Inteligencia Artificial Búsqueda informada

Edgar Andrade, Ph.D.

Matemáticas Aplicadas y Ciencias de la computación

Última revisión: Agosto de 2023





Contenido

Best First Search

Algoritmo A*

Heurísticas

Más algoritmos

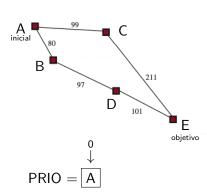




Contenido



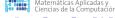




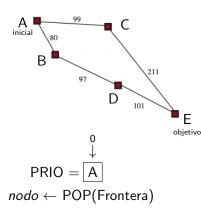
Se busca un estado objetivo siguiendo un camino hacia abajo en niveles. Se expande primero el nodo prioritario en la frontera

Ventajas: Si se tiene suerte, se debe explorar solo una parte pequeña del espacio. Siempre encuentra la solución óptima.

Desventajas: Uso exponencial de recursos computacionales en el peor caso.



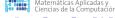




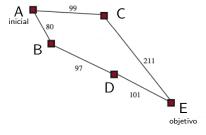
Se busca un estado objetivo siguiendo un camino hacia abajo en niveles. Se expande primero el nodo prioritario en la frontera

Ventajas: Si se tiene suerte, se debe explorar solo una parte pequeña del espacio. Siempre encuentra la solución óptima.

Desventajas: Uso exponencial de recursos computacionales en el peor caso.





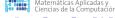


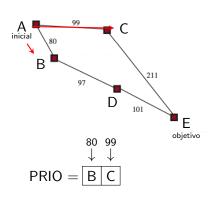
$$\begin{aligned} \mathsf{PRIO} &= \\ \mathit{nodo} \leftarrow \mathsf{A} \ (\mathsf{test} = \mathsf{false}) \end{aligned}$$

Se busca un estado objetivo siguiendo un camino hacia abajo en niveles. Se expande primero el nodo prioritario en la frontera

Ventajas: Si se tiene suerte, se debe explorar solo una parte pequeña del espacio. Siempre encuentra la solución óptima.

Desventajas: Uso exponencial de recursos computacionales en el peor caso.





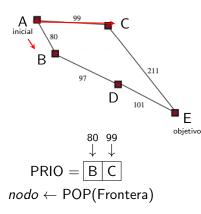
Se busca un estado objetivo siguiendo un camino hacia abajo en niveles. Se expande primero el nodo prioritario en la frontera

Ventajas: Si se tiene suerte, se debe explorar solo una parte pequeña del espacio. Siempre encuentra la solución óptima.

Desventajas: Uso exponencial de recursos computacionales en el peor caso.







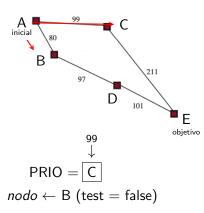
Se busca un estado objetivo siguiendo un camino hacia abajo en niveles. Se expande primero el nodo prioritario en la frontera

Ventajas: Si se tiene suerte, se debe explorar solo una parte pequeña del espacio. Siempre encuentra la solución óptima.

Desventajas: Uso exponencial de recursos computacionales en el peor caso.







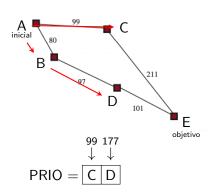
Se busca un estado objetivo siguiendo un camino hacia abajo en niveles. Se expande primero el nodo prioritario en la frontera

Ventajas: Si se tiene suerte, se debe explorar solo una parte pequeña del espacio. Siempre encuentra la solución óptima.

Desventajas: Uso exponencial de recursos computacionales en el peor caso.







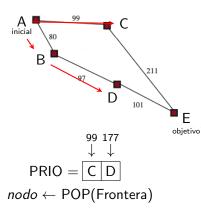
Se busca un estado objetivo siguiendo un camino hacia abajo en niveles. Se expande primero el nodo prioritario en la frontera

Ventajas: Si se tiene suerte, se debe explorar solo una parte pequeña del espacio. Siempre encuentra la solución óptima.

Desventajas: Uso exponencial de recursos computacionales en el peor caso.



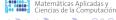




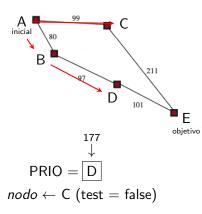
Se busca un estado objetivo siguiendo un camino hacia abajo en niveles. Se expande primero el nodo prioritario en la frontera

Ventajas: Si se tiene suerte, se debe explorar solo una parte pequeña del espacio. Siempre encuentra la solución óptima.

Desventajas: Uso exponencial de recursos computacionales en el peor caso.



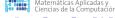




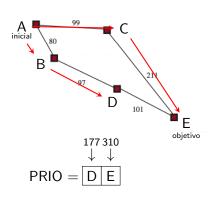
Se busca un estado objetivo siguiendo un camino hacia abajo en niveles. Se expande primero el nodo prioritario en la frontera

Ventajas: Si se tiene suerte, se debe explorar solo una parte pequeña del espacio. Siempre encuentra la solución óptima.

Desventajas: Uso exponencial de recursos computacionales en el peor caso.



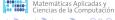




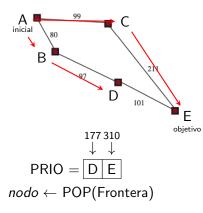
Se busca un estado objetivo siguiendo un camino hacia abajo en niveles. Se expande primero el nodo prioritario en la frontera

Ventajas: Si se tiene suerte, se debe explorar solo una parte pequeña del espacio. Siempre encuentra la solución óptima.

Desventajas: Uso exponencial de recursos computacionales en el peor caso.



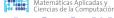




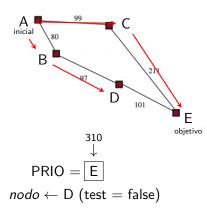
Se busca un estado objetivo siguiendo un camino hacia abajo en niveles. Se expande primero el nodo prioritario en la frontera

Ventajas: Si se tiene suerte, se debe explorar solo una parte pequeña del espacio. Siempre encuentra la solución óptima.

Desventajas: Uso exponencial de recursos computacionales en el peor caso.



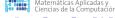




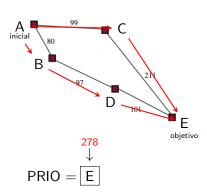
Se busca un estado objetivo siguiendo un camino hacia abajo en niveles. Se expande primero el nodo prioritario en la frontera

Ventajas: Si se tiene suerte, se debe explorar solo una parte pequeña del espacio. Siempre encuentra la solución óptima.

Desventajas: Uso exponencial de recursos computacionales en el peor caso.



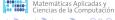




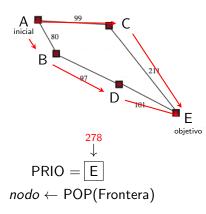
Se busca un estado objetivo siguiendo un camino hacia abajo en niveles. Se expande primero el nodo prioritario en la frontera

Ventajas: Si se tiene suerte, se debe explorar solo una parte pequeña del espacio. Siempre encuentra la solución óptima.

Desventajas: Uso exponencial de recursos computacionales en el peor caso.



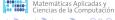




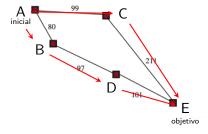
Se busca un estado objetivo siguiendo un camino hacia abajo en niveles. Se expande primero el nodo prioritario en la frontera

Ventajas: Si se tiene suerte, se debe explorar solo una parte pequeña del espacio. Siempre encuentra la solución óptima.

Desventajas: Uso exponencial de recursos computacionales en el peor caso.





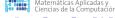


$$\begin{aligned} \mathsf{PRIO} &= \\ \mathit{nodo} \leftarrow \mathsf{E} \ (\mathsf{test} = \mathsf{true}) \end{aligned}$$

Se busca un estado objetivo siguiendo un camino hacia abajo en niveles. Se expande primero el nodo prioritario en la frontera

Ventajas: Si se tiene suerte, se debe explorar solo una parte pequeña del espacio. Siempre encuentra la solución óptima.

Desventajas: Uso exponencial de recursos computacionales en el peor caso.





Dependiendo de qué se use para medir el valor de un estado, se obtienen distintos algoritmos:



Dependiendo de qué se use para medir el valor de un estado, se obtienen distintos algoritmos:

Si se usa el costo camino, se obtiene el algoritmo de Dijkstra.





Dependiendo de qué se use para medir el valor de un estado, se obtienen distintos algoritmos:

- Si se usa el costo camino, se obtiene el algoritmo de Dijkstra.
- Si se usa una heurística, se obtiene el algoritmo de búsqueda avara.





Dependiendo de qué se use para medir el valor de un estado, se obtienen distintos algoritmos:

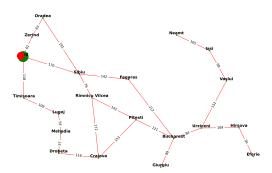
- Si se usa el costo camino, se obtiene el algoritmo de Dijkstra.
- Si se usa una heurística, se obtiene el algoritmo de búsqueda avara.
- \triangleright Si se combinan costo y heurística, se obtiene el algoritmo A^* .





Best First Search

Problema: Ir de Arad a Bucharest.

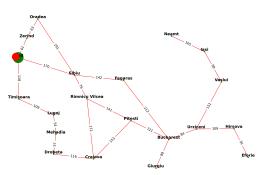






Best First Search

Problema: Ir de Arad a Bucharest.

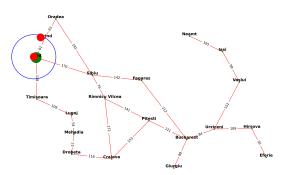


$$\mathsf{FRONTERA} = \left[\left(\begin{smallmatrix} \mathsf{Arad} \\ \mathsf{Zerind} \end{smallmatrix}, \, 61 \right), \, \left(\begin{smallmatrix} \mathsf{Arad} \\ \mathsf{Timisoara} \end{smallmatrix}, \, 118 \right), \, \left(\begin{smallmatrix} \mathsf{Arad} \\ \mathsf{Sibiu} \end{smallmatrix}, \, 170 \right) \right]$$



Best First Search

Problema: Ir de Arad a Bucharest.

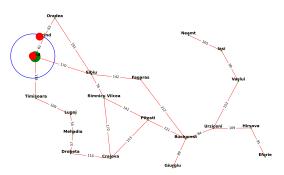


$$\mathsf{FRONTERA} = \left[\left(\begin{smallmatrix} \mathsf{Arad} \\ \mathsf{Zerind} \end{smallmatrix}, \, 61 \right), \, \left(\begin{smallmatrix} \mathsf{Arad} \\ \mathsf{Timisoara} \end{smallmatrix}, \, 118 \right), \, \left(\begin{smallmatrix} \mathsf{Arad} \\ \mathsf{Sibiu} \end{smallmatrix}, \, 170 \right) \right]$$

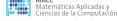


Best First Search 000000

Problema: Ir de Arad a Bucharest.

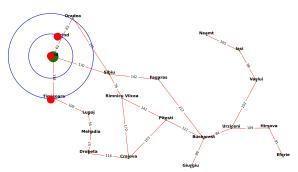


$$\mathsf{FRONTERA} = [(\begin{smallmatrix} \mathsf{Arad} \\ \mathsf{Timisoara} \end{smallmatrix}, \, 118), \, (\begin{smallmatrix} \mathsf{Arad} \\ \mathsf{Zerind} \end{smallmatrix}, \, 124), \, (\begin{smallmatrix} \mathsf{Arad} \\ \mathsf{Sibiu} \end{smallmatrix}, \, 170)]$$

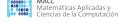


Best First Search 000000

Problema: Ir de Arad a Bucharest.

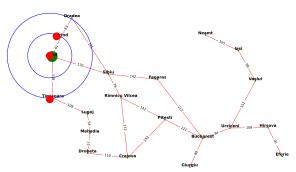


$$\mathsf{FRONTERA} = [(\begin{smallmatrix} \mathsf{Arad} \\ \mathsf{T_{imisoara}} \end{smallmatrix}, \, 118), \, (\begin{smallmatrix} \mathsf{Arad} \\ \mathsf{Zerind} \end{smallmatrix}, \, 124), \, (\begin{smallmatrix} \mathsf{Arad} \\ \mathsf{Sibiu} \end{smallmatrix}, \, 170)]$$



Best First Search

Problema: Ir de Arad a Bucharest.



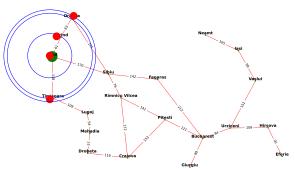
$$\mathsf{FRONTERA} = [(\begin{smallmatrix} \mathsf{Arad} \\ \mathsf{Zerind} \end{smallmatrix}, \, 124), \, (\begin{smallmatrix} \mathsf{Arad} \\ \mathsf{Sibiu} \end{smallmatrix}, \, 170), \, (\begin{smallmatrix} \mathsf{Arad} \\ \mathsf{Timisoara} \end{smallmatrix}, \, 227)]$$



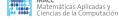


Best First Search

Problema: Ir de Arad a Bucharest.

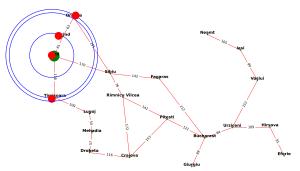


$$\mathsf{FRONTERA} = [(\begin{smallmatrix} \mathsf{Arad} \\ \mathsf{Zerind} \end{smallmatrix}, \, 124), \, (\begin{smallmatrix} \mathsf{Arad} \\ \mathsf{Sibiu} \end{smallmatrix}, \, 170), \, (\begin{smallmatrix} \mathsf{Arad} \\ \mathsf{Timisoara} \end{smallmatrix}, \, 227)]$$



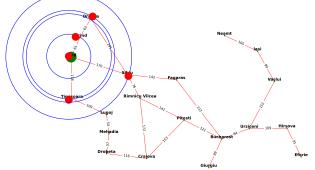
Best First Search

Problema: Ir de Arad a Bucharest.



Best First Search 000000

Problema: Ir de Arad a Bucharest.



$$\mathsf{FRONTERA} = [(\begin{smallmatrix} \mathsf{Arad} \\ \mathsf{Sibiu} \end{smallmatrix}, 170), (\begin{smallmatrix} \mathsf{Arad} \\ \mathsf{Timisoara}, \\ \mathsf{Lugoj} \end{smallmatrix}, 227), (\begin{smallmatrix} \mathsf{Arad} \\ \mathsf{Zerind}, \\ \mathsf{Oradea} \\ \mathsf{Sibiu} \end{smallmatrix}, 315))]$$

Heurística para el viaje a Rumania

Supongamos que vamos de Arad a Bucharest.





Heurística para el viaje a Rumania

Supongamos que vamos de Arad a Bucharest.

 $^{\square}$ h(ciudad) = Distancia lineal desde ciudad hasta Bucharest.





Búsqueda avara

Best First Search

Problema: Ir de Arad a Bucharest.

valor = distancia a objetivo

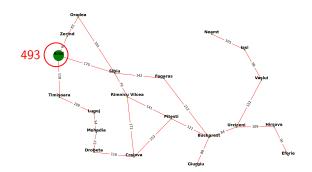


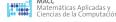


Búsqueda avara

Problema: Ir de Arad a Bucharest.

valor = distancia a objetivo



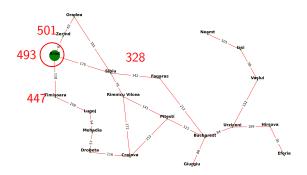




Búsqueda avara

Problema: Ir de Arad a Bucharest.

 $\mathsf{valor} = \mathsf{distancia} \ \mathsf{a} \ \mathsf{objetivo}$

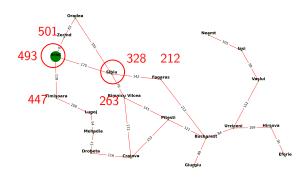




Búsqueda avara

Problema: Ir de Arad a Bucharest.

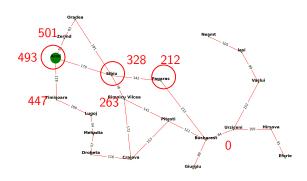
valor = distancia a objetivo



Búsqueda avara

Problema: Ir de Arad a Bucharest.

valor = distancia a objetivo

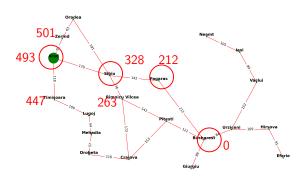


Búsqueda avara

Best First Search 000000

Problema: Ir de Arad a Bucharest.

valor = distancia a objetivo |



Contenido

Best First Search

Algoritmo A*

Heurísticas

Más algoritmos







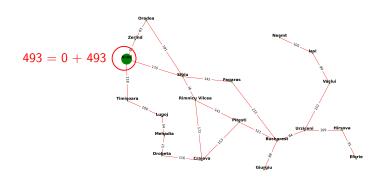
Best First Search

Usar tanto un costo camino como un estimado del costo del mejor camino hasta la solución (heurística).





valor = costo_camino + distancia



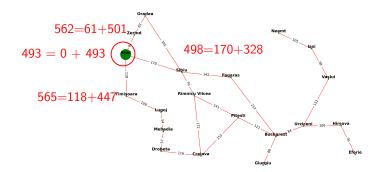
FRONTERA = [(Arad, 493)]







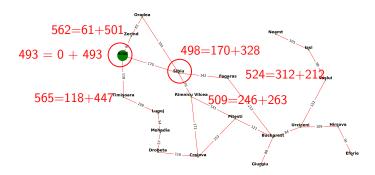
 $valor = costo_camino + distancia$







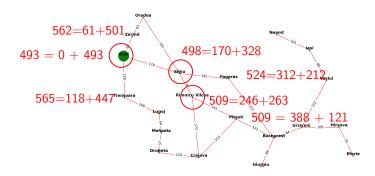
valor = costo_camino + distancia







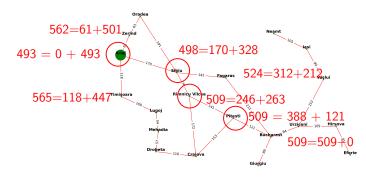
valor = costo_camino + distancia







 $valor = costo_camino + distancia$

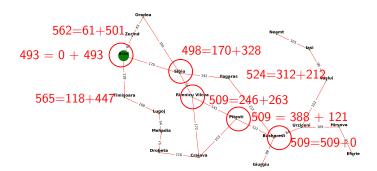




Best First Search

Problema: Ir de Arad a Bucharest.

 $valor = costo_camino + distancia$







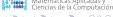
Caso ir de Arad a Bucharest.

Función	Tiempo en CPU (μs)	Núm. de pasos	Kilómetros
Anchura	.026	3	524
Profundidad	.033	6	653
Backtracking	.019	7	728
Dijkstra	.045	4	508
Avara	.035	3	524
A^*	.048	4	508

Caso ir de Arad a Bucharest.

Función	Tiempo en CPU (μs)	Núm. de pasos	Kilómetros
Anchura	.026	3	524
Profundidad	.033	6	653
Backtracking	.019	7	728
Dijkstra	.045	4	508
Avara	.035	3	524
A*	.048	4	508

El algoritmo más rápido es el Backtracking.





Caso ir de Arad a Bucharest.

Función	Tiempo en CPU (μs)	Núm. de pasos	Kilómetros
Anchura	.026	3	524
Profundidad	.033	6	653
Backtracking	.019	7	728
Dijkstra	.045	4	508
Avara	.035	3	524
A*	.048	4	508

Primero en Anchura y Búsqueda Avara dan la misma solución, pero es más rápido Primero en Anchura. ¿Por qué?



Best First Search

Caso ir de Arad a Bucharest.

Función	Tiempo en CPU (μs)	Núm. de pasos	Kilómetros
Anchura	.026	3	524
Profundidad	.033	6	653
Backtracking	.019	7	728
Dijkstra	.045	4	508
Avara	.035	3	524
A*	.048	4	508

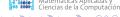
La lista prioritaria de la Búsqueda Avara es una gran carga computacional.



Caso ir de Arad a Bucharest.

Función	Tiempo en CPU (μs)	Núm. de pasos	Kilómetros
Anchura	.026	3	524
Profundidad	.033	6	653
Backtracking	.019	7	728
Dijkstra	.045	4	508
Avara	.035	3	524
A*	.048	4	508

Los algoritmos que dan la solución óptima son Dijkstra y A^* .



Caso ir de Arad a Bucharest.

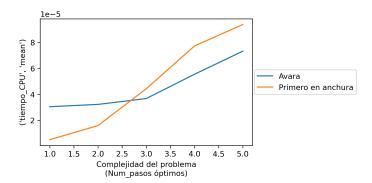
Función	Tiempo en CPU (μs)	Núm. de pasos	Kilómetros
Anchura	.026	3	524
Profundidad	.033	6	653
Backtracking	.019	7	728
Dijkstra	.045	4	508
Avara	.035	3	524
A*	.048	4	508

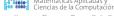
De los algoritmos que dan una solución óptima, el más rápido es Dijkstra.



Avara vs. Anchura

Caso: Test suite. Inicio: Pitesti. Complejidad: Una ciudad intermedia más.

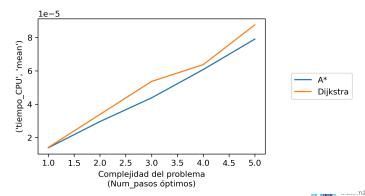






Best First Search

Caso: Test suite. Inicio: Pitesti. Complejidad: Una ciudad intermedia más.



Heurísticas •00000000000

Contenido



Heurísticas

Definición

- 1. adj. Perteneciente o relativo a la heurística.
- 2. f. Técnica de indagación y descubrimiento.



Heurísticas 00000000000

Definición

Heurística:

- 1. adj. Perteneciente o relativo a la heurística.
- 2. f. Técnica de indagación y descubrimiento.

Uso de información específica del problema para facilitar el proceso de búsqueda.



Definición

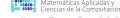
Heurística:

- 1. adj. Perteneciente o relativo a la heurística.
- 2. f. Técnica de indagación y descubrimiento.

Uso de información específica del problema para facilitar el proceso de búsqueda.

Heurísticas 0000000000

Una medida de costo estimado desde un estado hasta el objetivo.



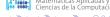
	4	8
5	1	3
2	6	7

Se mueven las piezas . . .



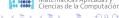
5	4	8
	1	3
2	6	7

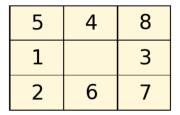
Se mueven las piezas . . .



5	4	8
1		3
2	6	7

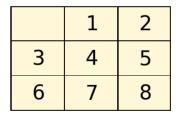
Se mueven las piezas . . .





Hasta que finalmente se obtiene . . .



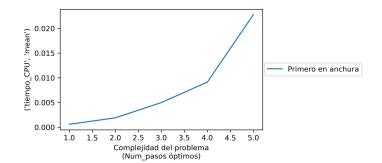


El estado objetivo.



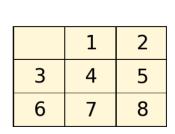
Necesidad de la heurística

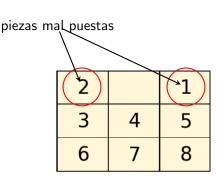
Resultados obtenidos en el test suite de rompecabezas.



Best First Search

Distancia piezas mal puestas





Heurísticas 00000000000

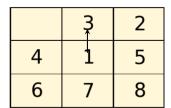
Distancia piezas mal puestas = 2



Distancia Manhattan

	1	2
3	4	5
6	7	8

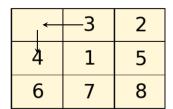
El 1 dista uno de su lugar



Best First Search

	1	2
3	4	5
6	7	8

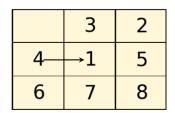
El 1 dista uno de su lugar El 3 dista dos de su lugar



Distancia Manhattan

	1	2
3	4	5
6	7	8

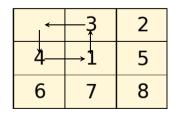
El 1 dista uno de su lugar El 3 dista dos de su lugar El 4 dista uno de su lugar



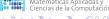
Distancia Manhattan

	1	2
3	4	5
6	7	8

El 1 dista uno de su lugar El 3 dista dos de su lugar El 4 dista uno de su lugar

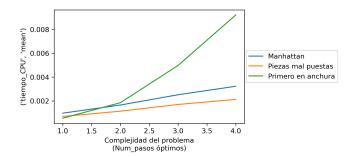


Distancia Manhattan = 4



Comparación empírica

Resultados obtenidos en el test suite de rompecabezas.



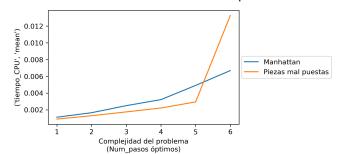
Heurísticas

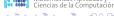
Las heurísticas son mucho más rápidas que la búsqueda primero en anchura.



Comparación empírica

Resultados obtenidos en el test suite de rompecabezas.

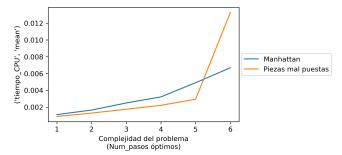






Comparación empírica

Resultados obtenidos en el test suite de rompecabezas.

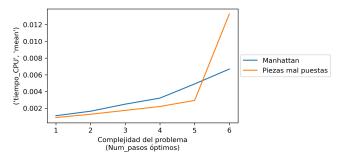


La heurística Manhattan da mejores resultados, puesto que estima mejor.



Comparación empírica

Resultados obtenidos en el test suite de rompecabezas.



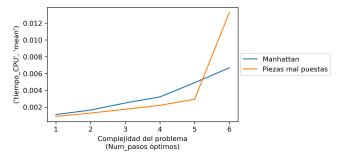
Heurísticas

La exploración recorre menos nodos.



Comparación empírica

Resultados obtenidos en el test suite de rompecabezas.



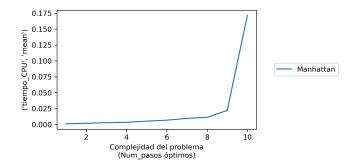
Heurísticas 000000000000

Por ejemplo, si el 1 está a 3 movimientos de distancia, Manhattan sumará 3, mientras que piezas mal puestas sólo suma 1.



La maldición de la dimensionalidad

Resultados obtenidos en el test suite de rompecabezas.



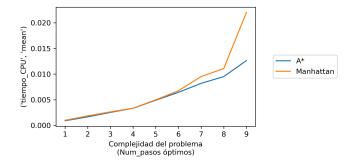
Heurísticas

Todos los algoritmos son exponenciales en el número de pasos.



Best First Search

Resultados obtenidos en el test suite de rompecabezas.



Heurísticas

El algoritmo A^* es mejor que búsqueda avara. Ambos algoritmos corren con la heurística manhattan.



A^* con pesos

Versión original:

$$f(n) = g(n) + h(n)$$

donde g es el costo_camino y h la heurística.

A* con pesos

Versión original:

$$f(n) = g(n) + h(n)$$

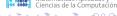
Heurísticas

donde g es el costo_camino y h la heurística.

Versión con pesos:

$$f(n) = g(n) + W \times h(n)$$

donde W > 1.

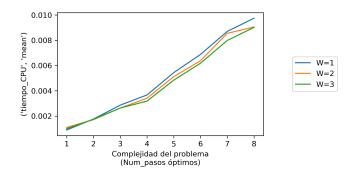




Heurísticas

A^* con pesos

Resultados obtenidos en el test suite de rompecabezas.



Al hacer W=3, los tiempos de ejecución mejoran un pocomaco



Contenido

Best First Search

Más algoritmos





Esta variación del backtracking usa un poco más de memoria que el algoritmo tradicional, pero lo compensa dando prioridad en la exploración a aquellos nodos más prometedores de acuerdo a la heurística.

Esta variación del backtracking usa un poco más de memoria que el algoritmo tradicional, pero lo compensa dando prioridad en la exploración a aquellos nodos más prometedores de acuerdo a la heurística.

Tiene tres argumentos: problema, nodo y heurística.





Esta variación del backtracking usa un poco más de memoria que el algoritmo tradicional, pero lo compensa dando prioridad en la exploración a aquellos nodos más prometedores de acuerdo a la heurística.

- Tiene tres argumentos: problema, nodo y heurística.
- Expande todos los hijos no cíclicos del nodo y los ordena por su valor de acuerdo a la heurística.





Esta variación del backtracking usa un poco más de memoria que el algoritmo tradicional, pero lo compensa dando prioridad en la exploración a aquellos nodos más prometedores de acuerdo a la heurística.

- Tiene tres argumentos: problema, nodo y heurística.
- Expande todos los hijos no cíclicos del nodo y los ordena por su valor de acuerdo a la heurística.
- Hace una llamada recursiva sobre los hijos en orden.





Es una búsqueda avara en la cual la frontera tiene un tamaño limitado, k, llamado el ancho del haz. Este uso limitado de memoria puede hacer más rápida la búsqueda al restringirla sobre un subconjunto del entorno. Pero la solución puede ser subóptima o puede no encontrarla.

Es una búsqueda avara en la cual la frontera tiene un tamaño limitado, k. llamado el ancho del haz. Este uso limitado de memoria puede hacer más rápida la búsqueda al restringirla sobre un subconjunto del entorno. Pero la solución puede ser subóptima o puede no encontrarla.

1. Tiene un argumento: problema.



Es una búsqueda avara en la cual la frontera tiene un tamaño limitado, k. llamado el ancho del haz. Este uso limitado de memoria puede hacer más rápida la búsqueda al restringirla sobre un subconjunto del entorno. Pero la solución puede ser subóptima o puede no encontrarla.

- 1. Tiene un argumento: problema.
- 2. Crea una lista prioritaria llamada frontera que ordena los nodos por heurística y que tiene un tamaño limitado a k.





Es una búsqueda avara en la cual la frontera tiene un tamaño limitado, k. llamado el ancho del haz. Este uso limitado de memoria puede hacer más rápida la búsqueda al restringirla sobre un subconjunto del entorno. Pero la solución puede ser subóptima o puede no encontrarla.

- 1. Tiene un argumento: problema.
- 2. Crea una lista prioritaria llamada frontera que ordena los nodos por heurística y que tiene un tamaño limitado a k.
- 3. Hace pop a frontera y chequea el test objetivo sobre el nodo obtenido.





Es una búsqueda avara en la cual la frontera tiene un tamaño limitado, k, llamado el ancho del haz. Este uso limitado de memoria puede hacer más rápida la búsqueda al restringirla sobre un subconjunto del entorno. Pero la solución puede ser subóptima o puede no encontrarla.

- 1. Tiene un argumento: problema.
- Crea una lista prioritaria llamada frontera que ordena los nodos por heurística y que tiene un tamaño limitado a k.
- 3. Hace pop a frontera y chequea el test objetivo sobre el nodo obtenido.
- 4. Por cada hijo del nodo, considera si no es cíclico y su valor heurístico. Lo incluye en la frontera, cuidando de nunca superar el tamaño k. Vuelve al paso 3.



Take away

En esta sesión usted aprendió:

- El uso de costos para mejorar la solución encontrada mediante el algoritmo "primero el mejor".
- El uso de heurísticas para mejorar el proceso de búsqueda.
- El algoritmo A* para combinar ambas ventajas.
- Algunos algoritmos adicionales que usan heurísticas, pero en la literatura pueden encontrarse muchísimas variaciones y alternativas.



