Inteligencia Artificial Lógica de Predicados

Edgar Andrade, Ph.D.

Matemáticas Aplicadas y Ciencias de la computación

Última revisión: Septiembre de 2023







Contenido

Motivación

Estructura S-P

Cuantificadores

Cuantificación múltiple

El cálculo λ

Gramática lógica

Eventos

Preguntas







Contenido

Motivación

Estructura S-F

Cuantificadore

Cuantificación múltiple

El cálculo)

Gramática lógica

Eventos

Preguntas



MACC Matemáticas Aplicadas y



Algunos aspectos del lenguaje

La lógica proposicional no tiene elementos que correspondan a:

Estructura sujeto-predicado

Pedro camina.





Motivación

Algunos aspectos del lenguaje

La lógica proposicional no tiene elementos que correspondan a:

Estructura sujeto-predicado

(1) Pedro camina.

Distinción entre sujeto y objeto

(2) Pedro ama a Angelina.









Algunos aspectos del lenguaje

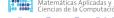
La lógica proposicional no tiene elementos que correspondan a:

Estructura sujeto-predicado

Distinción entre sujeto y objeto

Cuantificadores

- (1) Pedro camina.
- (2) Pedro ama a Angelina.
- (3) Todos aman a Angelina.





Motivación

Algunos aspectos del lenguaje

La lógica proposicional no tiene elementos que correspondan a:

Estructura sujeto-predicado

Distinción entre sujeto y objeto

Cuantificadores

Múltiples cuantificadores

- (1) Pedro camina.
- (2) Pedro ama a Angelina.
- Todos aman a Angelina.
- (4) Todos aman a alguien.





Contenido

Motivación

Estructura S-P

Cuantificadore

Cuantificación múltiple

El cálculo)

Gramática lógica

Eventos

Preguntas







Ejemplos

Nombres propios

Ej: "Pedro"





Ejemplos

Nombres propios Sustantivos, adjetivos y verbos intransitivos Ei: "Pedro"

Ej: "hombre", "bogotano"

"caminar"







Ejemplos

Nombres propios

Sustantivos, adjetivos

y verbos intransitivos

Relaciones y verbos transitivos

Ei: "Pedro"

Ej: "hombre", "bogotano"

"caminar"

Ei: "más bajo que", "amar"







Elementos lógicos

Nombres propios Sustantivos, adjetivos y verbos intransitivos Relaciones y verbos transitivos







Elementos lógicos

Nombres propios Sustantivos, adjetivos y verbos intransitivos Relaciones y verbos transitivos Constantes de individuo







Elementos lógicos

Nombres propios Sustantivos, adjetivos y verbos intransitivos Relaciones y verbos transitivos Constantes de individuo Predicados unarios





Elementos lógicos

Nombres propios

Sustantivos, adjetivos

y verbos intransitivos

Relaciones y verbos transitivos

Constantes de individuo

Predicados unarios

Predicados n-arios







Elementos lógicos

Nombres propios Sustantivos, adjetivos y verbos intransitivos Relaciones y verbos transitivos







Elementos lógicos

Nombres propios Sustantivos, adjetivos y verbos intransitivos Relaciones y verbos transitivos





Elementos lógicos

Nombres propios Sustantivos, adjetivos y verbos intransitivos Relaciones y verbos transitivos

р BOGOTANO(p)







Elementos lógicos

Nombres propios

Sustantivos, adjetivos

y verbos intransitivos

Relaciones y verbos transitivos

p

BOGOTANO(p)

AMAR(p, a)







 $[p]_{\mathbb{M}} \in \mathbb{M}$

Estructura sujeto-predicado

Semántica

Nombres propios

Sustantivos, adjetivos BOGOTANO(p)

y verbos intransitivos

Relaciones y verbos transitivos AMAR(p, a)







Semántica

Nombres propios
Sustantivos, adjetivos
y verbos intransitivos
Relaciones y verbos transitivos

$$\llbracket p
Vert_{\mathbb{M}} \in \mathbb{M}$$

$$[\![\mathrm{BOGOTANO}]\!]_{\mathbb{M}}\subseteq\mathbb{M}$$







Semántica

Nombres propios Sustantivos, adjetivos y verbos intransitivos Relaciones y verbos transitivos

$$[\![p]\!]_{\mathbb{M}} \in \mathbb{M}$$
 $[\![BOGOTANO]\!]_{\mathbb{M}} \subseteq \mathbb{M}$

$$[AMAR]_{\mathbb{M}} \subseteq \mathbb{M} \times \mathbb{M}$$







Nombres propios $[p]_{\mathbb{M}} \in \mathbb{M}$ $[BOGOTANO]_{\mathbb{M}} \subseteq \mathbb{M}$ Sustantivos, adjetivos y verbos intransitivos $[AMAR]_{M} \subseteq M \times M$ Relaciones y verbos transitivos

$$\llbracket \operatorname{BOGOTANO}(p)
rbracket_{\mathbb{M}} = 1$$
 sii $\llbracket p
rbracket_{\mathbb{M}} \in \llbracket \operatorname{BOGOTANO}
rbracket_{\mathbb{M}}$



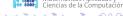


Nombres propios Sustantivos, adjetivos v verbos intransitivos Relaciones y verbos transitivos

$$[\![p]\!]_{\mathbb{M}} \in \mathbb{M}$$
 $[\![BOGOTANO]\!]_{\mathbb{M}} \subseteq \mathbb{M}$

$$[\![\mathsf{AMAR}]\!]_{\mathbb{M}}\subseteq \mathbb{M}\times \mathbb{M}$$

$$\llbracket \operatorname{BOGOTANO}(p)
bracket_{\mathbb{M}} = 1$$
 sii $\llbracket p
bracket_{\mathbb{M}} \in \llbracket \operatorname{BOGOTANO}
bracket_{\mathbb{M}}$ $\llbracket \operatorname{AMAR}(p,a)
bracket_{\mathbb{M}} = 1$ sii $\langle \llbracket p
bracket_{\mathbb{M}}, \llbracket a
bracket_{\mathbb{M}} \rangle \in \llbracket \operatorname{AMAR}
bracket_{\mathbb{M}}$





Sócrates es un hombre mortal.



MACC Matemáticas Aplicadas y



Sócrates es un hombre mortal.

 $HOMBRE(s) \land MORTAL(s)$





- $HOMBRE(s) \land MORTAL(s)$ Sócrates es un hombre mortal.
- Pedro y Juan se empujan.







Estructura S-P

- Sócrates es un hombre mortal.
- Pedro y Juan se empujan.

HOMBRE(s) \land MORTAL(s) EMPUJAR(p, j) \land EMPUJAR(j, p)







Estructura S-P

- Sócrates es un hombre mortal.
- Pedro y Juan se empujan.
- Rafael se admira a sí mismo.

 $HOMBRE(s) \land MORTAL(s)$ $\text{EMPUJAR}(p,j) \land \text{EMPUJAR}(j,p)$





- Sócrates es un hombre mortal.
- Pedro y Juan se empujan.
- Rafael se admira a sí mismo.

 $HOMBRE(s) \land MORTAL(s)$

 $\text{EMPUJAR}(p,j) \land \text{EMPUJAR}(j,p)$

ADMIRAR(r,r)







Contenido

Motivación

Estructura S-F

Cuantificadores

Cuantificación múltiple

El cálculo)

Gramática lógica

Eventos

Preguntas







Fórmulas abiertas

Variables de individuo: x, y, \ldots





Fórmulas abiertas

Variables de individuo: x, y, \ldots

Fórmulas abiertas BOGOTANO(x)





Variables de individuo: x, y, \dots

Fórmulas abiertas

BOGOTANO(x)

AMAR(x, a)







```
Variables de individuo: x, y, \ldots
```

Fórmulas abiertas

BOGOTANO(x)

AMAR(x, a)

AMAR(x, y)







Fórmulas abiertas

```
Variables de individuo: x, y, \ldots
```

Fórmulas abiertas

```
BOGOTANO(x)
```

AMAR(x, a)

AMAR(x, y)

 $BOGOTANO(p) \wedge AMAR(x, a)$







Fórmulas abiertas

```
Variables de individuo: x, y, \dots
```

Fórmulas abiertas

```
BOGOTANO(x)
```

$$\mathrm{BOGOTANO}(p) \wedge \mathrm{AMAR}(x, a)$$

Las fórmulas abiertas no tienen valor de verdad.





Cuantificadores: \forall , \exists .





Cuantificadores: \forall , \exists .

Fórmulas cuantificadas

(5) $\exists x \operatorname{BOGOTANO}(x)$





Cuantificadores: \forall , \exists .

Fórmulas cuantificadas

- (5) $\exists x \operatorname{BOGOTANO}(x)$
- (6) $\forall x \text{ AMAR}(x, a)$







Cuantificadores: \forall , \exists .

Fórmulas cuantificadas

- (5) $\exists x \operatorname{BOGOTANO}(x)$
- (6) $\forall x \text{ AMAR}(x, a)$
- (7) $\forall x \text{ AMAR}(x, y)$







Cuantificadores: \forall , \exists .

Fórmulas cuantificadas

- (5) $\exists x \operatorname{BOGOTANO}(x)$
- (6) $\forall x \text{ AMAR}(x, a)$
- (7) $\forall x \text{ AMAR}(x, y)$
- (8) $\exists y (BOGOTANO(p) \land AMAR(x, a))$



MACC Matemáticas Aplicadas y



Cuantificadores: \forall , \exists .

Fórmulas cuantificadas

- (5) $\exists x \operatorname{BOGOTANO}(x)$
- (6) $\forall x \text{ AMAR}(x, a)$
- (7) $\forall x \text{ AMAR}(x, y)$
- (8) $\exists y (BOGOTANO(p) \land AMAR(x, a))$

Las fórmulas (7) y (8) son abiertas.



MACC Matemáticas Aplicadas



Variables libres y acotadas

En la fórmula $\forall x \phi$, la fórmula ϕ es el rango de $\forall x$.





Variables libres y acotadas

En la fórmula $\forall x \phi$, la fórmula ϕ es el rango de $\forall x$.

Instancias libres y acotadas de x:

(9) $\exists x \operatorname{BOGOTANO}(x) \land \operatorname{AMAR}(x, a)$







En la fórmula $\forall x \phi$, la fórmula ϕ es el rango de $\forall x$.

Instancias libres y acotadas de x:

(9) $\exists x \operatorname{BOGOTANO}(x) \land \operatorname{AMAR}(x, a)$

Instancia acotada de x.





Variables libres y acotadas

En la fórmula $\forall x \phi$, la fórmula ϕ es el rango de $\forall x$.

Instancias libres y acotadas de x:

(9) $\exists x \operatorname{BOGOTANO}(x) \land \operatorname{AMAR}(x, a)$

Instancia acotada de x. Instancia libre de x.







Variables libres y acotadas

En la fórmula $\forall x \phi$, la fórmula ϕ es el rango de $\forall x$.

Instancias libres y acotadas de x:

(9)
$$\exists x \operatorname{BOGOTANO}(x) \land \operatorname{AMAR}(x, a)$$

Instancia acotada de x. Instancia libre de x.

Una fórmula es abierta sii tiene instancias libres de alguna variable.





Sea $g:\mathcal{V}\to\mathbb{M}$ una función que a cada variable le asigna una entidad en el modelo.





Sea $g: \mathcal{V} \to \mathbb{M}$ una función que a cada variable le asigna una entidad en el modelo. Por ejemplo, $g(x) \in \mathbb{M}$.





Sea $g: \mathcal{V} \to \mathbb{M}$ una función que a cada variable le asigna una entidad en el modelo. Por ejemplo, $g(x) \in \mathbb{M}$.

$$\llbracket t
rbracket_{\mathbb{M},g} = egin{cases} \llbracket t
rbracket_{\mathbb{M},g} & ext{si } t ext{ es una constante de individuo} \ g(t), & ext{si } t ext{ es una variable de individuo} \end{cases}$$



Sea $g: \mathcal{V} \to \mathbb{M}$ una función que a cada variable le asigna una entidad en el modelo. Por ejemplo, $g(x) \in \mathbb{M}$.

$$[\![t]\!]_{\mathbb{M},g} = egin{cases} [\![t]\!]_{\mathbb{M}}, & ext{si } t ext{ es una constante de individuo} \ g(t), & ext{si } t ext{ es una variable de individuo} \end{cases}$$

$$[\![\mathrm{BOGOTANO}(x)]\!]_{\mathbb{M},g} = 1 \text{ sii } [\![x]\!]_{\mathbb{M},g} \in [\![\mathrm{BOGOTANO}]\!]_{\mathbb{M}}$$





Sea $g: \mathcal{V} \to \mathbb{M}$ una función que a cada variable le asigna una entidad en el modelo. Por ejemplo, $g(x) \in \mathbb{M}$.

$$[\![t]\!]_{\mathbb{M},g} = egin{cases} [\![t]\!]_{\mathbb{M}}, & ext{si } t ext{ es una constante de individuo} \ g(t), & ext{si } t ext{ es una variable de individuo} \end{cases}$$

$$[\![\mathrm{BOGOTANO}(x)]\!]_{\mathbb{M},g}=1$$
 sii $g(x)\in[\![\mathrm{BOGOTANO}]\!]_{\mathbb{M}}$



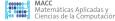


Sea $g: \mathcal{V} \to \mathbb{M}$ una función que a cada variable le asigna una entidad en el modelo. Por ejemplo, $g(x) \in \mathbb{M}$.

$$[\![t]\!]_{\mathbb{M},g} = egin{cases} [\![t]\!]_{\mathbb{M}}, & ext{si } t ext{ es una constante de individuo} \ g(t), & ext{si } t ext{ es una variable de individuo} \end{cases}$$

$$\llbracket \operatorname{BOGOTANO}(x)
bracket_{\mathbb{M},g} = 1 \text{ sii } g(x) \in \llbracket \operatorname{BOGOTANO}
bracket_{\mathbb{M}}$$

$$[\![t]\!]_{\mathbb{M},g[x/c]} = \begin{cases} [\![t]\!]_{\mathbb{M}}, & \text{si } t \text{ es una constante de individuo} \\ c, & \text{si } t \text{ es la variable } x \\ g(t), & \text{en otro caso} \end{cases}$$





Sea $g: \mathcal{V} \to \mathbb{M}$ una función que a cada variable le asigna una entidad en el modelo. Por ejemplo, $g(x) \in \mathbb{M}$.

$$\llbracket t
rbracket_{\mathbb{M},g} = egin{cases} \llbracket t
rbracket_{\mathbb{M},g} & ext{si } t ext{ es una constante de individuo} \ g(t), & ext{si } t ext{ es una variable de individuo} \end{cases}$$

$$\llbracket \operatorname{BOGOTANO}(x)
bracket_{\mathbb{M},g} = 1 \text{ sii } g(x) \in \llbracket \operatorname{BOGOTANO}
bracket_{\mathbb{M}}$$

$$[\![t]\!]_{\mathbb{M},g[x/c]} = egin{cases} [\![t]\!]_{\mathbb{M}}, & ext{si } t ext{ es una constante de individuo} \\ c, & ext{si } t ext{ es la variable } x \\ g(t), & ext{en otro caso} \end{cases}$$

 $[\![\mathrm{BOGOTANO}(x)]\!]_{\mathbb{M},g[x/c]}=1$ sii $c\in[\![\mathrm{BOGOTANO}]\!]$ Macc Matemáticas Aplicadas y Ciencias de la Computación



 $[\![orall x \operatorname{BOGOTANO}(x)]\!]_{\mathbb{M}, g[x/c]} = 1$ sii $c \in [\![\operatorname{BOGOTANO}]\!]_{\mathbb{M}}$ para todo $c \in \mathbb{M}$





 $[\![\forall x \, \mathrm{BOGOTANO}(x)]\!]_{\mathbb{M}, g[x/c]} = 1 \, \mathrm{sii} \, c \in [\![\mathrm{BOGOTANO}]\!]_{\mathbb{M}} \, \mathrm{para} \, \mathrm{todo} \, c \in \mathbb{M}$

 $[\exists x \operatorname{BOGOTANO}(x)]_{\mathbb{M},g[x/c]} = 1 \operatorname{sii} c \in [\![\operatorname{BOGOTANO}]\!]_{\mathbb{M}}$ para algún $c \in \mathbb{M}$





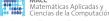
$$[\![\forall x \, \mathrm{BOGOTANO}(x)]\!]_{\mathbb{M}, g[x/c]} = 1 \, \mathsf{sii} \, \, c \in [\![\mathrm{BOGOTANO}]\!]_{\mathbb{M}} \, \, \mathsf{para} \, \, \mathsf{todo} \, \, c \in \mathbb{M}$$

$$[\exists x \operatorname{BOGOTANO}(x)]_{\mathbb{M},g[x/c]} = 1 \operatorname{sii} c \in [\![\operatorname{BOGOTANO}]\!]_{\mathbb{M}}$$
 para algún $c \in \mathbb{M}$

En general:

$$[\![\forall x\,\phi]\!]_{\mathbb{M},g[x/c]}=1 \text{ sii } [\![\phi]\!]_{\mathbb{M},g[x/c]}=1 \text{ para todo } c\in\mathbb{M}$$

$$[\![\exists x\,\phi]\!]_{\mathbb{M},g[x/c]}=1$$
 sii $[\![\phi]\!]_{\mathbb{M},g[x/c]}=1$ para algún $c\in\mathbb{M}$





Las fórmulas (10) y (11) son equivalentes:

(10)
$$\forall x (\phi \wedge \psi)$$

(11)
$$(\forall x \phi \land \forall x \psi)$$







Hechos importantes (1/3)

Las fórmulas (10) y (11) son equivalentes:

- (10) $\forall x (\phi \wedge \psi)$
- (11) $(\forall x \phi \land \forall x \psi)$

Las fórmulas (12) y (13) NO son equivalentes:

- (12) $\forall x (\phi \lor \psi)$
- (13) $(\forall x \phi \lor \forall x \psi)$



MACC Matemáticas Aplicadas y



Hechos importantes (2/3)

Las fórmulas (14) y (15) son equivalentes:

(14)
$$\exists x (\phi \lor \psi)$$

(15)
$$(\exists x \phi \lor \exists x \psi)$$







Hechos importantes (2/3)

Las fórmulas (14) y (15) son equivalentes:

(14)
$$\exists x (\phi \lor \psi)$$

(15)
$$(\exists x \phi \lor \exists x \psi)$$

Las fórmulas (16) y (17) NO son equivalentes:

(16)
$$\exists x (\phi \wedge \psi)$$

(17)
$$(\exists x \phi \land \exists x \psi)$$





Hechos importantes (3/3)

Las fórmulas (18) y (19) son equivalentes:

- (18) $\forall x \phi$
- (19) $\neg \exists x \neg \phi$







Hechos importantes (3/3)

Las fórmulas (18) y (19) son equivalentes:

- (18) $\forall x \phi$
- (19) $\neg \exists x \neg \phi$

Las fórmulas (20) y (21) son equivalentes:

- (20) $\exists x \phi$
- (21) $\neg \forall x \neg \phi$





Alguien es amistoso.





Alguien es amistoso.

 $\exists x \text{ AMISTOSO}(x)$





- Alguien es amistoso.
- Nadie es amistoso.

 $\exists x \text{ AMISTOSO}(x)$





- Alguien es amistoso.
- Nadie es amistoso.

 $\exists x \text{ AMISTOSO}(x)$

 $\forall x \neg \text{AMISTOSO}(x)$





Alguien es amistoso.

 $\exists x \text{ AMISTOSO}(x)$

Nadie es amistoso.

 $\forall x \neg AMISTOSO(x)$

Un hombre es amistoso.







► Alguien es amistoso.

Nadie es amistoso.

Un hombre es amistoso.

 $\exists x \text{ AMISTOSO}(x)$

 $\forall x \neg \text{AMISTOSO}(x)$

 $\exists x (\text{HOMBRE}(x) \land \text{AMISTOSO}(x))$







- ► Alguien es amistoso.
- Nadie es amistoso.
- Un hombre es amistoso.
- Un hombre no es amistoso.

 $\exists x \text{ AMISTOSO}(x)$

 $\forall x \neg \text{AMISTOSO}(x)$

 $\exists x \, (\text{HOMBRE}(x) \land \text{AMISTOSO}(x))$







Alguien es amistoso.

Nadie es amistoso.

Un hombre es amistoso.

Un hombre no es amistoso.

 $\exists x \text{ AMISTOSO}(x)$

 $\forall x \neg AMISTOSO(x)$

 $\exists x \, (\text{HOMBRE}(x) \land \text{AMISTOSO}(x))$

 $\exists x \, (\text{HOMBRE}(x) \land \neg \text{AMISTOSO}(x))$







- Alguien es amistoso.
- Nadie es amistoso.
- Un hombre es amistoso.
- Un hombre no es amistoso.
- Todo hombre es mortal.

 $\exists x \text{ AMISTOSO}(x)$

 $\forall x \neg AMISTOSO(x)$

 $\exists x \, (\text{HOMBRE}(x) \land \text{AMISTOSO}(x))$

 $\exists x \, (\text{HOMBRE}(x) \land \neg \text{AMISTOSO}(x))$







- Alguien es amistoso.
- Nadie es amistoso.
- Un hombre es amistoso.
- Un hombre no es amistoso.
- Todo hombre es mortal.

 $\exists x \text{ AMISTOSO}(x)$

 $\forall x \neg AMISTOSO(x)$

 $\exists x \, (\text{HOMBRE}(x) \land \text{AMISTOSO}(x))$

 $\exists x \, (\text{HOMBRE}(x) \land \neg \text{AMISTOSO}(x))$

 $\forall x (HOMBRE(x) \rightarrow MORTAL(x))$







Contenido

Motivación

Estructura S-F

Cuantificadore

Cuantificación múltiple

El cálculo)

Gramática lógica

Eventos

Preguntas







Un grupo G es un conjunto con una operación '·' tal que:

- Es asociativa.
- Existe una unidad.
- Hay inversos.





Teoría de grupos

Un grupo G es un conjunto con una operación '·' tal que:

- Existe una unidad.
- Hay inversos.



MACC Matemáticas Aplicadas y



Teoría de grupos

Un grupo G es un conjunto con una operación '·' tal que:

- $\exists x \forall y \ x \cdot y = y$
- Hay inversos.



MACC Matemáticas Aplicadas y



Teoría de grupos

Un grupo G es un conjunto con una operación '·' tal que:

- $\forall x \forall y \forall z ((x \cdot y) \cdot z) = (x \cdot (y \cdot z))$
- $\forall x \exists y \ x \cdot y = e \ (\mathsf{donde} \ e \ \mathsf{es} \ \mathsf{la} \ \mathsf{unidad})$



MACC Matemáticas Aplicadas y Ciencias de la Computació



Alguien pidió prestada una moto.





Alguien pidió prestada una moto.

 $\exists x \exists y \exists z \, (\text{MOTO}(z) \land \text{PEDIR_PRESTADO}(x, y, z))$





- Alguien pidió prestada una moto.
 - $\exists x \exists y \exists z \, (\text{MOTO}(z) \land \text{PEDIR_PRESTADO}(x, y, z))$
- Todo hombre ama a una mujer.





Alguien pidió prestada una moto.

$$\exists x \exists y \exists z \, (\text{MOTO}(z) \land \text{PEDIR_PRESTADO}(x, y, z))$$

Todo hombre ama a una mujer.

$$\forall x \exists y \text{ AMAR}(x, y); \exists y \forall x \text{ AMAR}(x, y)$$





Alguien pidió prestada una moto.

 $\exists x \exists y \exists z \, (\text{MOTO}(z) \land \text{PEDIR_PRESTADO}(x, y, z))$

Todo hombre ama a una mujer.

$$\forall x \exists y \text{ AMAR}(x, y); \exists y \forall x \text{ AMAR}(x, y)$$

El presidente de Francia ronca.

MACC Matemáticas Aplicadas y Ciencias de la Computació



Alguien pidió prestada una moto.

 $\exists x \exists y \exists z \, (\text{MOTO}(z) \land \text{PEDIR_PRESTADO}(x, y, z))$

► Todo hombre ama a una mujer.

$$\forall x \exists y \text{ AMAR}(x, y); \exists y \forall x \text{ AMAR}(x, y)$$

El presidente de Francia ronca.

 $\exists x (PRESIDENTE_FRANCIA(x) \land \forall y (PRESIDENTE_FRANCIA(y) \rightarrow x = y) \land RONCAR(x))$





Alguien pidió prestada una moto.

 $\exists x \exists y \exists z \, (\text{MOTO}(z) \land \text{PEDIR_PRESTADO}(x, y, z))$

► Todo hombre ama a una mujer.

$$\forall x \exists y \text{ AMAR}(x, y); \exists y \forall x \text{ AMAR}(x, y)$$

El presidente de Francia ronca.

```
\exists x \, \big( \text{PRESIDENTE\_FRANCIA}(x) \land \forall y \big( \text{PRESIDENTE\_FRANCIA}(y) \to x = y \big) \land \text{RONCAR}(x) \big)
```

El rey de Francia no ronca.





Alguien pidió prestada una moto.

 $\exists x \exists y \exists z \, (\text{MOTO}(z) \land \text{PEDIR_PRESTADO}(x, y, z))$

► Todo hombre ama a una mujer.

$$\forall x \exists y \text{ AMAR}(x, y); \exists y \forall x \text{ AMAR}(x, y)$$

El presidente de Francia ronca.

```
\exists x \, \big( \text{PRESIDENTE\_FRANCIA}(x) \land \forall y \big( \text{PRESIDENTE\_FRANCIA}(y) \to x = y \big) \land \text{RONCAR}(x) \big)
```

► El rey de Francia no ronca.

```
\exists x (\text{REY\_FRANCIA}(x) \land \forall y (\text{REY\_FRANCIA}(y) \rightarrow x = y) \land \neg \text{RONCAR}(x))
```







- Alguien pidió prestada una moto.
 - $\exists x \exists y \exists z \, (\text{MOTO}(z) \land \text{PEDIR_PRESTADO}(x, y, z))$
- Todo hombre ama a una mujer.

$$\forall x \exists y \text{ AMAR}(x, y); \exists y \forall x \text{ AMAR}(x, y)$$

El presidente de Francia ronca.

```
\exists x (PRESIDENTE\_FRANCIA(x) \land \forall y (PRESIDENTE\_FRANCIA(y) \rightarrow x = y) \land RONCAR(x))
```

El rey de Francia no ronca.

```
\exists x (\text{REY\_FRANCIA}(x) \land \forall y (\text{REY\_FRANCIA}(y) \rightarrow x = y) \land \neg \text{RONCAR}(x))
```

 $\neg \exists x (\text{REY_FRANCIA}(x) \land \forall y (\text{REY_FRANCIA}(y) \rightarrow x = y) \land \text{RONCAR}(x))$





- Alguien pidió prestada una moto.
 - $\exists x \exists y \exists z \, (\text{MOTO}(z) \land \text{PEDIR_PRESTADO}(x, y, z))$
- Todo hombre ama a una mujer.

$$\forall x \exists y \text{ AMAR}(x, y); \exists y \forall x \text{ AMAR}(x, y)$$

El presidente de Francia ronca.

```
\exists x (PRESIDENTE\_FRANCIA(x) \land \forall y (PRESIDENTE\_FRANCIA(y) \rightarrow x = y) \land RONCAR(x))
```

► El rey de Francia no ronca.

```
\exists x (\text{REY\_FRANCIA}(x) \land \forall y (\text{REY\_FRANCIA}(y) \rightarrow x = y) \land \neg \text{RONCAR}(x))
```

$$\neg \exists x \, \big(\text{REY_FRANCIA}(x) \land \forall y \big(\text{REY_FRANCIA}(y) \rightarrow x = y \big) \land \text{RONCAR}(x) \big)$$

El rey de Francia no existe.





Alguien pidió prestada una moto.

 $\exists x \exists y \exists z \, (\text{MOTO}(z) \land \text{PEDIR_PRESTADO}(x, y, z))$

► Todo hombre ama a una mujer.

 $\forall x \exists y \text{ AMAR}(x, y); \exists y \forall x \text{ AMAR}(x, y)$

El presidente de Francia ronca.

 $\exists x (PRESIDENTE_FRANCIA(x) \land \forall y (PRESIDENTE_FRANCIA(y) \rightarrow x = y) \land RONCAR(x))$

► El rey de Francia no ronca.

 $\exists x \, \big(\text{REY_FRANCIA}(x) \land \forall y \big(\text{REY_FRANCIA}(y) \rightarrow x = y \big) \land \neg \text{RONCAR}(x) \big)$

 $\neg \exists x \, (\text{REY_FRANCIA}(x) \land \forall y (\text{REY_FRANCIA}(y) \rightarrow x = y) \land \text{RONCAR}(x))$

► El rey de Francia no existe.

 $\neg \exists x \text{ REY_FRANCIA}(x)$



MACC Matemáticas Aplicadas



Contenido

Motivación

Estructura S-F

Cuantificadores

Cuantificación múltiple

El cálculo λ

Gramática lógica

Eventos

Preguntas







Tipos

Los tipos simples dividen el universo en distintos compartimientos.

Agentes, objetos, lugares, eventos, instantes, ...





Los tipos simples dividen el universo en distintos compartimientos.

Agentes, objetos, lugares, eventos, instantes, ...

Los tipos compuestos representan las funciones de tipos en tipos (o en oraciones).

 $\langle a, o \rangle$ representa el tipo de las funciones de agentes en oraciones.





Tipos

Los tipos simples dividen el universo en distintos compartimientos.

Agentes, objetos, lugares, eventos, instantes, . . .

Los tipos compuestos representan las funciones de tipos en tipos (o en oraciones).

 $\langle a, o \rangle$ representa el tipo de las funciones de agentes en oraciones.

 $\langle a, \langle a, o \rangle \rangle$ representa el tipo de las funciones de agentes en funciones de agentes a oraciones.





El operador λ sirve para crear funciones a partir de fórmulas.

Sea *x* una variable de tipo agente y considere el predicado unario CAMINAR.





El operador λ sirve para crear funciones a partir de fórmulas.

Sea x una variable de tipo agente y considere el predicado unario CAMINAR.

$$\lambda x \text{ CAMINAR}(x)$$

Es una función del conjunto de agentes en el conjunto de oraciones.







El operador λ sirve para crear funciones a partir de fórmulas.

Sea x una variable de tipo agente y considere el predicado unario CAMINAR.

$$\lambda x \text{ CAMINAR}(x) \Rightarrow tipo\langle a, o \rangle$$

Es una función del conjunto de agentes en el conjunto de oraciones.





El operador λ sirve para crear funciones a partir de fórmulas.

Sean *x* e *y* variables de tipo agente y considere el predicado binario HABLAR.



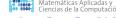


El operador λ sirve para crear funciones a partir de fórmulas.

Sean x e y variables de tipo agente y considere el predicado binario HABLAR.

$$\lambda y \ (\lambda x \ \text{HABLAR}(x, y)) \Rightarrow tipo\langle a, \langle a, o \rangle \rangle$$

Es una función del conjunto de agentes en el conjunto de funciones del conjunto de agentes en el conjunto de oraciones.





Sea x una variable de tipo t y c una expresión de tipo t y ϕ una expresión.





Sea x una variable de tipo t y c una expresión de tipo t y ϕ una expresión.

 $\lambda x \phi(c)$ se puede simplificar al reemplazar en ϕ todas las instancias libres de x por la expresión c.





Sea x una variable de tipo t y c una expresión de tipo t y ϕ una expresión.

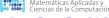
 $\lambda x \ \phi(c)$ se puede simplificar al reemplazar en ϕ todas las instancias libres de x por la expresión c.

Por ejemplo, la expresión

$$\lambda x \text{ CAMINAR}(x)(p)$$

se simplifica por

CAMINAR(p)





Sea x una variable de tipo t y c una expresión de tipo t y ϕ una expresión.

 $\lambda x \phi(c)$ se puede simplificar al reemplazar en ϕ todas las instancias libres de x por la expresión c.

Por ejemplo, la expresión

$$\lambda y \ (\lambda x \text{ HABLAR}(x, y))(p)$$

se simplifica por





Sea x una variable de tipo t y c una expresión de tipo t y ϕ una expresión.

 $\lambda x \phi(c)$ se puede simplificar al reemplazar en ϕ todas las instancias libres de x por la expresión c.

Por ejemplo, la expresión

$$\lambda y \ (\lambda x \text{ HABLAR}(x, y))(p)$$

se simplifica por

$$\lambda x \text{ HABLAR}(x, p)$$





Contenido

Motivación

Estructura S-F

Cuantificadore

Cuantificación múltiple

El cálculo λ

Gramática lógica

Eventos

Preguntas







Representación del léxico (1/2)

Categoría	Símbolo Terminal	Traducción
N	hombre	$\lambda x \text{ HOMBRE}(x)$
	mujer	λx mujer (x)
	libro	$\lambda x \text{ LIBRO}(x)$
Т	Pedro	$\lambda X X(p)$
	María	$\lambda X X(m)$
	Juan	$\lambda X X(j)$
VI	camina	λx camina(x)
	bebe	λx bebe (x)
VT	ama	$\lambda \mathbb{X} (\lambda x (\mathbb{X}(\lambda y \text{ AMA}(x, y))))$
	invita	$\lambda \mathbb{X} (\lambda x (\mathbb{X}(\lambda y \text{ INVITA}(x, y))))$
	lee	$\lambda \mathbb{X} (\lambda x (\mathbb{X}(\lambda y \text{ LEE}(x, y))))$
D	un, una	$\lambda X (\lambda Y (\exists x (X(x) \land Y(x))))$
	todo, toda	$\lambda X (\lambda Y (\forall x (X(x) \rightarrow Y(x))))$





Encontramos el árbol de parsing.

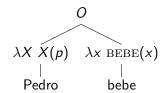








- Encontramos el árbol de parsing.
- Representamos el léxico.









Representación de oraciones

- Encontramos el árbol de parsing.
- Representamos el léxico.
- Unimos función + argumento de acuerdo al árbol.

$$\lambda X \ X(p)(\lambda x \text{ BEBE}(x))$$
 $\lambda X \ X(p) \quad \lambda x \text{ BEBE}(x)$
 $| \quad |$
Pedro hehe

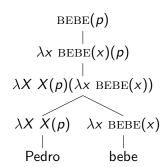






Representación de oraciones

- Encontramos el árbol de parsing.
- Representamos el léxico.
- Unimos función + argumento de acuerdo al árbol.
- Simplificamos.





MACC Matemáticas Aplicadas y



Ejemplos

- (4) Un hombre camina.
- (5) María invita a Juan.
- (6) Juan lee un libro.
- (7) Un hombre ama a una mujer.







Contenido

Motivación

Estructura S-F

Cuantificadore

Cuantificación múltiple

El cálculo λ

Gramática lógica

Eventos

Preguntas







(1) Pedro comió.





(1) Pedro comió.

(2) COMER(p)





- (1) Pedro comió.
- (3) Pedro comió un sánduche.
- (2) COMER(p)





(1) Pedro comió.

- (2) COMER(p)
- (3) Pedro comió un sánduche.
- (4) COMER(p, s)







- (1) Pedro comió. (2) COMER(p)
- (3) Pedro comió un sánduche. (4) COMER(p,s)

Fin lógica de predicados no se puede cambiar la aridad de un predicado!





Usamos constantes especiales e, e_1 , e_2 , ... para representar eventos:

(1) Pedro comió.





Usamos constantes especiales e, e_1 , e_2 , ... para representar eventos:

Pedro comió.

 $COMER(e) \land SUJETO(e, p)$





Usamos constantes especiales e, e_1 , e_2 , ... para representar eventos:

- (1) Pedro comió. (2) COMER $(e) \land SUJETO(e, p)$
- (3) Pedro comió un sánduche.





Usamos constantes especiales e, e_1 , e_2 , ... para representar eventos:

- Pedro comió.
- $COMER(e) \land SUJETO(e, p)$
- (3) Pedro comió un sánduche.
- $COMER(e) \land SUJETO(e, p) \land OBJETO(e, s)$





Usamos constantes especiales e, e_1 , e_2 , ... para representar eventos:

(1) Pedro comió.

- (2) COMER(e) \land SUJETO(e, p)
- (3) Pedro comió un sánduche.
- (4) COMER(e) \land SUJETO(e, p) \land OBJETO(e, s)
- (5) Pedro comió un sánduche al almuerzo.





Usamos constantes especiales e, e_1 , e_2 , ... para representar eventos:

- (1) Pedro comió.
- (3) Pedro comió un sánduche.
- (5) Pedro comió un sánduche al almuerzo.

- (2) COMER(e) \land SUJETO(e, p)
- (4) $COMER(e) \land SUJETO(e, p) \land OBJETO(e, s)$
- (6) $COMER(e) \land SUJETO(e, p) \land$ $OBJETO(e, s) \land HAPPENS(e, 1pm)$





Contenido

Motivación

Estructura S-F

Cuantificadores

Cuantificación múltiple

El cálculo)

Gramática lógica

Eventos

Preguntas



MACC Matemáticas Aplicadas y



Hay ocho tipos de preguntas más frecuentes:





Hay ocho tipos de preguntas más frecuentes:

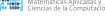
► Factuales.

Descripción:

Requiere una entidad o un hecho.

Ejemplo:

¿Quién es el presidente de Colombia?





Hay ocho tipos de preguntas más frecuentes:

- ► Factuales.
- Listas.

Descripción:

Requiere una lista de entidades o hechos.

Ejemplo:

¿Cuáles son los ingredientes de una lasaña?



Preguntas



Hay ocho tipos de preguntas más frecuentes:

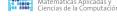
- Factuales.
- Listas.
- Definiciones.

Descripción:

Requiere la definición de una entidad o un hecho.

Ejemplo:

¿Que es una anáfora?





Hay ocho tipos de preguntas más frecuentes:

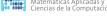
- ► Factuales.
- Listas.
- Definiciones.
- Hipotéticas.

Descripción:

Requiere la descripción de lo que hubiera pasado ante la ocurrencia de un evento.

Ejemplo:

¿Que pasaría si el dólar se desploma?





Hay ocho tipos de preguntas más frecuentes:

- Factuales.
- Listas.
- Definiciones.
- Hipotéticas.
- Causales

Descripción:

Requiere la explicación de un hecho o evento.

Ejemplo:

¿Por qué solo vemos una cara de la luna?







Hay ocho tipos de preguntas más frecuentes:

- Factuales.
- Listas.
- Definiciones.
- Hipotéticas.
- Causales.
- Relación.

Descripción:

Requiere la descripción de la relación entre dos entidades.

Ejemplo:

¿Qué relación hay entre la Revolución Francesa y el 5 de mayo de 1789?







Hay ocho tipos de preguntas más frecuentes:

- Factuales.
- Listas.
- Definiciones.
- Hipotéticas.
- Causales.
- Relación.
- Procedimentales.

Descripción:

Requiere una lista de instrucciones.

Ejemplo:

¿Cómo llego a Monserrate?



MACC Matemáticas Aplicadas



Hay ocho tipos de preguntas más frecuentes:

- Factuales.
- Listas.
- Definiciones.
- Hipotéticas.
- Causales.
- Relación.
- Procedimentales.
- Confirmatorias.

Descripción:

Requiere un verdadero o falso sobre un hecho.

Ejemplo:

¿Hay una conspiración entre gobierno y banqueros?





Preguntas factuales

Representación como funciones λ :

- ¿Quién tiene un perrito?
- ▶ $\lambda x \exists e \, (\text{TENER}(e) \land \text{SUJ}(e, x) \land \text{OBJ}(perro))$







Preguntas factuales

Representación como funciones λ :

- ¿Quién tiene un perrito?
- $\rightarrow \lambda x \exists e (\text{TENER}(e) \land \text{SUJ}(e, x) \land \text{OBJ}(perro))$
- ¿Dónde pasea el perrito?
- ▶ $\lambda y \exists e \, (\text{CAMINAR}(e) \land \text{SUJ}(e, perro) \land \text{EN}(e, y))$





"María tiene un perrito.

El perrito camina por la calle."





```
"María tiene un perrito.

El perrito camina por la calle."

TENER(e_0) \land \text{SUJ}(e_0, maria) \land \text{OBJ}(e_0, perro)

CAMINAR(e_1) \land \text{SUJ}(e_1, perro) \land \text{EN}(e_1, calle)
```





```
"María tiene un perrito.
El perrito camina por la calle."

TENER(e_0) \land SUJ(e_0, maria) \land OBJ(e_0, perro)
CAMINAR(e_1) \land SUJ(e_1, perro) \land EN(e_1, calle)

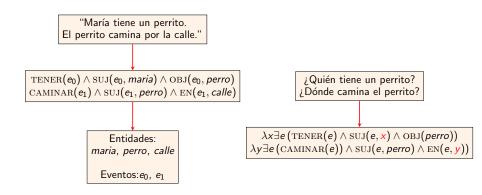
Entidades:

maria, perro, calle

Eventos:e_0, e_1
```



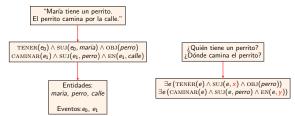


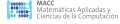






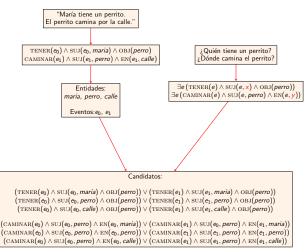
Ejemplo (cont.)







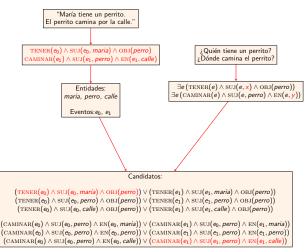
Ejemplo (cont.)





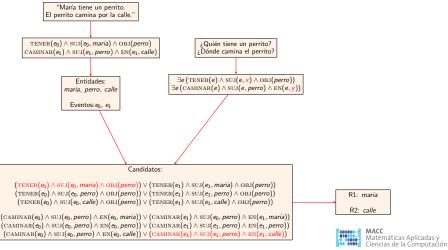


Ejemplo (cont.)









Take away

En esta sesión usted aprendió

- Una idea general de la lógica de predicados.
- Las razones que hacen más poderosa la lógica de predicados sobre la lógica proposicional.
- Representar algunas oraciones mediante la lógica de predicados, incluyendo la idea de eventos.
- ▶ Una idea general del cálculo λ para representar funciones.
- Una gramática lógica muy sencilla para el español.
- Representación y solución de preguntas factuales.



