

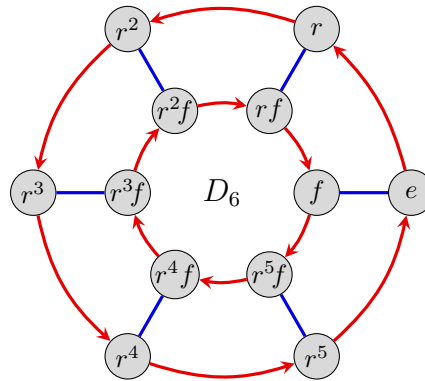


## Álgebra Abstracta y Codificación: Ejercicios Semana 7\*

Mauro Artigiani

13 septiembre 2023

1. Considere el grupo diedral  $D_6$ , cuyo diagrama de Cayley está abajo.
  - (a) Demuestre que los subgrupos  $H = \langle r^2 \rangle$  y  $N = \langle r^3 \rangle$  son normales.
  - (b) Construya una tabla de Cayley y un diagrama de Cayley para  $G/H$  y  $G/N$ .
  - (c) Determine a qué grupo es isomorfo  $G/H$  y  $G/N$ .



2. Sea  $G$  un grupo. Definimos

$$Z(G) = \{g \in G : gx = xg \text{ para todos } x \in G\}$$

el subgrupo de todos los elementos que conmutan con todo en el grupo. Este subgrupo se llama el *centro* de  $G$ .

- (a) Demuestre que  $Z(G)$  es un subgrupo normal.
- (b) Demuestre que si  $G/Z(G)$  es cíclico, entonces  $G$  es abeliano.

---

\*Los ejercicios entre 1 y 2, son adaptados y traducidos desde los ejercicios de Matthew Macauley.

3. Sea  $G$  un grupo y sean  $H$  y  $N$  dos subgrupos de  $G$ . Asuma que:

- $N$  y  $H$  son normales in  $G$ .
- $N \cap H = \{e\}$ .
- $G = NH = \{nh, n \in N, h \in H\}$ .

Demuestre que  $G \cong N \times H$ .