

Topología

Guía de asignatura

Última actualización: julio de 2023

1. Información general

Nombre de la asignatura	Topología
Código	11310020
Tipo de asignatura	Obligatoria
Número de créditos	3
Tipo de crédito	A
Horas de trabajo semanal con acompañamiento directo del profesor	48
Horas semanales de trabajo independiente del estudiante	96
Prerrequisitos	Análisis real
Correquisitos	Ninguno
Horario	Martes y jueves de 9:00 a 10:30
Líder de área	Mauro Artigiani Correo: mauro.artigiani@urosario.edu.co
Salón	Casur 514

2. Información del profesor y monitor

Nombre del profesor	Cristian Martínez
Perfil profesional	PhD en Matemáticas, Universidad de Utah Especialidad: Geometría Algebraica
Correo electrónico institucional	cristianm.martinez@urosario.edu.co
Lugar y horario de atención	Edificio Cabal, Oficina 508. Miércoles 15:00 a 16:00, jueves 11:00-12:00, o con cita previa
Nombre profesor auxiliar o monitor	Sergio Andrés García Morán
Perfil profesional	
Correo electrónico institucional	sergioa.garcia@urosario.edu.co

Lugar y horario de atención:	Monitoría por demanda (inician 8 de agosto)
Página web, Skype u otros medios (opcional)	

3. Resumen

En esta asignatura se estudian los fundamentos de la topología, la cual trata de las propiedades invariantes de los cuerpos geométricos bajo transformaciones continuas. Algunas de estas propiedades son la conectividad, la compacidad y la metricidad.

4. Topología en MACC

La topología es una rama de las matemáticas que estudia las propiedades de las formas y los espacios que permanecen sin cambios bajo deformaciones continuas. En otras palabras, se centra en el estudio de las propiedades que se conservan al estirar, doblar, torcer o encoger, pero no al rasgar o pegar. La topología juega un papel crucial en las matemáticas aplicadas de varias maneras:

1. **Análisis de datos:** en matemáticas aplicadas, el análisis de datos topológicos (TDA) ha ganado una atención significativa. Implica el uso de técnicas topológicas para analizar y extraer información de conjuntos de datos complejos. TDA puede identificar patrones, grupos y otras estructuras en los datos que pueden no ser evidentes con los métodos estadísticos tradicionales.
2. **Procesamiento de imágenes y señales:** los métodos topológicos se utilizan en el procesamiento de imágenes y señales para estudiar las formas y los contornos dentro de las imágenes o señales. Estas técnicas pueden ser útiles en la extracción de características, la segmentación de imágenes y el reconocimiento de objetos.
3. **ADN:** Los métodos topológicos se pueden utilizar para estudiar secuencias de ADN y diseñar estrategias para combatir enfermedades como el cáncer.
4. **Optimización:** la topología es relevante en los problemas de optimización que implican encontrar la mejor configuración de objetos o sistemas considerando su interconexión y restricciones espaciales.
5. **Robótica y planificación de movimiento:** en robótica, la topología se puede aplicar para planificar rutas óptimas para los robots mientras se evitan obstáculos y se tiene en cuenta la forma del entorno.

6. Física e ingeniería: los conceptos topológicos se utilizan en varios sistemas físicos y de ingeniería. Por ejemplo, en dinámica de fluidos, comprender las propiedades topológicas puede arrojar luz sobre el comportamiento de los flujos de fluidos.
7. Análisis de redes: los métodos topológicos son valiosos para estudiar redes complejas, como redes sociales, redes neuronales o redes de transporte. Pueden ayudar a identificar nodos críticos, evaluar la solidez de la red y comprender la dinámica de la red.

En general, la topología proporciona herramientas poderosas para analizar y modelar sistemas complejos en matemáticas aplicadas, lo que la convierte en un área de estudio esencial para aquellos interesados en la resolución de problemas y aplicaciones del mundo real. Hacia el final de este curso, los estudiantes tendrán la oportunidad de explorar estas aplicaciones una vez que estén familiarizados con el lenguaje de topología y hayan construido una base matemática sólida.

5. Propósitos del curso

El objetivo es acercar al estudiante a un estudio riguroso y abstracto y general de nociones ya estudiadas en el curso de Análisis Real.

6. Resultados de aprendizaje esperados

- a. Evaluar una propuesta de diseño a un problema, con base en un conjunto de requerimientos, en el contexto de la disciplina del programa.
- b. Identificar las propiedades fundamentales de los espacios topológicos.
- c. Distinguir los diferentes tipos de espacios topológicos a través de conexión y compacidad.
- d. Emplear diferentes métricas en espacios topológicos.
- e. Justificar como las nociones topológicas generalizan unas nociones del análisis real.

7. Contenidos

1. Espacios topológicos
2. Clausura, interior, frontera
3. Funciones continuas y homomorfismos
4. Espacios métricos
5. Conexidad y compacidad.

8. Resultados de aprendizaje esperados (RAE)

- Espacios topológicos
- Clausura, interior, frontera
- Funciones continuas y homomorfismos
- Espacios métricos
- Conexidad y compacidad.

9. Modalidad del curso

Presencial

10. Estrategias de aprendizaje

- Análisis de las definiciones de los conceptos claves de cada sesión
- Análisis de las demostraciones presentadas por el profesor.
- Resolución de ejercicios de manera individual y en el tablero.
- Comparar varios caminos de solución al mismo ejercicio.

11. Actividades de evaluación

Tema	Actividad de evaluación	Porcentaje
Los correspondientes a las sesiones 1 a 6	Evaluación escrita individual – Primer parcial	20
Los correspondientes a las sesiones 9 a 19	Evaluación escrita individual – Segundo parcial	20
Los correspondientes a las sesiones 21 a 29	Evaluación escrita individual – Tercer parcial	20
A escoger entre temas propuestos	Proyecto Final (componentes oral y escrita)	25
Asignado	Video capsula de 3 minutos	5
Los correspondientes a las sesiones 1 a 14	Taller	5
Los correspondientes a las sesiones 15 a 28	Taller	5

12. Proyectos

Para el proyecto final, los estudiantes tendrán la oportunidad de aprender sobre las aplicaciones de la topología. Los estudiantes deben seleccionar un tema de una lista que se les proporcionará y elegir un problema de ese tema que les gustaría resolver (puede ser un

problema ya resuelto o un problema nuevo que debe ser aprobado por su instructor). Durante el semestre, los estudiantes deberán presentar varios informes sobre sus proyectos:

1. Primer informe: debe informar los miembros de su grupo, el tema que ha seleccionado y el problema en el que le gustaría enfocarse.
2. Segundo informe: Debe hacer una lista de palabras desconocidas de los artículos que está leyendo, esto es importante para identificar los antecedentes en topología que necesitará para seguir los desarrollos y propuestas en los artículos.
3. Tercer y último informe: Este informe debe tener entre 4 y 10 páginas. La primera página debe incluir un resumen del problema y la descripción de su estrategia. Debe incluir una breve sección con antecedentes matemáticos y definiciones. Una sección con ejemplos o implementaciones con enlaces al código. Por último, una sección con las conclusiones del proyecto y sus propios resultados de aprendizaje. Este informe debe entregarse dos semanas antes de la fecha de sustentación del proyecto.
4. Una semana antes de la presentación final, cada grupo recibirá el informe final de otro grupo junto con una forma de revisión de pares que deben llenar y entregar el primer día de las presentaciones.

Durante la semana de finales cada grupo hará una presentación de 15-20 minutos sobre sus proyectos, esta presentación corresponde al 40% de la nota del proyecto final. El informe corresponde a otro 40% de la nota del proyecto final, y la forma de revisión de pares corresponde al 20% restante.

13. Video Cápsula

Una vez durante el semestre, cada estudiante debe hacer un video de 3 minutos que explique un concepto de topología para la próxima clase. Este video debe incluir una definición y un ejemplo. Los videos deben enviarse en línea a través de e-aulas al menos dos días antes de la clase correspondiente. Al comienzo de la clase, los estudiantes discutirán estos conceptos, propondrán nuevos ejemplos y posibles aplicaciones a partir de las ideas discutidas previamente en clase.

13. Programación de actividades

Fecha	Tema	Trabajo independiente del estudiante	Recursos que apoyan la actividad
Sesión 1	Espacios topológicos	[1, sec. 12] Ejercicios: del 1 al 4	[1, sec. 12]
Sesión 2	Base para una topología	[1, sec. 12] Ejercicios: del 5 al 8	[1, sec. 13]
Sesión 3	La topología del orden	[1, sec. 16] Ejemplos 3 y 4	[1, sec. 14]
Sesión 4	La topología producto	[1, sec. 16] Ejercicios: 5, 6 y 7	[1, sec. 15]
Sesión 5	Subespacios topológicos	[1, sec. 16] Ejercicios: 1, 2 y 3	[1, sec. 16]
Sesión 6	Conjuntos cerrados	[1, sec. 17] Ejercicios: del 1 al 4	[1, sec. 17]
Sesión 7	Taller pre-parcial		
Sesión 8	PRIMER PARCIAL (20%)—jueves 24 de agosto		
Sesión 9	Clausura e interior de un conjunto, puntos límites Dialogo Formativo	[1, sec. 17] Ejercicios: del 5 al 9	[1, sec. 17]
Sesión 10	Espacios Hausdorff	[1, sec. 17] Ejercicios: del 10 al 15, 19, 20	[1, sec. 17]
Sesión 11	Funciones continuas	[1, sec. 18] Ejercicios: del 1 al 4, 8	[1, sec. 18]
Sesión 12	Homeomorfismos	[1, sec. 18] Ejercicio 5.	[1, sec. 18]
Sesión 13	Más sobre funciones continuas y Homeomorfismos	[1, sec. 18] Ejemplos 5, 6, 9	[1, sec. 18]
Sesión 14	Topología de la caja y producto	[1, sec. 19] Ejercicio 6 y 7	[1, sec. 19]
Sesión 15	Espacios métricos	[1, sec. 20] Ejercicio del 1 al 4	[1, sec. 20]
Sesión 16	Topología métrica		
Sesión 17	Continuidad y convergencia en espacios métricos Entrega 1° Taller	[1, sec. 21] Ejercicio: 1, 2, 3 y 12	[1, sec. 21]
Sesión 18	Metrizabilidad de espacios topológicos		
Sesión 19	Topología Cociente	[1, sec. 22] Ejercicios: del 1 al 5	[1, sec. 22]
Sesión 20	SEGUNDO PARCIAL (20%)—jueves 5 de octubre		

Sesión 21 y 22 Entrega primer informe Proyecto Final	Espacios conexos Evaluación docente	[1, sec. 23] Ejercicios: del 1 al 7, 9, 11 y 12	[1, sec. 23]
Sesión 23	Caracterización de subespacios conexos de \mathbb{R} , Teorema del valor intermedio	[1, sec. 24] Ejercicios: del 1 al 3, 7	[1, sec. 24]
Sesión 24	Arco-conexidad	[1, sec. 24] Ejercicios: 9, 10 y 11. Ejemplos: 3, 4 y 5	[1, sec. 24]
Sesión 25	Componentes conexas	[1, sec. 25] Ejemplos 1, 2 y 3	[1, sec. 25]
Sesión 26 Entrega segundo informe Proyecto Final	Espacios compactos	[1, sec. 26] Ejercicios: del 1 al 6	[1, sec. 26]
Sesión 27	Lema del tubo y producto finito de compactos	[1, sec. 26] Ejercicios: 7 y 8	[1, sec. 26]
Sesión 28	Teorema de Heine-Borel. Teorema de Bolzano-Weierstrass, Teorema de los valores extremos	[1, sec. 26] Ejercicios: 1, 3 y 5	[1, sec. 27]
Sesión 29	Compacidad de punto límite, Compacidad secuencial, Compacidad local	[1, sec. 28] Ejercicios: 3 y 6 [1, sec. 29] Ejercicios: 1 y 3	[1, sec. 28 y 29]
Sesión 30	Taller pre-parcial— Fecha límite para el tercer informe del proyecto		
Sesión 31 Entrega 2° Taller	TERCER PARCIAL (20%)—martes 21 de noviembre		
Sesión 32 y Semana de Finales	Entrega de revisiones y Sustentación de Proyecto Final (25%)		

14. Factores de éxito para este curso

A continuación, se sugieren una serie de acciones que pueden contribuir, de manera significativa, con el logro de metas y consecuentemente propiciar una experiencia exitosa en este curso:

1. Planificar y organizar el tiempo de trabajo individual que le dedicará al curso
2. Organizar el sitio y los materiales de estudios
3. Tener un grupo de estudio, procurar el apoyo de compañeros

4. Cultivar la disciplina y la constancia, trabajar semanalmente, no permitir que se acumulen temas ni trabajos
5. Realizar constantemente una autoevaluación, determinar si las acciones realizadas son productivas o si por el contrario se debe cambiar de estrategias
6. Asistir a las horas de consulta del profesor, participar en clase, no quedarse nunca con la duda
7. Utilizar los espacios destinados para consultas y resolución de dudas (Sala Gauss)
8. Propiciar espacios para el descanso y la higiene mental, procurar tener buenos hábitos de sueño
9. Tener presente en todo momento valores como la honestidad y la sinceridad, al final no se trata solo de aprobar un examen, se trata de aprender y adquirir conocimientos. El fraude es un autoengaño

15. Bibliografía y recursos

[1] Munkres, J.R., Topology, 2nd edition, Prentice Hall, 2000.

16. Bibliografía y recursos complementarios

[2] Waldmann, Stefan, 2014. Topology: An Introduction. Springer.

[3] Rubiano, G. 2010. Topología General. Editorial UN.

[4] Crossley, Martin D. 2015. Essential Topology. Springer.

17. Acuerdos para el desarrollo del curso

No se realizará aproximación de notas al final del semestre. Las notas solo serán cambiadas con base en reclamos OPORTUNOS dentro de los límites de tiempo determinados por el Reglamento Académico. Si por motivos de fuerza mayor el estudiante falta a algún parcial, deberá seguir el procedimiento regular determinado por el Reglamento Académico para presentar supletorios. No habrá acuerdos informales al respecto. No se eximirá a ningún estudiante de ningún examen.

PROCESOS DISCIPLINARIOS-FRAUDE EN EVALUACIONES

Teniendo en cuenta el reglamento formativo-preventivo y disciplinario de la Universidad del Rosario, y la certeza de que las acciones fraudulentas van en contra de los procesos de enseñanza y aprendizaje, **cualquier acto corrupto vinculado a esta asignatura será notificado a la secretaría académica correspondiente de manera que se inicie el debido proceso disciplinario.** Se recomienda a los estudiantes leer dicho reglamento para conocer las razones, procedimientos y consecuencias que este tipo de acciones pueden ocasionar, así como sus derechos y deberes asociados a este tipo de procedimientos. Tolerancia cero al fraude.

18. Respeto y no discriminación

Si tiene alguna discapacidad, sea este visible o no, y requiere algún tipo de apoyo para estar en igualdad de condiciones con los(as) demás estudiantes, por favor informar a su profesor(a) para que puedan realizarse ajustes razonables al curso a la mayor brevedad posible. De igual forma, si no cuenta con los recursos tecnológicos requeridos para el desarrollo del curso, por favor informe de manera oportuna a la Secretaría Académica de su programa o a la Dirección de Estudiantes, de manera que se pueda atender a tiempo su requerimiento.

Recuerde que es deber de todas las personas respetar los derechos de quienes hacen parte de la comunidad Rosarista. Cualquier situación de acoso, acoso sexual, discriminación o matoneo, sea presencial o virtual, es inaceptable. Quien se sienta en alguna de estas situaciones puede denunciar su ocurrencia contactando al equipo de la Coordinación de Psicología y Calidad de Vida de la Decanatura del Medio Universitario (Teléfono o WhatsApp 322 2485756).