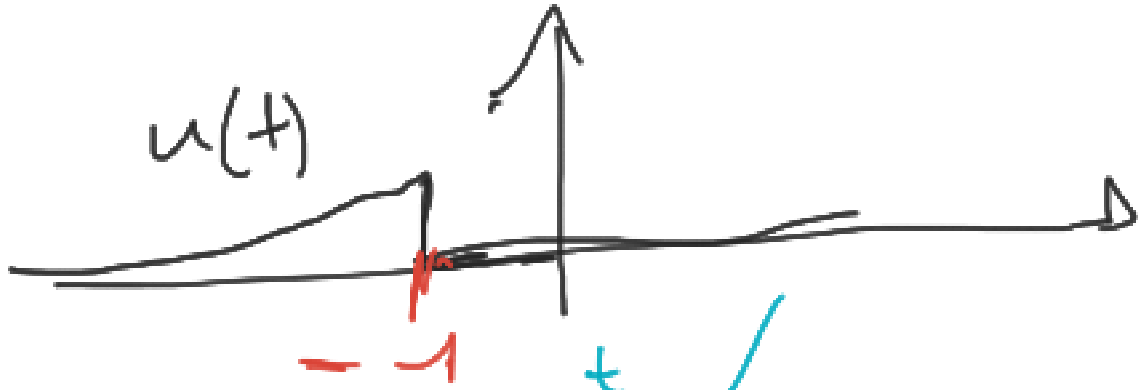
$y(t) = \{ 0 \ \forall\, t<0,\ t \ge 5$

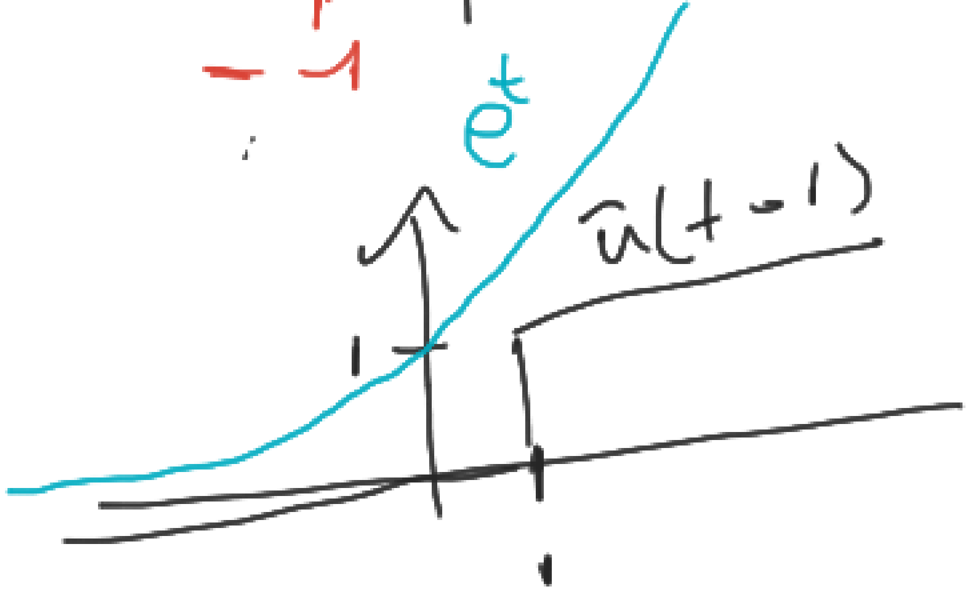
$h(t) = e^{t}\hat{u}(t-1)$

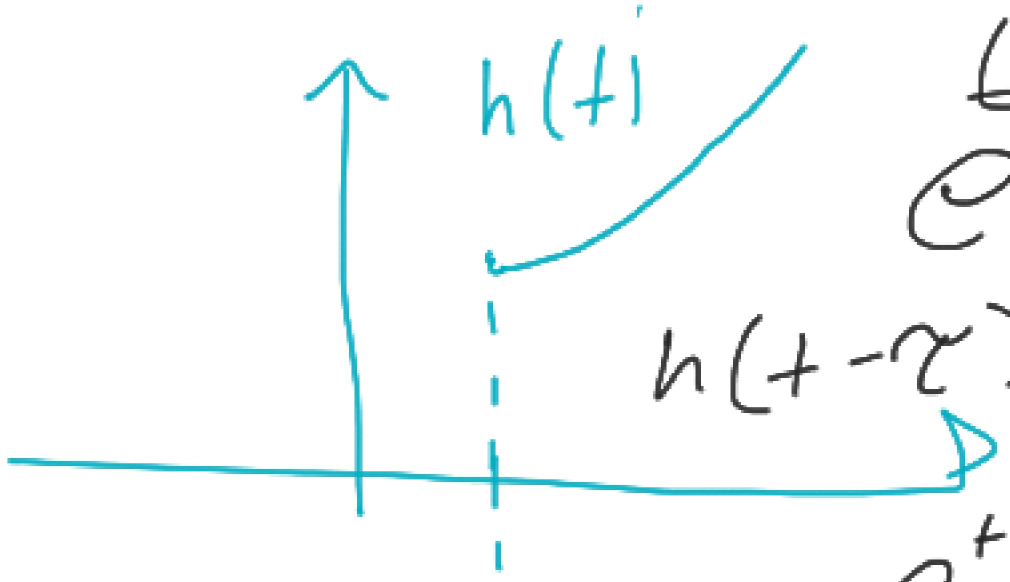
encuentre $y(t)$ si u

$u(t) = e^{t}\hat{u}(-t-1)$







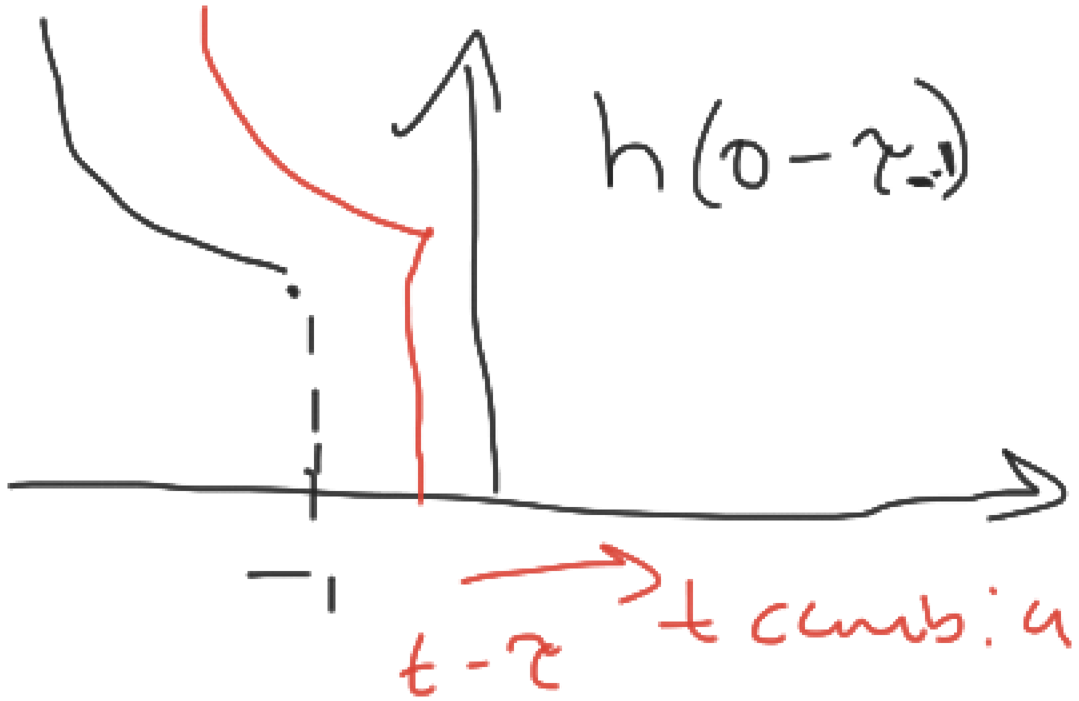


$e^{t}\hat{u}(t-1)$

$h(t-\tau)$

$e^{t-\tau}\hat{u}(t-\tau-1)$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau)\, h(t-\tau)\, d\tau$$



Para $t > -1$

$y(t) = 0$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{-1} e^{\tau} \cdot e^{-\tau}\, d\tau$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{-1} e^{\tau} \cdot e^{t-\tau}\, d\tau$$

$$= e^{t} \Big|_{-\infty}^{-1}$$

$$= e^{-1}$$

Ejemplo de convolución y video.